ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOLUME QUARANTESIMOSESTO

1910-911

TORINO

VINCENZO BONA

Tipografo di S. M. e dei Reali Principi.

1911

ELENCO

DEGLI

ACCADEMICI RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI STRANIERI E CORRISPONDENTI

AL 31 DICEMBRE 1910.

NB. — *La prima data è quella dell'elezione, la seconda quella del R. Decreto che approva l'elezione.*

PRESIDENTE

Boselli S. E. (Paolo), P.° Segretario di Stato dell'Ordine Mauriziano e Cancelliere dell'Ordine della Corona d'Italia, Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza della R. Università di Genova, già Professore nella R. Università di Roma, Professore Onorario della R. Università di Bologna, Membro dell'Istituto Storico Italiano, Socio corrispondente della Classe di scienze morali della R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna, Presidente della R. Deputazione di Storia Patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio Corrispondente dell'Accademia dei Georgofili, Presidente della Società di Storia Patria di Savona, Socio onorario della Società Ligure di Storia Patria, Socio onorario dell'Accademia di Massa, Socio della R. Accademia di Agricoltura, Corrispondente dell'Accademia Dafnica di Acireale, Presidente Onorario della Società di Storia Patria degli Abruzzi in Aquila, Membro del Consiglio e della Giunta degli archivi, Presidente del Comitato Centrale della Società " Dante Alighieri ", Presidente del Consiglio di Amministrazione del R. Politecnico di Torino, Presidente del Consiglio Superiore della Marina Mercantile, Membro del Consiglio del Contenzioso diplomatico, Deputato al Parlamento nazionale, Presidente del Consiglio provinciale di Torino, Gr. Cord. ✠ e ✠, Gr. Cord. dell'Aquila Rossa di Prussia, dell'Ordine di Alberto di Sassonia, dell'Ord. di Bertoldo I di Zähringen (Baden), e dell'Ordine del Sole Levante del Giappone, Gr. Uffiz. O. di Leopoldo del Belgio, Uffiz. della Cor. di Pr., della L. d'O. di Francia, e C. O. della Concezione del Portogallo. — *Torino, Piazza Maria Teresa*, 3.

Eletto alla carica il 24 aprile 1910 — 12 maggio 1910.

Vice-Presidente

Camerano (Lorenzo), Senatore del Regno, Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali, Professore di Anatomia comparata e di Zoologia e Direttore dei Musei relativi nella R. Università di Torino, Membro del Consiglio e della Giunta Superiore della Pubblica Istruzione, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro della Società Zoologica di Francia, Socio corrispondente del Museo Civico di Rovereto, della Società Scientifica del Cile, della Società Spagnuola di Storia naturale, Socio straniero della Società Zoologica di Londra, Socio onorario della Società scientifica del Messico, Socio onorario della Società zoologica italiana, ✠, Comm. ✠. — *Torino, Museo Zoologico della R. Università, Palazzo Carignano.*
Eletto alla carica il 29 maggio 1910 — 23 giugno 1910.

Tesoriere

Parona (Carlo Fabrizio), Dottore in Scienze naturali, Professore e Direttore del Museo di Geologia e di Paleontologia della R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio residente della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia delle Scienze di Napoli, e Corrispondente dell'I. R. Istituto Geologico di Vienna, Membro del R. Comitato Geologico, ecc., Cav. ✠. — *Torino, Museo Geologico della R. Università, Palazzo Carignano.*
Rieletto alla carica 27 novembre 1910 — 15 dicembre 1910.

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

Naccari (Andrea), Dottore in Matematica, Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania e dell'Accademia Pontaniana, Uffiz. ✠, Comm. ✠. — *Torino, Via Sant'Anselmo, 6.*
Eletto alla carica il 15 dicembre 1907 — 23 gennaio 1908.

Segretario

Segre (Corrado), Dottore in Matematica, Professore di Geometria superiore nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana delle Scienze (dei XL), Membro onorario della Società Filosofica di Cambridge, Socio straniero dell'Accademia delle Scienze del Belgio e di quella di Danimarca, Socio corrispondente della Società Fisico-Medica di Erlangen, dell'Accademia delle Scienze di Bologna, del R. Istituto Lombardo e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, ♔. — *Torino, Corso Vittorio Eman., 85.*
Eletto alla carica il 19 giugno 1910 — 17 luglio 1910.

ACCADEMICI RESIDENTI

Salvadori (Conte Tommaso), Dottore in Medicina e Chirurgia, Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università di Torino, Professore di Storia naturale nel R. Liceo Cavour di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, della Società Italiana di Scienze naturali, dell'Accademia Gioenia di Catania, Membro della Società Zoologica di Londra, dell'Accademia delle Scienze di Nuova York, della Società dei Naturalisti in Modena, della Società Reale delle Scienze di Liegi, della Reale Società delle Scienze naturali delle Indie Neerlandesi e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro effettivo della Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca, Socio straniero della *British Ornithological Union*, Socio Straniero onorario del *Nuttall Ornithological Club*, Socio Straniero dell'*American Ornithologist's Union*, e Membro onorario della Società Ornitologica di Vienna, Membro ordinario della Società Ornitologica tedesca, Uffiz. ♔, Cav. dell'O. di S. Giacomo del merito scientifico, letterario ed artistico (Portogallo). — *Torino, Via Principe Tommaso, 17.*
29 Gennaio 1871 - 9 febbraio 1871. — Pensionato 21 marzo 1878.

D'Ovidio (Enrico), Senatore del Regno, Dottore in Matematica, Professore ordinario di Algebra e Geometria analitica nella R. Università di Torino, incaricato di Geometria analitica e proiettiva e Direttore del R. Politecnico di Torino, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio ordinario non residente della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, onorario della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, Socio dell'Accademia Pontaniana, delle Società matematiche di Parigi e Praga, Comm. ✠, e ♔. — *Torino, Corso Sommeiller, 16.*
29 Dicembre 1878 - 16 gennaio 1879. — Pensionato 28 novembre 1889.

Naccari (Andrea), *predetto.*
5 Dicembre 1880 - 23 dicembre 1880. — Pensionato 8 giugno 1893.

Spezia (Giorgio). Ingegnere, Professore di Mineralogia e Direttore del Museo mineralogico della R. Univ. di Torino, ⚜. — *Torino, Corso Vinzaglio, 4.*
15 Giugno 1884 - 6 luglio 1884. — Pensionato 5 settembre 1895.

Camerano (Lorenzo), *predetto.*
10 Febbraio 1889 - 21 febbraio 1889. — Pensionato 8 ottobre 1898.

Segre (Corrado), *predetto.*
10 Gennaio 1889 - 21 febbraio 1889. — Pensionato 8 ottobre 1898.

Peano (Giuseppe). Dottore in Matematica, Professore di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, Socio della " *Sociedad Cientifica* „ del Messico, Socio del Circolo Matematico di Palermo, della Società matematica di Kasan, della Società filosofica di Ginevra, corrispondente della R. Accademia dei Lincei, ⚜. — *Torino, Via Barbaroux, 4.*
25 Gennaio 1891 - 5 febbraio 1891. — Pensionato 22 giugno 1899.

Jadanza (Nicodemo). Dottore in Matematica, Professore di Geodesia teoretica nella R. Università di Torino e di Geometria pratica nel R. Politecnico, Socio dell'Accademia Pontaniana di Napoli, del Circolo matematico di Palermo, dell'Accademia Dafnica diAcireale e della Società degli Ingegneri Civili di Lisbona, Membro effettivo della R. Commissione Geodetica italiana, Uff. ⚜. — *Torino, Via Madama Cristina, 11.*
3 Febbraio 1895 - 17 febbraio 1895. — Pensionato 17 ottobre 1902.

Foà (Pio), Senatore del Regno, Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Anatomia Patologica nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo e del R. Istituto Veneto, ecc., ecc., ✻, Comm. ⚜. — *Torino, Corso Valentino, 40.*
3 Febbraio 1895 - 17 febbraio 1895. — Pensionato 9 novembre 1902.

Guareschi (Icilio), Dottore in Scienze naturali, Professore e Direttore dell'Istituto di Chimica Farmaceutica e Tossicologica nella R. Università di Torino, Direttore della Scuola di Farmacia, Socio della R. Accademia di Medicina e della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio della R. Accademia dei Fisiocritici di Siena, Socio onorario della Società di Farmacia di Torino, Membro anziano del Consiglio Sanitario Provinciale, Cittadino Onorario di Crespellano (Bologna), Socio onorario dell'Associazione chimico-farm. toscana, Membro corrispondente dell'Accademia di Medicina di Parigi, Membro corrispondente della Società di Farmacia di Parigi, Socio della *Deutsche Gesellschaft b. Geschichte d. Medizin und Naturwissenschaften*, Membro della Società Chimica di Berlino, della *Berliner Gesellschaft f. Gesch. d. Naturwiss.*, ecc., Comm. ⚜, ✂. — *Torino, Corso Valentino, 11.*
12 Gennaio 1896 - 2 febbraio 1896. — Pensionato 28 maggio 1903.

Guidi (Camillo), Ingegnere, Professore ordinario di Statica grafica e scienza delle costruzioni e Direttore dell'annesso Laboratorio sperimentale dei materiali da costruzione nel R. Politecnico in Torino, Uff. ✻ e ⚜. — *Torino, Corso Valentino, 7.*
31 Maggio 1896 - 11 giugno 1896. — Pensionato 11 giugno 1903.

Fileti (Michele), Dottore in Chimica, Professore ordinario di Chimica generale, Uff. ✠. — *Torino, Via Bidone, 36.*
31 Maggio 1896 - 11 giugno 1896. — Pensionato 10 marzo 1904.

Parona (Carlo Fabrizio), *predetto.*
15 Gennaio 1899 - 22 gennaio 1899. — Pensionato 21 gennaio 1909.

Mattirolo (Oreste), Dottore in Medicina, Chirurgia e Scienze naturali, Professore ordinario di Botanica e Direttore dell'Istituto botanico della R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio della R. Accademia di Medicina, Presidente della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, dell'Accademia delle Scienze del R. Istituto di Bologna, della Società Imperiale di Scienze naturali di Mosca, della *Royal Botanical Society* di Edinburgh, della Società Veneto-Trentina, ecc., Uff. ✠. — *Torino, Orto Botanico della R. Università (al Valentino).*
10 Marzo 1901 - 16 marzo 1901. — Pensionato 22 dicembre 1910.

Grassi (Guido), Professore ordinario di Elettrotecnica e Direttore della scuola Galileo Ferraris nel R. Politecnico di Torino, Socio ordinario della R. Accademia di Scienze fisiche e matematiche di Napoli, dell'Accademia Pontaniana e del R. Istituto d'incoraggiamento di Napoli, Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✠. — *Torino, Via Cernaia, 40.*
9 Febbraio 1902 - 23 febbraio 1902.

Somigliana (nob. Carlo), Dottore in Matematiche, Professore ordinario di Fisica matematica e incaricato di Meccanica razionale nella R. Università di Torino, rappresentante dell'Accademia nel Consiglio amministrativo del R. Politecnico di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, e corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. — *Corso Vinzaglio, 10.*
5 Marzo 1905 - 27 aprile 1905.

Fusari (Romeo), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore ordinario di Anatomia umana, descrittiva e topografica e Direttore dell' Istituto anatomico della R. Università di Torino, Socio dell'Accademia di Medicina di Torino, Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Fondatore della Società medico-chirurgica di Pavia, Onorario dell'Accademia delle Scienze mediche e naturali di Ferrara, ✠. — *Via Baretti, 45.*
5 Marzo 1905 - 27 aprile 1905.

Balbiano (Luigi), Dottore in chimica e Professore ordinario di Chimica organica del R. Politecnico di Torino, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Socio della R. Accademia di medicina di Roma, Socio onorario della Società di Farmacia di Torino, di Parigi e di Liegi, Cav. Uff. ✻, Com. ✠. — *Via Po, 22.*
15 maggio 1910 — 12 giugno 1910.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Volterra (Vito), Senatore del Regno, Dottore in Fisica, Dottore onorario in Matematiche della Università Fridericiana di Christiania, Dottore onorario in scienze della Università di Cambridge, Dottore onorario in Filosofia della Università di Stockholm, Dottore onorario in Fisica della Clark University di Worcester, Mass, Professore di Fisica matematica, incaricato di Meccanica celeste e Preside della Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali nella R. Università di Roma, uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Accademico corrispondente della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, Socio onorario dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania, Membro nazionale della Società degli Spettroscopisti italiani, Membro straniero della Società Reale di Londra, Socio corrispondente nella Sezione di Geometria dell'Accademia delle Scienze di Parigi, Membro straniero nella classe di matematica pura della Reale Accademia Svedese delle scienze, Socio corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Gottinga. Membro corrispondente dell'Accademia Imperiale delle scienze di Pietroburgo, Socio corrispondente della Società medico-fisica di Erlangen, Membro dell'Accademia Imperiale Leopoldina Carolina di Halle, Membro onorario della Società Matematica di Londra, Membro onorario della Società matematica di Kharkow, Membro onorario della Società matematica di Calcutta, Membro onorario della Società di Scienze fisiche e naturali di Bordeaux e Membro corrispondente della Società Scientifica di Buenos Aires ✠, ⚜. — *Roma, Via in Lucina, 17.*
3 Febbraio 1895 - 11 febbraio 1895.

Fergola (Emanuele), Senatore del Regno, Professore emerito nella R. Università di Napoli, Socio ordinario residente della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, Membro della Società italiana dei XL, Socio della R. Accademia dei Lincei e dell'Accademia Pontaniana, Socio ordinario del R. Istituto d'incoraggiamento alle Scienze naturali, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto, Gr. Uffiz. ✠, Gr. Croce ⚜. — *Portici, Corso Garibaldi, 11, Villa Nara*
12 Gennaio 1896 - 2 febbraio 1896.

Bianchi (Luigi), Professore di Geometria analitica nella R. Università di Pisa, Socio ordinario della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana delle Scienze, detta dei XL; Socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere in Milano, ✠, ⚜. — *Pisa, Via Manzoni, 3.*
13 Febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Dini (Ulisse), Senatore del Regno, Professore di Analisi Superiore nella R. Università di Pisa, Direttore della R. Scuola Normale Superiore di Pisa, Socio della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana detta dei XL, Corrispondente dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio onorario della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Modena, dell'Accademia di scienze naturali di Catania e della R. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Zelanti di Acireale, Membro del Consiglio Direttivo del Circolo matematico di Palermo, Socio della Società italiana per il progresso delle scienze (Roma), della R. Società delle scienze di Gottinga, Membro straniero della *London mathemat. Society*, Dottore onorario dell'Università di Christiania e di Glasgow, Vice presidente del Consiglio Superiore e della Giunta di Pubblica Istruzione, Uff. ✠, Cav. ✠, ✠.
13 Febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Golgi (Camillo), Senatore del Regno, Membro del Consiglio superiore di Sanità, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei di Roma, Dottore in Scienze *ad honorem* dell'Università di Cambridge, Membro onorario dell'Università Imperiale di Charkoff, uno dei XL della Società italiana delle Scienze, Membro della Società per la Medicina interna di Berlino, Membro onorario della Imp. Accademia Medica di Pietroburgo, della Società di Psichiatria e Neurologia di Vienna, Socio corrispondente onorario della *Neurological Society* di Londra, Membro corrispondente della *Société de Biologie* di Parigi, Membro dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina*, Socio della R. Società delle Scienze di Gottinga e delle Società Fisico-mediche di Würzburg, di Erlangen, di Gand, Membro della Società Anatomica, Socio nazionale della R. Accademia delle Scienze di Bologna, Socio corrispondente dell'Accademia di Medicina di Torino, Socio onorario della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, Socio corrispondente dell'Accademia Medico-fisica Fiorentina, della R. Accademia delle Scienze mediche di Palermo, della Società Medico-chirurgica di Bologna, Socio onorario della R. Accademia Medica di Roma, Socio onorario della R. Accademia Medico-chirurgica di Genova, Socio corrispondente dell'Accademia Fisiocritica di Siena, dell'Accademia Medico-chirurgica di Perugia, della *Societas medicorum Svecana* di Stoccolma, Membro onorario dell'*American Neurological Association* di New-York, Socio onorario della *Royal Microscopical Society* di Londra, Membro corrispondente della R. Accademia di Medicina del Belgio, Membro onorario della Società freniatrica italiana e dell'Associazione Medico-Lombarda, Socio onorario del Comizio Agrario di Pavia, Professore ordinario di Patologia generale e di Istologia nella R. Università di Pavia, Membro effettivo della Società Italiana d'Igiene e dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Membro onorario dell'Università di Dublino, Socio corrispondente della Società medica di Batavia, Membro straniero dell'Accademia di Medicina di Parigi, Membro onorario dell'Imperiale Società degli alienisti e neurologi di Kazan, Socio emerito della R. Accademia medico-chirurgica di Napoli, Socio corri-

spondente dell'Imp. Accademia delle Scienze di Vienna, Socio onorario della R. Società dei Medici in Vienna, Cav. ☩, ☩, Comm. ✠.
13 Febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Lorenzoni (Giuseppe), Dottore negli Studi d'Ingegnere civile ed Architetto, Professore di Astronomia della R. Università e Direttore dell'Osservatorio astronomico di Padova, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, uno dei XL della Società italiana delle Scienze, Socio effettivo del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze ed Arti di Modena, Membro della Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca, ✠, Comm. ☩. — *Padova, Osservatorio astronomico.*
5 Marzo 1905 - 27 aprile 1905.

ACCADEMICI STRANIERI

Klein (Felice), Professore nell'Università di Gottinga. — 10 Gennaio 1897 - 24 gennaio 1897.

Haeckel (Ernesto), Professore nella Università di Jena. — 13 Febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Darboux (Giovanni Gastone), Membro dell'Istituto di Francia (Parigi). — 14 Giugno 1903 - 28 giugno 1903.

Poincaré (Giulio Enrico), Membro dell'Istituto di Francia (Parigi). — 14 Giugno 1903 - 28 giugno 1903.

Helmert (Federico Roberto), Direttore del R. Istituto Geodetico di Prussia, Potsdam. — 14 Giugno 1903 - 28 giugno 1903.

Hoff (Giacomo Enrico van 't), Professore nella Università di Berlino. — 5 Marzo 1905 - 27 aprile 1905.

Noether (Massimiliano), Professore dell'Università di Erlangen. — 15 maggio 1910 - 12 giugno 1910.

Beyer (v. Adolfo), Professore dell'Università di München. — Id. id,

Thomson (John Joseph), Professore dell'Università di Cambridge. — Id. id.

Suess (Edoardo), Professore dell'I. R. Università di Vienna. — Id. id.

CORRISPONDENTI

Sezione di Matematiche pure.

Tardy (Placido), Professore emerito della R. Università di Genova (Firenze). — 16 Luglio 1864.

Cantor (Maurizio), Professore nell'Università di Heidelberg. — 25 Giugno 1876.

Schwarz (Ermanno A.), Professore nella Università di Berlino. — 19 Dicembre 1880.

Bertini (Eugenio), Professore nella Regia Università di Pisa. — 9 Marzo 1890.

Jordan (Camillo), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto (Parigi). — 12 Gennaio 1896.

Mittag-Leffler (Gustavo), Professore a Stoccolma. — 12 Gennaio 1896.

Picard (Emilio), Professore alla Sorbonne, Membro dell'Istituto di Francia, Parigi. — 10 Gennaio 1897.

Castelnuovo (Guido), Prof. nella R. Università di Roma. — 17 Aprile 1898.

Veronese (Giuseppe), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Padova. — 17 Aprile 1898.

Zeuthen (Gerolamo Giorgio), Professore nella Università di Copenhagen. — 14 Giugno 1903.

Hilbert (Davide), Prof. nell'Università di Göttingen. — 14 Giugno 1903.

Enriques (Federico), Professore dell'Università di Bologna. — 15 maggio 1910.

Guccia (Gio. Batt.), Professore nell'Università di Palermo. — Id. id.

Sezione di Matematiche applicate, Astronomia e scienza dell'ingegnere civile e militare.

Ewing (Giovanni Alfredo), Professore nell' Università di Cambridge. — 27 Maggio 1894.

Celoria (Giovanni), Astronomo all'Osservatorio di Milano. — 12 Gennaio 1896.

Pizzetti (Paolo), Professore nella R. Università di Pisa. — 14 Giugno 1903.

Cerulli (Vincenzo), Dottore, Direttore dell'Osservatorio Collurania. Teramo. — 15 maggio 1910.

Darwin (Sir Giorgio H.), Professore di Astronomia al Trinity College, Cambridge. — Id. id.

Boussinesq (Valentino), Membro dell' Istituto, Professore nell'Università di Parigi. — Id. id.

Levi-Civita (Tullio), Professore nella R. Università di Padova. — 15 maggio 1910.

Cavalli (Ernesto), Professore nella R. Scuola Superiore politecnica di Napoli. — Id. id.

Sezione di Fisica generale e sperimentale.

Blaserna (Pietro), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 30 Novembre 1873.

Roiti (Antonio), Professore nel R. Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze. — 12 Marzo 1882.

Righi (Augusto), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Bologna. — 14 Dicembre 1884.

Lippmann (Gabriele), dell'Istituto di Francia (Parigi). — 15 Maggio 1892.

Rayleigh (Lord Giovanni Guglielmo), Professore nella *Royal Institution* di Londra. — 3 Febbraio 1895.

Pacinotti (Antonio), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Pisa. — 17 Aprile 1898.

Röntgen (Guglielmo Corrado), Professore nell'Università di München. — 14 Giugno 1903.

Lorentz (Enrico), Professore nell'Università di Leiden. — 14 Giugno 1903.

Battelli (Angelo) Professore nell'Università di Pisa. — 15 maggio 1910.

Garbasso (Antonio), Professore nell'Università di Genova. — Id. id.

Neumann (Carlo), Professore nell'Università di Lipsia. — Id. id.

Zeeman (P.), Professore nell'Università di Amsterdam. — Id. id.

Cantone (Michele), Professore nell'Università di Napoli. — Id. id.

Sezione di Chimica generale ed applicata.

Paternò (Emanuele), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 2 Gennaio 1881.

Körner (Guglielmo), Professore nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in Milano. — 2 Gennaio 1881.

Lieben (Adolfo), Professore nell'Università di Vienna. — 15 Maggio 1892.

Fischer (Emilio), Professore nell'Università di Berlino. — 24 Gennaio 1897.

Ramsay (Guglielmo), Professore nell'Università di Londra. — Id. id.

Schiff (Ugo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze. — 28 Gennaio 1900.

Dewar (Giacomo), Professore nell'Università di Cambridge. — 14 Giugno 1903.

Ciamician (Giacomo), Professore nell'Università di Bologna. — 14 Giugno 1903.

Ostwald (Dr. Guglielmo), Gross Bothen (Sachsen). — 5 Marzo 1905.

Arrhenius (Ivante Augusto), Professore e Direttore dell'Istituto Fisico dell'Università di Stoccolma. — 5 Marzo 1905.

Nernst (Walter), Professore nell'Università di Berlino. — 5 Marzo 1905.

Haller (Albin), Membro dell'Istituto, nell'Univ. di Parigi. — 15 Maggio 1910.
Willstätter (Richard), Professore nell'Università di Zürich. — Id. id.
Engler (Carlo), Professore nella Scuola superiore tecnica di Karlsruhe. — Id. id.
Meyer (Ernesto), Professore nella R. Scuola tecnica superiore in Dresda. — Id. id.

Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia.

Strüver (Giovanni), Professore nella R. Università di Roma. — 30 Novembre 1873.
Rosenbusch (Enrico), Professore nell'Univ. di Heidelberg. — 25 Giugno 1876.
Zirkel (Ferdinando), Professore nell'Università di Bonn. — 16 Gennaio 1881.
Capellini (Giovanni), Professore nella R. Univ. di Bologna. — 12 Marzo 1882.
Tschermak (Gustavo), Professore nell'Università di Vienna. — 8 Febbraio 1885.
Geikie (Arcibaldo), Direttore del Museo di Geologia pratica (Londra). — 3 Dicembre 1893.
Groth (Paolo Enrico), Professore nell'Università di Monaco. — 13 Febbraio 1898.
Taramelli (Torquato), Professore nella R. Univ. di Pavia. — 28 Gennaio 1900.
Liebisch (Teodoro), Professore nell'Università di Gottinga. — Id. id.
Bassani (Francesco), Professore nella R. Univ. di Napoli. — 14 Giugno 1903.
Issel (Arturo), Professore nella R. Università di Genova. — Id. id.
Levy (Michele), dell'Istituto di Francia, Professore all'Università di Parigi. — 5 Marzo 1905.
Goldschmidt (Viktor), Professore nell'Univ. di Heidelberga. — 5 Marzo 1905.
Suess (Francesco Edoardo), Professore nella I. Università di Vienna. — 5 Marzo 1905.
Haug (Emilio), Professore nell'Università di Parigi. — 5 Marzo 1905.
Lacroix (Alfredo), Membro dell'Istituto, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — 15 Maggio 1910.
Kilian (Carlo), Professore nell'Università di Grenoble. — Id. id.

Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale.

Saccardo (Andrea), Professore nella R. Università di Padova. — 8 Febbraio 1885.
Hooker (Giuseppe **Dalton**), Direttore del Giardino Reale di Kew (Londra). — 8 Febbraio 1885.
Pirotta (Romualdo), Professore nella R. Univ. di Roma. — 15 Maggio 1892.
Strasburger (Edoardo), Professore nell'Univ. di Bonn. — 3 Dicembre 1893.
Goebel (Carlo), Professore nell'Università di Monaco. — 13 Febbraio 1898.
Penzig (Ottone), Professore nell'Università di Genova. — Id. id.
Schwendener (Simone), Professore nell'Univ. di Berlino. — Id. id.
Wiesner (Giulio), Professore nella I. R. Univ. di Vienna. — 14 Giugno 1903.
Klebs (Giorgio), Professore nell'Università di Halle. — Id. id.

Belli (Saverio), Professore nella R. Università di Cagliari. — Id. id.

Baccarini (Pasquale), Professore nell' Istituto di Studi superiori in Firenze. — 15 Maggio 1910.

Mangin (Luigi), Membro dell'Istituto, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — Id. id.

Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata.

Sclater (Filippo **Lutley**), Segretario della Società Zoologica di Londra. — 25 Gennaio 1885.

Chauveau (G. B. Augusto), Membro dell'Istituto di Francia, Professore alla Scuola di Medicina di Parigi. — 1° Dicembre 1889.

Waldeyer (Guglielmo), Professore nell'Università di Berlino. — Id. id.

Guenther (Alberto), Londra. — 3 Dicembre 1893.

Roux (Guglielmo), Professore nell'Università di Halle. — 13 Febbraio 1898.

Minot (Carlo Sedgwick), Professore nell' " Harvard Medical School " di Boston Mass. (S. U. A.). — 28 Gennaio 1900.

Boulenger (Giorgio Alberto), Assistente al Museo di Storia Naturale di Londra. — 28 Gennaio 1900.

Marchand (Felice), Professore nell'Università di Leipzig. — 14 Giugno 1903.

Weismann (Augusto), Professore nell'Università di Freiburg i. Br. (Baden). — 5 Marzo 1905.

Lankester (Edwin Ray), Direttore del *British Museum of Natural History*. — 5 Marzo 1905.

Dastre (Alberto Giulio), Membro dell'Istituto, Professore nell'Università di Parigi. — 5 Marzo 1905.

Ramôn y Cajal (Santiago), Professore nell' Università di Madrid. — 15 Maggio 1910.

Metchnikoff, Dottore, Vice Direttore dell' Istituto Pasteur in Parigi. — Id. id.

Kossel (Albrecht), Professore nell'Università di Heidelberg. — Id. id.

Ehrlich (Paolo), Professore, Direttore dell'Istituto sperimentale di terapia in Frankfurt a. M. — Id. id.

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore.

Manno (Barone D. Antonio), Senatore del Regno, Membro e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro del Consiglio degli Archivi e dell'Istituto storico italiano, Commissario di S. M. presso la Consulta araldica, Dottore *honoris causa* della R. Università di Tübingen, Gr. Uffiz. ✠ e Gr. Cord. ✠, Balì Gr. Cr. d'on. e devoz. del S. M. O. di Malta, decorato di Ordini stranieri. — *Torino, Via Ospedale, 19.*
Rieletto alla carica il 24 aprile 1910 - 12 maggio 1910.

Segretario.

De Sanctis (Gaetano), Dottore in Lettere, Professore di Storia antica nella R. Università di Torino, Socio ordinario della Società Archeologica italiana e della Pontificia Accademia romana di Archeologia, ✠. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele, 44.*
Rieletto alla carica il 24 aprile 1910 - 12 maggio 1910.

ACCADEMICI RESIDENTI

Rossi (Francesco), Dottore in Filosofia, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei in Roma, ✠. — *Torino, Via Gioberti, 30.*
10 Dicembre 1876 - 28 dicembre 1876. — Pensionato 1° agosto 1884.

Manno (Barone D. Antonio), *predetto.*
17 Giugno 1877 - 11 luglio 1877. — Pensionato 28 febbraio 1886.

Carle (Giuseppe), Senatore del Regno, Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza e Professore di Filosofia del Diritto nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, ✠, Uff. ✠, Comm. ✠. — *Torino, Piazza Statuto, 15.*
7 Dicembre 1879 - 1° gennaio 1880. — Pensionato 4 agosto 1892.

Graf (Arturo), Professore di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Membro della Società Romana di Storia patria, Socio onorario della R. Accademia di Scienze, Lettere e Belle Arti di Palermo, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, dell'Ateneo di Brescia, della R. Accad. dei Lincei, ecc., Comm. ✠ e ✠. — *Torino, Via Bricherasio, 11.*
15 Gennaio 1888 - 2 febbraio 1888. — Pensionato 20 maggio 1897.

Boselli (Paolo), *predetto.*
15 Gennaio 1888 - 2 febbraio 1888. — Pensionato 13 ottobre 1897.

Cipolla (Conte Carlo), Dottore in Filosofia, Professore emerito nella R. Università di Torino, Prof. di Storia moderna nel R. Istituto di Studi Superiori in Firenze, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio effettivo della R. Deputazione Veneta di Storia patria, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Monaco (Baviera), del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti e della R. Deputazione Storica toscana, Comm. ✠. — *Firenze, Via Lorenzo il Magnifico, 8.*
15 Febbraio 1891 - 15 marzo 1891. — Pensionato 4 marzo 1900.

Allievo (Giuseppe), Dottore aggregato in Filosofia, Professore di Pedagogia e Antropologia nella R. Università di Torino, Socio onorario della R. Accademia delle Scienze di Palermo, dell'Accademia di S. Anselmo di Aosta, dell'Accademia Dafnica di Acireale, della Regia Imperiale Accademia degli Agiati di Rovereto, dell'Arcadia, della R. Accademia di Lucca, dell'Accademia degli Zelanti di Acireale e dell'Accademia cattolica panormitana, Cav. ✠, Gr. Uff. ✠. — *Torino, Piazza Statuto, 18.*
13 Gennaio 1895 - 3 febbraio 1895. — Pensionato 20 giugno 1901.

Renier (Rodolfo), Dottore in Lettere ed in Filosofia, Professore di Storia comparata delle Letterature neolatine nella R. Università di Torino, Socio attivo della R. Commissione dei testi di lingua; Socio non residente dell'I. R. Accademia degli Agiati di Rovereto; Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Deputazione Veneta di Storia patria, di quella per le Marche, di quella per l'Umbria, di quella per l'Emilia e di quella per le Antiche Provincie e la Lombardia, della Società storica abruzzese e della Commissione di Storia patria e di Arti belle della Mirandola, della Deputazione municipale ferrarese di storia patria, della R. Accademia Virgiliana di Mantova, dell'Accademia di Verona, della R. Accademia di Padova, dell'Ateneo Veneto e di quello di Brescia; Membro della Società storica lombarda e della Società Dantesca italiana; Socio onorario dell'Accademia Etrusca di Cortona, della R. Accademia di scienze e lettere di Palermo, dell'Accademia Cosentina e dell'Accademia Dafnica di Acireale, Uffiz. ✠, Comm. ✠. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele, 90.*
8 Gennaio 1899 - 22 gennaio 1899. — Pensionato 30 ottobre 1906.

Pizzi (Nobile Italo), Dottore in Lettere, Professore di Persiano e Sanscrito nella R. Università di Torino, Socio corrispondente della Società Colombaria di Firenze, Dottore onorario dell'Università di Lovanio, Socio corrispondente dell'Ateneo Veneto, dell'Accademia Petrarchesca di Arezzo, dell'Accademia Dafnica di Acireale, dell'Accademia dell'Arcadia di Roma, ✠, ✠. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele, 16.*
8 Gennaio 1899 - 22 gennaio 1899. — Pensionato 16 giugno 1907.

Chironi (Dott. Giampietro), Senatore del Regno, Professore ordinario di Diritto Civile nella R. Università di Torino, Direttore della R. Scuola superiore di studi applicati al Commercio in Torino, Dottore aggregato

della Facoltà di Giurisprudenza nella R. Università di Cagliari, Membro del Consiglio superiore dell'Istruzione pubblica, del Consiglio superiore per l'Istruzione commerciale, agricola, industriale, della Commissione Reale per la riforma del Diritto privato, Socio corrispondente dell'Accademia di Legislazione di Tolosa (Francia), dell'Associazione internazionale di Berlino per lo studio del Diritto comparato, dell'Accademia Americana di Scienze sociali e politiche, ✻. Comm. ✠. — *Torino, Via Monte di Pietà, 26.*
20 Maggio 1900 - 31 maggio 1900. - Pensionato 29 agosto 1909.

De Sanctis (Gaetano), *predetto.*
21 Giugno 1903 - 8 luglio 1903.

Ruffini (Francesco), Dottore in Leggi, Rettore della R. Università di Torino, Membro corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere Professore di diritto ecclesiastico, ✻, Comm. ✠. — *Torino, Via Principe Amedeo, 22.*
21 Giugno 1903 - 8 luglio 1903.

Stampini (Ettore), Dottore in Lettere ed in Filosofia, Professore ordinario di Letteratura latina e Direttore della Biblioteca della Facoltà di Filosofia e Lettere nella R. Università di Torino, Presidente del Circolo di Milano per le ispezioni delle scuole medie, Socio corrispondente della R. Accademia Peloritana, dell'Ateneo di Brescia e dell'Accademia Virgiliana di scienze, lettere ed arti di Mantova, Decorato della Medaglia del Merito Civile di 1ª Classe della Repubblica di S. Marino, ✻, Comm. ✠. — *Piazza Vittorio Emanuele I, 10.*
20 Maggio 1906 - 9 giugno 1906.

D'Ercole (Pasquale), Dottore in Filosofia, Professore di Filosofia teoretica nella R. Università di Torino, Membro della Società Filosofica di Berlino, Socio corrispondente della R. Accademia delle Scienze morali e politiche di Napoli, Uff. ✻, Comm. ✠. — *Corso Siccardi, 26.*
17 Febbraio 1907 - 19 Aprile 1907.

Brondi (Vittorio), Dottore in Legge, Professore di Diritto amministrativo e Scienza dell'Amministrazione nella R. Università di Torino, Membro del Consiglio Superiore di assistenza e beneficenza pubblica, Socio corrispondente onorario del Circolo di Studi sociali di Firenze, ✻, Comm. ✠. — *Torino, Via Montebello, 26.*
17 Febbraio 1907 - 19 Aprile 1907.

Sforza (Conte Giovanni), Vice-Presidente della R. Deputazione di Storia patria di Modena, per la Sotto-Sezione di Massa e Carrara, Socio effettivo di quelle delle antiche Provincie e della Lombardia, di Parma e Piacenza e della Toscana, Corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, dell'Ateneo di Brescia e della Società Ligure di Storia patria, Socio ordinario non residente della R. Accademia Lucchese, Socio onorario della R. Accademia di Belle Arti di Carrara, Membro d'onore dell'*Académie Chablaisienne* di Thonon-les-Bains, Membro aggregato

dell'*Académie des Sciences, Belles Lettres et Arts de Savoie*, Socio dell R. Commissione per i testi di lingua, Membro della Commissione Araldica Piemontese, della Società di Storia patria di Vignola, della Commissione municipale di Storia patria e belle arti della Mirandola, della Commissione senese di Storia patria e della Società storica di Carpi, Corrispondente della R. Accademia Valdarnese del Poggio in Montevarchi, della Società Georgica di Treia e della Colombaria di Firenze, ecc., ecc., Presidente onorario della R. Accademia dei Rinnovati di Massa, Direttore del R. Archivio di Stato di Torino ed incaricato della reggenza provvisoria del R. Archivio di Stato di Venezia, Gr. Uff. dell'Ordine del Medjidiè di Turchia, Uff. ✻ e Comm.. ☙. — *Via Giusti, 4.*
17 Febbraio 1907 - 19 aprile 1907,

Einaudi (Luigi), Dottore in legge, Professore di Scienza delle finanze e Diritto finanziario della R. Università di Torino ed incaricato di economia e legislazione industriale nel R. Politecnico di Torino, Membro della Regia Deputazione sovra gli Studi di Storia patria per le antiche provincie e la Lombardia, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei e di quella dei Georgofili. — *Via Giusti, 4.*
10 Aprile 1910 - 1° maggio 1910.

Baudi di Vesme (Alessandro dei conti), Dottore, Direttore della R. Pinacoteca di Torino, Vice Presidente della Regia Deputazione sovra gli Studi di Storia patria per le antiche provincie. — *Via dei Mille, 54.*
10 Aprile 1910 - 1° maggio 1910.

Schiaparelli (Ernesto), Dottore in lettere, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Membro onorario dell'Istituto Khediviale egiziano e della Società Asiatica di Francia, della Società di Archeologia biblica di Londra, Direttore del R. Museo di Antichità di Torino, ✻, Comm. ☙.
10 Aprile 1910 - 1° maggio 1910.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Villari (Pasquale), Senatore del Regno, Presidente dell'Istituto Storico di Roma, Professore di Propedeutica Storica e Presidente della Sezione di Filosofia e Lettere nell'Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Socio residente della R. Accademia della Crusca, Presidente della R. Accademia dei Lincei, Socio nazionale della R. Accademia di Napoli, della R. Accademia dei Georgofili, della Pontaniana di Napoli, Presidente della R. Deputazione di Storia Patria per la

Toscana, Socio di quella per le provincie di Romagna, Socio straordinario del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia di Baviera, Socio straniero dell'Accademia di Berlino, dell'Accademia di Scienze di Gottinga, della R. Accademia Ungherese, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Scienze morali e politiche), Dott. on. in Legge della Università di Edimburgo, di Halle, Dott. on. in Filosofia dell'Università di Budapest, Professore emerito della R. Università di Pisa, Cav. dell'Ordine supremo della SS. Annunziata, Gr. Uffiz. ✠ e Gr. Cord. ✠, Cav. ✠, Cav. del Merito di Prussia, ecc.
16 Marzo 1890 - 30 marzo 1890.

Comparetti (Domenico), Senatore del Regno, Professore emerito dell' Università di Pisa e dell'Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Socio corrispondente dell'Accademia della Crusca, del R. Istituto Lombardo e del R. Istituto Veneto, Membro della Società Reale pei testi di lingua, Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) e corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco, di Vienna, di Copenhagen e di Pietroburgo, Dottore *ad honorem* delle Università di Oxford e di Cracovia, Uff. ✠, Comm. ✠, Cav. ✠. — *Firenze, Via Lamarmora, 20.*
20 Marzo 1892 - 26 marzo 1892.

D'Ancona (Alessandro), Senatore del Regno, già Professore di Letteratura italiana nella R. Università e già Direttore della Scuola normale superiore in Pisa, Membro della Deputazione di Storia patria per la Toscana, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Académie des Inscriptions et Belles Lettres), della R. Accademia di Copenhagen, dell' Accademia della Crusca, del R. Istit. Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto, della R. Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti di Napoli e della R. Accademia di Lucca, Doct. Philosoph. (honoris causa) dell'Università di Berlino, Cav. della Legione d'Onore, Cav. ✠, Gr. Uff. ✠, Comm. ✠. — *Firenze, Piazza Savonarola, 2.*
20 Febbraio 1898 - 3 marzo 1898.

Savio (Sacerdote Fedele), Professore di Storia ecclesiastica nella Pontificia Università Gregoriana, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio della Società Storica Lombarda. — *Roma, Via del Seminario, 120.*
20 Maggio 1900 - 31 maggio 1900.

Scialoja (Vittorio), Senatore del Regno, Dottore in Leggi, Professore ordinario di Diritto romano nella R. Università di Roma, Professore onorario della Università di Camerino, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei e della R. Accademia di Napoli, di Bologna, di Modena

e di Messina, Socio onorario della R. Accademia di Palermo, ecc., Comm. ✠ e Gr. Uffiz. ♔. — *Roma, Piazza Grazioli, 5.*
29 Marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Rajna (Pio), Dottore in Lettere, Dottore " honoris causa „ dell'Università di Giessen, Professore ordinario di lingue e letterature neo-latine nel R. Istituto di Studi superiori di Firenze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Accademico residente della Crusca, Socio Urbano della Società Colombaria, Socio onorario della R. Accademia di Padova, della Società Dantesca americana, della " New Language Association of America „, della " Société néophilologique „ dell'Università di Pietroburgo, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della Società Reale di Napoli, della R. Accademia di Palermo, della R. Accademia delle Scienze di Berlino, della R. Società delle Scienze di Göttingen, dell'Istituto di Francia (Académie des Inscriptions et Belles-Bettres), della Società Reale di Scienze e Lettere di Göteborg, dell'Accademia R. Lucchese e della R. Deputazione di Storia Patria per la Toscana, ⚜, Uff. ✠, Comm. ♔. — *Firenze, Piazza d'Azeglio, 13.*
29 Marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Kerbaker (Michele), Dottore in lettere, Professore di Storia comparata delle lingue classiche e incaricato di Sanscrito nella R. Università di Napoli, Socio ordinario della R. Accademia dei Lincei, Socio residente della Società Reale di Napoli, della R. Accademia Pontaniana, Membro della Società Asiatica italiana di Firenze, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Comm. ✠ e ♔. — *Napoli, Vomero, Via Scarlatti, 60.*
26 Marzo 1905 - 27 aprile 1905.

Guidi (Ignazio), Dottore, Professore di Ebraico e di Lingue semitiche nella R. Università di Roma, Socio e Segretario della Classe di scienze morali, storiche e filologiche della R. Accademia dei Lincei, ⚜, Uff. ✠, ♔, C. O. St. P. di Svezia. — *Roma, Botteghe Oscure, 24.*
12 Aprile 1908 - 14 maggio 1908.

Tocco (Felice), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di perfezionamento, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio ordinario non residente della R. Accademia di Scienze morali-politiche di Napoli, Socio corrispondente dell'Istituto Veneto, Socio ordinario della Colombaria di Firenze e corrispondente della R. Deputazione di Storia patria per la Toscana, Uff. ✠.
12 Aprile 1908 - 14 maggio 1908.

Pigorini (Luigi), Direttore dei Musei Preistorico e Kircheriano, Professore nella R. Università di Roma. Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei. — *Via del Collegio Romano, 26.*
12 Aprile 1908 - 14 maggio 1908.

ACCADEMICI STRANIERI

Meyer (Paolo), Membro dell' Istituto, Professore nel Collegio di Francia, Direttore dell'*École des Chartes* (Parigi). — 4 Febbraio 1883 - 15 febbraio 1883.

Maspero (Gastone), Membro dell'Istituto, Professore nel Collegio di Francia (Parigi). — 26 Febbraio 1893 - 16 marzo 1893.

Brugmann (Carlo), Professore nell'Università di Lipsia. — 31 Gennaio 1897 - 14 febbraio 1897.

Bréal (Michele Giulio Alfredo), Membro dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) (Parigi). — 29 Marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Wundt (Guglielmo), Professore nell'Università di Lipsia. — 29 Marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Foerster (Wendelin), Professore nell' Università di Bonn, Comm. ✻. — 12 Aprile 1908 - 14 maggio 1908.

Duchesne (Luigi), Membro dell' Istituto di Francia, Direttore della Scuola Francese in Roma. — 12 Aprile 1908 - 14 maggio 1908.

Saleilles (Raimondo), Professore nell'Università di Parigi. — 12 Aprile 1908 - 14 maggio 1908.

Jellinek (Giorgio), Prof. nell'Università di Heidelberg. — 12 Aprile 1908 - 14 maggio 1908.

CORRISPONDENTI

Sezione di Scienze Filosofiche.

Bonatelli (Francesco), Professore nella R. Università di Padova. — 15 Febbraio 1882.
Pinloche (Augusto), Prof. nel Liceo Carlomagno di Parigi. — 15 Marzo 1896.
Chiappelli (Alessandro), Prof. nella R. Università di Napoli. — 15 Marzo 1896.
Masci (Filippo), Professore nella R. Università di Napoli. — 14 Giugno 1903.
Zuccante (Giuseppe), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — 31 Maggio 1908.

Sezione di Scienze Giuridiche e Sociali.

Schupfer (Francesco), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 14 Marzo 1886.
Gabba (Carlo Francesco), Prof. nella R. Univ. di Pisa. — 3 Marzo 1889.
Buonamici (Francesco), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Pisa. — 16 Marzo 1890.
Dareste (Rodolfo), dell'Istituto di Francia (Parigi). — 26 Febbraio 1893.
Bonfante (Pietro), Prof. nella R. Università di Pavia. — 21 Giugno 1903.
Toniolo (Giuseppe), Prof. nella R. Università di Pisa. — 10 Giugno 1906.
Brandileone (Francesco), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Brini (Giuseppe), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Fadda (Carlo), Prof. nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Filomusi-Guelfi (Francesco), Prof. nella R. Università di Roma. — Id. id.
Polacco (Vittorio), Prof. nella R. Università di Padova. — Id. id.
Stoppato (Alessandro), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Simoncelli (Vincenzo), Prof. nella R. Università di Roma. — Id. id.

Sezione di Scienze storiche.

Birch (Walter de **Gray**), del Museo Britannico di Londra. — 14 Marzo 1886.
Chevalier (Canonico Ulisse), Romans. — 26 Febbraio 1893.
Bryce (Giacomo), Londra. — 15 Marzo 1896.
Patetta (Federico), Prof. nella R. Università di Torino. — 15 Marzo 1896.
Gloria (Andrea), Prof. nella R. Università di Padova. — 21 Giugno 1903.
Venturi (Adolfo), Professore nella R. Università di Roma. — 31 Maggio 1908.
Luzio (Alessandro), Direttore del R. Archivio di Stato in Mantova. — Id. id.

Sezione di Archeologia ed Etnografia.

Lattes (Elia), Membro del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere (Milano). — 14 Marzo 1886.
Poggi (Vittorio), Bibliotecario e Archivista civico a Savona. — 2 Gennaio 1887.

Palma di Cesnola (Cav. Alessandro), Membro della Società degli Antiquari di Londra (Firenze). — 3 Marzo 1889.
Mowat (Roberto), Membro della Società degli Antiquari di Francia (Parigi). — 16 Marzo 1890.
Barnabei (Felice), Roma. — 28 Aprile 1895.
Gatti (Giuseppe), Roma. — 15 Marzo 1896.
Orsi (Paolo), Professore, Direttore del Museo Archeologico di Siracusa. — 31 Maggio 1908.
Patroni (Giovanni), Professore nella R. Università di Pavia. — Id. id.

Sezione di Geografia.

Dalla Vedova (Giuseppe), Professore nella R. Università di Roma. — 28 Aprile 1895.
Bertacchi (Cosimo), Professore nella R. Università di Palermo. — 21 Giugno 1903.

Sezione di Linguistica e Filologia orientale.

Marre (Aristide), Vaucresson (Francia). — 1° Febbraio 1885.
Amélineau (Emilio), Professore nella *École des Hautes Études* di Parigi. — 28 Aprile 1895.
Salvioni (Carlo), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — 31 Maggio 1908.
Lasinio (Fausto), Professore nel R. Istituto di studi superiori e di perfezionamento in Firenze. — Id. id.
Parodi (Giacomo (Ernesto), Professore nel R. Istituto di studi superiori e di perfezionamento in Firenze. — Id. id.
Schiaparelli (Celestino), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.
Teza (Emilio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.

Sezione di Filologia, Storia letteraria e Bibliografia.

Del Lungo (Isidoro), Socio residente della R. Accademia della Crusca (Firenze). — 16 Marzo 1890.
Novati (Francesco), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — 21 Giugno 1903.
Rossi (Vittorio), Professore nella R. Università di Pisa. — id. id.
Boffito (Giuseppe), Professore nel Collegio delle Querce in Firenze. — id. id.
D'Ovidio (Francesco), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Napoli. — id. id.
Biadego (Giuseppe), Bibliotecario della Civica di Verona. — id. id.
Cian (Vittorio), Professore nella R. Università di Pavia. — id. id.
Vitelli (Gerolamo), Professore nel R. Istituto di studi superiori e di perfezionamento in Firenze. — 31 Maggio 1908.
Flamini (Francesco), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.
Gorra (Egidio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.

MUTAZIONI

AVVENUTE

nel Corpo Accademico dal 31 Dicembre 1909
al 31 Dicembre 1910.

ELEZIONI

SOCI

Cipolla (Carlo) . . .
De Sanctis (Gaetano)
Sforza (Giovanni). .
— Eletti nell'adunanza della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche del 6 febbraio 1910, per comporre la Commissione del premio Gautieri per la Storia (triennio 1907-1909).

Naccari (Andrea) . .
Guareschi (Icilio) . .
Camerano (Lorenzo).
Segre (Corrado) . .
Renier (Rodolfo) . .
Ruffini (Francesco) .
De Sanctis (Gaetano)
Sforza (Giovanni). .
— Eletti in seduta delle Classi Unite del 20 febbraio 1910 per comporre la 1ª Giunta per il XVII premio Bressa del quadriennio 1907-1910 (Premio internazionale).

Ardigò (Roberto). In seduta del 6 marzo 1910 la Classe di Scienze morali, storiche e filologiche prende atto delle dimissioni rassegnate dal medesimo da Socio corrispondente per la sezione di Scienze filosofiche.

Einaudi (Luigi), Professore, Vice Direttore del Laboratorio di Economia politica " Cognetti De Martiis " della R. Università di Torino, eletto Socio nazionale residente nell'adunanza della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche del 10 aprile 1919, e approvata l'elezione con R. Decreto del 1° maggio 1910.

Baudi di Vesme (Alessandro dei Conti), Dottore, Direttore della R. Pinacoteca di Torino, id. id.

Schiaparelli (Ernesto), Professore, Direttore del R. Museo di Antichità di Torino, id. id.

Boselli (S. E. On. Paolo), eletto Presidente dell'Accademia nell'adunanza a Classi Unite del 24 aprile 1910, e approvata l'elezione con R. Decreto del 12 maggio 1910.

Naccari (Andrea), eletto Vice Presidente dell'Accademia. — Non accetta la carica.

Manno (Antonio), rieletto a Direttore di Classe nell'adunanza della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche del 24 aprile 1910, e approvata l'elezione con R. Decreto del 12 maggio 1910.

De Sanctis (Gaetano), rieletto a Segretario di Classe, id. id.

Salvadori (Tommaso), eletto Vice Presidente dell'Accademia nell'adunanza a Classi Unite del 15 maggio 1910. — Non accetta la carica.

Balbiano (Luigi), Professore del R. Politecnico di Torino, eletto Socio nazionale residente nell'adunanza della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali del 15 maggio 1910, e approvata l'elezione con R. Decreto del 12 giugno 1910.

Noether (Massimiliano), Professore nell' Università di Erlangen, eletto Socio straniero nell'adunanza della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali del 15 maggio 1910, e approvata l'elezione con R. Decreto 12 giugno 1910.

Baeyer (Adolfo von), Professore nell'Università di München, id. id.

Thomson (John Joseph), Professore nell'Università di Cambridge, id. id.

Suess (Edoardo), Professore dell'I. R. Università di Vienna, id. id.

Sono eletti a Soci corrispondenti nell'adunanza del 15 maggio 1910 della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nelle diverse Sezioni i seguenti:

I Sezione. — *Matematiche pure.*

Enriques (Federico), Professore di Geometria proiettiva e descrittiva dell'Università di Bologna.

Guccia (Gio. Batt.), Professore di Geometria superiore nell'Università di Palermo.

II Sezione — *Matematiche applicate, Astronomia e Scienza dell'ingegnere civile e militare.*

Cerulli (Vincenzo), Dottore, Direttore dell'Osservatorio Collurania, Teramo.

Darwin (Sir Giorgio), Prof. di Astronomia al Trinity College, Cambridge.

Boussinesq (Valentino), Professore di Calcolo delle probabilità e di Fisica matematica nell'Università di Parigi.

Levi-Civita (Tullio), Professore di Meccanica razionale nella R. Università di Padova.

Cavalli (Ernesto), Professore di Meccanica generale nella R. Scuola Superiore politecnica di Napoli.

III Sezione. — *Fisica generale e sperimentale.*

Battelli (Angelo), Professore di Fisica sperimentale nell'Università di Pisa.

Garbasso (Antonio), Professore di Fisica sperimentale nell' Università di Genova.

Neumann (Carlo), Professore di Matematica nell'Università di Lipsia.

Zeeman (P.), Professore di Fisica nell'Università di Amsterdam.

Cantone (Michele), Professore Ordinario di Fisica sperimentale nell'Università di Napoli.

IV Sezione. — *Chimica generale ed applicata.*

Haller (Albin), Professore di Chimica organica nell'Università di Parigi.
Willstätter (Richard), Professore di Chimica generale nell'Università di Zürich.
Engler (Carlo), Professore di Chimica nella Scuola superiore tecnica di Karlsruhe.
Meyer (v. Ernesto), Professore di Chimica organica nella R. Scuola tecnica superiore in Dresda.

V Sezione. — *Mineralogia, Geologia e Paleontologia.*

Lacroix (Alfredo), Professore di Mineralogia al Museo di Storia naturale di Parigi.
Kilian (Wilfrid), Professore di Mineralogia e Geologia nell'Università di Grenoble.

VI Sezione. — *Botanica e Fisiologia vegetale.*

Baccarini (Pasquale), Professore di Botanica nell' Istituto di Studi superiori in Firenze.
Mangin (Luigi), Professore di Botanica al Museo di Storia naturale di Parigi.

VII Sezione. — *Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata.*

Ramôn y Cajal (Santiago), Professore di Istologia e Patologia nell'Università di Madrid.
Metchnikoff, Dottore, Vice Direttore dell'Istituto Pasteur in Parigi.
Kossel (Albrecht), Professore di Fisiologia nell'Università di Heidelberg.
Ehrlich (Paolo), Professore, Direttore dell'Istituto sperimentale di terapia in Frankfurt a. M.

Camerano (Lorenzo), eletto alla carica triennale di Vice Presidente nella adunanza del 29 maggio 1910, e approvata l'elezione con R. Decreto 23 giugno 1910.
Segre (Corrado), eletto alla carica triennale di Segretario di Classe nella adunanza della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali del 19 giugno 1910, e approvata l'elezione con R. Decreto 17 luglio 1910.
Parona (Carlo Fabrizio), rieletto alla carica di Socio Tesoriere nell'adunanza del 27 novembre 1910, e approvata la elezione con R. Decreto 15 dicembre 1910.

MORTI

17 Gennaio 1910.

Kohlrausch (Federico), Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Fisica generale e sperimentale).

15 Febbraio 1910.

Porena (Filippo), Socio corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Geografia ed Etnografia).

18 Marzo 1910.

Tobler (Adolfo), Socio straniero della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

4 Aprile 1910.

Ardissone (Francesco), Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale).

10 Maggio 1910.

Cannizzaro (Stanislao), Socio nazionale non residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

4 Luglio 1910.

Schiaparelli (Giovanni), Socio nazionale non residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

24 Novembre 1910.

Mosso (Angelo), Socio nazionale residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

28 Gennaio 1907.

Foster (Michele), Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata).

. . . .

Sourindro Mohun Tagore, Socio corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Linguistica e Filologia orientale).

PUBBLICAZIONI PERIODICHE RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 1° Gennaio al 31 Dicembre 1910.

NB. Le pubblicazioni segnate con * si hanno in cambio:
quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Acireale.** R. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Zelanti. Rendiconti e Memorie, serie 3ª, vol. V e VI. — Memorie della Classe di Lettere. Ser. 3ª, vol. VI (1907-1908).

* **Aix-Marseille.** Université: Annales de la Faculté de Droit, T. II, Nos. 3-4. — Annales de la Faculté de Lettres, T. III, Nos. 1-4.

* **Alba.** Società di Studi storici ed artistici per Alba e territori connessi: Alba Pompeia, anno II, N. 1-6; III, 1-4.

Albany, N. Y. State Engineer and Surveyor. Report to the Governor of the Advisory Board of Consulting Engineers upon its Work relating to the Barge Canal from January 1, 1909 to January, 1, 1910.

* **Albuquerque.** University of New Mexico. Bulletin, Catalogue Series, vol. XX. — Language Series, vol. I, N. 2.

America. Library of Congress. Printed Cards how to order and use them. Bulletin 14, 15 (2d edition).

— Transactions and Proceedings of the American Philological Association. 1908, vol. XXXIX.

— American Urological Association. Transactions, 1909, vol. III. Eighth Annual Meeting at Atlantic City N. J. June 7th and 8th 1909.

* **Amsterdam.** Académie Royale des sciences. Verhandelingen Afd. Natuurkunde, 1 Sect., Dl. X, N. 1; 2e Sect., Dl. XIV, 2-4, XV, 1; Verhandelingen Afd. Letterkunde, Nieuwe Reeks, Dl. X, 2. — Zittingsverslagen Afd. Natuurkunde, vol. XVII. — Proceedings (Section of Science), vol. XI. — Verslagen en Mededeelingen-Letterkunde, 4e Reeks, Dl. IX. — Jaarb. 1908. — Prijsvers Sex Carmina. Amico Monita rebus novis adversanti.

* **Angers.** Société d'Études Scientifiques; Bulletin. Nouv. Sér., XXXVIIIe an., 1908.

Athènes. Observatoire National. Annales, T. V.

* **Austin.** Texas Academy of sciences. Transactions, 1907, vol. X.

Australia. V. **Melbourne.** V. **Sydney.**

* **Baltimore**. Johns Hopkins University. Circular, 1909, Nos. 1-9; 1910, 1-4. — American Chemical Journal, vol. XLI, Nos. 3-6; XLII, 1-6; XLIII, 1-5. — American Journal of Mathematics, vol. XXXI, Nos. 2-4. — American Journal of Philology, vol. XXX, Nos. 1-4; XXXI, 1. — Historical and Political Science, Ser. XXVII, Nos. 1-12; XXXVIII, 3.

— Johns Hopkins Hospital. Reports, vol. XV.

* **Barcelona**. R. Academia de Ciencias y Artes. Nómina del Personal académico, año de 1909 á 1910. — Memorias, 3ª época, vol. VIII, N. 7-23. — Boletín, 3ª época, vol. III, 1.

* **Basel**. Naturforschende Gesellschaft. Verhandlungen, Bd. XX. Heft 2-3; XXI.

* — Université. Catalogue des écrits académiques, Suisse, 1908-1909.

* **Bassano**. Museo Civico. Bollettino, anno VI (1909), 4; VII (1910), 1-3.

* **Batavia**. Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Guide to the Plan of the Museum. — Tijdschrift voor indische Taal. — Land en Volkenkunde Deel LI, Afl. 5-6; LII, 1-2. — Notulen, Deel XLVII, 1909, Afl. 1-4; XLVIII, 1910, 1-2. — Rapporten van de Commissie Nederlandisch-Indié voor Oudheidkundig ondezoek op Java en Madoera 1907-1908. — De Java-Oorlog van 1825-1830, VI Deel, 1909. — Verhandelingen, Deel LVIII, Stuk 1-2. — Ethnographica in het Museum.

— Meteorologisch Observatorium. Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indie. Dertigste Jaargang 1908, Deel I, Dagelijksche Regenval; II. Uitkomsten.

— R. Magnetical and Meteorological Observatory. Observations, vol. XXX, 1907 and Appendix II.

* **Bergen**. Bergen Museum. An Account of the Crustacea of Norway, vol. V, p. XXVII et XXX, Copepoda Harpacticoida. — Aarsberetning for 1909. — Avhandlinger og aarsberetning, 1909, 3die Hefte; 1910, 1-2.

* **Berkeley**. University of California. American Archaeology and Ethnology, V, 3; VII, 2, 4; IX, 1. — Botany, vol. III, 6-7; IV, 1. — Chronicle, vol. XI, 2-4; XII, 1. — Geology, vol. V, 16, 18-25. — Modern Philology, vol. I, 1-3. — Physiology, vol. III, 14-17. — Zoology, vol. IV. 3, 4; V, 2-4, 6-12; VI, 2-6. — Publications of the Academy of Pacific Coast History, vol. I, 3.

* **Berlin**. K. Preussische Akademie der Wissenschaften. Abhandlungen: 1909. Physikalisch-Mathematische Classe; 1909. Philosophisch-historische Classe. — Sitzungsberichte, 1909, N. XL-LIII; 1910, I-XXXIX. — Acta Borussica. Die Behördenorganisation und die allgemeine Staatsverwaltung Preussens im 18 Jahrhundert, Bd. V, Erste Hälfe von Anfang Januar 1730 bis Ende Dezember 1735; Bd. X, von Anfang 1754 bis August 1756. — Das Preussische Münzwesen im 18 Jahrhundert. Münzgeschichtlicher Teil. Bd. III (1755-1765), 1 v. 8°. — Die Getreidehandelspolitik und die Kriegsmagazinverwaltung Preussen 1740-1756, 1 vol. 8°.

— Centralbureau der Internationalen Erdmessung. Verhandlungen der vom 21 bis 29 Septembre 1909 in London u. Cambridge abgehaltenen 16. allgemeinen Conferenz. I Th. Sitzungsberichte u. Landesberichte über die Arbeiten in den einzelnen Staaten. Berlin. Leyde, 1910; 1 vol. 4°.

Berlin. Zentralbureau der Internat. Erdmessung. Veröffentlichungen. N. F., N. 20.

** — Historische Gesellschaft. Jahresberichte der Geschichswissenschaft. XXX. Jahrg. 1907; 2 vol. 8°.

* **Bern.** Naturforschende Gesellschaft Mitteilungen... aus dem Jahre 1908, Nr. 1665-1700; 1909, Nr. 1701-1739.

* **Besse.** Station Limnologique. Annales; 1909, fasc. 3° e 4°; T. II, 1.

* **Beyrouth.** Université de St.-Joseph. Al-Machrio. Revue catholique orientale mensuelle. 1910, XII Ann., N. 1-12.

* **Bologna.** Istituto di Bologna. R. Accademia delle Scienze. Classe di Scienze fisiche. Memorie, Ser. VI, t. VI (1908-1909). — Rendiconti, N. S., vol. XIII (1908-1909).

— Osservatorio della R. Università. Osservazioni meteorologiche dell'annata 1908, 1909.

* — Biblioteca Comunale. L'Archiginnasio. An. IV, 1909, N. 6; V, 1910, 1-5.

* **Bordeaux.** Faculté des Lettres... et des Universités du Midi. Bulletin hispanique, T. XII, 1-4. — Bulletin italien, T. X, 1-4. — Revue des études anciennes, T. XII (1910), 1-4.

* — Société des sciences physiques et naturelles. Procès-verbaux des Séances, an. 1908-1909.

— Commission météorologique du Département de la Gironde. Bulletin, an. 1908.

* **Boston.** American Academy of Arts and Sciences. Proceedings, vol. XLIV, Nos. 18-26; XLV, 1-15.

* — Boston Society of Natural History. Proceedings, vol. XXXIV, 5-8. — Occasional Papers, VII. Fauna of New England. 11. List of the Aves.

— Massachusetts General Hospital. Publications, vol. II, N. 2; vol. III, 1.

* **Brescia.** Ateneo. Commentari per l'anno 1909; 8°.

* **Brooklyn.** Museum of Brooklyn Institute of Arts and Sciences. Science Bulletin, vol. I, N. 15, 16.

* **Bruxelles.** Académie Royale de Belgique. Annuaire, 1910. — Classe des sciences: Bulletin, 1909, N. 1-13; 1910, 1-6. — Mémoires, Collect. in-8°, 2e Sér., T. II, fasc. 5-6. — Mémoires, Collect. in-4°, 2e Sér., T. II, fasc. 2-3. — Biographie nationale, T. XX, fasc. 2.

* — Société d'Archéologie Annales, T. XXIII, 1909, livr. 1-4. — Annuaire, T. XXI, 1910.

* — Société des Bollandistes. Analecta Bollandiana, T. XXVIII, fasc. 4; XXIX, fasc. 1, 3.

* — Société Entomologique de Belgique. Mémoires, T. XVII. — Annales, T. LIII.

* — Société Belge de Géologie, de Paléontologie et d'Hydrologie. Bulletin, T. XXIII, 1909, Nos. 1-10; XXIV, 1-3. — Mémoires, T. XXIII, 1909, Nos. 1-4.

* — Société Royale Zoologique et Malacologique de Belgique. Annales, an. 1908, T. XLIII.

* — Musée Royal d'Histoire naturelle de Belgique. Extrait des Mémoires, T. V. — Études sur les Végétaux fossiles du Trieu de Leval (Hainaut)

par P. Marty, avec une note préliminaire sur la résine fossile de ce gisement par M. Langeron. — Les fossiles du Jurassique de la Belgique avec description stratigraphique de chaque étage par H. Joly. — Exploration de la mer sur les côtes de Belgique par G. Gilson, 1e partie. — Descriptions des Ammonitides du crétacé supérieur du Limburg Belge et Hollandais et du Hainaut par De Grossouvre. — Pélécypodes du Montien de Belgique par M. Cosmann.

* **Bruxelles**. Observatoire Royal de Belgique. Annuaire astronom. pour 1910. — Annuaire météorologique pour 1910. — Annales, Nouv. sér.. Annales astronomiques, T. XII, fasc. 1. — Physique du Globe, T. IV, fasc. 2. — Liste des Observatoires Magnétiques et des Observatoires Sismologiques.

* **Bucureşti**. Societăţii de Ştiinţe. Buletinul. An. XVIII, 1909, N. 5-6; XIX, 1-5.

* **Budapest**. Ungarische geologische Gesellschaft. Földtani közlöny (Geologische Mitteilungen), XXXIX kötet, 6-12 füzet, 1909; XL, 1-5, 1910.

— Budapester königliche Gesellschaft der Aerzte. Verhandlungen, 1907, 1908

* **Buenos Aires**. Museo Nacional. Anales, Ser. III, T. XII.

* — Sociedad Científica Argentina. Anales, 1909, T. LXVIII, Entrega 2-6; LXIX, 1-4. — Centenaire de la Révolution de mai, 1810-1910.

— Bulletin mensuel de Statistique municipale, XXIIIe ann., 1909, N. 10-12; XXIV, 2-9.

— Direcicón General de Estadística de la Provincia. Boletín mensual, an. X, 1909, N. 102-107, 112.

— Jardín Zoológico. Revista, Época II, T. VI, N. 22.

* **Cagliari**. R. Università. Annuario, anno scolastico 1909-1910.

* — Società storica sarda. Archivio storico sardo, vol. V, fasc. 4.

* **Calcutta**. Geological Survey of India. Records, vol. XXXVIII, p. 3, 4; XXXIX (1909-1910); Memoirs, vol. XXXVII, XXXVIII. — Memoirs, Palaeontologica Indica, Ser. XV, vol. IV, fasc. 2; VI, 2; N. S., vol. III, 1.

* — Royal Asiatic Society of Bengal. Journal and Proceedings, vol. LXXIV (1909), p. 4, vol. IV, May-December 1908. — Memoirs, vol. II, 5-9.

— Board of Scientific Advice for India. Annual Report for the year 1908-1909. Calcutta, 1910.

California. Vedi **Berkeley**, **San Francisco**

* **Cambridge**. Cambridge Philosophical Society. Proceedings, vol. XV, p. 4-6. — Transactions, vol. XXI, N. 10-14.

* — Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Bulletin, vol. LII, N. 9, 11, 12, 14-17; LIV, 1. — Memoirs, XXXIV, 3; XXXVIII, 1; XXVII, 3. — Annual Report of the Curator 1908-1909.

* **Cape-Town**. R. Society of South Africa. Transactions, vol. I, p. 2 (1910).

* **Catania**. Accademia Gioenia di scienze naturali. Atti, ser. V, vol. II. — Bollettino delle sedute, 1909, fasc. 10-13.

* — Società degli Spettroscopisti italiani. Memorie, 1909, vol. XXXVIII, disp. 11-12; XXXIX (1910), gennaio-novembre.

* **Chambéry**. Société Savoisienne d'histoire et d'archéologie. Mémoires et documents, T. XLVII.

* **Charleroi**. Société Paléontologique et Archéologique. Documents et Rapports, T. XXX.

* **Charlottenburg**. Physikalisch-technische Reichsanstalt. Die Tätigkeit im Jahre 1910.

* **Chicago**. Field Museum of Natural History. — Report Series, vol. III, 4. — Anthropological Ser., vol. VII, 3. — Botanical Ser., vol. IV, 1. — Ornithological Ser., vol. I, 4, 5. — Zoological Ser., vol. VII, 7, 8; IX; X, 1, 2.

— John Crerar Library. Fifteenth annual Report for the year 1909; 8°.

* **Christiania**. Videnskabs-Selskabet 1908. Forhandlinger Aar 1908. I. Mathematisk-Naturvidenskabelig Klasse 1908.

* **Cividale**. Memorie storiche Forogiuliesi. An. V, 1909, fasc. 2-4.

* **Cincinnati**. Lloyd Library. Bulletin, 13, 1909; 12, 1910. — Pharmacy Ser., N. 2. — Mycological Ser., N. 4. — Mycological Notes, N. 30-35, 1908-1910.

* **Concarneau**. Laboratoire de Zoologie et Physiologie maritimes. Travaux scientifiques, T. I, p. 1-2.

* **Copenhague**. Académie R. des sciences et des lettres de Danemark. Le temple Étrusco-Latin de l'Italie centrale par L. Fenger. — Ole Romers, Adversaria med understot telse af Carlsbergfondet. — Bulletin, 1909, N. 6; 1910, Nos. 1-5. — Mémoires, Section des Sciences, T. V, N. 3, 4; VI, 5; VIII, 4.

* **Cracovie**. Académie des Sciences. Bulletin international. — Classe des sciences mathématiques et naturelles, Ser. A, 1909, N. 8-10; 1910, 1-7; Ser. B, 1909, N. 1-10; 1910, 1-6. — Classe de philologie, d'histoire et philosophie, 1909, N. 9-10; 1910, 1-2.

* — Akademii Umiejętności. Catalogue of Polish Literature, T. IX (1909), 3-4. — Wydział filologiczny, Ser. II, T. 1. — Wydziału matematyczno-przyrodniczeco, 1909, T. 9, A, B. — Henryk IV wobec Polski Szwecyi 1602-1610, 1907; 1 vol. 8°. — Rozprawy: wydział historyczno-filozoficzny, Ser. II, T. XXVIII. — Rozprawy: wydział filologiczny, Ser. III, T. II.

De Bilt (Utrecht). Institut Météorologique des Pays-Bas. Mededeeligen en Verhandelingen, N. 102, 9, 10. — Publication, N. 90.

* **Dublin**. Royal Irish Academy. Proceedings, vol. XXVIII, Sect. A, No. 1-3; Sect. B, 1-8; Sect. C, 1-12.

— Royal Dublin Society. Scientific Proceedings, vol. XII, N. 24-36. — Economic Proceedings, vol. II, 1, 2.

* **Edinburgh**. Royal Society. Proceedings, Session 1909-1910, vol. XXX, part 1-6. — Transactions, vol. XLVII, part 1-2.

— Royal Observatory. Annals, vol. III; 4°.

* — Royal Physical Society. Proceedings, vol. XVIII, 1-2.

* — Edinburgh Geological Society, vol. IX, special part.

* **Erlangen**. Physikalisch-medizinische Sozietät. Sitzungsberichte, 41. Bd., 1909; 8°.

* **Firenze**. R. Accademia della Crusca, Atti, anno accademico 1907-1908; 1908-1909.

* — R. Accademia economico-agraria dei Georgofili. Atti, serie 5ª, vol. VII, disp. 1-3.

* **Firenze**. R. Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento. Pubblicazioni. fasc. 27. Catalogo della Biblioteca dell'Osservatorio astronomico di Arcetri.

— R. Istituto di scienze sociali " Cesare Alfieri ". Annuario per l'anno accademico 1909-1910.

— Istituto Geografico militare. Processi verbali delle adunanze della Commissione Geodetica italiana tenute in Roma nei giorni 14-17 aprile 1909. — Latitudine astronomica del punto trigonometrico di Monte Mario in Roma determinata negli anni 1904-1905.

* — Osservatorio Meteorologico del R. Museo. Osservazioni dell'anno 1909.

— Unione statistica delle città italiane. Annuario statistico delle città italiane, anno III, 1909-1910, redatto dal prof. Ugo Giusti.

** — Almanacco italiano, anno XV, 1910.

Fiume. Deputazione di Storia Fiumana. I. Statuti concessi al Comune di Fiume da Ferdinando I nel MDXXX. Pubblicati e tradotti per cura della Deputazione di Storia patria da S. Gigante. Fiume, 1910; 1 vol. 8°.

* **Freiburg i. Br.** Naturforschende Gesellschaft. Berichte, Bd. XVIII, 2. Heft.

* **Gap**. Société d'Études des Hautes-Alpes. Bulletin, XXe Ann., 2e Sér., N. 38-39, 2e et 3e trim. 1901; XXVIIIe Ann., 3e Sér., 4e trim. 1909.

* **Genève**. Institut National Genevois. Mémoires, T. XIX, 1901-1909; XX, 1906-1910. — Bulletin, T. XXVIII, XXIX.

* — Société de Physique et Histoire naturelle. Mémoires, vol. XXXVI, fasc. 1-3.

* — Observatoire. Résumé météorologique de l'année 1908 pour Genève et le Grand Saint-Bernard; par R. Gautier. — Moyennes des dix ans pour les éléments météorologiques observés aux fortifications de St-Maurice; par R. Gautier et H. Duaime. — Observations météorologiques faites aux fortifications de St-Maurice pendant l'année 1908; par R. Gautier et H. Duaime. — L'hiver de 1908 et quelques hivers rigoureux à Genève; par R. Gautier.

* **Genova**. Società Ligure di Storia patria. Atti, vol. XXXIX-XLIII.

* — Società di letture e conversazioni scientifiche. Rivista ligure di scienze, lettere ed arti. An. XXXI (1909), fasc. 6; XXXII (1910), 1-5.

* — Museo civico di Storia naturale. Annali, Ser. 3a, vol. IV.

* **Göteborgs**. K. Vetenskaps-och Vitterhets-Samhälles. Handlingar Fjärde följden. 12:e häftet 1909.

* **Göttingen**. K. Gesellschaft der Wissenschaften. Matematisch-physikalische Klasse: Abhandlungen, N. F., Bd. VI, 5-6; VII, 4. — Nachrichten 1909, Heft 3-4; 1910, 1-4. — Philologisch-historische Klasse: Abhandlungen, N. F., Bd. XII, 1, 2, 4. — Nachrichten, 1909, Heft 4; 1910, Beiheft, 1, 2. — Geschäftliche Mitteilungen, 1909, Heft 2; 1910, 1.

* **Granville Ohio**. Denison University (Scientific Laboratories), vol. XIV, Art. 11-18; XV, pages 1-100.

* **Habana**. Academia de Ciencias médicas, físicas y naturales. Anales, Revista científica, T. XLVI, agosto-diciembre 1909, enero-feb. 1910; XLVII, marzo-agosto 1910.

Halifax. Nova Scotiam Institute of Science. Proceedings and Transactions, vol. XII, p. 2; 1907-1908.

* **Halle a. S.** Kaiserliche Leop. Carol. Deutsche Akademie der Naturforscher. Nova Acta, Bd. LXXXVIII-XCI. — Leopoldina, Heft XLIII-XLV.

* **Hamburg**. Hamburgische Wissenschaftliche Anstalten. Jahrbuch, XXVI Jahrgang (1908). — Beiheft, XXVI (1908), 1-5.

* **Harlem**. Société hollandaise des sciences. Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles. Sér. II, T. XV, livrs. 1-4. — Œuvres complètes de Christian Huygens. T. XII, Travaux de Mathématiques pures, 1652-1656, 1 vol. 4°.

* — Musée Teyler. Archives, Ser. II, vol. XII, 1e partie.

* — Fondation Teyler van der Hulst. Catalogue du Cabinet Numismatique de la Fondation Teyler, 2e édit., 1 vol. 8°.

* **Heidelberg**. Naturhistorisch-medicinischer Verein. Verhandlungen, N. F., 10. Bd., 3-4 Heft.

* **Helsingfors**. Societatis scientiarum Fennice. Acta, vol. XXXV, N. 1-10, + 1 non n.; XXXVI, 1-4; XXXVII, 2-4, 6-11; XXXVIII, 1, 3; XXXIX; XL, 1-4. — Öfversigt, vol. LI, A, B, C (1908-1909); LII, A, B, C (1909-10). — Bidrag, vol. LXVII, 1-3; LXVIII, 2.

— Institut météorologique central de la Société des sciences de Finlande. Observations météorologiques 1899-1900. — Meteorologisches Jahrbuch für Finland, Bd. III, 1903. Beobachtungen in Helsingfors und 33. Stationen etc. — Schnee- und Eisverhältn. in Finlande im Winter 1901-1902.

Hermannstadt. Siebenbürgischer Verein für Naturwissenschaften. Verhandlungen und Mitteilungen, LIX. Bd., Jahrg. 1909; 8°.

* **Jena**. Medizinisch-Naturwissenschaftliche Gesellschaft. Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft, N. F., Bd. XXXIX, Heft 1-4. — Denkschriften, XIV. Liefg. 1, 2; XVI, 2-4.

* **Inghilterra**. British Association for the Advancement of Science. Report on the 79. Meeting... Winnipeg, 1909, August 25-September 1. London, 1910; 1 vol. 8°.

Italia. Società italiana per il progresso delle scienze. Bollettino del Comitato Talassografico, N. 1.

* **Juriew**. Imp. Université. Acta, 1908, T. XVI; 1909, XVII.

* **Kharkow**. Société mathématique. Communications, 2e Sér., T. XI, Nos. 5-6; XII, 1.

Kodaikanal. Kodaikanal Observatory. Memoirs, vol. I, p. 1. — Annual Report... for 1909. — Bulletin, No. XIX-XXII.

Kyōto. Imp. University College of Science and Engineering. Memoirs, vol. II (1909-1910), N. 1-11.

* **Leipzig**. K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften. Philologisch-historische Klasse: Abhandlungen, XXVIII Bd., N. 1-2. — Berichte, Bd. LXI, 1909, Heft 3; LXII, 1910, 1-5. — Mathematisch-physikalische Klasse. — Berichte, 1909, 4, 5; 1910, 1.

— Jablonowskische Gesellschaft. Jahresbericht, März 1910.

* — Verein für Erdkunde; Mitteilungen 1908, 1909.

* **Leyde**. Association Géodésique Internationale. Rapport sur les travaux du Bureau Central en 1909 et programme des travaux pour l'exercice de 1910.

* **Liège**. Société Royale des Sciences. Mémoires, 3e Sér., T. VIII.

* — Société Géologique de Belgique. Annales, T. XXXIV, 4e livr.; XXXVI, 2e et 3e livr.

Lima. Ministerio del Fomento. Cuerpo de Ingenieros de Minas. Boletín, N. 75-76.

* **Lisbonne**. Commission du Service Géologique du Portugal. Mollusques tertiaires du Portugal. 1e part. Pelecypoda; 4°.

* — Société Portugaise des sciences naturelles, vol. III, 1-4, et suppl. au N. 1: IV, 1.

* **London**. Royal Society. Proceedings, Ser. A, vol. 83, N. 561-566; 84, 567-572; Ser. B, vol. 82, N. 552-560; 83, 561, 562.

* — Royal Society. Reports to the Evolution Committee. Report V.

* — Royal Society. Catalogue of scientific papers 1800-1900, subject index, vol. II, Mechanics Year-Book, 1910.

* — Royal Society. International Catalogue of scientific Literature. **A**. Mathematics 7 annual issue; **B**. Mechanics, 7; **C**. Physics, 7; **D**. Chemistry, 6; **F**. Meteorology, 7; **G**. Mineralogy, 7; **H**. Geology, 7; **J**. Geography, 7; **K**. Palaeontology, 7; **L**. General Biology, 6, 7; **N**. Zoology, 8; **O**. Anatomy, 7; **Q**. Physiology, 6; **R**. Bacteriology, 6, 7; 16 vol. 8°.

* — R. Astronomical Society. Monthly Notices, vol. LXX, N. 1-8, 9 Suppl. Number. — Memoirs, vol. LIX, part 4a.

* — British Museum (Natural History). Catalogue of the Library, vol. III, L. O., 1910. — A Hand-list of the Genera and Species of Birds, vol. V. Monograph of the Okapi, Atlas. — Illustrations of African Blood-Sucking Flies other than Mosquitoes and Tsetse-Flies. — Catalogue of the Fossile Bryozoa. The Caetaceous Bryozoa, vol. II. — A descriptive Catalogue of the Marine Reptiles the Oxford Clay. Part I. — National Antartic Expedition 1901-1904, Natural History, vol. V, Zoology and Botany. — Catalogue of the Lepidoptera Phalaenae, vol. IX (Text & Plates). — A Synonymic Catalogue of Orthoptera, vol. III. — Catalogue of British Hymenoptera of the family Calcididae. — A Monograph of the Calcidae, or Mosquitoes etc., vol. V. — Guide to the British Vertebrates. — Guide to the Crustacea, Arachnida, Onychophora and Myriapoda. — Guide to Mr. Worthington Smith's Drawings of Field and Cultivated Mushrooms and Poisonnous or Worthless Fungi often mistaken for Mushroom.

* — Chemical Society. List of Fellows. Journal, 1909, December, Suppl. Number; 1910, January-November. — Proceedings, vol. XXV, No. 364; XXVI, 365-378.

* — Geological Society. List, May 10th, 1910. — Quarterly Journal, vol. LXV, p. 4, No. 260; LXVI, No. 261-264.

* — Linnean Society. List 1910-1911. — Proceedings, 122nd Session. November 1909 to June 1910. — Journal, Botany, vol. XXXIX, 272; Zoo-

logy, vol. XXX, No. 201, 202, 206, 207. — Transactions, Botany, 2nd Ser., vol. VII, part 13-14; Zoology, 2nd Ser., vol. X, p. 9; XIII, p. 1-4.

* **London.** Royal Society of Literature. Transactions, 2nd ser., vol. XXIX, p. 2-4; XXX, p. 1. — Report and List of Fellows, 1910. — General Anniversary Meeting, May 25th, 1910.

* — Royal Microscopical Society. Journal 1909, Part 6; 1910; 1-5.

* — Zoological Society. Proceedings, 1909, Part 4; 1910, 1-3. — Transactions. vol. XIX, Part 2-5. — List of the Fellows.

— Imperial Cancer research Fund. Further evidence on the Homogeneity of the resistance to the implantation of malignant New Growths by E. F. Bashford and B. R. G. Russell. — The contrast in the reactions to the implantation of Cancer after the Inoculation of living and mechanically disintegrated cells by M. Haaland. — On the relative sizes of the Organs of rats and mice bearing malignant New Growths by F. Medigreceanus. — Contributions to the Biochemistry of Growth. The total nitrogen metabolism of rats bearing malignant New Growths by W. Cramer and Harold Pringle. — Contributions to the Biochemistry of Growth. Distribution of nitrogenous Substances in tumour and somatic tissues by W. Cramer and H. Pringle. — The immunity reaction to Cancer by E. F. Bashford. — Zelluläre Analyse der Geschwulstimmunititätsreactionen. Von C. Da Fano. — Sarcoma development occurring during the propagation of a Haemorrhagie of the mamma of the mouse by B. R. G. Russell. — Ueber die Grössenverhältnisse einiger der wichtigsten Organe bei tumortragenden Mäusen und Ratten. Von F. Medigreceanus. — Ergebnisse eines Fütterungsversuches bei Ratten die überimpfte Tumoren trugen. Von F. Medigreceanus.

* **Louvain.** Université catholique. Annuaire 1910. — Programme des cours de l'année académique 1909-1910. — J. Lebon, Le Monophysisme Sévérien. Louvain, 1909. — A. Müller, La querelle des fondations charitables en Belgique. Bruxelles, 1909. — A. Woycicki, La classe ouvrière dans la grande industrie du royaume de Pologne. Louvain, 1909. — T. Simar, Étude sur Erycius Puteanus. Roulers, 1909. — J. Wils, Les Étudiants des régions comprises dans la Nation Germanique à l'Université de Louvain, 2 vol.

* **Lugano.** Società ticinese di scienze naturali. Bollett.. a. V-VI, 1909, 1910.

* **Lund.** Universitas Lundensis. Acta, Nova Series. Lunds Universitets Arsskrift. Ny Följd. Andra Afdelningen medicin samt matematiska och naturvetenskapliga ämnen, 1-V, 1909. — Första afdelningen teologi, juridik och umanistiska ämnen, I-V, 1909.

* **Lyon.** Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts. Mémoires, Sciences et Lettres, III^{e} Sér., T. X^{e}.

* — Société d'Agriculture, Sciences et Industrie. Annales, 1908.

* — Société Linnéenne. Annales, An. 1909, N. S., T. LVI.

* — Diocèse de Lyon. Bulletin historique, 10^{e} ann,, N. 58-66.

* **Madison.** Wisconsin Academy of Sciences, Arts and Lettres. Transactions, vol. XVI, Part 1, Nos. 1-6.

* **Madrid.** R. Academia de Ciencias exactas, físicas y naturales. Anuario. — Revista, T. VIII, N. 1-10.

* — Real Academia de la Historia. Boletín, T. LV, cuad. 5-6; LVI, 1-6; LVII, 1-3.

* **Magdeburg.** Museum für Natur- und Heimatkunde und dem Naturwissenschaftlichen Verein. Abhandlungen u. Berichte. Bd. II, Heft 1.

* **Mantova,** R. Accademia Virgiliana. Atti e Memorie, an. 1909, vol. II, p. 2 e Appendice, III, 1.

Melbourne. Department of Lands and Survey Victoria, in 8 carte.

* **Mexico.** Sociedad Científica " Antonio Alzate „. Memorias y Revista, T. XXV, Nos. 9-12; XXVII, 4-10.

— Observatorio Meteorológico Magnético Central. Boletín mensual: 1905, febrero-diciembre; 1909, mayo-septiembre.

— Instituto Médico nacional. Anales, T. XI, N. 1.

* **Milano.** R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti. Classe di scienze matematiche e naturali: Memorie, vol. XXI, fasc. 1-4; XXII, 4. — Classe di scienze morali, storiche e filologiche: Memorie, vol. XXII, fasc. 1-4. — Rendiconti, Ser. 2ª, vol. XLII, fasc. 16-20; XLIII, 1-16.

* — Società Italiana di scienze naturali e Museo Civico, vol. XLVIII, fasc. 3, 4; XLIX, 1.

— R. Osservatorio di Brera. Anno 1911. Articoli generali del Calendario ed Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Milano (con appendice). — Pubblicazioni, N. XLVII. Programmi di determinazioni del tempo.

— Municipio. Bollettino statistico mensile, 1909, novembre, dicembre; 1910, gennaio-ottobre. — Riassunto dei Bollettini statistici mensili dell'anno 1909. — Dati statistici a corredo del resoconto dell'amministrazione comunale. 1909.

** — Associazione Tipografico-Libraria italiana. Indice per materie del Catalogo generale della Libreria italiana dall'anno 1847 al 1899, vol. I, puntata 11-14.

* **Modena.** Regia Accademia di scienze, lettere ed arti. Memorie, ser. III, vol. VIII.

* — Società dei Naturalisti e Matematici, Ser. IV, vol. XI.

Monaco. Institut Océanographique. Bulletin, N. 154-184.

* **Moncalieri.** Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto. Bollettino meteorologico e geodinamico: 1909, novembre-dicembre. 1910, Osservazioni meteorologiche, gennaio-ottobre; Osservazioni sismiche, gennaio, 3-8.

* **Montevideo.** Observatorio Nacional Físico-Climatológico. Boletín, vol. VI (1909), Enero-Junio.

* **Montpellier.** Académie des sciences et lettres. Bulletin mensuel, 1910, N. 1-7, janvier-juillet. — Mémoires de la Section des Sciences, 2ᵉ Sér., T. IV, 1, 2. — Mémoires de la Section des Lettre, 2ᵉ Sér., T. V, 2.

* **Moscou.** Société Impériale des Naturalistes. Bulletin, An. 1908, N. 1-4.

* **München.** K. Bayerische Akademie der Wissenschaften. Sitzungsberichte. — I. Philosophisch-philologische und historische Klasse; Jahrgang 1909,

7-10 (ultimo), Abh. 1910, 1, 2. — II. Mathematisch-physikalische Klasse: 1909, 15-20 (ultimo), Abh. 1910, 1-4. — Abhandlungen. II. Mathematisch-physikalische Klasse, XXV Bd., 1-3 Abh., I Suppl. Bd., 7-8 Abh.; III Suppl. Bd., 1 Abh. — Adolf Furtwängler. Gedächtnisrede... von Paul Wolters. — Monumenta Boica, N. F., III Bd., 1910.

* **München.** Ornithologische Gesellschaft in Bayern. Verhandl., 1908. Bd. IX.

* **Nancy.** Académie de Stanislas. Mémoires, 1908-1909, 6e Sér., T. VI.

* **Nantes.** Société des sciences naturelles de l'Ouest de la France. Bulletin. 2e Sér., T. IX, 2e et 3e trimestres 1909.

* **Napoli.** Società Reale. Annuario. — Accademia delle scienze fisiche e matematiche. Rendiconto, Ser. 3a, vol. XV, fasc. 8-12; XVI, 1-9. Onoranze alla memoria di A. Scacchi. — Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti. Atti (N. Ser.), vol. I. — Rendiconto, N. S., An. XXIII, 1909. — Accademia di scienze morali e politiche. Rendiconto delle tornate, Anno XLVIII (1909). — Atti, vol. XXXIX, XL.

* — Accademia Pontaniana. Atti, vol. XXXIX.

* — R. Istituto d'Incoraggiamento. Atti, 1909. Napoli, 1910; 4°.

* — R. Università degli Studi. Annuario pel 1908-1909.

— R. Università. Pubblicazioni degli Istituti giuridici: R. Trifone, Le Giunte di Stato a Napoli nel secolo XVIII. Napoli, 1909; 1 vol. 8°. — E. Gentile, Il tribunale dell'Ammiragliato e Consolato (1783-1808). Napoli, 1909; 8°. — A. Graziani, Problemi speciali di valore e di scambio. Napoli, 1910; 8°. — M. A. D'Ambrosio, Passività Economica. Primi principi di una teoria Sociologica della popolazione economicamente passiva. Napoli, 1909; 1 vol. 8°.

* — Museo Zoologico della R. Università. Annuario, N. S., vol. III, N. 1-12.

* — Società dei Naturalisti. Bollettino, vol. XXIII.

* **Neapel.** Zoologische Station. Mittheilungen, XIX Bd., 4 Heft: XX, 1.

* **Neuchâtel.** Société Neuchâteloise des sciences naturelles. Bulletin. T. XXXVI, An. 1908-1909.

New Haven. Yale University. The New Haven Mathematical Colloquium, lecture delivered before Members of the American Mathematical Society etc. New Haven, 1910; 1 vol. 8°.

— Yale University. Transactions of the Astronomical Observatory, vol. II, Part 2a.

* **New-York.** American Mathematical Society. Bulletin, vol. XVI, No. 4-10; XVII, 1, 2. — Transactions, vol. XI, 1-4. — Annual Register, 1910. — Catalogue of the Library, 1910.

* — New York Public Library Astor Lenox and Tilden foundations. Bulletin, 1909, vol. XIII, No. 12; 1910. vol. XIV, Nos. 1-11.

— Carnegie Foundation for the Advancement of Teaching. Standard forms for financial Reports of Colleges Universities and Technical School. Bulletin, Nr. 3. — Fourth Annual Report of the President and of the Treasurer, 1909. — Medical education in the United States and Canada. Bulletin, 4.

— American Association of Genito-Urinary Surgeons. Transactions. vol. III (1908); IV (1909).

* **Nürnberg**. Naturhistorische Gesellschaft, XVIII, Bd. I.

* **Oberlin** (Ohio). Wilson Ornithological Club. Wilson Bulletin, vol. XXI, 2-4; XXII, 1, 2.

— Oberlin College. Laboratory Bulletin, No. 14, 15.

Odessa. Observatoire météorologique et magnétique de l'Université Impériale. 1908. Annuaire.

* **Ottawa** (Canada). Ministère des Mines. Department of Mine Geological Survey Branch. Bulletin, No. 2. Mémoires, No. 3, Contribution to Canadian Palaeontologi, vol. III (quarto), P. V. — Mines Branch, 23, 32, 47, 55, 58, 59, 62, 68. — Summary Report ot the Department of Mines for the Calendar Year 1909. — Rapport sommaire de la Commission Géologique pour les années 1907, 1909. — Commission Géologique, 959, 965, 973, 975, 998, 999, 1016, 1031, 1032, 1034, 1053, 1056, 1058, 1070, 1085, 1086, 1117, 1120.

* — Royal Society of Canada. Proceedings and Transactions, 3rd Ser., vol. II, Part 1 and 2; vol. III.

* **Padova**. R. Accademia di scienze, lettere ed arti. Atti e Memorie, 1908-09, N. S., vol. XXV; 1909-1910, XXXVI.

* — Accademia scientifica veneto-trentino-istriana. Atti, Serie 3ª, an. II.

* — Società italiana di Matematica. Bollettino della " Mathesis ", an. I (1909); II (1910), N. 1-6.

* — Museo Civico. Bollettino, An. XII, 1909, N. 3-6.

* **Palermo**. Circolo Matematico. Rendiconti, An. 1910, T. XXIX, fasc. 1-3; XXX, 1-3. — Supplemento, vol. IV, 1909, N. 5-6; V, 1910, 1-4. — Annuario biografico, 1910. — Indice delle pubblicazioni, N. 3, 1910.

— Collegio degli Ingegneri e Architetti. Atti, 1908, luglio-dicembre; 1909, gennaio-giugno.

* — Società di scienze naturali ed economiche. Giornale, vol. XXVII, 1909.

Parà. Museu Gœldi (Museu paranense) de historia natural et ethnographia. Boletim, vol. VI (1909); 8°.

Paris. Ministère de l'Instruction Publique. Catalogue des Thèses et Écrits académiques, 25e fasc. Année scolaire 1908-1909.

— Ministère de l'Instruction Publique et des Beaux-Arts. Inventaire sommaire des Archives communales et départementales antérieures à 1790: *Eure*, Répertoire numérique de la Sér. V (Cultes). — *Eure-et-Loire*, Cartulaires Chartrains, T. II, fasc. 1. — *Eure-Inférieure*, Sér. L (Administration du Département en 1790 à l'an VIII). — *Gard*, Archives civiles, Sér. E, T. IV. — *Hautes-Alpes*, T. VIII, Sér. G; T. VI, Archives Ecclésiastiques. — *Haute-Garonne*, Inventaire des Archives de la Bourse des Marchands de Toulouse. — *Isère*, Sér. L (Documents de la période révolutionnaire), T. II. — *Seine-Inférieure*, Sér. T, Culte; Sér. V, Instruction Publique, Sciences et Arts. — *Ville de Bordeaux*, Archives Municipales, Période révolutionnaire (1789-an VIII). — *Vosges*, État numérique de la Sér. V (Cultes).

* — Musée Guimet. Le Jubilé, XXVe Anniversaire de sa fondation, 1879-1904, 2e édition. Annales, T. XXXII-XXXIII; Catalogue, Galerie Égyptienne; Cylindres Orientaux.

Paris. Ministère des Travaux Publics, des Postes et des Télégraphes. Annales des Mines, 1909, X^e Sér., T. XVI, 7-12 livrs., 1910; XVII, 1-5.

* — École Polytechnique. Journal, II^e Sér., XIII^e cahier.

* — Institut de France. Annuaire pour 1910.

** — Comptes rendus hebdomadaires des Séances de l'Académie des sciences, T. CL, CLI.

** — Séances et travaux de l'Académie des sciences morales et politiques.

** — Bureau des Longitudes. Annuaire pour l'an 1911; 16°.

* — Musée National d'histoire naturelle. Bulletin, An. 1909, Nos. 5-7. — Nouvelles Archives, 5^e sér., T. I, 1^r-2^e fasc.

** — Société Anatomique. Bulletins et Mémoires, 6^e Sér., T. XII, 1-7.

* — Société Nationale des Antiquaires de France. Mettensia, Mémoires et documents, VI, fasc. 1. — Bulletin, 1909, 4^e trim.; 1910, 1^e et 2^e. — Mémoires, Sér. 7^e, T. IX.

* — Société de Géographie. La Géographie, Bulletin, An. 1909, XX, Nos. 2-4.

* — Société Mathématique de France. T. XXXVII, fasc. 4; XXXVIII, 1-4.

* — Société Philomathique. Bulletin, X^e Sér., T. I, Nos. 4-6; II, 1-3.

* — Société de Spéléologie. Spelunca. Bulletins et Mémoires, T. VII, N. 57-60.

* — Société Zoologique de France. Bulletin, T. XXXIV.

* **Pavia.** Società Pavese di Storia patria. Bollettino, An. IX (1909), fasc. 3-4; X (1910), 1-2.

* **Perugia.** Università. Facoltà di Medicina. Annali, Ser. 3^a, vol. VII, 3-4; VIII, 1-2. — Facoltà di Giurisprudenza, Annali, Ser. III, 1909; vol. VII, fasc. 2-4.

* — R. Deputazione di Storia patria per l'Umbria. Bollettino, An. XV, fasc. 3°, XVI, 1-2.

* **Philadelphia.** Academy of Natural Sciences. Journal, 2nd Ser., vol. XIV, p. 1. — Proceedings, vol. LXI, p. 2-3; LII, p. 1.

* — American Philosophical Society. Proceedings, vol. XLVIII, Nos. 191-193.

* — Wagner Free Institute of Science. Transactions, vol. VII, 1910.

Pinerolo. Biblioteca Municipale Alliaudi. Bollettino annuale, anno 1909.

* **Pisa.** Università. Annali delle Università toscane, T. XXIX, 4°. — Annuario della R. Università per l'anno accademico 1909-1910.

* — R. Scuola Normale superiore. Annali. Scienze fisiche, matematiche e naturali, vol. XI.

* — Società Toscana di scienze naturali. Processi verbali, vol. XVIII, 5-8; XIX, 1-4. — Memorie, vol. XXV.

* **Portici.** R. Scuola Superiore di Agricoltura. Annali, Ser. II, vol. VII e VIII, 1907, 1908.

* **Portland.** Portland Society. Proceedings, 1909, vol. II, p. 8.

* **Porto.** Academia Polytechnica. Annaes scientificos, vol. V, N. 1-3.

Potsdam. K. Preussisches Geodätisches Institut. Veröffentlichung, N. F., No. 40-41, 43, 45.

* **Prag.** K. Böhmische Gesellschaft der Wissenschaften. Jahresbericht für das Jahr 1909. Sitzungsberichte der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen

Classe, 1909. — Sitzungsberichte der Klasse für Philosophie, Geschichte und Philologie, 1909. — Biskupství Olomoucké 1576-1579 a volba Stanislava Pavlovského. Cislo XIX. — Jednota bratrskà v prunim vyhnanstvi (1572-1586). — Jindřich IV. a Europa v létech 1609 a 1610. Kriticky rozbor pramenův a literatury.

Prag. K. K. Sternwarte. Magnetische und Meteorologische Beobachtungen... in Jahre 1909.

* **Praze.** České Akademie Císaře Františka Josefa pro vědy, slovenost a umění. Almanach, Ročn. XX. — Archiv pro Lexikografii a Dialectologii, Třida III, Cislo 8. — Bulletin international. Résumé des travaux présentés. Classe des sciences mathématiques, naturelles et de la médecine, XIVe an. (1909). — Rozpravy, Třida I, Cislo 39; Třida II (Mathem.-přirodnicka), Ročn. XVIII; Třida III, Cislo 29-32. — Sbirka pramenův, Skupina I, Rada I, Cislo 8; Rada II, 7-9; Skup. II, Cislo 10, Sesit 1, 2; 11, 14, 15. — Skup. III, 7. — Biblioteka Klassiků řeckých a římskýsch, Cislo 18. — Filosoficka bibliotheka, Rada II, Cislo 2. — Všeoboena Botanika-Sprovnávaci Morfologie, Dil III. — Věstník, Ročn. XVIII, 1909.

Pretoria. Transvaal Observatory. Annual Report of the Meteorological Department for the Year ended 30th June, 1909; Pretoria, 1910; 4°.

* **Pusa.** Agricultural Research Institute. Second Report on the fruit experiments at Pusa. Bull. 16.

— Department of Agriculture in India. Memoirs: Botanical Series, vol. II, No. 9; III, 1-5. — Entomological Series, vol. II, No. 9.

* **Reims.** Académie Nationale. Travaux, An. 1908-1909, T. 125.

* **Rennes.** Société Scientifique et Médicale de l'Ouest. Bulletin. XVIIIe An., 1909; T. XVIII, Nos. 2-3.

* **Rio de Janeiro.** Bibliothèque Nationale. A Bibliotheca Nacional em 1905. Relatorio, Rio, 1908. — J. Barbosa Bodrigues, Relação das plantas expostas pelo Jardim Botanico (Exposição Nacional de 1908). Rio, 1908. — Guide des États Units du Brésil. Édit. Bilac, Passos et Bandeira. Rio, 1904. — G. T. de Azevedo, Relatorio do 1° semestre de 1906 (Prefeitura do Alto Juruá). Rio, 1906. — Id., Segundo Relatorio (Prefeitura do Alto Juruá). Rio, 1906. — L. de Castilho, Estudo da fabricação pelo processo da diffusão (Industria assucareira). Rio, 1889. — C. Ferreira França, These para o concurso de rhetorica do Collegio D. Pedro II. Rio, 1879. — Relatorio (Ministerio da Justiça) apresentado em 1908. Rio, 1908, 3 vol.

* **Roma.** Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio. Statistica delle cause di morte nell'anno 1907. — Movimento della popolazione secondo gli Atti dello Stato civile nell'anno 1908. — Statistica della Emigrazione italiana per l'estero negli anni 1908 e 1909 con una appendice di confronti internazionali. — Relazione della Commissione Reale incaricata di designare le zone più adatte per la ricostruzione degli abitati colpiti dal terremoto del 28 dicembre 1908.

— Ministero delle Finanze. Movimento della Navigazione del Regno d'Italia

nell'anno 1908, vol. I, Tavole analitiche; II. Tavole riassuntive. — Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione, 1909, dicembre; 1910, gennaio-ottobre. — Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale, an. XXVI (1909), ottobre-dicembre; XXVII (1910), gennaio-agosto. — Indice generale delle materie contenute nei vol. dal 1889 al 1908. — Relazione sull'Amministrazione delle Gabelle per l'esercizio 1908-1909. — Movimento commerciale del Regno d'Italia nell'anno 1909, vol. I, II, 2 vol. 4°.

* **Roma**. Ministero di Grazia, Giustizia e Culti. Statistica della Criminalità per l'anno 1906. — Notizie complementari alla statistica giudiziaria penale, 1909; 4°. — Emigrazione e colonie. Raccolta di rapporti dei RR. Agenti diplomatici e consolari, vol. III, America. — Annali di Statistica, Ser. IV, N. 111.

— Ministero dell'Interno. L'ordinamento delle carte degli Archivi di Stato italiani. Manuale storico-archivistico. Roma, 1910; 1 vol. 8°.

** — Ministero dell'Interno. Calendario generale del Regno d'Italia pel 1910, an. XLVIII; 8°.

** — Ministero della Pubblica Istruzione. Annuario 1910.

— L'Istruzione primaria e popolare in Italia con speciale riguardo all'anno scolastico 1907-1908, 3 vol. in fol.

* — Senato del Regno. Inchiesta parlamentare sulle condizioni dei contadini nelle provincie meridionali e nella Sicilia. — Programma-questionario. 1 fasc., 1907, 4°; vol. II, T. 1-2; III, 1; IV, 1-2; V, 1-2; VII, 3. Roma, 1909; 4°. — Biblioteca. Bollettino delle pubblicazioni di recente acquisto. An. VI, nn. 3-5; VII, 1, 2.

* — R. Accademia dei Lincei. Annuario 1910. — Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Memorie, Ser. V, vol. VII, fasc. 11-12; VIII, 1-6. Rendiconti, Ser. V, vol. XIX, 1° e 2° semestre 1910. — Classe di scienze morali, storiche e filologiche. Memorie, Ser. V, vol. XIII, XIV, 3-4. Rendiconti, Ser. V, vol. XVIII, XIX. — Notizie degli Scavi di antichità, Ser. V, vol. VI, 9-12; VII, 1-8. — Rendiconto dell'adunanza solenne del 5 giugno 1910.

* — Società italiana delle scienze (detta dei XL). Memorie di matematica e di fisica, Ser. III, T. XVI, 1910.

* — Pontificia Accademia Romana dei nuovi Lincei. Atti, Anno LXIII (1909-1910), Sessione 1ª-7ª, 19 dicembre 1909-12 giugno 1910. — Memorie, vol. XXVII.

* — R. Comitato Geologico del Regno. Memorie per servire alla descrizione della Carta d'Italia, vol. V, p. 1ª; vol. XIII. — Bollettino, anno 1909, 2°-4° trimestre; vol. XLI (1910), fasc. 1°, 2°.

— R. Osservatorio Astronomico del Collegio Romano, Memorie, Ser. III, vol. V, p. 1ª. Roma, 1910; 4°.

* — Ufficio centrale Meteorologico e Geodinamico italiano. Annali, Ser. 2ª, vol. XIX, p. 3ª, 1897; XXIV, 1ª, 1902; XXVII, 3ª, 1905.

* — Istituto di Diritto romano. Bullettino. An. XXI, fasc. 1-4 (1910); XXII (1910), 1-4.

Roma. Institut international d'Agriculture. Bulletin du Bureau des renseignements agricoles et des maladies des plantes, novembre 1910. — Bulletin du Bureau des Institutions économiques et sociales, an. I, vol. I, Nos. 1, 2. — Bulletin de statistique agricole, vol. I, N. 1-12.

* — Società degli Agricoltori italiani. Bollettino quindicinale, an. XIV (1909), N. 23, 24; XV, 1910, 1-23.

* — Biblioteca Nazionale Centrale Vittorio Emanuele. Bollettino delle Opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative del Regno d'Italia, an. 1908-1909, Ser. III.

* — Biblioteca Vaticana. Studi e Testi. 21. Dispacci e lettere di Giacomo Gherardi Nunzio Pontificio a Firenze e Milano. — 22. Note agiografiche.

* **Rovereto.** I. R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti degli Agiati. Atti, Ser. III, vol. XV, fasc. 3-4, 1909; XVI, 1-2, 1910.

* **Saint-Louis** Mo. Missouri Botanical Garden. Twentieth Annual Report, 1909.

* **St-Pétersbourg.** Académie Imp. des sciences. Bulletin, 1909, N. 18; 1910, 1-17. — Comptes rendus de Séances de la Commission sismique permanente, T. 3, livrs. 1-3.

— Musée Géologique Pierre le Grand. Travaux, T. III, N. 2-3, 1909.

* — Comité Géologique. Bulletins, 1908, T. XXVII, Nos. 4-10; 1909, XXVIII, 1-8. — Mémoires, vol. XVII, No. 2, Nouv. Sér., livrs. 36, 40, 43-52.

* — Observatoire Physique Central Nicolas. Annales, An. 1906, Ie-IIe partie. — Observations météorologiques en Mandchourie, 1r fasc. — Publications. Sér. II, vol. VII, XVIII. — Missions scientifiques pour la mesure d'un arc de méridien au Spitzberg entreprises en 1899-1901. T. I. Géodésie; II. Section.

* — Société physico-chimique russe. Journal, T. XLI, 9, 1909; XLII, 1-7.

* **San Francisco.** California Academy of sciences. Proceedings, vol. III, pp. 49-72.

* **Sassari.** Studi sassaresi. An. VII, sez. II, fasc. 3.

Siena. R. Università degli Studi. Annuario accademico 1909-1910.

* — R. Università. Circolo Giuridico. Studi Senesi, 2a Ser., vol. I, 1909-10; II, 1-4, 1910.

* — R. Accademia dei Fisiocritici. Atti, Serie V, vol. I, N. 7-10 (1909); II, 1-6 (1910).

* **Stockholm.** Académie Royale Suédoise des Sciences. Handlingar (Mémoires), Bd. XLIV, N. 1-5; XLV, 1-7. — Arkiv för Matematik, astronomi och fysik, Bd. V, N. 3-4; VI, 1. — Arkiv för kemi, mineralogi och geologi, Bd. III, 3-5. — Arkiv för botanik, Bd. IX, 1-4. — Arkiv för zoologi, Bd. V, 4; VI, 1-4. — Årsbok (Annuaire), Ar 1909. — Observations météorologiques Suédoises, Bd. 50, 50 B et Appendix, 1-2, 51. — Meddelanden från K. Vetenskapsakad. Nobelinstitut, 1, 14, 15. — Accessionskatalog, XXII (1907). — Lefnadsteckningar, Bd. IV, Haft. 4. — Le prix Nobel en 1907. — Minnesfesten öfver Carl von Linné den 25 Maj 1907.

Stonyhurst. College Observatory. Results of Meteorological and Magnetical Observations 1909.

Strassburg. Internationale Kommission für wissenschaftliche Luftschiffahrt. Veröffentlichungen. Jahrgang 1908, Heft 1-12.

* **Stuttgart**. Verein für vaterländische Naturkunde in Württemberg. Jahreshefte 66 und 1 Beilage, 1910. — Mitteilungen der Geologischen Abteilung des k. Württembergischen Statistischen Landesamts, N. 7.

* **Svizzera**. Commission Géologique Suisse. Matériaux pour la Carte géologique de la Suisse, livr. XXIV, 2e Sér. de la Carte spéciale, N. 27 *a* e *b* avec notices explicatives; N. 50; N. 54 avec profil et notices expls.; N. 56 *a*, *b*; 57.

— Commission Géodésique Suisse. Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz. Vol. XII. Zurich, 1910; 4°.

* — Schweizerische Naturforschende Gesellschaft. 91. Jahresversammlung vom 30 August bis 2 September 1908 in Glarus, Bd. I, II. — 92e Session du 5 au 8 septembre 1909 à Lausanne, T. I, II. — Neue Denkschriften, Bd. XLIV. Text u. Tafeln u. Karten.

Sydney. Report of the 12 Meeting of the Australian Association for the advancement of science, held at Brisbane, 1909. Brisbane, 1910: 1 vol. 8°.

* — Royal Society of New South Wales. Journal and Proceedings, vol. XLII: XLIII, p. 1, 2.

Tacubaya. Osservatorio Astronómico Nacional para el año de 1910; 16°.

* **Tananarive**. Académie Malgache. Bulletin, An. 1908, vol. VI.

Teddington Middlesex. National Physical Laboratory. Report for the Year 1909.

* **Thonon**. Académie Savoisienne. Mémoires et Documents, 1909.

* **Tōkyō**. Kaiserlich-Japanischen Universität. Mitteilungen aus der Medizinischen Fakultät, Bd. VIII, 3; IX, 1.

— Imperial University College of Science. Journal, vol. XXVII, art. 2-13.

— Imperial Earthquake Investigation Committee. Bulletin, vol. III, 2; IV, 1.

* **Topeka**. Kansas Academy of Science. Transactions, vol. XXII, 1909; 8°.

— University Geological Survey of Kansas. Vol. IX, Special Report on Oil and Gas: 1 vol. 4°.

* **Torino**. R. Accademia di Agricoltura. Annali, vol. LII, 1909; 8°.

* — R. Accademia di Medicina. Giornale, An. LXXII (1909), N. 9-12; LXXIII (1910), 1-7.

* — R. Deputazione sovra gli studi di Storia Patria. Le campagne di Guerra in Piemonte (1703-1708) e l'Assedio di Torino (1706). Studi-documenti-illustrazioni. Vol. IX e X. — Miscellanea di Storia italiana, 3a Ser., T. XIV. — Biblioteca di Storia italiana recente (1800-1870), vol. III.

* — R. Università. Annuario 1909-1910.

— Musei di Zoologia ed Anatomia comparata della R. Università. Bollettino, Vol. XXIV, 1909.

* — R. Politecnico: Classificazione degli allievi che nell'an. scol. 1908-1909 riportarono il diploma di Ingegnere Civile, di Ingegnere Industriale o di Architetto.

* — Club Alpino italiano. Rivista, 1909, vol. XXVIII, N. 11-12; XXIX, 1-11 e Suppl. al N. 1. — Bollettino pel 1910, vol. XL, N. 73.

— Società Piemontese di Archeologia e Belle Arti. Atti, vol. VIII, fasc. 1.

* **Torino**. Società Meteorologica italiana. Bollettino bimensile, Serie III, vol. XXIX, XXXI, 2.
* — Osservatorio Astronomico della R. Università. Annuario astronomico pel 1906-1911.
* — Consiglio Provinciale. Atti, An. 1909.
* — Municipio. Annuario 1908-1909. — Bollettino statistico, 1909, agosto-dicembre; 1910, gennaio-agosto. — Atti, an. 1908. — Guida per i soccorsi d'urgenza. — Relazione sulle condizioni igieniche sanitarie e demografiche per l'an. 1908. — Relazione della Commissione incaricata di studiare i provvedimenti adatti a risolvere il problema del caro dei viveri. Torino, 1910; 4°.

— Associazione " Pro-Torino ". Pro-Torino, an. V, 1909, N. 12; VI, 1-11.

* **Toronto**. Canadian Institute. Transactions, N. 19, vol. VIII, p. 4.

— University of Toronto Studies. Review of historical publications relating to Canada. vol. XIV. Toronto, 1910: 8°.

Tortosa. Observatoire de l'Ebresis à Roquetas, dépendant du Collège d'Études supérieures de Jésus, de Tortosa: 1. Notice sur l'Observatoire et sur quelques observations de l'Éclipse du 30 août 1905; 2. L'observation solaire; 3. La section magnétique; 4. La section électrique. Boletin mensual. Enero 1910, vol. I, N. 1.

* **Toulouse**. Université. Annuaire pour l'an. 1909-1910 et livret d'étudiant. — Annales du Midi, XXI^e Année, 1909, Nos. 83-84. — XXII, 1910, 85. — Annales de la Faculté des sciences. 3^e Sér., an. 1909, T. I, 1^r fasc.
* **Trieste**. Società di Minerva. Archeografo Triestino, vol. V, III Ser., fasc. 2°.

Tufts College Mass. Tufts College Studies, vol. II, No. 3 (Scientific Series).

* **Udine**. Civica Biblioteca e Museo. Bollett., A. III, 1909, N. 3-4; IV, 1910, 1-3.
* **Upsala**. Royal University. Result of the Swedish Zoological Expedition to Egypt and the White Nile, 1901, Part III. — Universitati Lipsiensi secularia quinta diebus XXVIII-XXX mensis Julii A. D. MCMIX celebranti gratulantur Univ. Ups. Rector et Senatus. — Katalog öfver Linköping Stifts- och Läroverks-biblioteks incunabler 1910 af J. Collijn. — Bulletin mensuel de l'Observatoire météorologique, vol. XLI, an, 1909; 4°. — Bref och Schrifvelser af och till Carl von Linné, Del. IV. — Commentationes Tullianae. De Ciceronis epistulis ad Brutum ad Quintum fratrem ad Atticum Quaestiones scripsit H. Sjögren. Accedunt duae tabulae phototypice expressae. — Till Kungl. Vetenskaps Societatis i Upsala vid dess 200-Årsjubileum of Uppsala Universitet den 19 november 1910. — Årsskrift, 1909.

— K. Humanistika Vetenskaps-Samfundet. Skrifter, Bd. XII.

* **Urbana**. Illinois State Laboratory of Natural History. Bulletin, vol. VII, art. 10 a. Index, VIII, 2-5.

Valle Pompei. Santuario di Pompei. Calendario 1910.

* **Venezia**. R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti. Atti, T. LXVIII, disp. 10^a; LXIX, 1-7. — Memorie, vol. XXVIII, N. 3-5.
* — R. Magistrato alle Acque. Ufficio Idrografico. Pubblicazioni, N. 1-11. — Livellazioni di precisione, N. 1-13, 18, 21, 51, 52, 55, 56. — Bollettino:

Parte I (*a*), Servizio meteorologico: Dati orari osservati a Venezia per cura dell'Osservatorio del Seminario Patriarcale, centrale della Rete del Magistrato, anni 1908, 1909, 1910, gennaio-agosto. — Parte I (*b*), Servizio meteorologico: Dati osservati nelle stazioni meteorologiche della rete del Magistrato, anni 1908, 1909, 1910, gennaio-agosto. — Parte II, Servizio pluviometrico e idrometrico, anni 1909, 1910, gennaio-febbraio. — Parte III, Servizio mareografico. Dati orari e dati di alta e bassa marea, anni 1909, 1910, gennaio-marzo. — Partecipation à l'Exposition International de Bruxelles, 1910.

* **Vercelli**. Società Vercellese di Storia ed Arte. Archivio. Memorie e Studi. An. I, 1909, N. 3-4: II, 1910, 1-2.

* **Verona**. Accademia d'Agricoltura, scienze, lettere, arti e commercio. Atti e Memorie, Serie IV, vol. X. — Osservazioni meteoriche dell'anno 1909.

* — Museo civico. Madonna Verona. Bollettino, An. III, 1909, N. 12; IV, 1910, 13-15.

* **Vicenza**. Museo Civico. Bollettino, 1910, fasc. 1-2.

* **Warszawa**. Towarzystwa Naukowego Warszawskiego (Travaux de la Société scientifique). II. Classe des sciences anthropologiques, sociales, historiques et philosophiques, 1909, 2; 1910, 1. — III. Classe des sciences mathématiques et naturelles: Comptes rendus des Séances, An. II (1909), Rok II, N. 8-9; An. III (1910), Rok III, fasc. 1-7. — Komisya Historyczna, T. I (1582-1602), N. 3.

* **Washington**. Library of Congress. Report of the Librarian Congress for the fiscal Year ended June 30, 1898; June 30, 1900-1909. Washington, Government Printing Office; 8 vol. 8°.

— Library Congress. The Library of Congress and its Work. — Publications issued since 1897, January 1909, March 1909, January 1910; 3 fasc. 8°. — Want List of Publications of Societies, New edition, 1909. — Want List of Periodicals, New edition, 1909. — Duplicate periodicals and serials. Available for exchange January 1910. — Want List of American historical Serials, 2nd edit., 1909. — Want List of American 18th Century Newspapers, 1909.

* — Department of Interior. U. S. Geological Survey. 30 Annual Report, 3 vol. 8°. — Bulletin, Nos. 87, 88, 130, 135, 137, 140-142, 144-146, 149, 151-153, 155-157, 162, 163, 165, 168, 169, 172, 173, 175, 179, 181, 185, 194, 197, 199, 201, 204, 205, 215, 216, 218, 222, 224, 226, 229, 230, 232, 233, 237, 239-242, 244-250, 253-256, 258, 262, 264-266, 269, 271, 273-284, 286-288, 291-296, 299-302, 304, 305, 307-313, 319, 320, 326, 327, 329, 330, 332, 333, 336, 341, 356, 360, 368, 370-380, 382-390, 392-397, 399, 400-406, 408-414, 416, 418, 421, 423, 424. — Professional Paper, N. 59, 64-66, 67. — Water Supply Paper, Nos. 223, 224, 225, 227, 228-234, 235, 236 238, 242.

* — Department of Commerce and Labor. Bureau of Standards, Bulletin, vol. VI, 1-2. — Coast and Geodetic Survey. Geodesy. The figure of the Earth and Isostasy from Measurements in the United States by J. F. Hayford. — Supplementary investigation in 1909 of the figure of the

Earth and Isostasy. — Report of the Superintendent of the Coast and Geodetic Survey strowing the progress of the Work from July 1, 1908 to June 30, 1909.

* **Washington**. Smithsonian Institution. United States National Museum. Proceedings, vol. XXXV, XXXVI. — Bulletin, 63-69, 72. — Contributions from the United States National Herbarium, vol. XII, p. 7-10; XIII, 1-2. — Report on the progress and condition of U. S. National Museum for the Year ending June 30, 1909.

* — Smithsonian Institution. Smithsonian Miscellaneous Collections, vol. 52, N. 1860-1872 (vol. V, p. 3-4); vol. 54, 1870, 1922; 1924-1927, vol. 55; vo. 56, 1-4. — Annual Report of the Board of Regents..., 30 June 1908. — Smithsonian Mathematical Tables. Hyperbolic functions prepared by G. F. Becker and C. E. van Orstrand (N. 1871).

* — Smithsonian Institution. Bureau of American Ethnology. Bulletin, 38, 39, 41, 42, 48.

* — D. C. Carnegie Institution. Founded by Andrew Carnegie. Scope and Organization, 1 fasc. 4°. — Year Book, N. 8, 1909. — Publications, N. 74, vol. I, II, 85, 85 (Kentucky), 85 (Delaware), 87; vol. II, 96, 99, 100, 104, 105, 108, 111, 112, 116, 117, 121, 122, 123, 125.

* — Philosophical Society. Bulletin, vol. XV. Simon Newcomb.

* — U. S. Naval Observatory. Synopsis of the Report of the Superintendent ...for the fiscal Year ending June 30, 1909.

* **Wien**. Kaiserliche Akademie der Wissenschaften. Almanach, 1870, 1904, 1905, 1909. — Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse, Sitzungsberichte, Abth. I, Bd. CXIV; CXVII, 8-10; CXVIII; CXIX, 1-5. Abth. II*a*, Bd. CXIV; CXVII, 10; CXVIII; CXIX, 1-4. Abth. II*b*, Bd. CXIV; CXVII, 8-10; CXVIII; CXIX, 1-6. Abth. III, Bd. CXIV, CXVII, 8-10; CXVIII; CXIX, 1-3. — Denkschriften, Bd. LXXI, 1 Theil; LXXVIII; LXXX; LXXXIV. — Philosophisch-historische Klasse, Sitzungsberichte, Bd. I, Heft 1-5; LXXX, 3; CXLIX; CL; CLVIII; CLIX, 4-5; CLXI, 1, 3, 4, 7, 9; CLXII, 1-6; CLXIII, 1, 2, 4, 6; CLXIV, 1-4; CLXV, 3; CLXVI, 2. — Register zu den Bd. 91-100; 141-150; 151-160. — Denkschriften, LI-LIII, 3; LIV. 1. — Archiv, XCII, 2 Hälfte; XCIII, 2; XCIV, 1; XCV-XCXIX, 1; C, 1 Hälfte; CI, 1. — Fontes rerum Austriacarum. LVIII, 2; LXII. — Mitteilungen der Erdben-Kommission, N. XXVIII-XXX, XXXIV-XXXVII-XXXIX.

* — K. K. Geologische Reichsanstalt. Verhandlungen, 1909, N. 10-18; 1910, 1-12. — Jahrbuch, Jahrg. 1909, LIX Bd., 1-4 Heft; LX, 1, 2.

* — K. K. Zoologisch-Botanische Gesellschaft. Verhandlungen, Jahrg. 1909, LIX Bd.

— Oesterreichische Commission für die internationale Erdmessung. Verhandlungen-Protokolle über die am 5. Dezember 1908 abgehaltenen Sitzung.

* **Würzburg**. Physikalisch-medicinische Gesellschaft. Sitzungsberichte, 1908, N. 6; 1909, 1-5. — Verhandlungen, N. F., Bd. XI, 6, 7.

* **Zagrebu**. Jugoslavenska Akademija znanosti i umjetnosti. Ljetopis, 1909, 24 Svezak. — Rad, Knjiga 178, 180, 182. — Razredi hist.-filolog. i filo-

zofico-juridički. — Zbornik za narodni život i običaje južnih Slavena, Kniga XIV, Svezak 2; XV, 1. — Rječnik hrvatskoga ili srpskoga jezika, Sv. 28, Micati. 1 Mjesto. — Codex diplomaticus Regni Croatiae, Dalmatiae et Slavoniae. Vol. VII. Diplomata annorum 1290-1300 continens. — Monumenta spectantia ad historiam Slavorum meridionalium, vol. XXXII.

* **Zagrebu.** Kr. Hrvatsko-Slavonsko-Dalmatinskoga Zemaljskoga Arkiva Godina, XII, 1-2.

* — Societas scientiarum naturalium croatica. Glasnik, Godina XX-XXI.

* **Zürich.** Naturforschende Gesellschaft. Vierteljahrsschrift, 53. Jahrg., 1908, 4 Heft; 54. Jahrg. 1909, 1-4 Heft; 55. Jarhg. 1910, 1-2 Heft.

PERIODICI 1910.

* **Acta** mathematica. Zeitschrift herausgegeben von G. MittagLeffler. Stockholm; 4°.

** **Allgemeine** Deutsche Biographie. Leipzig; 8°.

** **Almanacco** italiano. Piccola enciclopedia popolare della vita pratica.

** **Annalen** der Physik und Chemie. Leipzig; 8°.

** **Annales** de biologie lacustre publiées sous la direction du dr. E. Rousseau.

** **Annales** de Chimie et de Physique. Paris; 8°.

Annales scientifiques de l'École Normale supérieure. Paris.

* **Annals** and Magazine of Natural History. London; 8°.

** **Annals** of Mathematics, second series. Charlottesville; 4°.

** **Antologia** (Nuova). Rivista di scienze, lettere ed arti. Roma; 8°.

** **Archiv** für Entwickelungsmechanik der Organismen. Leipzig; 8°.

** **Archiv** für Naturgeschichte. Berlin (Jahrg. 75).

** **Archives** des Sciences physiques et naturelles, etc. Genève; 8°.

** **Archives** italiennes de Biologie... sous la direction de A. Mosso. Turin; 8°.

** **Archivio** storico italiano. Firenze; 8°.

* **Archivio** storico lombardo. Milano; 8°.

* **Archivio** storico sardo. Edito dalla Società storica sarda. Cagliari; 8°.

* **Archivio** storico per la Sicilia orientale. Catania, 8°.

* **Archivum** Franciscanum historicum.

* **Ateneo** veneto. — Rivista mensile di scienze, lettere ed arti. Venezia; 8°.

** **Athenaeum** (The). Journal of English and Foreign Literature, Science, the Fine Arts, Music and the Drama. London; 4°.

* **Beiblätter** zu den Annalen der Physik und Chemie. Leipzig; 8°.

* **Beiträge** zur chemischen Physiologie und Pathologie. Braunschweig; 8°.

** **Berliner** philologische Wochenschrift; 8°.

** **Bibliografia** italiana. Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa. Milano; 8°.

** **Bibliographie** der deutschen Zeitschriften-Litteratur, mit Einschluss von Sammelwerken und Zeitungen. Leipzig; 4°.

Biblioteca nazionale centrale di Firenze. Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa. Firenze; 8°.

** **Bibliotheca** mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik. Stockholm; 8°.

** **Bibliotheca** Philologica Classica; 8°.

** **Bibliothèque** de l'École des Chartes; Revue d'érudition consacrée spécialement à l'étude du moyen âge, etc. Paris; 8°.

** **Bibliothèque** universelle et Revue suisse. Lausanne; 8°.

** **Bollettino** Ufficiale del Ministero dell'Istruzione Pubblica. Roma; 8°.

* **Brixia Sacra**. Bollettino bimestrale di Studi e documenti per la Storia Ecclesiastica bresciana.

** **Bullettino** (Nuovo) di Archeologia cristiana. Roma; 8°.

* **Bullettino** di Archeologia e Storia dalmata. Spalato; 8°.

** **Centralblatt** für Mineralogie, Geologie und Paleontologie in Verbindung mit dem neuen Jahrbuch für Mineralogie, Geologie und Paleontologie. Stuttgart; 8°.

* **Cimento** (Il nuovo). Pisa; 8°.

* **Elettricista** (L'). Rivista mensile di elettrotecnica. Roma; 4°.

** 'Εφημερὶς ἀρχαιολογική. 'Εν 'Αθήναις. 4°.

Eranos. Acta philologica Suecana.

** **Euphorion**, Zeitschrift für Literaturgeschichte.

** **Fortschritte** der Physik. Braunschweig; 8°.

* **Gazzetta** chimica italiana. Roma; 8°.

* **Gazzetta** Ufficiale del Regno. Roma; 4°.

* **Giornale** del Genio civile. Roma; 8°.

** **Giornale** della libreria, della tipografia e delle arti e industrie affini. Milano; 8°.

** **Giornale** storico della Letteratura italiana. Torino; 8°.

Giornale storico della Lunigiana.

** **Guida** commerciale ed amministrativa di Torino. 8°.

* **Heidelberger Jahrbücher** (Neue). Heidelberg; 8°.

* **Historische** Zeitschrift. München; 8°.

* **Ion**. Zeitschrift für Electronik, Atomistik, Ionologie, Radioactivität und Raumchemie. An. I, II, 1908, 1910.

* **Jahrbuch** über die Fortschritte der Mathematik.

** **Jahrbuch** (Neues), für Mineralogie, Geologie und Palaeontologie, etc. 1909, I. II. Beil. Bd. VIII, 1, 2.

** **Jahresberichte** der Geschichtswissenschaft im Auftrage der historischen Gesellschaft zu Berlin herausgegeben von E. Berner. Berlin; 8°.

* **Journal** (The American) of Science. Edit. Edward S. Dana. New-Haven.

** **Journal Asiatique**, ou Recueil de Mémoires, d'Extraits et de Notices relatifs à l'histoire, à la philosophie, aux langues et à la littérature des peuples orientaux. Paris; 8°.

** **Journal** de Conchyliologie, comprenant l'étude des mollusques vivants et fossiles. 1907; T. LVI. Paris; 8°.

** **Journal** de Mathématiques pures et appliquées. Paris; 4°.

** **Journal** des Savants. Paris; 8°.
** **Journal** für die reine u. angewandte Mathematik. Berlin; 4°.
* **Journal** of Physical Chemistry. Ithaca; 8°.
** **Mathematische** u. Naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn. Leipzig; 8°.
** **Minerva**. Jahrbuch d. gelehrten Welt. Strassburg; 16°.
** **Modern** language notes. Baltimore; 4°.
* **Monatshefte** für Mathematik und Physik. Wien; 8°.
* **Morphologisches** Jahrbuch. Leipzig; 8°.
** **Moyen Age** (Le). Bulletin mensuel d'histoire et de philol. Paris; 8°.
** **Nature**, a weekly illustrated Journal of Science. London; 8°.
* **Nieuw Archieff** voor Wirskunde. Uitgegeven door hel Wiskundig Genootschap te Amsterdam; 8°.
** **Palaeontographica**. Beiträge zur Naturgeschichte der Vorzeit. Stuttgart.
** **Petermanns** Mitteilungen aus Justus Perthes' Geographisch. Anstalt. Gotha; 8°.
** — Ergänzung. N. 159-160.
* **Physical Review** (The); a journal of experimental and theoretical physic. Published for Cornell University Ithaca. New-York; 8°.
* **Portugalia**. Materias para o estudo do povo portuguez. Porto; 8°.
* **Prace** matematyczno fizyczne. Warzawa; 8°.
* **Psychologische Studien** herausg. von W. Wundt. Neue Folge der Philosophischen Studien. Leipzig; 8°.
** **Quarterly** Journal of pure and applied Mathematics. London; 8°.
** **Raccolta** Ufficiale delle leggi e dei decreti del Regno d'Italia. 8°.
** **Revue** archéologique. Paris; 8°.
** **Revue** de la Renaissance. Paris; 8°.
* **Revue** de l'Université de Bruxelles; 8°.
** **Revue** des Deux Mondes. Paris; 8°.
** **Revue** du Mois. Paris; 8°.
** **Revue** générale des sciences pures et appliquées. Paris; 8°.
** **Revue** numismatique. Paris; 8°.
** **Revue** politique et littéraire, revue bleue. Paris; 4°.
** **Revue** scientifique. Paris; 4°.
* **Revue** semestrielle des publications mathématiques. Amsterdam; 8°.
** **Risorgimento** italiano. Rivista storica. Torino; 8°.
* **Rivista** di Artiglieria e Genio. Roma; 8°.
** **Rivista** di Filologia e d'Istruzione classica. Torino; 8°.
** **Rivista** d'Italia. Roma; 8°.
** **Rivista** di scienza. Organo internazionale di sintesi scientifica. Bologna; 8°.
** **Rivista** di filosofia, in continuazione della *Filosofia delle Scuole italiane* e della *Rivista italiana di Filosofia*, Pavia; 8°.
* **Rivista** internaz. di scienze sociali e discipline ausiliarie. Roma; 8°.
* **Rivista** italiana di Sociologia. Roma; 8°.
* **Rivista** storica benedettina. Roma; 8°.
* **Rivista** storica italiana. Torino; 8°.
Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Valle di Pompei; 8°.

** **Science**. New-York; 8°.
* **Science Abstracts**. Physics and Electrical Engineering. London; 8°.
* **Sperimentale** (Lo). Archivio di Biologia. Firenze; 8°.
** **Stampa** (La). Gazzetta Piemontese. Torino; f°.
** **Studi** medioevali diretti da F. Novati e R. Renier. Torino; 8°.
* **Tridentum**. Rivista mensile di studi scientifici. Trento; 8°.
** **Vegetation** (Die) der Erde.
* **Wiskundige** Opgaven met de Oplossingen, door de leden van het Wiskundig Genootschap. Amsterdam; 8°.
** **Zeitschrift** für Gletscherkunde für Eiszeitforschung und Geschichte des Klimas. Berlin; 4°.
* **Zeitschrift** für matematischen und naturwissenschaftl. Unterricht, herausg. v. J. C. Hoffmann. Leipzig; 8°.
** **Zeitschrift** für physikalische Chemie. Leipzig; 8°.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio:
quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

Dal 19 Giugno al 20 Novembre 1910.

** **Archiv** für Protistenkunde. Jena, 1902-1907. Vol. 1-10. Suppl. 1.

Cannizzaro (S.). La Scienza e la Scuola (Discorso). Roma, 1910; 8° (*dalla famiglia di Stanislao Cannizzaro*).

Celoria (G.). Giovanni Schiaparelli. Brevi note commemorative. Milano, 1910; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Coblenz (W. W.). The distribution of Energy in the Spectra of Commercial Illuminants. London, 1910; 8°.

— Selective radiation from various Solids II. Washington, 1910; 8°.

— The Light of the Firefly.

— More about Firefly.

— The Reflecting Power of various Metals. Washington, 1910; 8° (*dall'A.*).

Colonnetti (G.). Sulle prove statiche del ponte in acciaio sul Tanaro. Linea di Genova-Ovada-Asti. Roma, 1910; 8° (*Id.*).

Faccin (Fr.). La natura e l'origine delle comete (Nuove vedute). Pavia, 1910; 8° (*Id.*).

Guidi (C.). Lezioni sulla scienza delle costruzioni. Parte 4ª: Teoria dei Ponti, 4ª ediz. Torino, 1910; 1 vol. 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

Haton de la Goupillière. Sommation de suites terminées. Bruxelles, 1910; 8°.

— Théorie algébrique d'un jeu de Société. Paris, 1910; 8°.

— Étude géométrique de dynamique des roulettes planes ou sphériques. Paris, 1910; 4° (*dall'A.*).

Helmert (F. R.). Die Schwerkraft und die Massenverteilung der Erde. Leipzig, 1910; 8° (*dall'A. Socio straniero dell'Accademia*).

Herbert (E. I.) and **Coblenz** (W. W.). Lumierous efficiency of the Firefly. Washington, 1910; 8°.

Issel (A.). Alcuni mammiferi fossili del Genovesato e del Savonese. Roma, 1910; 4° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Koubassoff (P. I.). Des microbes du paludisme. Recherches microbiologiques épidémiologiques et cliniques. Moscou, 1906; 8°.

— Du microbe de la fièvre typhoïde (ileo-typhus) et la théorie ternaire de Pettenkofer. Moscou, 1906; 8°.

— Du microbe de la fièvre chaude récurrente (Febris recurrens). Moscou, 1909; 8° (*dall'A. per concorrere al premio Vallauri per le scienze fisiche*).

Largaiolli (V.). Ricerche biolimnologiche sui laghi trentini. Pavia, 1910; 8° (*dall'A.*).

Mascart (J.). La détermination des longitudes et histoire des chronomètres. 1910; 8°.

— Le tremblement de Terre en Bretagne (5 août 1909). Torino, 1910; 8°.

— La Comète de Halley. Paris, 1910; 8°.

Middendorp (H. W.). La pathogénèse de la tuberculose. Groningen (*dall'A.*).

Niederlein (G.). Possibilità e probabilità di riuscita in Argentina in riguardo all'allevamento del bestiame, l'agricoltura, l'industria ed il commercio. 1910; 8° (*Id.*).

Perin (S. F.). In memoria di Giorgio Enrico Quenda. Piacenza, 1910; 8° (*dal Comitato per le onoranze al Dr. G. E. Quenda*).

Pizzetti (P.). Intorno alle possibili distribuzioni della massa nell'interno della Terra. Milano, 1910; 4°.

— Tabelle grafiche per la risoluzione approssimativa di una equazione di Gauss che si incontra nel calcolo delle orbite. Pisa, 1910; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Rajna (M.). Giovanni Schiaparelli e l'Università di Bologna. Bologna, 1910; 8° (*dall'A.*).

** **Reichenbach** (L.) et (H. G.) fils. Icones florae germanicae et helveticae simul terrarum adjacentium ergo mediae Europae. Opus ... conditum, nunc continuatum Dre G. Beck de Mannagetta. T. XIX, Decas 27, 31, 32; T. XXIV, 1-5. Lipsiae et Gerae; 4°.

Relazione della Commissione nominata dal Consiglio Direttivo per studiare il problema di una sistemazione definitiva del R. Politecnico-Museo Civico-Istituto G. Sommeiller. Saluzzo, 1910; 8° (*dalla Società degli Ingegneri ed Architetti di Torino*).

Stella-Starrabba (Fr.). La melilite negli inclusi delle lave etnee. Roma, 1910; 8°.

— Il cratere di Santa Teresa nei campi Flegrei. Napoli, 1910; 4° (*dall'A.*).

Storia Naturale (La) e la Geografia nella Relazione della Commissione Reale per l'ordinamento degli Studi secondari in Italia. Siena, 1910; 4° (*dal prof. A. Neviani*).

Weber (K.). Die Logarithmus-Numerus-Rechenscheibe. Weiz, 1910; 16° (*dall'A.*).

Dal 26 Giugno al 27 Novembre 1910.

Anna (L. de). Il verbo francese e la sua teoria dal IX al XX secolo. Studio critico-storico-filologico. Vol. III. La Coniugazione morta. Roma-Milano, 1911; 1 vol. 8°.

** **Archivio Muratoriano**. Studi e ricerche in servigio della nuova edizione dei *Rerum italicarum scriptores* di L. A. Muratori. N. 8.

Berge (J.). L'amélioration des Relations économiques de la France et de l'Italie par voies ferrées reliant directement les deux pays à travers les Alpes. Paris; 8°.

— Chemins de fer transalpins. Paris; 8° (*dall'A.*).

Biàdego (G.). Pisanus Pictor. Nota quinta. Venezia, 1910; 8°.

— Aleardo Aleardi nel biennio 1848-1849. Verona, 1910; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Boselli (P.). Inaugurazione del Registro nazionale italiano. Genova (*dall'A. Presidente dell'Accademia*).

Conti-Rossini (C.). Canti popolari tigrai. 3 fascicoli.

— Les listes des Rois d'Aksoum.

— Per la conoscenza della lingua Cunama.

— Note sugli Agau: 1. Appunti sulla lingua khamata dell'Averghelli; 2. Appunti sulla lingua Awiya del Danghelà.

— Il " Nagara Galla ".

— Sugli Habašāt.

— Documenti per l'Archeologia Eritrea nella bassa valle del Barca.

— Il censimento delle popolazioni indigene della colonia Eritrea.

— Sul Cap. XL del Genesi.

— Un portulano turco.

— Vasco da Gama, Pedralvarez Cabral e Giovanni da Nova nella cronica di Kilwah.

— Racconti e canti bileni (*dall'A.*).

** **Demangeon** (A.). Dictionnaire-manuel illustré de Géographie. Paris, 1907; 8°.

** **Graesse** (F.). Orbis latinus oder Verzeichnis der wichtigsten lateinischen Ort- und Ländernamen, 2e Auflage, mit besonderer Berücksichtigung der mittelalterlichen und neueren Latinität neu bearbeitet von Fr. Benedict. Berlin, 1909; 8°.

** **Luzio** (A.). Il Processo Pellico-Maroncelli secondo gli Atti officiali segreti. Milano, tip. edit. L. F. Cogliati, 1903; 1 vol. 8°.

— I martiri di Belfiore e il loro processo. Narrazione storica documentata, 2a ediz. con 68 illustr. Milano, tip. edit. L. F. Cogliati, 1908; 1 vol. 8°.

— Studi e bozzetti di Storia letteraria e politica. Milano, tip. edit. L. F. Cogliati, 1910; 2 vol. 8°.

Mallarini (A. G.). Il Giuba, l'Uebi Scebeli e la loro navigabilità. Studi e proposte. Firenze, 1910; 8°.

— I nostri veri confini coll'Abissinia in Somalia. Pistoia, 1910; 8° (*dall'A.*).

Martinez (A. B.). La Repubblica Argentina nel suo 1° centenario 1810-1910. Relazione Statistico-geografica della Repubblica e delle sue risorse come paese favorevole all'Emigrazione europea. Buenos Aires, 1910; 1 carta in-fol. (*dalla " Comisión protectora de Bibliotecas populares "*).

Masci (F.). Elementi di filosofia per le scuole secondarie. Vol. III, Etica. Napoli, 1911; 1 vol. 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

** **Muratori** (L. A.). Rerum italicarum scriptores; T. XIV, parte I, fasc. 2° (82); T. XVII, parte I, fasc. 2 (81); T. XXIV, parte XIII, fasc. 3 (80); T. XXX, parte I, fasc. 4 (83).

** **Pagliaini** (A.). Indice per materie del Catalogo generale della libreria italiana dall'anno 1847 a tutto il 1899. Vol. II, Puntata 1-3.

Scriptores Æthiopici. Textus et Versio, Ser. Altera, T. XXIV: Vitae Sanctorum indigenarum edit. Kar. Conti-Rossini (*dono del sig. Conti-Rossini*).

Sforza (G.). Nel primo centenario della nascita di Camillo Cavour. Torino, 1910, in-fol. (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

Vesme (A. de). Le Peintre-Graveur italien. Ouvrage faisant suite au Peintre-Graveur de Bartsch. Milano, 1906; 1 vol. in-4° (*Id.*).

Dal 27 Novembre all'11 Dicembre 1910.

Albanese (V.). Tu es Petrus. Modica, 1910; 8° (*dall'A.*).

Baudi di Vesme (A.). Le peintre-graveur italien. Ouvrage faisant suite au " Peintre Graveur " de Bartsch. Milano, 1906 (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).

** **Litta**. Famiglie celebri italiane, fasc. XLVIII, XLIX, L: Ruffo di Calabria; Caraffa di Napoli; D'Aquino di Napoli.

** **Muratori** (L. A.). Rerum italicarum scriptores. Fasc. 6° del T. XXXII, p. 1.

Nallino (C. A.). Venezia e Sfax nel secolo XVIII secondo il cronista arabo Maqdîsh. Palermo, 1910; 8° (*dall'A.*).

Sforza (G.). Un musico montignosino. Spezia, 1910; 8° (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).

Studi glottologici italiani diretti da Giacomo De Gregorio. Vol. V. Torino. E. Loescher; 8° (*dono del direttore prof. G. De Gregorio*).

Dal 20 Novembre al 18 Dicembre 1910.

De Marchi (M.), Introduzione allo studio biologico del Verbano. Milano, 1910; 8° (*dall'A.*).

Guareschi (I.). Notizie biografiche su Giuseppe Priestley. Torino, 1910; 8° (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).

Loria (G.). Giovanni Schiaparelli quale storico dell'antica astronomia. Leipzig, 1910 (*dall'A.*).

Oechsner de Coninck (W.). Action de quelques réactifs hydratants sur l'amidon. Bruxelles; 1910; 8°.

— Sur un procédé facile de préparation de l'or colloïdal. Bruxelles, 1910; 8°.

— et **Raynaud** (A.). Contribution à l'étude des celluloses. Bruxelles, 1910: 8° (*dal sig. Oechsner de Coninck*).

Perroncito (A.). Contributo allo studio della biologia cellulare. Mitocondri, Cromidii e apparato reticolare interno nelle cellule spermatiche. Roma, 1910; 4° (*dall'A. per concorrere al XVII premio Bressa*).

Perroncito (E.). La malattia dei minatori. Dal S. Gottardo al Sempione. Una questione risolta. Torino, 1910; 1 vol. 8° (*dall'A.*).

Stiattesi (R.). Il preavvisatore sismico Stiattesi. Torino, 1910; 8° (*dall'A.*).

Suess (F. E.). Das Erdbeben von Laibach am 14 April 1895. Wien, 1897; 1 vol. 8°.

— Studien über unterirdische Wasserbewegung. Wien, 1898; 8°.

— Bericht über eine geologische Reise in den Westen des Französischen Centralplateaus. Wien, 1899; 8°.

— Exkursion nach Segengottes bei Brünn. Wien, 1900; 8°.

— Ueber Perthitfeldspäte aus kristallinischen Schiefergesteinen. Wien, 1904; 8°.

— Das Gebiet der Triasfalten im Nordosten der Brennerlinie. Wien, 1904; 8°.

— Kristallinische Schiefer Oesterreichs innerhalb und ausserhalb der Alpen. Wien, 1904; 8°.

— Aus dem Devon- und Kuhngebiete östlich von Brünn. Wien, 1905; 8°.

— Die Bildung der Karlsbader Sprudelschale unter Wachstumsdruck der Aragonitkristalle. Wien, 1909; 8°.

— Beispiele plastischer und kristalloblastischer Gesteinsumformung. Wien, 1909; 8°.

— Ueber Gläser kosmischer Herkunft. Leipzig, 1909; 8° (*dall'A. Socio straniero dell'Accademia*).

Dall'11 Dicembre 1910 al 1° Gennaio 1911.

Bertolini (C.). Bibliografia: II, III, 2 fasc. Estratti dal " Bullettino dell'Istituto di Diritto Romano „, an. XX, fasc. IV-VI; XXII, I-VI.

Boffito (G.). Dante, Sant'Agostino ed Egidio Colonna (Romano). Firenze, 1911; 4° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Del Lungo (I.). Il canto XVII del Paradiso letto da I. D. L. con Appendice sul Primo rifugio e primo ostello di Dante in Verona. Firenze; 8°.

— L'edizione nazionale delle Opere di Galileo. Roma, 1910; 8°.

— e **Favaro** (A.). La prosa di Galileo per saggi ad uso scolastico e di coltura. Firenze, 1911; 8° (*Id.*).

Einaudi (L.). L'indice du prix du blé à propos des statistiques de l'Institut International d'Agriculture. Milano, 1910; 8° (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).

Lubin (D.). Les oscillations dans les prix des produits agricoles; leur réaction sur la prosperité de l'État. Roma, 1910; 8°.

Venturi (A.). Storia dell'arte italiana. VII. La pittura del quattrocento. Parte I. Milano, 1911; 1 vol. 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Dal 18 Dicembre 1910 all'8 Gennaio 1911.

Bernardi (G.). Tavole contenenti i doppi, i quadrati, i tripli dei quadrati ed i cubi dei numeri da 1 a 1000 ecc., 2ª ediz. rifatta dall'Autore. Bologna, 1911; 8° (*dall'A.*).

Carnoy (H.). Sur les travaux mathématiques de M. E. Lebon. Paris, 1910; 16° (*dal sig. E. Lebon*).

Giuffrida-Ruggeri (V.). La quistione dei Pigmei e le variazioni morfologiche dei gruppi etnici. Firenze, 1910; 8° (*dall'A.*).

Guareschi (I.). Francesco Selmi und die kolloidalen Lösungen. Göthen, 1910; 8° (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).

Icard (S.). La constatation des décès dans les hôpitaux en France et à l'étranger et nécessité de la pratique hâtive des autopsies. Paris, 1911; 1 vol. 8°.

— Le signe de la morte réelle en absence du médecin. Paris, 1907; 1 vol. 16° (*dall'A. per concorrere al premio Bressa*).

Koebe (P.). Ueber konforme Abbildung mehrfach zusammenhängender ebener Bereiche, insbesondere solcher Bereiche, deren Begrenzung von Kreisen gebildet wird. Leipzig, 1906; 8°.

— Ueber konforme Abbildung mehrfach zusammenhängender ebener Bereiche. Leipzig, 1907; 8°.

— Ueber die Uniformisierung reeller algebraischer Kurven. Göttingen. 1907; 8°.

— Ueber die Uniformisierung beliebiger analytischer Kurven. Göttingen, 1907-1909, I-IV, 13 fasc. 8°.

— Zur Uniformisierung der algebraischen Kurven. Göttingen, 1907; 8°.

— Ueber die Uniformisierung der algebraischen Kurven. Imaginäre Substitutionsgruppen (Voranzeige). Mitteilung eines Grenzübergangs durch iterierendes Verfahren. Göttingen, 1908; 8°.

— Konforme Abbildung der Oberfläche einer von endlich vielen regulären analytischen Flächenstücken gebildeten körperlichen Ecke auf die schlichte ebene Fläche eines Kreises. Göttingen, 1908; 8°.

Koebe (P.). Ueber die Uniformisierung der algebraischen Kurven durch automorphe Funktionen mit imaginärer Substitutionsgruppe. Göttingen, 1909; 8°.

— Sur un principe général d'uniformisation. Paris, 1909; 4°.

— Fonction potentielle et fonction analytique ayant un domaine d'existence donné à un nombre quelconque (fini ou infini) de feuillets. Paris, 1909; 8°.

— Ueber die Uniformisierung der algebraischen Kurven. I, II. Leipzig, 1909; 2 fasc. 8°.

— Ueber die Hilbertsche Uniformisierungsmethode. Göttingen, 1910; 8°.

— Ueber die Uniformisierung der algebraischen Kurven durch automorphe Funktionen mit imaginärer Substitutionsgruppe (Fortsetzung und Schluss). Göttingen, 1910; 8°.

— Ueber die konforme Abbildung mehrfach zusammenhängender Bereiche. Leipzig, 1910; 8°.

— Ueber die Uniformisierung beliebiger analytischer Kurven. I Teil: Das allgemeine Uniformisierungsprinzip. II. Die zentralen Uniformisierungsprobleme. Berlin; 4°.

— Ueber ein allgemeines Uniformisierungsprinzip. Roma, 1909; 8° (*dall'A. per concorrere al premio Bressa*).

Lebon (E.). Paul Appell. Biographie, bibliographie analytique des écrits. Paris, 1910; 8° (*dall'A.*).

Oddo (G.). Impiego del minerale di zolfo di Sicilia per la preparazione dell'acido solforico. Note 4. Roma, 1908-1910; 8°.
— Impiego del minerale di zolfo per la preparazione dell'acido solforico. Caltanissetta, 1910; 8°.
— Employment of Rock Sulphur for Manufacture of Sulphuric Acid. London, 1910; 8°.
— Verwendung des Schwefelerzes zur Schwefelsäure-Fabrication. Göthen, 1910; 8° (*dall'A. per concorrere al premio Bressa*).
Rosati (P.). Manuale dei funghi velenosi. Bologna, 1909; 8° (*dall'A.*).

Dal 1° al 15 Gennaio 1911.

Ambrosini (G.). Trasformazione delle persone giuridiche. I. Torino, 1910 (*dall'A.*).
** **Cambridge** (The) Modern history. Vol. XII. Cambridge, 1910; 8°.
D'Ercole (P.). Necrologio, ovvero il pensiere, gli scritti e l'insegnamento del prof. P. R. Trojano. Torino, 1910; 8°.
— L'insegnamento filosofico e pedagogico propugnato dal prof. Giuseppe Allievo, con riferimento all' Hegelianismo ed all'umanismo. Modena, 1910; 8°.
— L'essere evolutivo finale come tentamento di una nuova concezione ed orientazione del pensiero filosofico uscente dall'Hegelianismo. Modena, 1910; 8°.
— La reintegrazione della Facoltà teologica. Modena, 1910; 8° (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).
In Memoria del conte Roberto Magliano di Villar San Marco. Torino, 1910; 8° (*dono della famiglia*).
Muratori (L. A.). Archivio Muratoriano. Studi e ricerche in servigio della nuova edizione dei " Rerum italicarum scriptores ", N. 9.
** — Rerum italicarum scriptores. T. IX, fasc. 1, part. I; XXIII, 1, I; XXIV, 1, II (fasc. 86, 87, 85).
Ruffini (F.). Perchè Cesare Baronio non fu Papa; contributo alla storia della monarchia sicula e del " Jus esclusivae ". Perugia, 1910; 8° (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).

Dall'8 al 22 Gennaio 1911.

Hamburger (H. J.). Osmotischer Druck und Ionenlehre in den medicinischen Wissenschaften. Wiesbaden, 1902-1904; 3 vol. 8°.
— Die Konzentrationsangabe von Lösungen. Leipzig, 1904; 1 c. 8°.
— Action catalytique de l'argent colloïdal dans le sang. Liège-Paris, 1904; 8°.
— Neuere Untersuchungen über Colloïde und ihre Bedeutung für die medizinischen Wissenschaften (Archiv f. physik. Medizin.); 8°.
— Zur Differenzierung des Blutes (Eiweiss) biologisch verwandter Tierspecies. Berlin, 1905; 8°.
— Orgaantherapie. Groningen, 1905; 8°.
— Zur Untersuchung der quantitativen Verhältnisse bei der Präzipitinreaktion. Groningen, 1905; 8°.

Hamburger (H. J.). A Method for determining the osmotic pressure of very small quantities of liquid. Amsterdam, 1905; 8°.
— Proeven over het mechanisme der darmresorpte. Amsterdam, 1906; 8°.
— La pression osmotique de la théorie des Jons dans les sciences médicales. Conférence. Anvers, 1906.
— Gerechtelijk onderzoek van bloed en andere lichaamdvochten. S. a. l.
— De invloed van het Hoogland op het Menschelijk Organisme. Groningen, 1907; 8°.
— A method to extrat enzymes and pro-enzymes from the mucous membrane of the digestive tube and to establish the topic distribution of them. Amsterdam, 1907; 8°.
— Sur une méthode d'extraction des enzymes et pro-enzymes de la muqueuse du canal digestif et la détermination de leur distribution topique. Harlem, 1908.
— A method of cold injection of organs for histological purposes. Amsterdam, 1908; 8°.
— Kunstmatige ademhaling bij drenkelingen. Harlem, 1909; 8°.
— De onstandvastigheid van colloïdaal zilver en de daaruit voortspruitende gevaren. Harlem, 1909; 8°.
— Ueber den Einfluss von *Ca*-Jonen auf die Chemotaxis. Firenze, 1909.
— Ueber den Durchtritt von *Ca*-Jonen durch die Blutkörperchen und dessen Bedingungen. Leipzig, 1909; 8°.
— Zur Biologie der Phagocyten. Berlin, 1910; 8°.
— Permeabilität von Membranen in zwei entgegengesetzten Richtungen. Berlin, 1908; 8°.
— Arbeitslähmung durch Stoffwechselproducte, nachgewiesen am Filimmerepithel. Jena, 1910; 8°.
— The influence of small amounts of Calcium on the motion of Phagocytes. Amsterdam, 1910; 8°.
— 25 Jahre " Osmotischer Druck " in den Medizinischen Wissenschaften. Harlem, 1910; 8°.
— and **Bubanovic** (F.). The permeability of red blood-corpuscles in physiological conditions, especially to alkali- and earth alkali metal. Amsterdam, 1910; 8°.
— La perméabilité physiologique des globules rouges spécialment vis à-vis des cations. Liège-Paris, 1910; 8°.
— and **Haan** (J. de). Zur Biologie der Phagocyten, V, VI. Berlin, 1910; 8°.
— et **Hekma** (E.). Sur le suc intestinal de l'homme. Paris, 1902, 1904; 8°.
— — Sur la phagocytose. Harlem, 1907; 8°.
— — Quantitative researches on Phagocytose. A contribution to the biology of phagocytes. Amsterdam, 1907.
— — Quantitative Studien über Phagocytose. I. Resistenz von Phagocyten gegenüber Wasserzusatz. Berlin, 1907; 8°.
— — Quantitative Studien über Phagocytose. Berlin, 1907, 1908; 8°.
— — Zur Biologie der Phagocyten. IV. Berlin, 1908; 8°.

Hamburger (H. J.). and **Arrhenius** (S.). On the nature of precipitin-reaction. Amsterdam, 1906; 8°.

— et **De Wries** (J.). Saccharine en Suiker. Harlem, 1906 (*dal sig. Prof. Hamburger per concorrere al premio Bressa*).

Mascart (J.). Les conditions d'observations dans la montagne. 1910; 8° (*dall'A.*).

Suess (F. E.). Moravische Fenster. Wien, 1910; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Weinek (L.). Die Reise der deutschen Expedition zur Beobachtung des Venusdurchganges am 9 Dezember 1874 nach der Kergueleninsel und ihr dortiger Aufenthalt. Prag, 1911; 8° (*dall'A.*).

Dal 15 al 29 Gennaio 1911.

Baudi di Vesme (A.). Catalogo della R. Pinacoteca di Torino. Torino, 1909.

— Di alcune monete, medaglie e pietre dure intagliate per Emanuele Filiberto Duca di Savoia. Torino, 1901; 4° (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).

Brondi (V.). Le rôle de la femme dans la bienfaisance en Italie. Copenhagen, 1910 (*Id.*).

Calò (G,). Il pensiero filosofico-pedagogico di Giuseppe Allievo. Prato, 1910 (*dall'A.*).

Gerini (G. B.). Esame della diatriba di Pasquale D'Ercole contro le dottrine di G. Allievo. Torino, 1910 (*Id.*).

Pascal (C.). Dioniso; saggio sulla religione e la parodia religiosa in Aristofane. Catania, 1911 (*Id.*).

Schiaparelli (E.). Le migrazioni degli antichi popoli dell'Asia Minore studiate col sussidio dei monumenti egiziani. Roma, 1883.

— Il significato simbolico delle piramidi egiziane. Roma, 1884.

— Due iscrizioni inedite del Museo egizio di Firenze. Roma, 1887.

— Museo archeologico di Firenze, antichità egizie, parte prima. Roma. 1887.

— Le antichità egiziane del Museo di Cortona. Roma, 1893.

— Antichità egizie scoperte in Benevento. Roma, 1893.

— La configurazione geografica dell'Alto Egitto in relazione collo svolgimento della sua civiltà. Roma, 1894-96.

— Di un vaso fenicio rinvenuto in una tomba della necropoli di Tarquini. Roma, 1898.

— Di un'antica stoffa cristiana d'Egitto. Roma, 1900 (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).

Dal 22 Gennaio al 5 Febbraio 1911.

Guareschi (I.). La chimica in Italia dal 1750 al 1800. Parte II: Claudio Luigi Berthollet e sue *Ricerche sulle leggi dell'affinità*, Lazzaro Spallanzani, G. A. Giobert, G. A. Scopoli, G. B. Bonvicino. Torino, 1910; 8° (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).

Haret (Sp. C.). Mécanique Sociale. Paris, Bucarest, 1910; 1 vol. 8° (*dall'A.*).

Molinari (E.). Trattato di Chimica inorganica generale applicata all'Industria, 3ª edizione. Milano, 1908-1910, 3 vol. 8° (*dall'A. per concorrere al premio Bressa*).

Taramelli (T.). Le condizioni geologiche delle Fonti termali di S. Pellegrino. Perugia, 1910 (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Dal 5 al 19 Febbraio 1911.

Bouasse (H.). Cours de mécanique rationnelle et expérimentale. Paris, 1 vol. 8°.

— Cours de Physique. Paris, 1907-1910; 6 vol. 8° (*dall'A. per concorrere al premio Vallauri*).

Boussinesq (J.). Sur les principes de la mécanique et sur leur applicabilité à des phénomènes qui semblent mettre en défaut certains d'entre eux. Paris, 1910; 4° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Celoria (G.). Sull'eclisse totale di Luna del 16 novembre 1910. Milano, 1910; 8° (*Id.*).

De Toni (G. B.). Il R. Comitato Talassografico e gli studi della Flora dei nostri mari. Padova, 1911; 8° (*dall'A.*).

Gabba (L.) e **Volta** (L.). Osservazioni della Cometa 1910 a e della Cometa di Halley fatte al R. Osservatorio astronomico di Brera. Milano, 1910; 8° (*dagli AA.*).

Grassi (G.). Principii scientifici della Elettrotecnica. Introduzione al Corso di elettrotecnica. Seconda edizione riveduta ed ampliata. Torino, 1911; 8° (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).

Helmert (F. R.). Ueber die Genauigkeit der Dimensionen des Hayfordschen Erdellipsoids. Berlin, 1911; 8° (*dall'A. Socio straniero dell'Accademia*).

Mattirolo (O.). I vegetali nell'arte degli antichi e dei primitivi. Torino, 1911; 8°.

— Il " Colus hirudinosus „ Caval. et Sich. nella Flora della Sardegna. Roma, 1910; 8° (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).

Dal 12 al 26 Febbraio 1911.

Bertacchi (C.). Discorso letto in Macerata il 25 settembre 1910 in occasione delle Onoranze centenarie al P. Matteo Ricci. Macerata, 1910; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Biasiotti (G.). La Basilica Esquilina di S. Maria ed il Palazzo Apostolico apud S. Mariam Majorem. Roma, 1911; 8° (*dall'A.*).

Del Lungo (I.) e **Favaro** (E. A.). La prosa di Galileo per saggi criticamente disposti ad uso scolastico e di coltura. Firenze, 1911; 1 vol. 8° (*dall'A. Senatore Isidoro Del Lungo Socio corrispondente dell'Accademia*).

Geisser (A.). Patrimonio. Debiti. Opere pubbliche nel Municipio di Torino e un suo vitale interesse e dovere. Torino, 1911; 8° (*dall'A.*).

Graf (A.). L'Anglomania e l'influsso inglese in Italia nel secolo XVIII. Torino, 1911; 8° (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).

Margini (S.). I Consorzi di bonificazione, amministrazione e contabilità. Verona, 1910; 8° (*dall'A.*).

Questioni universitarie. La condizione del Diritto comparato in Italia. Roma, 1911; 8°.

Stampini (E.). Manifesto in lingua latina per il prossimo Congresso internazionale degli allievi ingegneri; f° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

Dal 19 Febbraio al 5 Marzo 1911.

Barbette (Ed.). Les sommes de $p^{\text{ièmes}}$ puissances distinctes égales à une $p^{\text{ième}}$ puissance. Liège, 1911; 4°.

— Le dernier théorème de Fermat. Liège, 1910; 8° (*dall'A.*).

Henriksen (G.). Geological Notes. Christiania, 1910; 8° (*Id.*).

Icard (S.). Nouvelle méthode de notation et classification des fiches d'identité judiciaire etc. Lyon, 1908; 8°.

— La Fiche-Numéro et le Registre-Digitale. Modification apportées à la méthode et réponse à quelques objections. Lyon, 1909; 8°.

— Nouvelle méthode pour obtenir la formule chiffrée du portrait parlé. Lyon, 1909; 8°.

— La formule chiffrée du portrait parlé. Lyon, 1910; 8°.

— Procédé pour marquer d'un signe indélébile et non infamant les professionels du crime. Lyon, 1910; 8°.

— Nouvelle méthode indicatrice de la présence du Grisou, applicable à toutes les lampes de sureté (*dall'A. per concorrere al premio Bressa*).

Mattirolo (O.). Chenopodium amaranticolor Cost. et Reyn. Nuovo succedaneo dello Spinaccio. Risultati delle prove fatte nell'anno 1910. Torino, 1911; 8° (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).

Mascart (J.). Un Observatoire près d'un volcan. Torino, 1911; 8° (*dall'A.*).

Meyer (E. v.). Triphenylmethylchlorid Diphenylcarbaminchlorid Cyanurbromid in ihren Wirkungen als Säurehalogenide. Leipzig, 1910; 8°.

— Notiz über eine Bildungsweise von Diphenylmetham und Homologen desselben. Leipzig, 1910; 8°.

— Die Karlsruher Chemiker-Versammhung im Jahre 1860. Leipzig, 1911; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Phylogenetic Association in Relation to Certain Medical Problems. Boston, 1910; 8°.

Teixeira (F. G.). Obras sobre mathematica. Vol. V, 1909; 1 vol. 4° (*dall'A.*).

Dal 26 Febbraio al 12 Marzo 1911.

Avetta (A.). Per una mostra retrospettiva del libro. Torino, 1911; 8°.

— Notizia di un dono cospicuo alla Biblioteca Nazionale di Torino (" Piemonte ", An. II, N. 9) (*dall'A.*).

Boffito (G.). Saggio di bibliografia Egidiana. Precede uno studio su Dante, S. Agostino ed Egidio Colonna (Romano). Firenze, 1911; 4° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Bourgeois (H.). La littérature finnoise. Bruxelles, 1910; 8°.

— Sur l'étude de l'hébreu. Paris, 1911; 8° (*Id.*).

Galletti (A.). Il canto XXII del Purgatorio letto nella sala di Dante in Orsanmichele. Firenze; 8° (*Id.*).

Dal 5 al 19 Marzo 1911.

Binder (O.). Ueber Explosionstemperaturen. Berlin, 1911; 8° (*dall'A.*).

Borghino. Saggio di una formola generale per l'estrazione di radice e la soluzione delle equazioni. Venezia, 1911; 8° (*Id.*).

Celoria (G.). Commemorazione del Socio nazionale Sen. Prof. Giovanni Schiaparelli. Roma, 1910; 8°.

— Commemorazione del Senatore Prof. Giovanni Schiaparelli letta il 18 dicembre 1910 nella Grande aula del Circolo Filologico di Milano. Milano, 1911; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Colomba (L.) Sopra un granato ferri-cromifero di Praborna (St.-Marcel). Roma, 1910; 8° (*dall'A.*).

Mangin (L.). Introduction à l'étude des Mycorhizes des arbres forestiers. Paris, 1910; 4°.

— Nouvelles observations sur la callose. Paris, 1910; 4°.

— Sur quelques Algues nouvelles ou peu connues du Phytoplancton de l'Atlantique. Paris, 1910; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accad.*).

Dal 19 Marzo al 2 Aprile 1911.

Aggazzotti (A.). Laboratoires Scientifiques " A. Mosso „ sur le Mont Rose au Col d'Olen et à la Cabane Reine Marguerite; Torino; 8°.

— e **Pagliani** (L.). Laboratori scientifici " A. Mosso „ sul Monte Rosa Torino, 1911; 8° (*dal Dr. A. Aggazzotti*).

Caldarera (Fr.). Memoria sul moto dei pianeti (2ª ediz. migliorata). Palermo, 1911; 4° (*dall'A.*).

Colonnetti (G.). Sopra un caso di emisemmetria che si presenta in certe questioni di idrodinamica. Roma, 1911; 8° (*Id.*).

De Bolazzi (G.). I fiori e la loro coltivazione con metodo breve, facile e pratico per imparare la botanica. Torino, 1910; 8° (*Id.*).

Guareschi (I.). Die Pseudosolutionen oder Scheinlösungen nach Francesco Selmi. Dresden, 1911; 4° (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).

Lacroix (A.). Les minéraux radioactifs de Madagascar. Paris, 1911; 4° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Pascal (E.). Discorsi pronunziati nelle sedute d'inaugurazione e di chiusura del Quarto Congresso in Napoli della Società Italiana per il progresso delle scienze nei giorni 15 e 20 dicembre 1910. Roma, 1911; 8° (*dall'A.*).

Relazione della Commissione per l'esame delle condizioni tecniche ed igieniche dell'Acquedotto della Società anonima per la condotta delle acque potabili in Torino. Torino, 1911; 4° (*dal Presidente della Società*).

Sarasin (Ed.) et **Tommasina** (Th.). Constatation de quelques faits nouveaux en radioactivité induite. Genève, 1911; 8°.

— — Action de faibles élévations de temperature sur la radioactivité induite. Paris, 1911; 4° (*dal Sig. T. Tommasina*).

Dal 26 Marzo al 9 Aprile 1911.

Ambrosini (G.). Trasformazione delle persone giuridiche. Torino, 1910; 8° (*dall'A.*).

Bourgeois (H.). Esquisse d'une morphologie du romani gallois. Bruxelles, 1910 (*Id.*).

Lattes (A.) e **Levi** (B.). Cenni storici della R. Università di Cagliari. Cagliari, 1910; 8° (*dal Prof. Lattes*).

** **Muratori** (L. A.). Rerum italicarum scriptores. Fasc. 2° del T. XXII, p. 3ª (Fasc. 88).

Saccomani (G.). La filosofia delle religioni. Saggio di critica delle credenze e dei culti d'un razionalista. Treviso, 1911; 8° (*dall'A.*).

Dal 2 al 23 Aprile 1911.

Helmert (F. R.). Rapport sur les travaux du bureau central de l'Association Géodésique internationale en 1910 et programme des travaux pour l'exercice de 1911. Leide, 1911; 4° (*dall'A. Socio straniero dell'Accademia*).

Izzo (R.). Nuova Astronomia. Scoperta del vero sistema planetario. Roma, 1911; 8° (*dall'A.*).

Körner (G.). Pubblicazioni raccolte ed ordinate in occasione del 50° anniversario della sua laurea. Milano, 1911 (*Id.*).

Mascart (J.). Une Vague de chaleur. Bruxelles, 1910; 8° (*Id.*).

Dal 23 Aprile al 7 Maggio 1911.

Beltrami (E.). Opere matematiche. T. III. Milano, 1911; 4° (*dono del Comitato per le onoranze al prof. E. Beltrami*).

Cabreira (A.). Sur les propriétés des nombres en diagonale. Lisbonne, 1910; 8° (*dall'A.*).

Oechsner de Conink (W.). Action de la soude dissoute sur le carbonate de calcium. Bruxelles, 1911; 8°.

— Action de la potasse dissoute sur le carbonate de calcium. Bruxelles, 1911; 8°.

— Action des hydracides, employés en proportions croissantes, sur l'amidon et la dextrine. Bruxelles, 1911; 8° (*Id.*).

Taramelli (T.). Di un giacimento di lignite in terreno cretaceo presso Olivetta a nord di Ventimiglia. Milano, 1911; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Dal 9 Aprile al 14 Maggio 1911.

Beyssac (J.). Les membres de la Maison de Savoie au Chapitre de Lyon. Lyon, 1911; 1 vol. 8° (*dall'A.*).

Biàdego (G.). Per una lettera dell'autore del " Pastor Fido „. Venezia, 1911; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

D'Ercole (P.). " La Quistione Didattico-Universitaria „ proposta e risolta da un Hegeliano sessant'anni fa. Modena, 1911; 8° (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).

Falco (M.). Il riordinamento della proprietà ecclesiastica. Progetti italiani e sistemi germanici. Torino, 1911; 8°.

— Le disposizioni " Pro anima „. Fondamenti dottrinali e forme giuridiche. Torino, 1911; 8° (*dall'A.*).

Friedensburg (W.). Cavour. 1. Bd. Bis zur Berufung in das Ministerium 1810-1850. Gotha, 1911; 1 vol. 8° (*Id.*).

** **Muratori**. Rerum italicarum scriptores. T. XVIII, fasc. 6, p. 1 (fasc. 89).

Prato (G.). Il protezionismo operaio. L'esclusione del lavoro straniero. Torino, 1910; 8°.

— Le Dogane interne nel secolo XX. Il mercantilismo municipale. Torino 1911; 8° (*dall'A.*).

Schanz (M.). Die römische Litteratur in der Zeit der Monarchie bis auf Adrian. Erste Hälfte: Die augustische Zeit. München, 1911 (*Id.*).

Vecchioni (C.). L'arte della stampa in Aquila. Aquila, 1910 8°; (*Id.*).

Dal 7 al 21 Maggio 1911.

Bouty (E.). Rapport sur un Mémoire de M. Émile Schwoerer, intitulé " Les Phénomènes thermiques de l'atmosphère „. Paris, 1910; 4° (*dal signor E. Schwoerer*).

Determination de l'altitude du Mont Huascaran (Andes du Pérou) exécutée en 1909 sur la demande de Madame F. Bullock Workam par la Société Générale d'Études et des Travaux Topographiques. Compte rendu de la Mission. Paris, 1911; in f° (*dono della sig. F. Bullock Vorkman*).

Gautier (R.). Resumé météorologique de l'année 1909 pour Genève et le Gran St.-Bernard. Genève, 1910; 8° (*dall'A.*).

— et **Duaime** (H.). Observations météorologiques faites aux fortifications de St.-Maurice pendant l'année 1909. Resumé. Genève, 1911; 8° (*dagli AA.*).

Schwoerer (E.). Les Phénomènes thermiques de l'atmosphère. Paris, 1910; 8° (*dall'A.*).

Dal 21 Maggio al 25 Giugno 1911.

Bassani (F.) e **Galdieri** (A.). Scavo geologico eseguito a Capri. Roma, 1911; 8° (*dagli AA.*).

Bianchi (E.). La deviazione della verticale alla R. Specola al Collegio Romano. Longitudine astronomica di C. Romano da M. Mario, determinata nel 1910. Roma, 1911; 8° (*dono della R. Commissione Geodetica italiana*).

Bruni (A. C.). Sullo sviluppo dei corpi vertebrali e delle loro articolazioni negli Amnioti. Leipzig, 1911; 8° (*dall'A.*).

Cavalli (G.). Scritti editi e inediti. Raccolti e pubblicati per ordine del Ministero della Guerra. Torino, 1910-1911, 4 vol. in-8° (*dono del Ministero della Guerra*).

Colonnetti (G.). Sul moto di un liquido in un canale. Palermo, 1911; 8°.

— Sull'efflusso dei liquidi fra pareti che presentano una interruzione Nota 1ª. Roma, 1911; 8°.

— Sul calcolo dei sistemi continui su piedritti elastici. Roma, 1911; 8° (*dall'A.*).

Garbasso (A.). Fisica d'oggi. Filosofia di domani. Milano, 1910; 8°.

— I progressi recenti della fisica teorica, sperimentale ed applicata. Conferenze. Roma, 1911; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Mattirolo (O.). Nuovi materiali scientifici pervenuti in dono al R. Istituto botanico di Torino. Firenze, 1911; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

Pasquale (F.). Del fulcro germinale nelle pianticelle in germinazione e della sua funzione biologica. Napoli, 1911; 8° (*dall'A.*).

Rosetti (Giovanventura). Plictho de larte de Tentori che insegna tenger panitelle banbasi et sede si per larthe magiore come per la comune. Venetia, 1540. Ristampa con introduzione e annotazioni del prof. Icilio Guareschi. Torino, 1907; 8° (*dal prof. I. Guareschi Socio nazionale residente dell'Accademia*).

Venturi (A.). Determinazione complementare di gravità in Sicilia nel 1907. Roma, 1910; 8° (*dall'A.*).

Dal 14 Maggio al 2 Luglio 1911.

Cipollini (A.). Nel MMDCLXIV Natale di Roma. Carmen. Milano, 1911; 8° (*dall'A.*).

D'Ercole (P.). Il saggio di Panlogica ovvero l'enciclopedia filosofica dell'hegeliano Pietro Ceretti. Torino, 1911; 2 vol. (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

** **Donadoni** (E.). Ugo Foscolo pensatore, critico e poeta. Milano, R. Sandron, 1 vol. 8°.

Iorga (N.). Breve Storia dei Rumeni con speciale considerazione delle relazioni coll'Italia. Bucaresti, 1911; 8° (*dall'A.*).

** **Litta**. Famiglie celebri italiane (2ª Serie). Fasc. LI, LII: Carafa di Napoli, Toraldo di Napoli.

Masserani (T.). Studi letterari e artistici con proemio e per cura di Giulio Natali. Edizione postuma delle opere. Gruppo II, vol. I, IV-VIII. 7 vol. 8° (*dall'A.*).

Marre (A.). Notices des Travaux scientifiques et littéraires. (Arras, 1911; 8°) (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

* *Monumenta* Germaniae historica. Legum Sectio IV. Constitutiones et Acta publica Imperatorum et Regum. T. IV, Pars posterioris, fasc. II. Hannoverae et Lipsiae, MCMIX-XI.

* **Muratori** (L. A.). Rerum italicarum scriptores. Fasc. 5° del T. XXIII, p. 3ª (Fasc. 90).

Senes (G.). Regole certe di ortografia ed ortoepia italiana ad uso dei sardi. Firenze, 1909; 8°.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 20 Novembre 1910.

PRESIDENZA DEL SOCIO S. E. PAOLO BOSELLI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti: Camerano, Vice Presidente, Naccari, Direttore della Classe, ed i Soci D'Ovidio, Jadanza, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona, Mattirolo, Somigliana, Fusari, Balbiano e Segre, Segretario.

Scusano l'assenza i Soci Salvadori, Mosso, Spezia e Foà.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Il Presidente ricorda all'Accademia la grave perdita fatta dall'Italia e da tutto il mondo scientifico colla morte del nostro Socio nazionale non residente Giovanni Schiaparelli. Accenna brevemente ai grandi meriti di questo sommo Astronomo, che apparteneva alla nostra Accademia fin dal gennaio 1870.

Dà incarico al Socio Jadanza di parlarne più diffusamente in una prossima adunanza.

Vengono comunicate alla Classe:

1° l'approvazione Reale dell'elezione del Socio Segre a Segretario della Classe per il triennio dal 19 giugno 1910 a tutto il 18 giugno 1913;

2° lettera del Ministro della Real Casa, che ringrazia a nome di S. M. il Re dell'omaggio del vol. LX della 2ª Serie delle *Memorie* accademiche;

3ª lettera di ringraziamento del Prof. Balbiano per la sua nomina a Socio residente;

4° lettere di ringraziamento per la loro nomina a Soci stranieri dei professori von Baeyer, Noether, Thomson e Suess e per la nomina a corrispondente del prof. Ramon y Cayal.

Il Vice Presidente Camerano riferisce alla Classe che, eseguendo l'incarico affidatogli, ha rappresentato l'Accademia nel settembre scorso alle onoranze che l'Università di Napoli tributò alla memoria dell'insigne naturalista Filippo Cavolini nel 1° centenario dalla sua morte.

Lo stesso Vice Presidente Camerano presenta, a nome del Museo Civico di Storia Naturale di Genova, il 4° volume della 3ª Serie degli *Annali* di quel Museo.

Il Socio Mattirolo presenta in omaggio il suo Discorso d'inaugurazione dell'anno accademico all'Università: *I vegetali nell'arte degli antichi e dei primitivi*. Il Presidente ringrazia, e si congratula col Socio Mattirolo pel suo bel discorso, compiacendosi dei vincoli che legano l'Università all'Accademia.

Il Socio Guareschi presenta le sue *Notizie biografiche su Giovanni Priestley*. Il Presidente lo ringrazia.

Infine il Segretario presenta le seguenti pubblicazioni inviate in omaggio all'Accademia:

1° Stanislao Cannizzaro, *La Scienza e la Scuola* (inviato dalla famiglia Cannizzaro);

2° F. R. Helmert, *Die Schwerkraft und die Massenverteilung der Erde*;

3° P. Pizzetti, *Tabelle grafiche per la risoluzione approssimata di un'equazione di Gauss che s'incontra nel calcolo delle orbite*;

4° Id., *Intorno alle possibili distribuzioni della massa nell'interno della Terra*;

5° A. Issel, *Alcuni mammiferi fossili del Genovesato e del Savonese.*

Vengono presentati per la pubblicazione nei volumi delle *Memorie*:

dal Socio PARONA, uno Studio geologico del prof. F. SACCO: *Il Gruppo dell'Argentera*;

dal Socio JADANZA uno scritto del prof. G. BOCCARDI: *Sulla latitudine del Regio Osservatorio di Torino.*

Il Presidente incarica di riferire sul primo i Soci PARONA e SPEZIA, e sul secondo i Soci JADANZA e NACCARI.

L'Accademico Segretario
CORRADO SEGRE.

CLASSI UNITE

Adunanza del 27 Novembre 1910.

PRESIDENZA DEL SOCIO S. E. PAOLO BOSELLI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Camerano, Vice Presidente dell'Accademia, D'Ovidio, Segre, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Parona, Grassi, Fusari. — Scusano l'assenza Naccari, Direttore della Classe, Spezia, Mattirolo, Somigliana;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Manno, Direttore della Classe, Renier, Pizzi, Ruffini, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli e De Sanctis, Segretario. — Scusano l'assenza Carle, Stampini e Sforza.

È letto l'atto verbale dell'adunanza plenaria antecedente, 29 maggio 1910.

Il Presidente pronunzia brevi parole commosse ricordando la morte del Socio Senatore Angelo Mosso, avvenuta il 24 corrente novembre e lumeggiando efficacemente le nobili doti del suo animo, la sua altezza di pensiero come studioso, l'ardore con cui sempre attese alla scienza, l'affetto che ebbe per la nostra Accademia. Si delibera d'inviare l'espressione delle condoglianze dell'Accademia alla consorte ed alla figlia del defunto.

Si invita il Socio Foà a commemorare il compianto collega. Il Socio Foà accetta.

Si comunica una lettera del Ministero della Pubblica Istruzione che partecipa l'approvazione Sovrana della nomina a Vice Presidente dell'Accademia del Socio Lorenzo Camerano.

Si procede poi all'elezione del Socio Tesoriere dell'Accademia per compiuto triennio in detta carica del Socio Parona. La votazione ha luogo a schede segrete.

Il Presidente proclama eletto a Tesoriere dell'Accademia, salvo l'approvazione Sovrana, il Socio Parona.

Gli Accademici Segretari
Corrado Segre.
Gaetano De Sanctis.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 27 Novembre 1910.

PRESIDENZA DEL SOCIO S. E. PAOLO BOSELLI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA.

Sono presenti i Soci: Manno, Direttore della Classe, Renier, Pizzi, Ruffini, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli e De Sanctis Segretario. — È scusata l'assenza dei Soci Carle, Stampini e Sforza.

Viene approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente, 26 giugno 1910.

Si comunica una lettera del Ministro della Real Casa che partecipa i ringraziamenti di S. M. il Re per l'omaggio del vol. LX della 2ª Serie delle *Memorie* accademiche.

Sono presentati d'ufficio i seguenti scritti offerti in omaggio all'Accademia:

dal Socio residente Sforza: *Nel primo centenario dalla nascita di Camillo Cavour,* ricordo del Comitato piemontese per la Storia del Risorgimento italiano. Torino, Bona, 1910;

dal Socio residente Baudi di Vesme: *Le Peintre-Graveur italien.* Milano, Hoepli, 1906;

dal Socio corrispondente F. Masci: *Elementi di filosofia per le scuole secondarie,* vol. III: *Etica.* Napoli, Pierro, 1911;

dal Socio corrispondente BIADEGO: *Pisanus Pictor*, Nota V (dagli "Atti dell'Istituto Veneto", tomo LXIX, parte 2a), Venezia, Ferrari, 1910;

dallo stesso: *Aleardo Aleardi nel biennio 1848-1849 (carteggio inedito)*. Verona, Franchini, 1910.

Il Socio RENIER presenta a nome del prof. Giacomo DE GREGORIO, il vol. V degli *Studi glottologici italiani* da lui diretti. Torino, Loescher, 1910.

Per le *Memorie* è presentata dal Socio RENIER, a nome del Socio D'ERCOLE assente, una monografia del prof. Annibale PASTORE, intitolata: *Dell'essere e del conoscere*. Il Presidente delega i Soci RENIER, RUFFINI e D'ERCOLE a riferirne in una prossima adunanza.

Per gli *Atti* il Socio RENIER offre le due seguenti note:

Carlo ERRERA, *Un mappamondo medievale sconosciuto nell'Archivio Capitolare di Vercelli*;

Arturo BERSANO, *Alcune lettere inedite di Carlo Botta*.

LETTURE

Un mappamondo medievale sconosciuto nell'Archivio Capitolare di Vercelli.

Nota del Prof. CARLO ERRERA.

Grazie alla cortesia del Dott. Romualdo Pasté, canonico della Metropolitana di Vercelli, venni a conoscere nell'ottobre del 1908 l'esistenza d'un'antica pergamena d'interesse geografico, tornata in luce appunto allora durante il riordinamento dell'Archivio Capitolare. Da un primo esame fuggevole al prezioso documento, che nell'Archivio figurava col titolo, scritto da ignota mano del secolo XVIII, " Disegno antico rappresentante un quadro sinotico ", potei ravvisare trattarsi d'un mappamondo medievale, degno, — e perchè ignorato a tutt'oggi e perchè considerevolmente ricco di particolari, — di essere ampiamente illustrato.

Nell'attesa che, per opera di taluno degli studiosi locali (e non manca chi potrebbe assumersi validamente il còmpito), si addivenga a tale illustrazione, posso oggi, in seguito a un nuovo, benchè assai sommario, esame della pergamena, darne qui almeno una brevissima notizia.

La pergamena, lacera e strappata nell'orlo superiore e nell'inferiore, si conserva integra negli altri due lati, ed offre quindi per questo verso ancora tutto visibile il disegno, mentre nel rimanente giro della figura parte non piccola di esso è andata irreparabilmente perduta. Così come sta, il disegno misura dall'orlo occidentale (Colonne d'Ercole) all'estremo opposto orientale cm. 81, mentre per l'altro verso le dimensioni variano, secondo le maggiori o minori lacerazioni dell'orlo, da un massimo di cm. 64 a un minimo di cm. 46.

L'orientamento appare essere coll'Est in alto, conforme al consueto. Rimane incerto per contro, se il giro della figura

fosse circolare od ovale, poichè il contorno è conservato soltanto in minima parte.

Disegno e leggende sono in nero; per qualche particolare sono usati tuttavia il verde e il rosso, comparendo il rosso, fra altro, lungo tutto l'orlo del Mare Eritreo, il verde per gli altri mari e per le acque in genere ed anche per taluna delle molte figure disegnate qua e là. Il disegno in nero appare però in qualche parte (specie pei segni delle città e pei nomi nell'Italia, Francia, Iberia) di segno più fresco del rimanente, come se qui l'inchiostro avesse meno sofferto l'ingiuria del tempo. Tutto il disegno, del resto, tranne presso le lacerature degli orli, è ancora abbastanza visibile, sebbene assai evanito, e la scrittura permette quindi, per quanto stentatamente, di decifrare le leggende per grandissima parte della pergamena.

L'età della scrittura, a un primo esame, apparve (assistendomi il giudizio del dott. R. Pasté e quello del prof. G. C. Faccio, studioso direttore dell'Archivio cittadino) del secolo XIII più tardo o del XIV.

Il contenuto appare assai ricco per copia di dati e di leggende, quale permettevano le considerevoli dimensioni della pergamena. Dalla prima ispezione parmi si possa affermare, che per ricchezza, non tanto di nomi di luogo come di leggende, il nostro mappamondo rimanga inferiore soltanto a quelli notissimi di Hereford e di Ebstorf.

Nei lineamenti generali del disegno è da notare anzitutto la deformazione grandissima, ch'essi hanno subito in confronto delle migliori mappe terrestri dell'età di mezzo. Dalle Colonne d'Ercole il Mediterraneo s'addentra non come una più o meno ampia e irregolare insenatura, bensì come uno stretto budello quasi rettilineo così fittamente occupato da isole, che tutto lo spazio marino è ridotto a due striscie verdi correnti rispettivamente lungo le coste europee e africane, dalle quali striscie altre due piccolissime si dipartono normalmente a indicare Tirreno e Adriatico. Più in là s'inasta normalmente all'estremità interna del Mediterraneo, come una stretta via d'acqua diritta a Nord, l'Egeo col Mar Nero. Opposto a questo, disegnerebbesi il corso del Nilo, se la lacerazione dell'orlo in questa parte non togliesse di seguirlo. In ogni modo il consueto schema del T nell'O non appare qui nettamente.

Non mancano qua e là segni di corsi d'àcqua e di sistemi montuosi; numerosi i disegni di città, tutti uguali fuorchè per Roma e per qualche altra città rappresentate come maggiori. Altri disegni s'aggiungono, come avviene in altri mappamondi, a designare il Santo Sepolcro, i sepolcri degli Apostoli, il pozzo di Giuseppe, e così via. Abbondano finalmente i consueti mostri umani e gli animali mitici: sirene, grifoni, ecc.

Le leggende riveleranno a chi minutamente le legga (a me per la brevità del tempo fu concesso tentarne appena qualcuna), il solito materiale di derivazione classica nei nomi anche qui ripetuti delle antiche città e provincie dell' Impero, — l'altro materiale tradizionale delle fantasie derivate dall'antichità al medio evo, come le gesta d'Alessandro, le meraviglie dell'India, le isole favolose, ecc., — e finalmente, in minori proporzioni, il materiale d' ispirazione cristiana. Dalla prima ispezione della pergamena non appare però vi sia alcuna leggenda (tranne una, della quale si dirà poi), che contenga dati o accenni comunque a fatti dell'età di mezzo.

Quanto alla data, la scrittura non sembra permettere, come sopra è detto, di riportare il mappamondo ad età anteriore al secolo XIII. Dei caratteri intrinseci del disegno parecchi rivelano pure un'epoca abbastanza tarda, p. es. la mancanza del Paradiso terrestre e dei primi progenitori nell'estremità orientale, mancanza che parrebbe troppo strana in un mappamondo dei primi secoli medievali, — e la presenza di città, che soltanto carte del medioevo avanzato potevan segnare, come " Venecie ", come taluna delle città crociate di Palestina (" Gibelet ", " Accaron "). Qualche altro carattere però sembrerebbe accennare manifestamente a modelli di data assai più remota, p. es. la posizione di Gerusalemme fuor del centro della carta, mentre la posizione centrale della città santa è propria, come il Miller dimostra (1), dei mappamondi di età relativamente recente (posteriori alle Crociate). È da ritenere quindi, che la carta, prescindendo dai pochi particolari nuovamente aggiunti e dalle molte deformazioni subìte, riposi in fondo su modelli di parecchio anteriori al secolo XIV, — escluso tuttavia, per quel

(1) Cfr. K. Miller, *Mappaemundi: Die ältesten Weltkarten*, Stuttgart, 1895-98, vol. I, p. 30.

che si può scorgere, il modello, così frequentemente imitato, del mappamondo beatiano.

Ma è dessa poi veramente la carta così recente per data, come parrebbe dalla prima ispezione paleografica? Ritengo si possa decisamente affermarlo, se non m'inganna la lettura d'una breve iscrizione posta presso il monte Atlante verso la cuspide nord-ovest dell'Africa. Quivi, eretto appunto sul " mons athlas ", sta uno dei soliti uccelli di forma bizzarra, tenente fra i denti qualchecosa che rassomiglia a un ferro di cavallo, e reggente sulla groppa una figura di re incoronato che brandisce colla sinistra una ferula; e presso la figura del re leggesi, — la cosa non mi par dubbia, — " philipp⁹ rex ftiae ". Non il primo Filippo, è da credere, morto nel 1108, — bensì forse il secondo, che prese parte alla terza crociata, morto nel 1223, — o il terzo, morto nel 1285, — o il quarto, morto nel 1314, — senza parlare del quinto e del sesto, che sono ancor più tardi nel secolo XIV. Soltanto un'ulteriore, più accurata ispezione della carta potrà rivelare, se non si abbia per avventura a interpretare altrimenti l'iscrizione, e se altri dati fra quelli recati dalla carta stessa non valgano a precisar meglio la data: per intanto può giovar l'osservare, che Filippo III fu proclamato re, mentr'egli appunto trovavasi in Africa, presso la spoglia di Luigi IX morto sotto le mura di Tunisi.

Quanto all'autore finalmente, parrebbe vano pur il ragionarne, nell'attuale incertezza. Potrà forse con profitto investigarsi sulla probabile patria di lui: per ora è da notare, — senza nulla volerne inferire in proposito, — che fra le regioni europee le più ricche di nomi sono l'Italia e l'Iberia, ma non senza gravi errori qui come altrove (cito a memoria *Palma*, *Folirium*, etc. in Italia, *Parisius* in Francia, e via dicendo).

Alcune lettere inedite di Carlo Botta.

Nota di ARTURO BERSANO.

Tra i vari tentativi che in epoche diverse e con esito sempre inane vennero fatti per indurre il Botta ad acconsentire che, lui vivo, si pubblicassero raccolte di lettere sue, ve n'ha pur uno del 1817 di cui fa parola il Pavesio sulla fede di una lettera inedita del 21 giugno dal Botta diretta al cognato suo avv. Luigi Rigoletti (1). In essa il Botta ha frasi assai lusinghiere per i promotori della progettata raccolta: " Je suis infi-" niment sensible à l'honneur que mes amis, et particulièrement " Benard [*così il Pavesio*] et Leone veulent me faire, en im-" primant un recueil de mes lettres. Je te prie de les remercier " en mon nom. C'est une bien grande consolation pour moi, que " de penser à la constance de leur attachement. Certes ils sont " payés de retour, et je suis fier de leur amitié..... ". Ed era veramente di antica data e destinata a durare fino alla morte l'amicizia devota che legava al Botta gli iniziatori della raccolta. Dei quali il primo è il teol. Guglielmo Leone (2); il secondo l'abate Francesco Bonardi di cui già dissi e dirò ancora altrove (3): Bonard si deve così leggere, nella forma francese del nome, nella lettera citata, e non Benard come dalla scrittura minuta e fine del Botta trascrisse erroneamente il chiaro editore ed illustratore delle lettere del Botta, il Pavesio.

(1) Pavesio (*Lettere inedite di C. B.*, Faenza, Conti, 1875, pag. XXIX-XXX). Il P. ricorda, oltre a questo del 1817, i tentativi fatti dal Gomis nel 1812 e dall'abate Gallo nel 1833.

(2) Cfr. di lui, Giorcelli, *Il processo dei Giacobini casalesi*, in " Riv. st. arte, archeol. della prov. di Aless. ", IX, 32.

(3) " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", 1909-10. Si veda anche in *Scritti editi ed inediti di Mazzini*, vol. V (epistola I), Imola, 1909, p. 372, n. 1.

Il Bonardi e il Leone avevano, col Botta, fatto parte di quelle prime società segrete che in Piemonte avevano preparato la venuta dei Francesi ed i successivi rivolgimenti politici. Durante la invasione austro-russa, mentre il Bonardi riparava a Genova, il Leone, cogli altri giacobini casalesi, fu in carcere dal 22 giugno 1799 al 15 giugno 1800: dopo Marengo, nel governo della *Nazione Piemontese* il Leone fu fatto professore di teologia all'Università di Torino, mentre il Bonardi veniva incaricato della riorganizzazione amministrativa di alcune parti del Piemonte e mandato, dopo l'annessione, a Parigi, come membro del Corpo legislativo di Francia per il dipartimento di Marengo. Ivi fu collega del Botta dal 1804 al 1811 e con lui visse a Parigi in affettuosa consuetudine di vita, nè i loro rapporti cessarono quando il Bonardi si ritirò in Piemonte nel 1811 e prese nel 1821 la via dell'esiglio. Scrivendo al Leone, nel marzo del 1832, il Bonardi diceva: " il nostro Botta mi scrive ogni mese almeno... „: invero anche dai pochi avanzi rimastici della corrispondenza Botta-Bonardi appare che essa, almeno in certi periodi, fu intensa: del principio del 1833 abbiamo a poca distanza tre lettere del Botta, del 30 gennaio, 17 febbraio e 8 marzo.

Pur troppo anche nel 1817 le preghiere affettuose degli amici incontrarono, per il timore di polemiche personali o rappresaglie politiche, da parte del Botta un cortese ma assoluto divieto. E ciò è tanto più da dolere in quanto la raccolta del 1817 avrebbe probabilmente illustrato il periodo meno noto della vita del Botta, quello della sua permanenza in Parigi al Corpo legislativo, per il quale periodo, come osserva l'accurato ricercatore e bibliografo del Botta, il Salsotto, più mancano raccolte di lettere o studi parziali che ne contengano (1). Della corrispondenza che verso quel tempo e poi fu tra il Botta e il Bonardi, una parte notevole andò perduta: rimangono presso la famiglia Bonardi poche lettere, che pubblico con assoluta fedeltà dagli autografi (2), e confido che esse siano di qualche in-

(1) C. Salsotto, *Per l'epistolario di Carlo Botta*, in " Atti R. Acc. Sc. di Torino „, vol. XXXVI, pag. 386.

(2) Rendo vive grazie alla Damigella Lia Bonardi che, consentendomi con liberalità cortese lo studio delle carte lasciate dal suo avo, mentre provvede ad onorarne degnamente la memoria si rende pur benemerita dei nostri studi.

teresse, se anche taluni giudizi che in esse si dànno, coincidono con altri espressi in altre lettere già edite, pur essendo in quelle espressi in una forma meno aspra ed acre ed appassionata che non nelle nostre, le quali talora hanno così il carattere di amichevole sfogo confidenziale. Nella pubblicazione seguo l'ordine cronologico: di ognuna di esse mi si consenta qualche cenno di illustrazione.

Prima in ordine di tempo è una lettera del 9 settembre 1811, che forse il Bonardi aveva destinato alla raccolta progettata; senza soprascritta e su mezzo foglio, appare dal testo diretta non al Bonardi, ma ad un Giambattista, che è certamente G. B. Marocchetti, amico di entrambi, già sottoprefetto a Crescentino e a Chivasso, cugino di quel Vincenzo Marocchetti che in Parigi fu fratello al Botta, come i suoi figli, Paolo e lo scultore Carlo, ebbero il Botta in luogo di padre (1). Il Marocchetti fu adelfo e propagatore di adelfi e federati: condannato a morte dopo i fatti del 1821 riparò in Parigi, ospite del suo giovane cugino, in *rue de Vaugirard* nella casa abitata pure dal Botta: il figlio Scipione ricorda per l'appunto aspre dispute politiche che avvenivano tra il padre suo, già lontano dalle *utopie* della sua giovinezza, e il Marocchetti allora più che mai fervente repubblicano.

La cometa ricordata è la bella cometa del 1811 studiata allora minutamente dall'Arago a conferma della sua teoria della polarizzazione della luce. Appena visibile nell'aprile e nel maggio, essa riapparve, offrendo uno spettacolo sorprendente e magnifico, verso la fine di agosto: il nucleo appariva isolato dalla nebulosità luminosa per mezzo di uno spazio oscuro (2). Oltre

(1) Dionisotti, *Vita di C. B.*, Torino, 1867, pag. 191; Scipione Botta, *Vita privata di C. B.*, Firenze, Barbèra, 1877, pag. 56. Il B. fu a lungo ospite dei Marocchetti a Vaux près Meulan (Seine et Oise), donde vedeva la casa di Mad. Condorcet a Meulan. Là fu principiata la sua storia dal 1789 al 1814 e di là licenziava alle stampe la continuazione della Storia d'Italia del Guicciardini.

(2) La " codazza „ di cui il Botta, era lunga (*Lexicon Meyer*) 90 milioni di Km.; questa cometa impiega, secondo i calcoli dell'Argelander, 3065 anni a compiere la sua rivoluzione. Debbo queste notizie desunte dal *Cosmos* di A. Humboldt (Faye, 1854, I vol., pag. 81, 89) e dal Francœur (*Traité d'Astronomie*, 6ª ediz., 1853, p. 237) alla grande cortesia del chiar.mo professore L. Hugues.

all'accenno al suo soggiorno in Normandia col Bossi, notevole in questa lettera come nella successiva l'allusione alla coscienza ch'egli aveva della sua autorità diminuita presso le sfere dirigenti della politica dell'impero.

La seconda lettera, diretta al Bonardi, è nobile documento dell'animo gentile del Botta. Non trovai notizie nè di Teodoro Ortano, evidentemente alunno del Liceo imperiale stabilito in Casale nel 1807, nè del padre suo morto in Ispagna.

La terza, importante per il tentativo di pubblicazione di cui sopra, è trascritta non da autografo del Botta, ma da un autografo del Leone in cui essa è riferita.

La lettera del Leone al Bonardi, datata da Torino il 31 maggio 1817, è la seguente:

" Car.mo amico.

" Dalla lettera che scrissi in comune a te e a Luparia " avrai già rilevato ch'io m'era già adoperato per facilitare la " progettata stampa delle lettere del rispettabilissimo nostro " amico. Parvemi solamente cosa sotto tutti gli aspetti conve- " nevolissima che si esplorasse prima l'opinione e la volontà " dell'autore. Due suoi amici s'incaricarono di ciò; ed uno di " essi ne ebbe questa precisa risposta in data del 23 del mese " corrente: [*segue la lettera III*] . . . . . .

" Tu vedi che ogni riguardo e ragione vuole che depongasi " il pensiero di effettuare un progetto bello certamente altronde " e lodevolissimo; e che ci limitiamo così alla buona volontà.

" Quanto a me particolarmente godo assai che questa oc- " casione m'abbia procacciato il piacere di ricevere nuove di te " e mi dico coi più sinceri ed invariabili sentimenti

" tuo aff.mo amico
" G. Leone ".

Nella lettera del Leone non si fa così il nome del Botta, ma niun dubbio che sia il Botta quel " rispettabilissimo amico " di cui il Governo piemontese mal sopportava che si parlasse in patria, secondo la risposta sua; la lettera del Leone fissa anche la data di quella del Botta, al 23 maggio 1817. E poichè il Botta, come vedemmo, il 21 giugno 1817, rinnovando il suo

divieto al Bonardi e al Leone per mezzo del Rigoletti (1) accenna ad analoga risposta data precedentemente all'abate Datta, così è lecito supporre che l'amico che aveva interpellato il Botta per conto del Leone fosse il Datta col quale pure il Botta era in corrispondenza (2). Il Rigoletti stesso potrebbe essere il secondo amico di cui è cenno nella lettera del Leone; se pure il Rigoletti non fu pregato direttamente dal Bonardi, dopo la lettera avuta dal Leone, di interporsi di nuovo presso di lui. I motivi che il Botta adduce nella lettera III, che presumo diretta al Datta, sono sostanzialmente gli stessi che addurrà al Rigoletti. Così infatti si esprime col Rigoletti:

" Quant à mon consentement pour qu'on imprime mes " lettres de mon vivant, je ne le donnerai jamais. Mes lettres " ne sont d'aucune importance pour leurs subjets; et ce serait " m'exposer à des railleries surtout en Piémont, si je paroissais " en face du public avec de si petites choses. Après ma mort, " si mes enfants, ou mes amis croiront que mes lettres valent " la peine de voir la lumière du jour, ils les feront imprimer; " mais consentir qu'on les imprime de mon vivant, serait une " vanité puérile de ma part et m'attirerait, peut-être avec " raison, des quolibets de la part de ceux qui n'aiment pas à " entendre prononcer mon nom . . . . . „ (3).

Rilevo nella lettera III la dichiarazione che il Botta fa di non tenere *scartafaccio* delle sue lettere: il registro, quasi copialettere di cui il Pavesio (4), appartiene certo ad età più tarda.

Seguono, in ordine cronologico, altre cinque lettere assai posteriori, del 1832 e 1833. Secondo la tradizione famigliare

(1) Pavesio, loc. cit.

(2) Confr. lettera del Botta da Rouen 11 maggio 1818 all'abate Datta e al prof. Robiola, in Pier Aless. Paravia, *Lettere di P. Metastasio e C. Botta*, Venezia, Antonelli, 1844, e Trinchera, *Lett. ined. e rare di C. B.*, Vercelli, Guglielmoni, 1858, pag. 39.

(3) Cose analoghe scriveva all'ab. Gallo più tardi (*Lettere di C. B.*, pubbl. da P. Viani, Magnaghi, Torino, pag. 18): " il permettere che si stampino " le mie lettere in mio vivente, sarebbe andar contro il mio dogma, non " avendo mai voluto dare il mio assenso malgrado delle istanze fattemene " da molti affinchè si stampassero..... „. Analoga dichiarazione trovò il Salsotto in lett. ined. al Marchisio (2 giugno 1825).

(4) Pavesio, pag. xxx.

altre lettere sue scomparvero, o perdute nella vita travagliata che il Bonardi condusse in Svizzera, o a lui sottratte da amici: una specialmente del 1821 mi duole di non aver rintracciato tra le carte del Bonardi, relativa al principe di Carignano e ai moti disegnati in Piemonte, sconsigliante il Bonardi dal prendervi parte attiva (1).

Poco notevole è quella dell'8 febbraio 1832, in risposta ad una del Bonardi chiedente informazioni sulle modalità delle associazioni e della stampa della nuova Storia d'Italia in continuazione di quella del Guicciardini.

Documento singolare è la V, dell'11 settembre 1832. Il Pisani, noto agitatore politico (2), si imbarcava in quel giorno a Ginevra sul battello, quando vi trovò Carlo Botta con Paolo Marocchetti, in viaggio alla volta d'Italia, che andavano a Losanna *per passarvi la quarantena o meglio quinquena*. Il Pisani si recava dal Bonardi presso Bellinzona ed allora entrambi gli scrissero sul battello poche linee di saluto, in matita, tuttora leggibili. A quelle del Botta, che pubblico a parte, seguono quelle del Marocchetti:

" Si par hasard Monsieur Bonnardi se rappeloit d'un certain
" Bambin qu'il a connu en 1814 rue Basse du rempart n. 24
" il ne le reconnoitroit pas dans son très humble serviteur gros
" et gras comme père et mère, mais qui n'en a pas moins con-
" servé le souvenir de celui qui lui montroit tant d'amitié, et
" qui profite, sauf à l'ennuyer, de l'occasion qui se présente
" pour rappeler à son souvenir

" son tout dévoué

" Paul Marocchetti.

" Du Bateau à Vapeur de Genève le 11 7.bre 1832 „.

(1) Ne trovo cenno in alcuni appunti fatti alla condanna del Bonardi del 1822, dal nipote di Francesco Bonardi, Guglielmo Bonardi, che fu mite e austera figura di patriota, allievo a Lugano di Enrico Grillenzoni, indi addetto alla tipografia di Capolago.

(2) Nel *La Cecilia* Mem. (in " Mazz. Scr. ed. ed ined. „, V, 113, n. 1) è appunto memoria del viaggio del Pisani a Bellinzona, ove nell'ottobre del 1832, col Magnaghi di Tromello, col Belgioioso e altri ebbe un congresso per tentar di fondere la setta degli Indipendenti con quella della Giovine Italia. Fu allora ospite del Bonardi (amico intimo del Buonarroti) a Roveredo, ove il B. era rifugiato.

Seguono sullo stesso foglio altre linee del Bonardi stesso (dalle quali ho tratto le informazioni di cui sopra) al nipote Guglielmo, allora in Italia, invitandolo a presentarsi a San Giorgio Canavese quando il Botta vi fosse giunto, per ricambiargli il saluto per parte dello zio, affinchè, come gli scriveva pure il 27 settembre, " se Dio il vuole, diventato padre, possa dir ai " tuoi figli: ' conobbi Botta ', dovendo il suo nome crescere coi " secoli „ (1). Tra le carte del Bonardi trovo pure un biglietto suo di risposta al Botta, che porta in alto l'intestazione: *C. Tacito redivivo hae tradantur litterae*; nella lettera chiama il Botta " amico santamente immortale „. Aggiunge indi un saluto a Paolo Marocchetti a cui dice: " Je me permets de Vous or- " donner d'être l'ami de mon neveu et de vous aimer, comme " nous nous aimions avec Votre Père „.

Interesse assai maggiore hanno le due lettere successive. Non minori insistenze che per la pubblicazione delle lettere si facevano presso il Botta da amici e ammiratori perchè egli scrivesse le memorie della sua vita. " Veramente io non ho mai saputo " risolvermi — scriveva egli al Muzzarelli (2) il 15 luglio 1830 — " nè posso scrivere la mia vita e miracoli, perchè mi pare una " magra specie di vanità il farlo..... „. E al Littardi (3) il 27 marzo 1833: " Molti de' miei amici di Torino mi sollecitano " con fervidissime parole acciocchè io scriva le memorie della " mia vita. Questa sarebbe opera assai più agevole [*che non la* " *vita del Sarpi* n. d. e.] e che si può fare baloccando sui sedili " di pietra del Luxemburgo; ma mi pare una solenne imperti- " nenza e non mi ci posso risolvere „. Le ragioni di questo suo rifiuto sono meglio specificate nella nota lettera al Greene (4) del 15 ottobre 1836: " Veramente molti miei amici mi stanno

---

(1) Il cap. Rivoira il 19 ott. 1832 scriveva a Guglielmo Bonardi annunziandogli l'arrivo in S. Giorgio " del Cav. Botta, il Grande nostro amico „, la sua intenzione di recarvisi " per parlare con lui anche dei nostri amici che le vicende vogliono da noi lontani „, e lo invitava a fare assieme questa visita.

(2) *Lettere di C. B.*, Viani, p. 96.

(3) *Lettere di C. B. al conte Tommaso Littardi*, Genova, 1873, pag. 135.

(4) " Arch. stor. ital. „, N. S., t. I, p. 2, pag. 71. Cfr. anche in Regis, *Studio intorno alla vita di C. B. sulla guida di lett. inedite*, " Mem. della R. Acc. delle Scienze di Torino „, 1902-03.

" continuamente coi pungoli al fianco affinchè io scriva le me-
" morie della mia vita, come a dire le mie confessioni. Ma io
" vi ripugno grandemente nè mi ci posso risolvere. In primo
" luogo mi pare un ramo di impertinenza quel dire da sè stesso
" al pubblico: signori miei, io sono il tal dei tali e ho fatto i
" tali e tali miracoli. Poi non mi credo da tanto che la platea
" prenda piacere in vedere che viso io m'abbia; chè io non sono
" nè un Rousseau, nè un Alfieri, nè un S. Agostino. Finalmente
" sono stanco e di mente e di corpo... „.

Realmente il Botta non fu per costanza di principî politici Alfieri o Rousseau, come pure non fu S. Agostino per impeto e ardore e sicurezza di conversione. In quel tempo anzi il Botta spiaceva ai nuclei rivoluzionari per la sua avversione contro gli ordinamenti costituzionali: uomo di pensiero e non uomo di azione, poco apprezzava e mal comprendeva altri che erano uomini di azione e spesso non erano affatto uomini di pensiero; spiaceva per contro pure ai nuovi e tiepidi amici della Corte di Torino la memoria non facilmente cancellabile del suo passato, non certo ispirato a lealismo sabaudico, come pure la sua costante avversione al clericalesimo (1). In tali condizioni è evidente che il Botta non avrebbe potuto scrivere le sue memorie senza accrescere le difficoltà della sua posizione: questa preoccupazione personale, se non erriamo, fu non ultima causa che ne lo distolse. Infatti le ragioni che egli adduceva per esimersi dallo scrivere i ricordi della sua vita, non potevano esistere per una biografia che altri avrebbe scritta di lui; eppure, come si vede dalla lettera VI, non appena seppe che a ciò attendeva il Bonardi, gli scrisse per rinnovargli lo stesso assoluto divieto che un dì per le lettere: " Io non consentirò mai che alcuno stampi la mia vita " finchè vivo! „. È ben probabile che il Botta temesse l'effetto speciale che poteva avere in Piemonte una sua biografia scritta,

(1) Carlo Alberto che, ancora principe, lo aveva sussidiato, salito al trono, assegnava al Botta una pensione, lo faceva comprendere tra i cavalieri del merito civile e apriva gli Stati di terraferma alla sua storia, che era vietata però in Sardegna; lo accoglieva affettuosamente, quando venne in Italia, ma gli negò una udienza di congedo; nè volle, quando morì, il busto suo e quello del Lagrange e dell'Alfieri nella galleria di illustri subalpini. Cfr. Manno, *Spicilegio nel regno di C. A.*, Torino, 1877, pag. 15; *Notizie e carte sparse sopra C. A. Botta, ecc.*, in " Curiosità e ric. di storia subalpina „, 5, pag. 242-301.

sia pure anonima, da chi militava tuttora nelle organizzazioni rivoluzionarie, il quale non avrebbe potuto non accentuare ciò che era stato nella vita e nelle opere del Botta di più liberale e di più italiano, — una biografia, infine, stampata a Capolago, fucina di pubblicazioni patriottiche. Notevole nella lettera da noi pubblicata l'affermazione, unica, crediamo, nell'epistolario suo, che egli stesso attendeva a scrivere le sue memorie, da pubblicarsi però dopo morte. Certo di queste memorie non apparve nessuna traccia e nessuna ve n'è nei pochi ricordi personali e aneddotici che scrisse del padre il figlio Scipione: forse quello che il Botta affermò come un fatto era solo un' intenzione, che, in ogni modo, espressa al Bonardi era tale da indurlo a desistere senz'altro dal suo primo proposito.

Delle edizioni clandestine che delle sue opere si stamparono in Svizzera e Toscana, *facendo bottino delle sue fatiche*, si lagna pure in altre lettere edite, al Littardi, in cui quegli editori sono detti “ maledetti corsari „ (1).

A questa, del 30 gennaio, rispondeva il Bonardi il 3 febbraio, per annunziargli che rinunziava alla “ *vita e miracoli* „ del Botta, e in pari tempo dirgli il suo dolore per gli attacchi che a lui si facevano in giornali stampati nella Svizzera Italiana. Qualche affermazione, ovvia per lo storico, ad es. quella che la libertà può sussistere nella monarchia, come la tirannide negli Stati popolari, era parsa tendenziosa nel Botta: il dire che, in mezzo ad un popolo che si ordina, la libertà della lingua e della penna è un veleno pestifero, pareva un'approvazione dell'operato dei despoti; gli appunti che il Botta, fautore di un cesarismo democratico, moveva a *ciarloni di ringhiera e di bigoncia* ferivano i liberali di ogni gradazione, per cui il regime costituzionale era il primo e fondamentale postulato. Un vecchio patriota osò attaccarlo, l'Angeloni. Narra il figlio Scipione che un dì l'illustre storico ricevette da Londra una odiosa poesia satirica, in cui tutte le rime finivano in *-otta*, che egli riconobbe subito opera dell'Angeloni; e siccome il Botta stimava che

(1) Op. cit., lettere del 31 ag. e 14 sett. 1834. Da Torino, il 23 settembre 1832 scriveva pure al Littardi: “ Ma presto verranno le ristampe “ d'Italia, massime quella di Capolago, le quali faranno torto al Baudry „ (pag. 124).

" costui avesse il cervello fatto a oriuoli „, ne rideva con un sogghigno tra il compassionevole e il nauseato (1). Maggior amarezza gli diedero gli attacchi pubblici. Nel giornale " il Tribuno „ che si stampava colla data di Marsiglia, l'Angeloni aveva scritto, nei numeri del 2 e 23 gennaio 1833, aspre cose contro il Botta, perchè non aveva dettato la sua storia con propositi repubblicani: è noto che ne lo difese il Bianchi-Giovini con un opuscolo stampato a Capolago e di cui si proibì la divulgazione negli Stati sardi con ordine del 21 aprile 1833. Quantunque il vecchio storico scrivesse al Littardi che egli non se ne curava " come di bava fetida di vecchia sbolza „, rallegrarsene anzi " perchè le contumelie dei tristi erano elogi „, e deplorare che " la più bella ed alta delle cause fosse venuta in bocca a " costoro „ [l'Angeloni e i cagnotti suoi], ch'egli qualificava " gente ambiziosa, rapace, piena d'astio, di livore, di furore, di " vendetta „ (2), pure narra il figlio suo ch'egli ne fu per giorni cupo ed accigliato, e ne parlava con voce commossa dallo sdegno, dolendosi in particolar modo che il suo pensiero fosse stato in qualche punto volutamente falsato (3). Nella lettera del Botta al Littardi, l'Angeloni vien detto ripetutamente " vecchio vile " e villano, invidioso e malvagio e vituperoso „, " chi va con " lui non sono già amici, ma boia della libertà „: il Botta avrebbe vergogna di esser lodato da costoro. La lettera al Bonardi, a tratti acre fino alla trivialità, è del 17 febbraio 1833. Dello stesso giorno e sullo stesso argomento ve n'ha un'altra, edita, al Littardi, in cui v'è l'eco di quella del Bonardi al Botta, poichè il Botta annunzia al Littardi essergli pervenute nuove dalla Svizzera Italiana che colà si erano stampate improperie contro di lui ed altre se ne aspettavano da Marsiglia " nel gior- " nale che vi si stampa col titolo di *La Giovine Italia* „. La lettera al Bonardi corrisponde in parecchi tratti, non solo nel pensiero, ma anche nella parola, a quella al Littardi. Si confronti così con questa nostra, quanto il Botta scriveva al Littardi: " se a costoro non piacciono i miei scritti, e lor non piacciano

(1) Op. cit., pag. 71-2.

(2) Lettere al Littardi del 17 febbraio 1833 (pag. 129), 21 marzo 1833 (pag. 130), 24 aprile 1833 (pag. 139).

(3) Loc. cit.

" e lo dicano e lo stampino quanto vogliono: ma cercar di in-
" famare la persona dello scrittore come fanno, è mestiere da
" birbante. Forse questa è la civiltà moderna tanto vantata:
" forse questa è la libertà che alcuni ci preparano „. Nella lettera al Littardi sono pure quasi identiche le notizie sul viaggio di Paolo Emilio: " P. E. era a Sennaar, stava ottimamente e s'era
" messo in capo di andar in cerca delle fonti del Nilo: già lo
" fo ai monti della luna dove sinora non andò altri che Guerino
" il Meschino, ch'io sappia „. Di tale andata di Paolo Emilio alle fonti del Nilo, a cui il Botta sperava che il figlio suo rinunziasse, è pure cenno in altre lettere al Littardi (1).

La lettera VIII è l'ultima di quelle finora rintracciate presso la famiglia Bonardi. Essa è del marzo 1833: un anno dopo moriva il Bonardi; quattro anni dopo, il Botta: e già in questa, la scrittura del Botta appare tremante. È una breve, affettuosa lettera di amichevole saluto. Nè fu questo l'ultimo saluto del Botta: l'ultimo al Bonardi morto fu dato dal Botta nelle nobili parole di elogio che egli ne scrisse al Bianchi-Giovini, quando apprese la morte del suo amico fedele e che noi già riportammo altrove (2).

APPENDICE

I.

Parigi 9 settembre 1811.

Amico carissimo.

Insomma il nostro Piemonte ha da pruovare il fondo di ogni male, tempeste, carestie, terremoti e simili. Resta che questa cometaccia, che appare qui da due giorni vicino all'orsa maggiore, gli dia un gran calcio con quella sua codazza, e ne lo porti via. Iersera tutti gli occhi parigini erano volti a costei, *che col funesto lume il ciel contrista*, ella par morta di fame, e Dio ne liberi ogni fedel cristiano.

(1) Pag. 141 del 21 giugno 1833.

(2) *C. B. Lettere* (Magnaghi), Torino-Alessandria, 1841, pag. 141.

Del tribunale di Biella e di quel di Chivasso, che so io? I signori Bavouz, e Gomis presentarono, or fa circa un mese, o poco più un memoriale a S. E. il Gran Giudice, e, loro santa mercè, senza farmene motto. Che sarà, o che non sarà, io non saprei. Io desidero ardentemente, che otteniamo l'intento: se potrò aiutare la materia, il farò volentieri. Ma in questo ci vorrebbero i maggiori Santi del Paradiso, ed io non ne ho nissuno, nemmeno dei minori. Mi duole sino all'anima di questa tua febbre; ma spero che rinfrescandosi la stagione, se n'andrà. Faccia Dio, che per me lo desidero, quanto più si possa desiderare. Sono stato a far qualche settimana in Normandia col nostro amicissimo Bossi. Me ne tornai tutto rinfrescato di salute, e tutto pieno di dolcezza pei modi usatimi da quell'uomo. Basta; mi sento tutto rifatto da quel viaggio. Addio, carissimo Gian Battista, ottimo amico. Procura di viver sano, se consolato, e felice non puoi vivere.

CARLO BOTTA.

II.

Parigi 3 gennaio 1812.

Amico carissimo. Se ho soprasseduto sì lungo tempo prima di rispondere alla dolcissima tua de' 28 novembre, abbi pazienza, che sono stato occupatissimo, e poi anche l'umor lavora bestialmente, e non so, dove mi riuscirò. Pure si porta avanti la cattiva fortuna, e si procura di alleviarla coll'essere innocente. Sento grandissimo obbligo ai professori Anselmi, e Luparia, ed al sig. avvocato Morselli delle carezze, che fanno a Teodoro per amor mio. So che non gli potrò mai cambiare degnamente, ma in questo mi do pace, e stommi coll'animo riposato; poichè conosco, ch'essi ciò fanno pel mero desiderio di giovare altrui, siccome tutti gli uomini dabbene, e d'animo generoso sogliono fare. Vi prego tutti di continuare nel medesimo amore verso di questo fanciullo, e di essergli attorno ora massimamente che si ebbe nuove, che suo padre è morto in Ispagna. Perciò mi corre maggior obbligo di abbracciarlo con maggior benevolenza, e di aiutarlo con ogni ufficio di pietà, sicchè egli trovi in me, e ne' miei quella stessa tutela paterna, ch'egli ha perduto, perdendo il padre, che la natura gli diè. Ma di questo maninconoso, e lagrimevole caso non favellare al fanciullo, se non con que' rispetti e con quelle dolcezze, che si sogliono usare, acciò non venga meno sotto al peso di così grave sventura. ahi! tristi e miseri noi; ch'oggi c'immaginiamo di tenere la fortuna pel ciuffo, e dimane morte ci fura, e rompe ad un tratto ogni umano disegno nostro: e ciò non ostante l'antico errore ci spinge a correr dietro alle cose flusse, e labili, e caduche di quaggiù. ma facendo al pianto fine, io ti prego, e

scongiuro di tener raccomandato Teodoro Ortano a que' gentili spiriti, che mercè la cortesia loro gli hanno fatto vezzi sin qui, e non fia mai, ch'io me ne scordi; anzi riporrò questa loro soccorrevole pietà nella migliore e più interna parte del mio cuore. Dell'abbate Scozia il sig. Roatta pare, m'abbia detto, non ricordarsene. Del professore Gado mi rispose, che si farà. aveva anzi animo di scrivergli. Non so se se (sic) l'abbia fatto. La mia moglie. e gli miei figliuoli stanno bene. la Dio grazia; e giubbilano e fanno festa dell'onorata ricordanza, che tu serbi di loro. Il medesimo Iddio ti conservi lungamente sano. e salvo, ed avanzi in prò ogni tuo desiderio onesto. Non posso essere più tuo di quanto sono.

Carlo Botta.

à Monsieur
Monsieur Bonard
ex Membre du Corps législatif
à Casal
Marengo

III.

[all'abate Datta?]

[Parigi 23 maggio 1817].

Io non ricevei richiesta nissuna, dico recente, per dar il mio consenso onde si stampino alcune mie lettere famigliari. Pure vi rispondo in questo che non mi posso risolvere ad acconsentire che si stampino, sia perchè poche sono quelle che mi sia messo per farle, sia perchè il loro argomento è per lo più nullo e ne ritrarremmo più vergogna che lode. Dopo la morte mia, se i miei figliuoli e coloro ai quali il mio nome non sarà discaro, crederanno che esse portino il prezzo di veder la luce del mondo e se alcuno le avrà serbate, chè per me non ne tengo scartafaccio, sì le potranno stampare. Ma io non posso volere che ciò si faccia senza mia vergogna e senza taccia di superbia. Oltre a ciò havvi in questa faccenda un'altra malagevolezza, alla quale voi dovete pensare e forse già vi avrete pensato. So per molte pruove che in Piemonte si sopporta mal volentieri che si parli di me ed io non voglio entrare in Paradiso malgrado de' Santi. Giacchè durano gli sdegni malgrado della Santa Alleanza, di sì segnalati favori della Provvidenza e della mansuetudine mia, io non posso far altro che aver pazienza ed uniformarmi sì per questa come per le altre mie disgrazie. intieramente, come fo, al volere supremo di Colui nelle mani del quale stiamo tutti. Sicchè lasciate andare quest'opera del volere stampare le mie lettere, chè ne potreste forse avere qualche amarezza anche voi.

[Carlo Botta]

IV.

Parigi 8 febbraio 1832
place St. Sulpice N. 8°

caro il mio Francesco,

rispondendo alla carissima tua del 1° di questo mese, ti mando qui annesso l'annunzio stampato del libraio Baudry, che ti darà lume sulla pubblicazione della mia nuova storia d'Italia. Il primo volume già è stampato, ma non si pubblicherà prima degli altri, perchè si pubblicheranno tutti insieme.

Darò al Baudry l'indirizzo dei sig. Borsa e Mazzuchelli. Quanto all'advocat, ha dato del c.. sulla lastra.

Caro il mio Francesco, io sono stanco delle fatiche ed oggimai anche dell'età; ma mi consolo che ho buoni figliuoli e buoni amici, fra i quali uno dei primi sei tu. Così potess'io sentirti in più felice stato! Chè certo ci metterei la metà dell'animo perchè ciò fosse. Non star tanto tempo senza darmi delle tue nuove: esse mi saranno sempre gratissime. Carlo Marochetti è a Vaux dove sta lavorando indefessamente al gran monumento comandatogli dal re di Sardegna. Paolo è con lui e sono due fratelli d'accordo, graziosi e buoni ambidue. Ti abbraccio come fratello.

Carlo Botta

V.

caro il mio Bonardi,

sono in viaggio pel Piemonte a vedervi ancora una volta i miei parenti ed amici, cioè quei pochi, che restano in vita. La buona fortuna mi ha fatto incontrare qui sul battello a vapore il sig. Pisani, il quale ti saluterà da parte mia e ti dirà ch'io ti amo ora, come sempre, che è quanto dire moltissimo.

11 settembre 1832

Carlo Botta

VI.

Parigi 30 gennaio 1833
place St. Sulpice N° 8

caro Bonardi,

Il nostro buon amico Filli mi mandò copia della lettera che tu scrivesti ai 10 del corrente da Bellinzona al capitano Rivoira, e dalla quale ritraggo, che tu ti proponi di scrivere la mia biografia per essere stampata in fronte di una quarta edizione della mia continuazione del

Guicciardini, cui certi stampatori di costì hanno intendimento di fare. Scusami, mio buono e sempre caro amico, ma questa mi pare una cosa fuori d'ogni convenienza, e chi la facesse, la farebbe con mio grave dispiacere ed offesa. Perciò vengo a pregarti, mio caro Francesco, di dismettere del tutto il pensiero di questa biografia, e di non solamente non cooperarvi, ma ancora di usare ogni più attivo mezzo, affinchè altri non l'eseguisca. Io non consentirò mai, che alcuno stampi la mia vita, finchè io vivo. Quando poi sarò morto, ognuno potrà pubblicare di me, ciò che vorrà, e se i miei amici allora crederanno, che la mia memoria sia degna di lode, potranno difenderla dalle morsicature de' tristi. Oltre di tutto questo, non mi piace nè piacerà mai, che colla giunta della mia vita si dia maggior pregio ad una edizione fatta da que' stampatori e librai, i quali colle loro ristampe, e facendo bottino delle mie fatiche, hanno recato e tuttavia recano un grave pregiudizio a me, ed a quegli uomini generosi, che mi hanno onorato colle loro soscrizioni. Gli editori di Svizzera e di Toscana si vestano pure delle mie piume, giacchè gli sbirri della giustizia non gli possono giungere, e la coscienza non gli rimorde, ma non pretendano che io od i miei amici diano la mano alla loro cupidigia ed alle loro avare tresche. Ti dirò finalmente, che a richiesta di molti miei amici sto preparando le " *mie memorie* ", in cui parlerò alla distesa della mia vita e miracoli; ma certamente non saranno pubblicate che dopo la mia morte. Sarà un capitale, forse di qualche momento, ch'io lascerò a' miei poveri figliuoli, e non ho bisogno, che alcuno libraio o stampatore d'oggidì mi sciupi anche questa con una preventiva biografia. Fa, Bonardi mio, che tu m'intenda, ed avrò caro sentire da te, che hai rinunziato intieramente al proposito di cui si tratta: te ne sentirò obbligo sempiterno. De' miei figliuoli, Scipione, il primogenito, che è qui presente, e ti saluta, sta bene, e va avanti nel lavorar d'intaglio sul rame, e lavora molto bene; Paolo Emilio è nel Sennaar verso le sorgenti del Nilo, come medico di quella parte dell'esercito del Bascià d'Egitto, che è di presidio in quel paese; Cincinnato, sergente maggiore nel primo reggimento dei cacciatori d'Africa, è al campo di Tixerain presso ad Algeri. Sta sano, e se mi darai delle tue nuove, mi farai un piacere a cielo.

Il tuo amico
CARLO BOTTA

Carlo Marochetti è in questo momento a Parigi, ma presto deve fare un viaggio in Piemonte. Paolo è a Roma.

A monsieur
monsieur François Bonardi
Bellinzona
en Suisse

VII.

Parigi 17 febbraio 1833
place St. Sulpice n. 8

caro il mio Bonardi,

Ieri mi pervenne la gratissima tua dei 3 corrente. Ti ringrazio sommamente di aver dismesso il pensiero di quella mia vita e miracoli.

Tu mi parli degl' improperi, che si stampano costì contro di me. Anche qui va attorno una sporca cartellaccia stampata di Angeloni, assai goffamente scritta, e piena di sozzure e calunnie contro la mia persona. Io me ne sono nettato il c..., e fa conto, che il nome di Angeloni andò proprio sotto il b...; m.... con m...., e questa è la sola risposta, che merita quel vituperoso, cui io non ho offeso mai, nè provocato in nissuna maniera. Se Angeloni e chi lo somiglia credono di mettere in pensiero il Canavesano dei fatti loro, s'ingannano. Il Canavesano gli ha per vili ed infami e strappa loro a ritroso i sucidi mostacchi dal muso, razza di c......i fracidi che sono. Sarà, per verità, una bella libertà quella che sarà fondata da questi infami calunniatori! Io credo che la prima qualità di un amico della libertà sia quella di esser galantuomo, ed i calunniatori sono birbanti. Non piacciono loro i miei scritti? e lor non piacciano, e lo dicano e lo stampino. Che importa a me? ma non cerchino, come fanno, d'infamar lo scrittore. E non si può differire nell'opinione senza essere infame? Anche questa sarebbe una bella libertà! Ma ciò basti in proposito d'Angeloni e de' suoi satelliti; chè sarebbe cosa troppo indegna di me l'occuparmi delle loro malvagità e tristizie. Direi, che gli lascio alla loro coscienza, se ne avessero: gli lascio solamente all'invidia rabbiosa, che gli divora, ed ai desideri della tirannide, che vorrebbono esercitare.

Scipione mio ti saluta caramente, e, se potrà, ti soddisfarà del tuo desiderio. Ebbi ieri nuove di Paolo Emilio date da Sennaar al mese di Novembre. Stava bene, ed in punto di partire per un viaggio alle fonti del Nilo verso i monti della luna, dove sinora nessuno è stato, se non forse Guerino il meschino, se ben mi ricordo delle letture giovenili. Cincinnato è sempre al campo di Tixerain presso ad Algeri, e sta bene ancor egli.

Scipione ha oggi ricevuto nuove da Roma di Paolo Marochetti. Stava bene, e andava avanti nel dipinger paesetti. Credo, che Carlo sia sempre a Parigi, ma già da lungo tempo non l'ho veduto. Vive vita allegra, e gode sbracatamente del carnovale. Godilo anche tu del pari, per quanto l'età diversa comporta, e segui in amare

il tuo amico Carlo Botta

A monsieur
monsieur François Bonardi
Bellinzona
Suisse

VIII.

Parigi 8 marzo 1833
place St. Sulpice n. 8

caro il mio Bonardi,

con gran piacere, come tutte le tue, lessi quella che mi scrivesti a' 26 scorso. Oggi rispondo a quella dei sig. Borsa e comp.[a] che vi era annessa. Ti ringrazio, caro il mio Francesco, della benevolenza, che sempre più mi vai scoprendo. Sono consolatissimo nel vedere, che fra tante tempeste, e tanti viluppi di passioni e d'accidenti, io abbia conservato la tua amicizia. Veramente ella è del vecchio tronco, cioè sincera e forte. Tal è anche la mia verso di te, nè per soffiar di venti verrà mai mancando.

Carlo [*Marocchetti*] è sempre qui, ma non lo vedo, perchè Capua lo tira. Spero però di vederlo prima che parta per Torino, se pure partirà, e gli dirò il sommo desiderio, che hai di abbracciarlo. Scipione ti saluta caramente, e io ti abbraccio con quell'antico, ma sempre vivido amore, che conosci.

CARLO BOTTA

A monsieur
monsieur François Bonardi
Bellinzona
Suisse

L'Accademico Segretario
GAETANO DE SANCTIS.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 4 Dicembre 1910.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ANDREA NACCARI
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: Salvadori, D'Ovidio, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona, Grassi, Somigliana, Fusari, Balbiano e Segre, Segretario. — Scusano l'assenza il Presidente Boselli, il Vice Presidente Camerano e i Soci Spezia e Mattirolo.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Il Presidente, nel presentare alla Classe le numerose condoglianze ricevute per la morte del Socio Mosso, e i ringraziamenti della famiglia del compianto Collega, per la parte presa dall'Accademia alla sventura che l'ha colpita, ricorda quanto già ebbe a dire S. E. Boselli nell'adunanza a Classi Unite intorno a quella grande perdita fatta dalla scienza e dalla nostra Accademia.

Il Socio Segre presenta in dono, a nome dell'Autore, una Nota del prof. Gino Loria su *Giovanni Schiaparelli quale storico dell'antica astronomia*.

Vengono presentate per l'inserzione negli *Atti*:

dal Socio D'Ovidio: la Nota del Dr. Gustavo Sannia, *Il reciproco di un determinante infinito normale*;

dal Socio Fusari: *Ricerche sull'apnea degli Uccelli*, del Dr. Carlo Foà.

Il Socio Jadanza, anche a nome del collega Naccari, legge la Relazione intorno alla Memoria del Prof. G. Boccardi, *Sulla Latitudine del R. Osservatorio di Torino*; la Classe unanime approva le conclusioni per la lettura della Memoria e la pubblicazione nei volumi accademici.

Il Socio Parona, a nome del collega Mattirolo, presenta per la inserzione fra le *Memorie* dell'Accademia un lavoro del prof. Edoardo Martel, *Nuove contribuzioni all'Anatomia delle Solanacee.* Vengono incaricati di riferire su di esso i Soci Parona e Mattirolo.

LETTURE

Il reciproco di un determinante infinito normale.

Nota di GUSTAVO SANNIA.

§ 1. — Definizioni.

Per definizione, un determinante infinito

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots \\ a_{21} & a_{22} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \tag{1}$$

è *convergente* se esiste il limite di

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

per $n = \infty$; questo limite è il *valore* A del determinante.

Il determinante (1) si dice *normale* (*) se, posto

$$a_{rr} = 1 + c_{rr}\,, \qquad a_{rs} = c_{rs}\,, \qquad (r \gtrless s), \tag{2}$$

la serie

$$\sum_{r,s} c_{rs} \tag{3}$$

è assolutamente convergente. Un determinante normale è certamente convergente. D'ora innanzi supporremo che (1) sia normale.

(*) Helge von Koch, *Sur les déterminants infinis et les équations différentielles linéaires*, " Acta math. ", Bd. 16.

Sopprimendo in A le orizzontali con gli indici crescenti r_1, $r_2, \ldots, r_n$ e le verticali con gli indici crescenti $s_1, s_2, \ldots, s_n$, si ha un nuovo determinante infinito normale, che chiameremo un *minore infinito di ordine n* di A ed indicheremo con

$$A\begin{pmatrix} r_1 \; r_2 \ldots r_n \\ \\ s_1 \; s_2 \ldots s_n \end{pmatrix}.$$

Gli elementi comuni alle orizzontali e verticali soppresse formano un *minore di ordine n* di A. Questi due minori si dicono *complementari* tra loro, e ciascuno di essi moltiplicato per $(-1)^\epsilon$, ove

$$(4) \qquad \epsilon = r_1 + \ldots + r_n + s_1 + \ldots + s_n,$$

si dice *complemento algebrico* dell'altro.

Ricordiamo pure che la serie formata da tutti i minori finiti della matrice infinita

$$(5) \qquad \begin{vmatrix} c_{11} \; c_{12} \ldots \\ c_{21} \; c_{22} \ldots \\ \ldots\ldots \end{vmatrix}$$

è assolutamente convergente. In particolare la serie formata dai soli minori principali di (5) è pure assolutamente convergente ed ha per somma $A - 1$ (*).

Come per i determinanti ordinarii, si suol chiamare (impropriamente) *reciproco* di A il determinante infinito

$$(6) \qquad \begin{vmatrix} A_{11} \; A_{12} \ldots \\ A_{21} \; A_{22} \ldots \\ \ldots\ldots\ldots \end{vmatrix}$$

(*) Per tutto ciò cfr. H. von Koch, loc. cit., o T. Cazzaniga, *Sui determinanti d'ordine infinito*, " Annali di Matematica ", serie II, t. XXVI, 1897, oppure Kowalewski, *Einführung in die Determinantentheorie*, Leipzig, 1909.

ove A_{rs} è il complemento algebrico dell'elemento a_{rs} in A:

$$A_{rs} = (-1)^{r+s} A\binom{r}{s}.$$

Ma questo determinante in generale non è convergente (*).

Però osserviamo che il determinante che dovrebbe chiamarsi *reciproco* di un determinante ordinario A è il determinante formato dai complementi algebrici degli elementi di A, *divisi per* A, almeno se $A \neq 0$: esso infatti ha per valore $\frac{1}{A}$.

Noi perciò d'ora innanzi chiameremo *reciproco* di un determinante infinito normale A, diverso da zero (**), il determinante formato dai complementi algebrici degli elementi di A divisi per A, ossia il determinante

$$(7) \qquad A' = \begin{vmatrix} a'_{11} & a'_{12} & \dots \\ a'_{21} & a'_{22} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix},$$

ove

$$(8) \qquad a'_{rs} = \frac{A_{rs}}{A}.$$

Ciò è giustificato dal seguente

TEOREMA. *Il reciproco di un determinante infinito normale A è convergente e vale $\frac{1}{A}$.*

Infatti è noto (***) che il minore

$$\begin{vmatrix} A_{11} & \dots & A_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & \dots & A_{nn} \end{vmatrix}$$

(*) Cfr. CAZZANIGA, loc. cit., § 9.

(**) D'ora innanzi questa restrizione sarà sempre tacitamente ammessa.

(***) Un minore di ordine n di (6) è uguale al complemento algebrico del corrispondente minore di A, moltiplicato per A^{n-1}. Cfr. CAZZANIGA, loc. cit., § 9, n. 3.

di (6) vale

$$A\begin{pmatrix}12\ldots n\\12\ldots n\end{pmatrix}\cdot A^{n-1},$$

quindi

$$(9)\qquad A'_n = \begin{vmatrix} a'_{11} \ldots a'_{1n} \\ \ldots\ldots\ldots \\ a'_{n1} \ldots a'_{nn} \end{vmatrix}$$

vale

$$(10)\qquad A'_n = \frac{1}{A}\cdot A\begin{pmatrix}12\ldots n\\12\ldots n\end{pmatrix}.$$

Or consideriamo lo sviluppo in serie di $A-1$, come somma dei minori principali di (5). Essendo questa serie assolutamente convergente, possiamo ridurla ad una serie semplice, assumendo come n^{mo} termine la somma di tutti i minori di (5) che hanno c_{nn} come primo elemento. Il resto R_n di questa serie relativo al termine n^{mo} tende a zero per $n=\infty$, e d'altra parte è la somma di tutti i minori principali della matrice

$$\begin{vmatrix} c_{n+1,\,n+1} & c_{n+1,\,n+2} & \cdots \\ c_{n+2,\,n+1} & c_{n+2,\,n+2} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix};$$

ma

$$A\begin{pmatrix}12\ldots n\\12\ldots n\end{pmatrix} = \begin{vmatrix} a_{n+1,\,n+1} & a_{n+1,\,n+2} & \cdots \\ a_{n+2,\,n+1} & a_{n+2,\,n+2} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1+c_{n+1,\,n+1} & c_{n+1,\,n+2} & \cdots \\ c_{n+2,\,n+1} & 1+c_{n+2,\,n+2} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix} = 1+R_n$$

dunque

$$\lim_{n=\infty} A\begin{pmatrix}12\ldots n\\12\ldots n\end{pmatrix} = 1$$

e per la (10)

$$\lim_{n=\infty} A'_n = \frac{1}{A}.$$

Con ciò il teorema è dimostrato.

Nei paragrafi seguenti faremo uno studio dei determinanti che sono reciproci di determinanti infiniti normali e dimostreremo che essi godono di tutte le più importanti proprietà di questi ultimi.

§ 2. — Lemma.

È noto che *se gli elementi di un numero finito di orizzontali (verticali) di un determinante infinito normale si sostituiscono con numeri arbitrarii, ma in valore assoluto inferiori ad un numero fisso, il determinante non cessa di convergere* (ma cambia di valore e non è più normale in generale) (*).

Ciò vale, in particolare, *se i numeri sostituiti formano una serie assolutamente convergente*. In questo caso il teorema precedente si può completare.

Ricordiamo anzitutto alcune definizioni ed un teorema (**).

Matrice infinita di n linee è uno schema del tipo

$$(11)\qquad \left\{\begin{matrix} b_{11} & b_{12} \dots \\ b_{21} & b_{22} \dots \\ \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} \dots \end{matrix}\right.$$

Essa si dice *normale* se i suoi elementi b_{rs} formano una serie assolutamente convergente.

Sia

$$(12)\qquad \left\{\begin{matrix} \beta_{11} & \beta_{12} \dots \\ \beta_{21} & \beta_{22} \dots \\ \dots & \dots \\ \beta_{n1} & \beta_{n2} \dots \end{matrix}\right.$$

un'altra matrice di n linee i cui elementi β_{rs} sieno inferiori ad un numero fisso (o, in particolare, che sia normale).

(*) Cfr. Cazzaniga, loc. cit., § 6, n. 5; H. von Koch, loc. cit., § 9.
(**) Cfr. Cazzaniga, loc. cit., § 8.

Si dimostra che la serie

$$p_{rs} = b_{r1}\beta_{s1} + b_{r2}\beta_{s2} + \dots (r, s = 1, 2, \dots, n)$$

è assolutamente convergente ed il determinante di ordine n

$$P_n = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{vmatrix}$$

si chiama il *prodotto* delle due matrici (11) e (12). Si dimostra pure che: *la somma dei prodotti dei minori di ordine n di* (11) *per i corrispondenti minori di ordine n di* (12) *è una serie assolutamente convergente che ha per somma P_n.*

Ciò premesso, dimostriamo il

Lemma. *Se in un determinante infinito normale A si sostituiscono gli elementi di n orizzontali (verticali) con numeri formanti una serie assolutamente convergente, il nuovo determinante (è ancora normale e) moltiplicato per A^{n-1} è eguale al determinante di ordine n che è il prodotto delle due matrici infinite di n linee formate, l'una dai complementi algebrici degli elementi soppressi in A, l'altra dai numeri sostituiti.*

Evidentemente possiamo sempre supporre che le n orizzontali di A, delle quali si parla nell'enunciato, siano le prime n.

Sostituendo agli elementi delle prime n orizzontali di A ordinatamente i numeri della matrice (11), si ottiene il determinante

$$(13) \qquad D_n = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots \\ a_{n+1,1} & a_{n+1,2} & \dots \\ a_{n+2,1} & a_{n+2,2} & \dots \end{vmatrix}.$$

Per ipotesi la serie

$$\sum_{rs} b_{rs} \qquad (r = 1, 2, \dots, n; \ s = 1, 2, \dots)$$

è assolutamente convergente, quindi la matrice (11) è normale. Essendo poi A un determinante normale, fatte le posizioni (2), la serie (3) risulta assolutamente convergente; quindi è anche assolutamente convergente la serie somma delle due precedenti, e però (13) è un determinante infinito normale, il cui valore indichiamo con D_n.

Ora è noto (*) che le serie

$$\sum_{s=1}^{\infty} A_{rs} \qquad (r = 1, 2, \ldots)$$

sono assolutamente convergenti, quindi è pure assolutamente convergente la serie

$$\sum_{r,s} A_{rs} \qquad (r = 1, 2, \ldots, n;\ s = 1, 2 \ldots);$$

ne segue che la matrice infinita ad n linee

$$(14) \qquad \left\| \begin{matrix} A_{11} & A_{12} & \ldots \\ A_{21} & A_{22} & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ A_{n1} & A_{n2} & \ldots \end{matrix} \right\|$$

è normale.

Ora in virtù del teorema ricordato innanzi, le serie

$$(15) \qquad p_{rs} = b_{r1} A_{s1} + b_{r2} A_{s2} + \ldots \qquad (r, s = 1, 2, \ldots n)$$

sono assolutamente convergenti ed il determinante

$$P_n = \begin{vmatrix} p_{11} & \ldots & p_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ p_{n1} & \ldots & p_{nn} \end{vmatrix}$$

è eguale alla somma dei prodotti dei minori di ordine n corrispondenti delle due matrici (11) e (14). Ma ciascun minore di

---

(*) Cazzaniga, loc. cit., § 6, n. 2.

ordine n di (14) è pure un minore di ordine n del determinante (6), quindi è eguale al complemento algebrico del corrispondente minore di A moltiplicato per A^{n-1}; dunque P_n è eguale ad A^{n-1} moltiplicato per la somma dei prodotti dei minori di ordine n di (11) per i complementi algebrici in A dei corrispondenti minori di ordine n della matrice

$$\left\| \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \dots \\ a_{21} & a_{22} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots \end{matrix} \right\|$$

Ma questa somma di prodotti è precisamente lo sviluppo del determinante infinito normale D_n, che si ottiene applicando il teorema di Laplace (*) alle sue prime n linee; dunque

$$P_n = A^{n-1} . D_n . \tag{17}$$

Con ciò il lemma è dimostrato.

Corollario. Ponendo

$$b_{rs} = A_{rs} . \qquad (r = 1, 2, \dots n ; \; s = 1, 2 \dots)$$

le due matrici (11) e (14) coincidono e la (17) diventa

$$\left| \begin{matrix} A_{11} & A_{12} & \dots \\ A_{21} & A_{22} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots \end{matrix} \right|^2 = A^{n-1} . \left| \begin{matrix} A_{11} & A_{12} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots \\ a_{n+1,1} & a_{n+1,2} & \dots \\ a_{n+2,1} & a_{n+2,2} & \dots \end{matrix} \right|$$

(*) Il quale sussiste nei determinanti infiniti normali. Cfr. Cazzaniga, loc. cit., § 5, n. 5; H. von Koch, loc. cit., § 12.

da cui, se $A \neq 0$,

$$\begin{vmatrix} a'_{11} & a'_{12} & \dots \\ a'_{21} & a'_{22} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ a'_{n1} & a'_{n2} & \dots \end{vmatrix}^2 = \frac{1}{A} \cdot \begin{vmatrix} a'_{11} & a'_{12} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ a'_{n1} & a'_{n2} & \dots \\ a_{n+1,1} & a_{n+1,2} & \dots \\ a_{n+2,1} & a_{n+2,2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

ossia: *il quadrato della matrice infinita formata da n linee del reciproco A' di un determinante infinito normale A è uguale al determinante infinito normale che si deduce da A sostituendo gli elementi delle omologhe n linee con i corrispondenti elementi di A', diviso per A.*

§ 3. — Prodotto di un determinante normale pel reciproco di un altro.

Teorema I. *Il prodotto di un determinante infinito normale*

$$B = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots \\ b_{21} & b_{22} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \tag{18}$$

per il reciproco A' di un altro $A \neq 0$, (1), è il determinante infinito

$$P = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots \\ p_{21} & p_{22} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}, \tag{19}$$

ove

$$p_{rs} = b_{r1}\, a'_{s1} + b_{r2}\, a'_{s2} + \dots \qquad (r, s = 1, 2, \dots). \tag{20}$$

Infatti sostituiamo in A agli elementi delle prime n orizzontali i corrispondenti elementi di B. Siccome la serie formata dagli elementi delle prime n linee di B è assolutamente convergente (*), così è lecito applicare il lemma precedente, ossia: fatte le posizioni (15), (16) e (19), vale la (17). Dividendone ambo i membri per A^n, si ha

$$\begin{vmatrix} p_{11} & \dots & p_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ p_{n1} & \dots & p_{nn} \end{vmatrix} = \frac{1}{A} \cdot D_n, \tag{21}$$

ove le p_{rs} hanno ora i valori (20).

Ora cerchiamo il limite di D_n, per $n = \infty$. Perciò consideriamo il seguente minore principale di ordine $n + r$ di D_n

$$D_{n,r} = \begin{vmatrix} b_{11} \dots b_{1n} & b_{1,n+1} \dots b_{1,n+r} \dots \\ \dots & \dots \\ b_{n1} \dots b_{nn} & b_{n,n+1} \dots b_{n,n+r} \dots \\ a_{n+1,1} \dots a_{n+1,n} & a_{n+1,n+1} \dots a_{n+1,n+r} \dots \\ \dots & \dots \\ a_{n+r,1} \dots a_{n+r,n} & a_{n+r,n+1} \dots a_{n+r,n+r} \dots \end{vmatrix}$$

o, per le (2),

$$D_{n,r} = \begin{vmatrix} b_{11} \dots b_{1n} & b_{1,n+1} \dots \dots b_{1,n+r} \dots \\ \dots & \dots \\ b_{n1} \dots b_{nn} & b_{n,n+1} \dots \dots b_{n,n+r} \dots \\ c_{n+1,1} \dots c_{n+1,n} & 1 + c_{n+1,n+1} \dots c_{n+1,n+r} \dots \\ \dots & \dots \\ c_{n+r,1} \dots c_{n+r,n} & c_{n+r,n+1} \dots 1 + c_{n+r,n+r} \dots \end{vmatrix}.$$

(*) Ciò segue subito dalla definizione (§ 1) di determinante infinito normale.

$D_{n,r}$, sviluppato col teorema di Laplace, applicato alle sue prime n orizzontali, è la somma dei prodotti dei minori di ordine n della matrice

$$(22) \qquad \left\| \begin{matrix} b_{11} \dots b_{1n} & b_{1,n+1} \dots b_{1,n+r} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ b_{n,1} \dots b_{nn} & b_{n,n+1} \dots b_{n,n+r} \end{matrix} \right\|$$

per i corrispondenti complementi algebrici in $D_{n,r}$, i quali sono i minori di ordine r della matrice

$$(23) \qquad \left\| \begin{matrix} c_{n+1,1} \dots c_{n+1,n} & 1 + c_{n+1,n+1} \dots c_{n+1,n+r} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ c_{n+r,1} \dots c_{n+r,n} & c_{n+r,n+1} \dots\dots 1 + c_{n+r,n+r} \end{matrix} \right\|$$

presi con segni convenienti.

Uno di questi prodotti è

$$(24) \qquad \left| \begin{matrix} b_{11} \dots b_{1n} \\ \dots\dots \\ b_{n1} \dots b_{nn} \end{matrix} \right| \cdot \left| \begin{matrix} 1 + c_{n+1,n+1} \dots c_{n+1,n+r} \\ \dots\dots\dots \\ c_{n+r,n+1} \dots\dots 1 + c_{n+r,n+r} \end{matrix} \right| ;$$

ma il secondo fattore è uguale ad 1 aumentato della somma S di tutti i minori principali del determinante

$$(25) \qquad \left| \begin{matrix} c_{n+1,n+1} \dots c_{n+1,n+r} \\ \dots\dots\dots \\ c_{n+r,n+1} \dots c_{n+r,n+r} \end{matrix} \right| ,$$

quindi, posto

$$(26) \qquad B_n = \left| \begin{matrix} b_{11} \dots b_{1n} \\ \dots\dots \\ b_{n1} \dots b_{nn} \end{matrix} \right| ,$$

si ha

$$D_{n,r} - B_n = B_n S + \ldots,$$

ove i termini non scritti son tutti i rimanenti suddetti prodotti dello sviluppo di $D_{n,r}$.

Ma i minori di ordine n della matrice (22) sono minori di (18) ed i minori di un determinante infinito normale sono tutti minori di un certo numero fisso β (*); quindi

$$(27) \qquad |D_{n,r} - B_n| \leq \beta \{|S| + \ldots\},$$

ove i puntini indicano la somma dei moduli di tutti i minori di ordine r della matrice (23), escluso quello che è secondo fattore di (24).

Ora, di questi minori, alcuni possono essere ad elementi monomii (se $r < n$), quelli cioè formati con le sole prime n colonne di (23). Gli altri hanno in alcune colonne, ma non in tutte, un elemento binomio del tipo $1 + c_{ss}$, e perciò sono decomponibili in somme di determinanti di ordine r o minore di r ad elementi monomii; e nel secondo membro della (27) è lecito sostituire ai moduli di questi ultimi minori di ordine r le somme dei moduli dei determinanti in cui sono decomponibili. Così pure è lecito sostituire a $|S|$ la somma dei moduli di tutti i minori principali di (25) dei quali S è la somma. Tutti questi determinanti ad elementi monomii che compariranno nel secondo membro della (27) così trasformata, sono minori della matrice

$$(28) \qquad \begin{matrix} c_{n+1,1} & \cdots & c_{n+1,n} & c_{n+1,n+1} & \cdots & c_{n+1,n+r} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{n+r,1} & \cdots & c_{n+r,n} & c_{n+r,n+1} & \cdots & c_{n+r,n+r} \end{matrix}$$

e sono evidentemente tutti distinti.

Dopo ciò è chiaro che si ha

$$|D_{n,r} - B_n| < \beta\sigma,$$

(*) Cfr. Kowalewski, loc. cit., § 157.

ove σ è la somma dei moduli di tutti i minori, di qualunque ordine, della matrice (28); quindi *a fortiori*

$$|D_{n,r} - B_n| < \beta r_n , \tag{29}$$

ove r_n è la somma dei moduli di tutti i minori della matrice infinita

$$\left| \begin{array}{ccc} c_{n+1,1} & c_{n+1,2} & \cdots \\ c_{n+2,1} & c_{n+2,2} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{array} \right| , \tag{30}$$

nella quale la (28) è contenuta.

Ora (§ 1) la serie formata dai moduli di tutti i minori della matrice (5) è assolutamente convergente, e possiamo trasformarla in una serie semplice come segue: poniamo come primo termine la somma dei moduli di tutti i minori di (5) che non sono contenuti in

$$\left| \begin{array}{ccc} c_{22} & c_{23} & \cdots \\ c_{32} & c_{33} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{array} \right| , \tag{31}$$

come secondo termine la somma dei moduli di tutti i minori di (31) che non sono contenuti in

$$\left| \begin{array}{ccc} c_{33} & c_{34} & \cdots \\ c_{43} & c_{44} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{array} \right| ,$$

e così via. Infatti in tale ordinamento ogni minore di (5) figura una e una sola volta.

Il resto di questa serie semplice convergente, relativo al termine n^{mo}, è precisamente la somma dei moduli di tutti i minori di (30), ossia è r_n; quindi, dato un numero positivo ϵ,

piccolo ad arbitrio, esiste un numero intero v, tale che per $n > v$ sia

$$r_n < \frac{\epsilon}{\beta};$$

allora dalla (29) segue, che per $n > v$ ed r qualunque, si ha

$$|D_{n,r} - B_n| < \epsilon,$$

quindi che

$$\lim (D_{n,r} - B_n = 0$$

quando n ed r tendono all'infinito, indipendentemente l'uno dall'altro. Ma B_n non dipende da r e d'altra parte

$$\lim_{n=\infty} B_n = B,$$

per definizione del determinante B, quindi

$$\lim_{n,r=\infty} D_{n,r} = B.$$

Inoltre D_n è un determinante infinito normale, quindi per definizione

$$\lim_{r=\infty} D_{n,r} = D_n;$$

ne segue che

$$\lim_{n=\infty} D_n = \lim_{n=\infty} (\lim_{r=\infty} D_{n,r}) = \lim_{n,r=\infty} D_{n,r} = B.$$

Dunque esiste il limite del secondo membro di (21), per $n = \infty$, ed è $\frac{B}{A}$, quindi tale è pure il limite del primo membro; ma il limite del primo membro è, per definizione, il valore P del determinante (19), dunque questo determinante converge e vale $\frac{B}{A}$.

Con ciò il teorema è dimostrato.

Teorema II. *Il reciproco del prodotto di due determinanti infiniti normali è il prodotto dei loro reciproci.*

Se A (1) e B (18) sono due determinanti infiniti normali, il loro prodotto è un nuovo determinante infinito normale

$$P = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots \\ p_{21} & p_{22} & \cdots \\ \cdot & \cdot & \cdots \end{vmatrix},$$

ove

$$p_{rs} = a_{r1} b_{s1} + a_{r2} b_{s2} + \ldots \text{(*)}.$$

Si ha inoltre (**)

$$P\binom{r}{s} = \sum_{t=1}^{\infty} A\binom{r}{t} \cdot B\binom{s}{t}.$$

da cui

$$(-1)^{r+s} P\binom{r}{s} = \sum_{t=1}^{\infty} \left[(-1)^{r+t} A\binom{r}{t}\right] \left[(-1)^{s+t} B\binom{s}{t}\right]$$

ossia

$$P_{rs} = \sum_{t=1}^{\infty} A_{rt} B_{st}, \tag{32}$$

ove P_{rs}, A_{rt}, B_{st} sono i complementi algebrici di p_{rs}, a_{rt}, b_{st} in P, A, B rispettivamente: dividendo infine membro a membro (32) e

$$P = AB,$$

si ha

$$p'_{rs} = \sum_{t=1}^{\infty} a'_{rt} \cdot b'_{st}, \tag{33}$$

ove p'_{rs}, a'_{rt}, b'_{st} sono gli elementi dei determinanti reciproci di P, A, B.

Osserv. Dai due teoremi precedenti deduciamo che il prodotto di un determinante infinito normale per il reciproco di

(*) P è il prodotto di A e B *per orizzontali*, ma è anche lecito operare *per verticali* o *per orizzontali e verticali*. Cfr. Cazzaniga, loc. cit., § 7.

(**) Cazzaniga, loc. cit., § 8.

un altro o di due reciproci di determinanti infiniti normali si esegue come il prodotto di due determinanti infiniti normali o di due determinanti ordinarii dello stesso ordine, ed in quattro modi distinti.

TEOREMA III. *Un minore di ordine n del prodotto di un determinante infinito normale per il reciproco di un altro o del prodotto dei reciproci di due determinanti infiniti normali* (*) *è uguale alla somma dei prodotti dei minori corrispondenti di ordine n delle due matrici infinite normali ad n linee che concorrono alla formazione degli elementi di quel minore.*

Ciò segue subito dalla legge di formazione (20) o (33) degli elementi di quel minore e dal teorema che precede il lemma del § 2.

§ 4. — I minori del reciproco.

TEOREMA I. *Un minore del reciproco di un determinante infinito normale A è uguale al complemento algebrico del corrispondente minore di A, diviso per A.*

Per un minore finito del reciproco A' di A, il teorema è una conseguenza immediata di un teorema noto, da noi enunciato nell'ultima nota al § 1.

Ora dimostriamo che esso vale anche per un minore infinito.

Siano $r_1, r_2, \ldots, r_n$ ed $s_1, s_2, \ldots, s_n$ due gruppi di n numeri interi crescenti e

$$\varrho_1, \varrho_2, \ldots \quad \text{e} \quad \sigma_1, \sigma_2, \ldots$$

le successioni di numeri interi crescenti che si ottengono dalla successione dei numeri naturali $1, 2, \ldots$ sopprimendo i numeri dei due gruppi. Allora un minore infinito di ordine n del reciproco A' di A sarà

$$(34) \qquad A'\begin{pmatrix} r_1, & r_2, & \ldots, & r_n \\ s_1, & s_2, & \ldots, & s_n \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} a'_{\varrho_1\sigma_1} & a'_{\varrho_1\sigma_2} & \ldots \\ a'_{\varrho_2\sigma_1} & a'_{\varrho_2\sigma_2} & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \end{vmatrix}.$$

(*) O del prodotto di due determinanti infiniti normali.

In A sostituiamo gli elementi aventi gli stessi indici di quelli di (34) con 1 o 0 secondo che essi sono principali o pur no. A si trasforma in tal modo in un nuovo determinante infinito normale B il quale, sviluppato col teorema di Laplace applicato alle orizzontali di posto $r_1, r_2, \ldots, r_n$, si riduce evidentemente a

$$(35)\qquad B = (-1)^{\epsilon} \begin{vmatrix} a_{r_1 s_1} & a_{r_1 s_2} & \ldots & a_{r_1 s_n} \\ a_{r_2 s_1} & a_{r_2 s_2} & \ldots & a_{r_2 s_n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{r_n s_1} & a_{r_n s_2} & \ldots & a_{r_n s_n} \end{vmatrix},$$

ove

$$\epsilon = r_1 + \ldots + r_n + s_1 + \ldots + s_n,$$

ossia B è il complemento algebrico in A del minore infinito

$$A \begin{pmatrix} r_1 & r_2 \ldots r_n \\ s_1 & s_2 \ldots s_n \end{pmatrix}.$$

Or moltiplichiamo per orizzontali il determinante infinito B per A': otterremo

$$BA' = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & \ldots \\ p_{21} & p_{22} & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \end{vmatrix},$$

ove p_{rs} è la somma dei prodotti degli elementi della r^{ma} orizzontale di B per i corrispondenti elementi della s^{ma} orizzontale di A'.

Ma se ricordiamo le relazioni

$$a_{r1}\, a'_{s1} + a_{r2}\, a'_{s2} + \ldots = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad r \gtrless s \\ 1 & \text{se} \quad r = s \end{cases},$$

che seguono dalle ben note (*)

$$a_{r1}\, A_{s1} + a_{r2}\, A_{s2} + \ldots = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad r \gtrless s \\ A & \text{se} \quad r = s \end{cases},$$

(* Cazzaniga, loc. cit., § 5, n. 4.

troviamo subito che

$$p_{r_i r_j} = \begin{cases} 0 & \text{se } i \gtrless j \\ 1 & \text{se } i = j \end{cases},$$

$$p_{r_i \rho_j} = 0, \qquad p_{\rho_i \rho_j} = a'_{\rho_j \rho_i}, \qquad p_{\rho_i r_j} = a'_{\rho_i r_j}.$$

Dunque il determinante prodotto di B per A' ha gli elementi delle orizzontali di posto $r_1, r_2, \ldots, r_n$ tutti nulli, tranne gli elementi principali che sono uguali ad 1; e gli elementi delle rimanenti orizzontali, di posto $\rho_1, \rho_2, \ldots$, sono gli stessi elementi che ha (34) dopo una rotazione di 180° intorno alla diagonale (la quale non ne altera il valore). Quindi, applicando il teorema di Laplace alle orizzontali di posto $r_1, r_2, \ldots, r_n$, otteniamo subito

$$BA' = A'\begin{pmatrix} r_1, & r_2, & \ldots, & r_n \\ s_1, & s_2, & \ldots, & s_n \end{pmatrix},$$

da cui

$$A'\begin{pmatrix} r_1, & r_2, & \ldots, & r_n \\ s_1, & s_2, & \ldots, & s_n \end{pmatrix} = \frac{B}{A}. \qquad \text{e. b. d.}$$

In particolare, per la (35),

$$A'\begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix} = (-1)^{r+s} \frac{a_{rs}}{A},$$

da cui

$$A'_{rs} = (-1)^{r+s} A'\begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix} = \frac{a_{rs}}{A} = A' a_{rs},$$

ed infine

$$\frac{A'_{rs}}{A'} = a_{rs};$$

dunque: *il reciproco del reciproco di un determinante infinito normale A è A.*

Morcone, 9 ottobre 1910.

Ricerche sull'apnea degli uccelli.

Nota del Dott. CARLO FOÀ, Libero docente e assistente.

Le prime ricerche sopra questo argomento sono quelle di Bieletzky e di Baer (1), le quali avevano stabilito che aprendo i sacchi aerei toracici e addominali degli uccelli e poi insufflando aria nella trachea per modo che essa esca dall'apertura addominale si provoca l'arresto del respiro.

Questo studio fu ripreso con cura di particolari da Bordoni-Uffreduzzi (2) sotto la guida del Luciani, e questi riferisce ampiamente nel suo *Trattato di Fisiologia* i resultati di quelle esperienze.

Se l'insufflazione di aria nella trachea è violenta, l'arresto del respiro è istantaneo; se l'aria vien spinta dolcemente, l'ar-

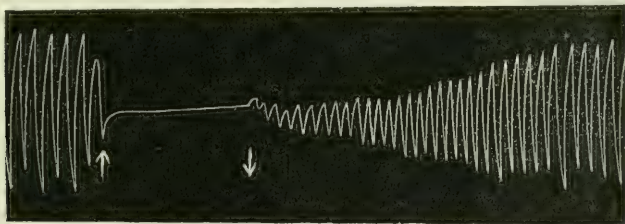



Fig. 1.

resto del respiro è graduale. Questo fatto trovato dal Bordoni è confermato dai miei tracciati 1 e 2 ricavati da un'esperienza sul tacchino. Debbo notare però che in questa esperienza io

(1) Baer, " Zeit. für Wissensch. Zoologie ", 1887, p. 72.

(2) L. Bordoni-Uffreduzzi, *Sull' apnea sperimentale,* " Lo Sperimentale ", 1888.

Fig. 2.

insufflavo in trachea non aria, ma ossigeno puro; e che l'andamento dell'esperienza è eguale a quello che si ottiene insufflando aria, mentre Bordoni aveva trovato difficoltà a produrre con l'ossigeno un'apnea così regolare e completa. Un fatto che resulta dalle esperienze di Bordoni e da quelle più recenti di Treves (1), e che trova conferma nei miei tracciati, è che la ripresa del respiro è graduale e si *inizia non appena cessata l'insufflazione.* Lo stesso avviene anche se la insufflazione e quindi l'apnea sono di lunga durata. Così nel tracciato 3 preso sopra un altro tacchino l'apnea dura 3′ e cessa non appena cessa l'insufflazione d'aria. Questo avviene se l'apertura dei sacchi è abbastanza ampia, e la posizione dei visceri addominali è tale che l'aria trovi libero sfogo. Ma se i visceri ostruiscono l'apertura addominale o i sacchi non sono ampiamente aperti, allora l'apnea può prolungarsi ancora per qualche tempo dopo che l'insufflazione è cessata, come nel tracciato 4. È importante notare che verso la fine dell'apnea registrata nel tracciato 4 l'animale boccheggiava, stralunava gli occhi e i bargigli presentavano un colore bluastro. Talora succede che se la fuoruscita dell'aria si compie molto difficilmente, l'apnea è interrotta bruscamente da contrazioni asfittiche di tutto l'animale, nel quale il colore azzurrognolo dei bargigli rivela l'insufficienza della ematosi polmonare.

(1) L. Treves, *Osservazioni sull'apnea degli uccelli,* " Arch. di Fisiologia ,, 2, 1905, p. 185.

Credo che a questa causa sia dovuto se Grober (1) e Treves in alcune delle loro ricerche trovarono che il respiro può ripresentarsi anche durante l'insufflazione, e che alla ripresa il respiro è spesso dispnoico. In alcune delle esperienze di Treves l'animale all'iniziarsi dell'insufflazione contraeva torace e addome per modo da ostacolare il passaggio dell'aria, e allora era naturale che l'arresto del respiro producesse asfissia, come quando

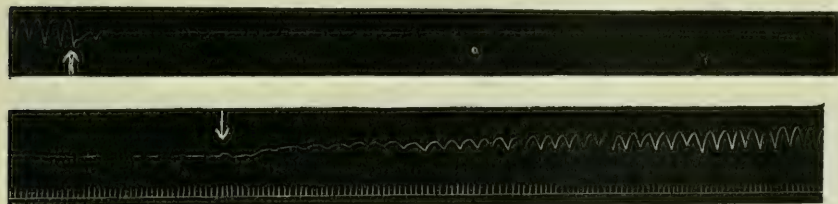



Fig. 3.

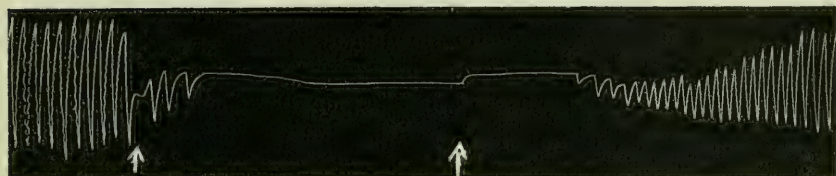



Fig. 4.

si pratica l'insufflazione senza aprire i sacchi addominali, perchè in questi casi non vi è rinnovamento di aria nei polmoni. Un tale arresto del respiro, come giustamente osserva Treves, non significa che l'animale si trovi in istato apnoico, nel senso attribuito da Rosenthal a questa parola, e il meccanismo di tale arresto dev'essere esclusivamente nervoso. Il respiro riprende quando lo stato asfittico del sangue è tale da vincere l'inibizione nervosa, eccitando il centro respiratorio.

Ma se il passaggio dell'aria si compie con facilità, l'apnea riesce completa e la ripresa del respiro non presenta affatto sintomi di asfissia, anche se l'apnea ha durato lungo tempo.

(1) Grober, *Ueber die Athmungsinnervation der Vögel*. Pflüger's Arch. 76, p. 427.

Notammo che la ripresa del respiro coincide con la fine dell'insufflazione quando l'aria passa bene, mentre può durare oltre l'insufflazione se l'aria trova qualche ostacolo al suo passaggio, e tale persistenza si manifesta malgrado l'animale presenti i sintomi dell'asfissia.

Nel tracciato 4 si vede inoltre che malgrado l'animale verso la fine dell'apnea fosse asfittico, la ripresa del respiro è graduale e non vi è dispnea. Queste osservazioni mi paiono avere molta importanza nell'interpretazione delle cause dell'apnea. L'apnea è essa dovuta a un'irritazione dei vaghi, o ad un vero stato apnoico del sangue? Il fatto che l'apnea si inizi in modo brusco se l'insufflazione è violenta, parrebbe appoggiare la teoria nervosa dell'apnea. Così pure il fatto che il respiro riprenda non appena cessata l'insufflazione, differenzia questa forma di apnea da quella che si ottiene nei mammiferi, dove l'arresto del respiro si prolunga oltre la ventilazione polmonare. Pare dunque logico ammettere che l'apnea si inizi con l'iniziarsi dell'irritazione delle terminazioni dei vaghi nei polmoni e nei sacchi, e cessi quando cessa tale irritazione. Se l'aria circola con difficoltà, la distensione dei sacchi e dei polmoni è maggiore, e maggiore è l'irritazione dei vaghi e del centro respiratorio, onde l'apnea che ne deriva dura più a lungo della insufflazione. Nè la ripresa graduale del respiro basta a far ritenere che il centro non abbisogni di ossigeno, perchè vedemmo (fig. 4) che l'apnea perdura e la ripresa del respiro è graduale, anche quando si notano spiccati sintomi di asfissia.

Dobbiamo invece ritenere che l'irritazione dei vaghi, e quindi l'inibizione bulbare siano tali da impedire che il respiro ricominci malgrado l'animale sia asfittico.

Il riprendere graduale del respiro non sarebbe che l'espressione del graduale scomparire dell'inibizione bulbare.

Ho cercato di confermare questa interpretazione insufflando sotto forte pressione una miscela di aria e di anidride carbonica in debole concentrazione.

Tale miscela data a respirare all'animale normale provocava un leggiero grado di dispnea. Insufflata con forza in trachea dopo avere aperti moderatamente i sacchi toracici e addominali produsse istantaneamente l'arresto del respiro che si prolungò oltre l'insufflazione, per dar luogo alla solita ripresa graduale (fig. 5).

Ma il fatto importante di questa esperienza è che dopo la fine dell'insufflazione, durante il rimanente del periodo apnoico e particolarmente nel punto + del tracciato, l'animale boccheggiava, stralunava gli occhi, cercava di agitarsi e il colore dei bargigli era azzurrognolo.

L'apnea adunque continuava, e la ripresa del respiro fu graduale, malgrado l'animale fosse asfittico.

In questo caso non si può certo parlare di *apnoea vera* e solo l'irritazione dei vaghi può spiegarla.

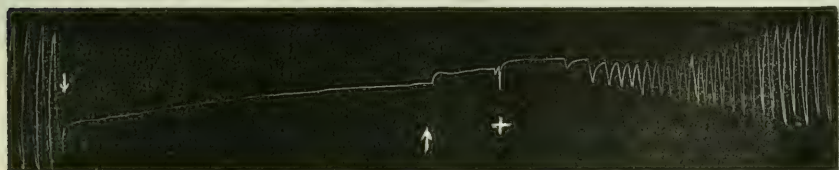



Fig. 5.

Vedremo come con concentrazioni maggiori di acido carbonico si riesca a vincere l'inibizione portata dall'irritazione dei vaghi, così come succede se, essendo i sacchi chiusi o troppo poco aperti, l'aria non si rinnova e l'acido carbonico si accumula nel sangue.

È noto che si può ottenere l'apnea nel cane anche ventilando i polmoni con idrogeno, sia perchè esso, distendendo i polmoni, irrita le terminazioni dei vaghi, sia perchè allontana l'acido carbonico del sangue. Bordoni non riuscì ad ottenere l'apnea nel tacchino con una corrente di idrogeno e notò delle convulsioni che interpretò come asfittiche.

Nelle mie esperienze una corrente di idrogeno insufflato in trachea a sacchi aperti produceva istantaneamente l'apnea, ma, mentre ancora il gas passava, il respiro ricominciava e ben presto diveniva fortemente dispnoico, e accompagnato da violenti contrazioni di tutto l'animale, da epistotono e starnazzamento delle ali.

Questi fenomeni continuavano violentissimi per qualche tempo ancora dopo che l'insufflazione era cessata, poi lentamente il respiro ritornava normale (fig. 6 e 7).

Provando subito dopo a fare una insufflazione con aria, non

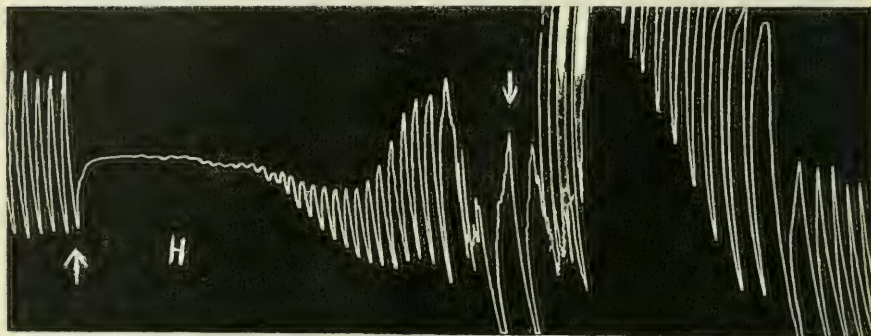



Fig. 6.

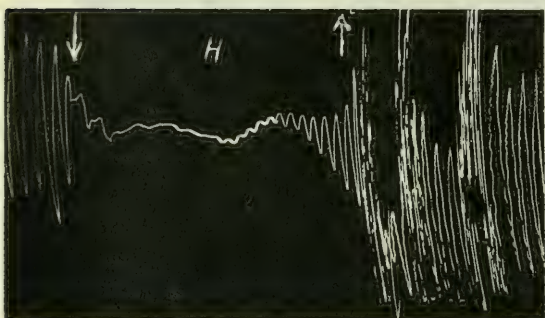



Fig. 7.

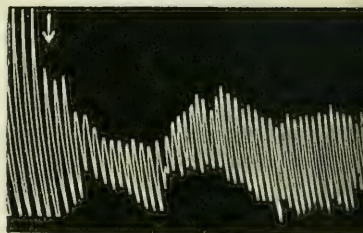



Fig. 8.

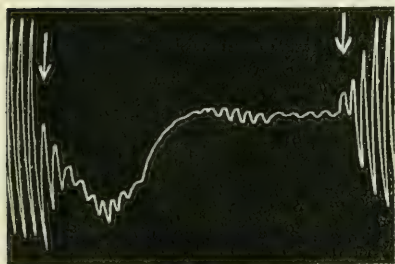



Fig. 9.

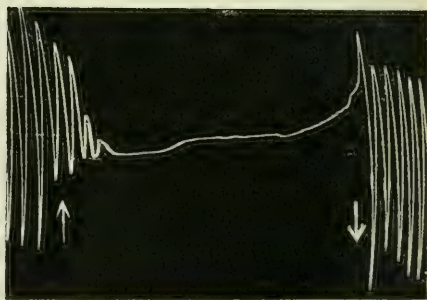



Fig. 10.

si riesciva ad ottenere l'apnea (fig. 8), mentre dopo 5′ (fig. 9) già si accennava a poterla ottenere e dopo 15′ si riotteneva

l'apnea completa (fig. 10). Malgrado dunque, dopo le convulsioni, il respiro fosse ritornato normale, il centro respiratorio si trovava ancora in uno stato di eccitazione tale, che bisognava lasciar passare qualche minuto per poter ottenere l'apnea con insufflazione di aria. Questo fa ritenere che quelle convulsioni non fossero soltanto asfittiche, perchè la chiusura della trachea che duri quanto aveva durato la insufflazione di idrogeno, non produce una tale eccitazione: e bisogna ammettere che l'idrogeno eserciti sui centri nervosi del tacchino un'azione eccitante. Ad ogni modo l'apnea che ottenemmo nel primo periodo del passaggio dell'idrogeno, difficilmente potrebbe interpretarsi come dovuta al fatto che l'idrogeno allontani dal sangue l'acido carbonico, perchè quando l'idrogeno viene assorbito, cioè passa nel sangue, esso manifesta la sua azione sui centri, e questo non avviene se non dopo qualche tempo, mentre l'apnea incomincia appena incomincia il passaggio del gaz.

In questa esperienza si deve dunque ammettere che l'apnea sia unicamente dovuta all'eccitamento delle terminazioni dei vaghi nei polmoni e nelle pareti dei sacchi aerei.

Per giudicare dell'intervento dei vaghi nell'apnea dei tacchini, Bordoni tentò di produrla dopo il taglio dei vaghi, ma non riuscì che ad attenuare un poco la respirazione senza abolirla completamente.

Invece il taglio dei vaghi durante l'apnea non sempre la interrompe e soltanto provoca uno o due atti respiratorî al momento del taglio.

Luciani però soggiunge che in qualche esperienza il taglio dei vaghi durante l'apnea la interrompe, e che se ciò talora non accade, si deve all'eccitamento portato sul nervo dal taglio. Io ritengo che non solo l'irritazione dei vaghi possa produrre l'apnea, ma anche quella di altri nervi sensitivi, e che molta influenza abbia la maggiore o minore apertura dei sacchi e dell'orifizio praticato nell'addome, potendo una distensione eccessiva delle pareti addominali e toraciche comprimere i visceri e provocare l'apnea per eccitamento di nervi diversi dal vago. Così si spiegherebbe come Grober e Treves abbiano ottenuto in *qualche esperienza* l'apnea dopo il taglio dei vaghi, e come *talora* il taglio dei vaghi non interrompa l'apnea incominciata.

Ma per quante volte io abbia cercato di produrre l'apnea

nel tacchino a vaghi tagliati non vi riuscii mai, nè con deboli, nè con forti correnti d'aria o di ossigeno (fig. 11 e 12), e neppure 24 ore dopo il taglio dei vaghi (fig. 13), mentre ero riuscito (1) nel cane ad ottenere l'apnea lasciando trascorrere qualche ora dopo il taglio dei vaghi.

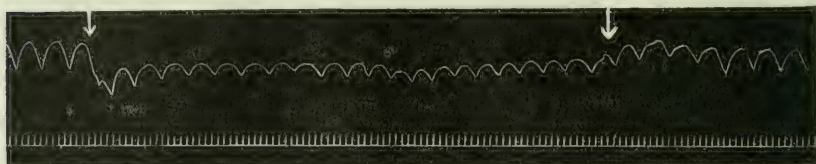



Fig. 11.

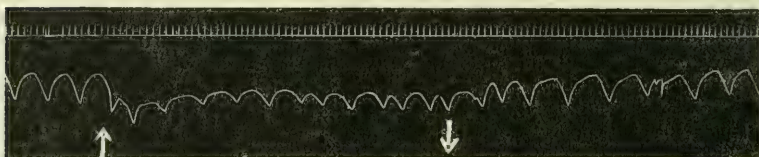



Fig. 12.

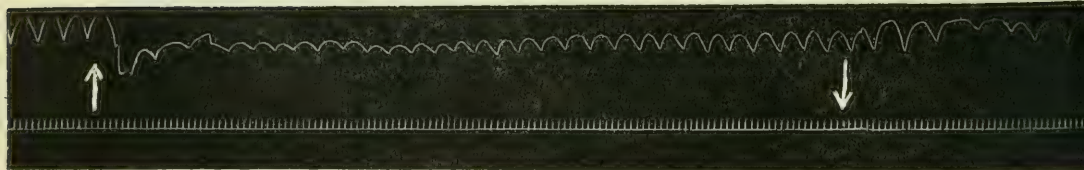



Fig. 13.

In base a tutte le esperienze finora riferite la conclusione che si deve trarre si è che questa forma di apnea degli uccelli è essenzialmente un'apnea da vaghi e che nulla dimostra la compartecipazione di uno stato apnoico del sangue.

Che tuttavia con la insufflazione d'aria si provochi una sufficiente ematosi è dimostrato dal fatto, che quando l'aria passa bene, l'apnea può venir continuata per lungo tempo senza che intervengano sintomi di asfissia.

(1) C. Foà, *Ricerche sull'apnea.* " Arch. di Fisiologia ", vol. VII, 1909.

E se anche le pareti dei sacchi aerei sono povere di vasi e inette a provocare gli scambi gassosi tra sangue e aria (1), e se anche una corrente d'aria che penetri in trachea riempie i sacchi mentre i polmoni si distendono pochissimo (2), è pur necessario ammettere che a sacchi aperti la corrente d'aria sia capace di mantenere uno scambio gassoso sufficiente ai bisogni dell'organismo. Se si trattasse di un arresto del respiro dovuto ai vaghi senza che l'ematosi avvenisse, la pausa dovrebbe essere seguita da dispnea, come accade dopo la pausa respiratoria ottenuta con l'eccitamento elettrico dei vaghi (3).

Già abbiamo veduto che l'idrogeno viene assorbito nel suo passaggio attraverso i polmoni, e per meglio dimostrare che il

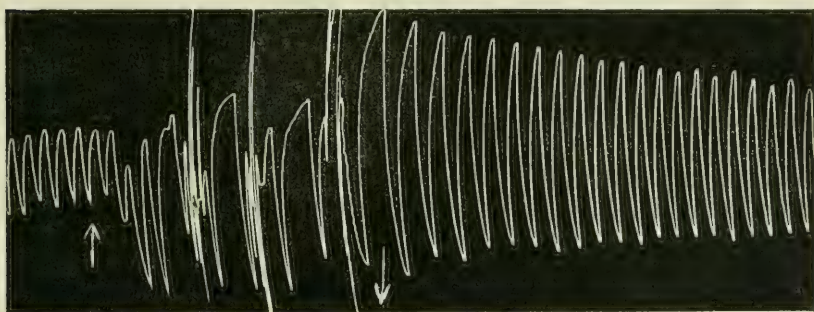



Fig. 14.

sistema di insufflazione adottato per produrre l'apnea, permette ai gaz di venire assorbiti, basta insufflare una miscela di ossigeno (95 %) e acido carbonico (5 %).

Si vede allora comparire la dispnea (fig. 14) in luogo dell'apnea, perchè l'acido carbonico assorbito eccita il centro respiratorio e vince l'azione inibitrice dei vaghi.

È dunque certo che anche durante l'apnea l'ematosi è sufficiente a mantenere la vita, ma occorre studiarne il grado per sapere se essa concorra almeno in parte a produrre l'apnea.

---

(1) Wiedersheim, *Vergleich. Anat. der Wiebelthiere.* Jena 1898, pp. 331-334.

(2) Siefert, *Ueber die Athmung der Reptilien und Vögel.* " Pfluger's Archiv ", 1896, 64, p. 472.

(3) Id., *Ibidem*, p. 488.

Già il fatto che l'apnea cessi non appena finita l'insufflazione fa ritenere che i gaz del sangue non si trovino nelle condizioni volute perchè l'apnea si produca.

Ma per chiarire la cosa, meglio era determinare la concentrazione dei gaz del sangue durante l'apnea prodotta da insufflazione di aria. Preparate le carotidi al collo dell'animale, estrassi ed analizzai col metodo di BARCROFT e HALDANE un campione di sangue arterioso prima di incominciare l'insufflazione, un secondo campione 20″ dopo l'inizio dell'apnea, e un terzo dopo altri 20″. L'aria durante l'apnea passava benissimo e non vi furono sintomi di asfissia. Appena finita l'insufflazione il respiro riprese in modo graduale. La determinazione dei gaz nei due campioni diede il resultato seguente:

1° Campione		2° Campione		3° Campione	
O_2 %	CO_2 %	O_2 %	CO_2 %	O_2 %	CO_2 %
14,9	42,7	12,5	43,9	11,7	45,5

Durante l'apnea diminuisce adunque un poco la concentrazione dell'ossigeno e cresce un poco quella dell'acido carbonico nel sangue arterioso. Ciò non avviene in proporzioni tali da produrre dispnea fino a che l'aria passa con facilità attraverso i polmoni per uscire dall'apertura dei sacchi, ma non sono certamente queste le condizioni che permettano di attribuire neppure in parte ai gaz del sangue il prodursi dell'apnea.

Possiamo ammettere tutt'al più che malgrado l'arresto dovuto ai vaghi lo scambio gassoso sia sufficiente a mantenere la vita, pur producendosi un leggero grado di asfissia.

Da quanto siamo venuti dicendo si può trarre la conclusione seguente:

L'apnea prodotta negli uccelli insufflando aria in trachea per modo che essa esca da una larga apertura dei sacchi toracici e addominali è esclusivamente dovuta all'eccitazione delle terminazioni dei vaghi nei polmoni e nelle pareti dei sacchi aerei. Infatti durante l'apnea diminuisce la concentrazione del-

l'ossigeno e cresce quella dell'acido carbonico nel sangue arterioso; e sebbene questo fenomeno avvenga in piccole proporzioni, non si può certo parlare di uno stato apnoico del sangue.

Che questa forma di apnea sia esclusivamente dovuta ai vaghi è inoltre dimostrato:

a) dal fatto che il taglio dei vaghi la rende impossibile a condizione che l'aria circoli bene e non provochi la compressione e l'irritazione di altri nervi sensitivi;

b) dall'istantaneità con la quale l'apnea si produce;

c) dal fatto che anche l'idrogeno è capace di produrla istantaneamente prima di agire sui gaz del sangue;

d) dalla ripresa immediata del respiro non appena cessata l'insufflazione.

Negli uccelli adunque, poichè l'insufflazione in trachea non riesce a produrre un grado sufficiente di distensione polmonare, l'ematosi è scarsa, mentre nei mammiferi anche quando i vaghi concorrono alla produzione dell'apnea si aumenta tuttavia anche l'ematosi e si libera il sangue dall'acido carbonico, il che rappresenta pure un fattore dell'apnea, alla quale, per questa ragione appunto, diedi il nome di *apnea mista*, sostituendo questo termine a quello meno significativo di *apnea spuria*.

(Dal Laboratorio di Fisiologia di Torino).

Relazione intorno alla Memoria di G. Boccardi, *Sulla Latitudine del R. Osservatorio di Torino.*

Il Prof. G. Boccardi, trovandosi in possesso di un nuovo circolo meridiano del costruttore Bamberg, ha determinato nuovamente la latitudine dell'Osservatorio di Torino con numerosissime Osservazioni.

Una prima determinazione è stata fatta col metodo delle Osservazioni circum-meridiane, una seconda col metodo che ora è più in voga delle Osservazioni meridiane. Tale metodo consiste nell'osservare le stelle all' istante del loro passaggio al meridiano e nel fare la corrispondente lettura sul circolo verticale. Le stelle osservate vengono scelte in modo che sieno ugualmente distribuite al Sud ed al Nord dello Zenit e raggruppate in guisa che la somma algebrica delle distanze zenitali delle stelle di ogni gruppo, sia prossima a zero. In tal modo vengono quasi completamente eliminati gli errori provenienti dalla flessione del cannocchiale e le incertezze della rifrazione.

I risultati ottenuti coi due metodi concordano molto bene tra di loro e gli errori probabili sono piccolissimi.

La latitudine nuovamente determinata è degna di ogni fiducia, perciò la Commissione propone l'accoglimento della memoria nei volumi dell'Accademia.

A. Naccari,
N. Jadanza, *relatore.*

L'Accademico Segretario
Corrado Segre.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza dell'11 Dicembre 1910.

PRESIDENZA DEL SOCIO BARONE ANTONIO MANNO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: Renier, Chironi, Ruffini, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli e De Sanctis Segretario. — È scusata l'assenza del Presidente Boselli e dei Soci Graf, Stampini e Sforza.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 27 novembre 1910.

D'ufficio è presentato lo scritto del Socio Giovanni Sforza, *Un musico montignosino* (Estr. dal " Giornale Storico della Lunigiana „), Spezia, Zappa, 1910, dall'Autore offerto in omaggio all'Accademia.

Il Socio Einaudi presenta le prime puntate di tre pubblicazioni periodiche venute in luce a cura dell'Istituto Internazionale di Agricoltura, cioè il *Bulletin du Bureau des renseignements agricoles et des maladies des plantes* (novembre 1910), il *Bulletin des institutions économiques et sociales* (an. I, n. 1, 2) e il *Bollettino di statistica agraria* (an. I, n. 1-11), e rileva la importanza non solo pratica ma anche scientifica che hanno, con parole che sono registrate negli *Atti*. Offre poi, in più esemplari, un suo scritto su *L'indice unitaire du prix du blé, à propos des statistiques de l'Institut international d'agriculture* (Rome, 1910).

LETTURE

Einaudi L., *Le pubblicazioni dell'Istituto internazionale d'agricoltura di Roma.*

Ho l'onore di presentare all'Accademia alcune importanti pubblicazioni periodiche venute in luce a cura dell'Istituto internazionale d'agricoltura di Roma. È noto, come dopo un periodo di preparazione, durato sino alla metà di questo anno, l'Istituto sia entrato nella via di una larga e feconda attività. Presidente l'on. marchese Raffaele Cappelli e segretario generale il Prof. Pasquale Iannaccone, l'Istituto ha iniziata la pubblicazione di tre periodici, le cui prime puntate fanno assai bene auspicare per l'avvenire. Il *Bulletin du Bureau des renseignements agricoles et des maladies des plantes* ha carattere tecnico ed è rivolto a riassumere tutte le nuove esperienze intese ad aumentare la produzione vegetale, animale e forestale ed a combattere le svariate cause che, sotto forma di malattie parassitarie, di cattive erbe, d'insetti nocivi, diminuiscono la produzione e deteriorano e rovinano i prodotti. Il Bollettino, dovuto alle cure del Prof. Italo Giglioli e del Dott. I. M. Saulnier, è pregevole testimonianza dell'opera grandiosa che nei diversi paesi del mondo si compie in difesa e pel progresso dell'agricoltura.

Il *Bulletin du Bureau des institutions économiques et sociales,* diretto dal Prof. Giovanni Lorenzoni, si occupa di tutte le questioni le quali interessano la cooperazione, l'assicurazione ed il credito agricolo, ed è sistemato sapientemente in guisa da dare, per ogni Stato, uno sguardo sintetico alla struttura economica ed agricola in genere, studiando in seguito le organizzazioni agricole nelle loro diverse forme, la legislazione nuova e in genere tutti i fatti che hanno tratto all'assetto economico e giuridico della terra e dei suoi lavoratori.

Il *Bulletin de statistique agricole* (direttore il Prof. Umberto Ricci) si pubblica da più tempo ed è già finora uscito in undici puntate, ognuna delle quali rappresenta un progresso sulle precedenti. Per la significazione dei dati raccolti ed elaborati in questo Bollettino, mi sia consentito di rinviare ad un mio breve scritto su *L'indice unitaire du prix du blé*, che presento insieme alle pubblicazioni dell'Istituto. Il Bollettino ha in mira la formazione di un indice unitario della produzione delle derrate agricole, il quale possa essere di guida agli agricoltori nelle loro contrattazioni.

Lo scopo dunque dei Bollettini dell'Istituto è sovratutto pratico. Non piccola è però la loro importanza scientifica. Troppo poco noi conosciamo dei fatti della vita agricola, perchè l'opera colossale di sistemazione e di elaborazione compiuta dall'Istituto non debba riuscire di grandissima utilità allo scienziato. Per quest'ultimo l'Istituto può essere considerato come una officina di comparazione e di critica. Di comparazione, perchè mettendo l'una all'altra vicine notizie su istituzioni e legislazioni e dati di tutti i paesi del mondo, contribuisce alla cognizione più esatta del vero nei suoi elementi comuni e differenziali. Di critica, perchè implicitamente la esposizione di metodi statistici più perfetti, di istituzioni economiche meglio organate esistenti in un paese è stimolo potente a correggere i metodi statistici imperfetti che sono altrove ancora in uso ed a favorire lo sviluppo, secondo direzioni già saggiate al cimento dell'esperienza, di istituzioni ancora embrionali. Già si sono, grazie a quest'opera di comparazione e di critica, ottenuti effetti di revisione non spregevoli, e maggiori se ne otterranno in avvenire.

L'Accademico Segretario
Gaetano De Sanctis.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 18 Dicembre 1910.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. LORENZO CAMERANO
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: NACCARI, Direttore della Classe, D'OVIDIO, JADANZA, GUARESCHI, GUIDI, FILETI, PARONA, GRASSI, FUSARI e SEGRE Segretario.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Il Presidente presenta alla Classe i numerosi scritti geologici inviati in omaggio dal Socio corrispondente Francesco Edoardo SUESS, ed il libro del prof. E. PERRONCITO, *La malattia dei minatori*, inviato parimenti dall'A. all'Accademia.

Il Socio D'OVIDIO presenta a nome dell'autore prof. G. BERNARDI: *Tavole contenenti i doppi, i quadrati, i tripli dei quadrati ed i cubi dei numeri interi da 1 a 1000*, rilevandone i pregi e l'utilità.

Il Socio GUARESCHI presenta in omaggio una sua breve nota: *Francesco Selmi und die kolloidalen Lösungen*, nella quale dimostra come Francesco Selmi che fu Socio corrispondente della nostra Accademia per più di trent'anni, ha fatto fino dal 1846 delle importantissime ricerche sulle *pseudosoluzioni o soluzioni colloidali*, corrispondenti perfettamente alle moderne teorie. In un prossimo lavoro storico-critico l'autore farà conoscere tutta l'opera scientifica di questo geniale chimico.

Per la pubblicazione negli *Atti* sono presentate le Note seguenti:

G. Sannia, *Estensione di teoremi di Sylvester e di Hadamard ai determinanti infiniti normali* (dal Socio D'Ovidio),

F. Garelli, *Contributo alla spiegazione del fenomeno della concia* (dal Socio Guareschi),

M. Ghiglieno, *Nuovi composti trimetilenpirrolici dietilsostituiti* (dal Socio Guareschi),

B. Rainaldi, *La durata dello splendore del Sole sull'orizzonte di Torino nel quadriennio 1906-1909* (dal Socio Naccari),

E. Martel, *Su alcuni fenomeni osservati nelle Ombrellifere e nelle Papaveracee* (dal Socio Parona).

A nome del collega Mattirolo il Socio Parona legge la Relazione sulla Memoria del prof. E. Martel, *Nuove contribuzioni all'Anatomia delle Solanacee.* Vengono accolte all'unanimità le conclusioni per la lettura e la stampa della Memoria nei volumi accademici.

E similmente vengono accolte le analoghe conclusioni della Relazione del Socio Parona (in unione al Socio Spezia) intorno allo Studio geologico del prof. F. Sacco, *Il Gruppo dell'Argentera.*

Infine il Socio Guidi presenta, per la stampa fra le *Memorie*, un lavoro dell'Ing. C. L. Ricci su *L'ellisse di elasticità trasversale e le sue applicazioni nella scienza delle costruzioni.* Il Presidente incarica di riferire intorno ad esso i Soci Guidi e Segre.

LETTURE

Estensione di teoremi di Sylvester e di Hadamard ai determinanti infiniti normali.

Nota di GUSTAVO SANNIA.

1. — Fra i determinanti infiniti convergenti, quelli le cui proprietà presentano la più grande analogia con le proprietà dei determinanti ordinarii sono i determinanti infiniti *normali* di H. von Koch (*), ossia quei determinanti infiniti

$$(1) \qquad A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots \\ a_{21} & a_{22} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

tali che, posto

$$(2) \qquad a_{rr} = 1 + c_{rr}, \qquad a_{rs} = c_{rs} \qquad (r \neq s)$$

la serie

$$(3) \qquad \sum_{r,s} c_{rs} \qquad (r, s = 1, 2, 3 \dots)$$

risulta assolutamente convergente.

Questa analogia sussiste anche nelle proprietà meno elementari: così in una precedente Nota (**) ho esteso ai determinanti infiniti normali il concetto di *determinanti reciproci*. Qui darò l'estensione di due notevoli teoremi di Sylvester e di Hadamard:

(*) *Sur les déterminants infinis et les équations différentielles linéaires.* " Acta Math. ", Bd. 16.

(**) *Il reciproco di un determinante infinito normale.* " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ", vol. XLVI, disp. 1-2.

1° *Il determinante formato con i minori di ordine $p+1$ di un determinante A di ordine $n>p$, che sono superdeterminanti* (*) *di un assegnato minore A_p di ordine p di A, è uguale ad $A_p^{n-p-1} \cdot A$* (**).

2° *Il quadrato del modulo di un determinante (di ordine finito, ad elementi reali o complessi) non può superare il prodotto delle norme* (***) *delle sue orizzontali* (****).

2. — Sia

$$(4) \qquad A_p = \begin{vmatrix} a_{r_1 s_1} & \dots & a_{r_1 s_p} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{r_p s_1} & \dots & a_{r_p s_p} \end{vmatrix}$$

un minore di ordine p del determinante infinito normale A, ove

$$r_1, r_2, \dots, r_p \quad \text{ed} \quad s_1, s_2, \dots, s_p$$

sono due gruppi di p numeri interi crescenti. Sieno poi

$$\varrho_1, \varrho_2, \dots \quad \text{e} \quad \sigma_1, \sigma_2, \dots$$

quelle successioni di infiniti numeri crescenti che si deducono da quella dei numeri naturali 1, 2, 3, ..., sopprimendovi rispettivamente i numeri $r_1, r_2, \dots, r_p$ ed $s_1, s_2, \dots, s_p$.

Sia $b_{\varrho_i \sigma_k}$ un minore di ordine $p+1$ di A che sia un superdeterminante di A_p: precisamente sia quello che è formato, oltre che con gli elementi di A_p, con elementi della ϱ_i^{ma} oriz-

(*) *Superdeterminante* di un minore A_p di A è ogni minore di A che contiene A_p come minore.

(**) Questo teorema fu dimostrato per la prima volta da C. Frobenius, " Journal für die reine und angew. Math. ", 86 Bd., 1879, e poi da E. Netto, " Acta Math. ", 17 Bd., 1893; però esso è caso particolare di un teorema che fu enunciato molti anni prima da J. J. Sylvester in " Philosophical Magazine ", 1851, e dimostrato da E. d'Ovidio, " Atti della R. Accademia di Torino ", 1875-76-90.

(***) *Norma* di una orizzontale di un determinante è la somma dei prodotti dei numeri che sono elementi di questa orizzontale per i rispettivi numeri complessi coniugati.

(****) Hadamard, " Bulletin des Sciences math. ", 1893.

zontale e della σ_k^{ma} verticale di A. Con i determinanti di questo tipo formiamo il determinante infinito

$$(5) \qquad B = \begin{vmatrix} b_{\varrho_1\sigma_1} & b_{\varrho_1\sigma_2} & \dots \\ b_{\varrho_2\sigma_1} & b_{\varrho_2\sigma_2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}.$$

Per definizione, il suo valore B è il limite, se esiste, del determinante di ordine h

$$B_h = \begin{vmatrix} b_{\varrho_1\sigma_1} & \dots & b_{\varrho_1\sigma_h} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{\varrho_h\sigma_1} & \dots & b_{\varrho_h\sigma_h} \end{vmatrix},$$

per $h = \infty$. B_h, pel teorema di SYLVESTER, vale $M \cdot A_p^{h-1}$, ove M è il minore di ordine $p + h$ di A che è formato dagli elementi comuni alle orizzontali di posto $r_1, r_2, \dots, r_p, \varrho_1, \dots, \varrho_h$ e alle verticali di posto $s_1, s_2, \dots, s_p, \sigma_1, \dots, \sigma_h$ (questi numeri essendo disposti in ordine crescente). Ora i numeri ϱ_h e σ_h crescono indefinitamente con h, quindi esisterà un numero intero positivo ν, tale che per $h > \nu$ risulti

$$\varrho_h > r_p \qquad \text{e} \qquad \sigma_h > s_p.$$

Per tali valori di h, M coinciderà evidentemente col minore principale di ordine $p + h$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1,p+h} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{p+h,1} & \dots & a_{p+h,p+h} \end{vmatrix}$$

di A, il cui limite per $h = \infty$ è A. Si ha quindi

$$B = \lim_{h=\infty} B_h = \lim_{h=\infty} M \cdot \lim_{h=\infty} A_p^{h-1} = A \cdot \lim A_p^{h-1};$$

ma

$$\lim_{h=\infty} A_p^{h-1} = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad |A_p| < 1 \\ 1 & \text{se} \quad A_p = 1 \end{cases} \tag{6}$$

(ed in ogni altro caso o non esiste o è infinito); dunque:

Il determinante (5) *formato dai minori di ordine* $p+1$ di A, *che sono superdeterminanti di un assegnato minore* A_p *di ordine* p *di* A, *vale* 0 *o* A, *secondo che* $|A_p| < 1$ *o* $A_p = 1$; *in ogni altro caso diverge.*

3. — Questo risultato mostra che, se per costruire (5) si parte da un altro minore A_p' di ordine p di A, il valore di (5) non muta, purchè sia ancora $|A_p'| < 1$ o $A_p' = 1$; e non muta neppure variando l'ordine p del minore: insomma il valore di (5) è quasi insensibile alla variazione della scelta di quel minore di A, che pure è fondamentale per la costruzione di (5). Inoltre esso diverge in infiniti casi.

Tutto ciò non accade pel determinante che si deduce da (5) dividendo ogni suo elemento per A_p, se $A_p \neq 0$. Infatti da

$$B_h = M A_p^{h-1}$$

segue

$$\begin{vmatrix} \frac{b_{\varrho_1\sigma_1}}{A_p} & \cdots & \frac{b_{\varrho_1\sigma_h}}{A_p} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{b_{\varrho_h\sigma_1}}{A_p} & \cdots & \frac{b_{\varrho_h\sigma_h}}{A_p} \end{vmatrix} = \frac{M}{A_p};$$

ma il limite di M per $h = \infty$ è A, dunque:

Il determinante infinito formato da quei minori di ordine $p+1$ *di un determinante infinito normale* A *che sono superdeterminanti di un assegnato minore* $A_p \neq 0$ *di ordine* p, *divisi per* A_p, *ha per valore* $\frac{A}{A_p}$.

4. — Ad ogni modo il risultato cui si perviene perde ogni analogia con quello che si ottiene pel caso dei determinanti ordinarii. Ma nei determinanti infiniti, oltre ai minori di ordine

finito, esistono anche minori infiniti (*): *ed è relativamente a questi minori che il teorema di* SYLVESTER *sussiste quasi integralmente.*

Consideriamo il minore di ordine p

$$N = \begin{vmatrix} A_{r_1 s_1} & \dots & A_{r_1 s_p} \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{r_p s_1} & \dots & A_{r_p s_p} \end{vmatrix}$$

dell'aggiunto di A, che vale

$$N = (-1)^{\epsilon} A^{p-1} \cdot A\begin{pmatrix} r_1\, r_2 \dots r_p \\ r_1\, s_2 \dots s_p \end{pmatrix}, \tag{8}$$

ove ϵ ha il valore (7).

(*) Gli elementi di A comuni alle orizzontali di posto $r_1, \dots, r_p$ e alle verticali di posto $s_1, \dots, s_p$ formano un *minore (finito) di ordine p* di A; quelli comuni alle rimanenti orizzontali e verticali formano un determinante infinito normale che suol chiamarsi un *minore infinito di ordine p* di A e che si indica con

$$A\begin{pmatrix} r_1, & r_2, & \dots, & r_p \\ s_1, & s_2, & \dots, & s_p \end{pmatrix}.$$

I due minori si dicono *complementari* fra loro ed uno qualunque di essi, cambiato di segno se

$$\epsilon = r_1 + \dots + r_p + s_1 + \dots + s_p \tag{7}$$

è dispari, è il *complemento algebrico* dell'altro. In particolare, il complemento algebrico del minore di prim'ordine a_{rs} è

$$A_{rs} = (-1)^{r+s} A\begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix}.$$

Aggiunto (o, impropriamente, *reciproco*) di A è il determinante infinito

$$\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots \\ A_{21} & A_{22} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

il quale, in generale, non è normale, anzi è divergente. Però vale sempre il teorema: *un minore finito di ordine p dell'aggiunto di A è uguale al complemento algebrico del corrispondente minore di A moltiplicato per* A^{p-1} (come nei determinanti ordinari).

Per tutto ciò cfr. H. VON KOCH, loc. cit., e T. CAZZANIGA, " Annali di Matematica ", 1897-98.

Sopprimendo in esso la orizzontale i^{ma} e la verticale j^{ma}, si ha un minore di ordine $p-1$ dell'aggiunto di A, che perciò vale

$$(-1)^{\epsilon+r_i+s_j} A^{p-2} b_{r_i s_j},$$

ove

$$b_{r_i s_j} = A\begin{pmatrix} r_1 \dots r_{i-1}, & r_{i+1} \dots r_p \\ s_1 \dots s_{j-1}, & s_{j+1} \dots s_p \end{pmatrix};$$

ne segue che il complemento algebrico di $A_{r_i s_j}$ in N è

$$(-1)^{\epsilon+r_i+s_j+i+j} A^{p-2} b_{r_i s_j},$$

e quindi che il determinante aggiunto N' di N è

$$N' = A^{p(p-2)} [(-1)^{\epsilon+r_i+s_j+i+j} b_{r_i s_j}],$$

ove

$$[(-1)^{\epsilon+r_i+s_j+i+j} b_{r_i s_j}] \tag{9}$$

sta per indicare il determinante di ordine p il cui elemento generico è quello scritto, per $i, j = 1, 2, \dots, p$. Siccome gli elementi della orizzontale i^{ma} di (9) hanno a comune il fattore $(-1)^{\epsilon+r_i+i}$, così (9) vale

$$(-1)^{p\epsilon+r_1+\dots+r_p+1+2+\dots+p} [(-1)^{s_j+j} b_{r_i s_j};$$

analogamente si vede che

$$[(-1)^{s_j+j} b_{r_i s_j}] = (-1)^{s_1+\dots+s_p+1+2+\dots+p} [b_{r_i s_j}];$$

dunque (9) vale

$$(-1)^{(p+1)\epsilon} [b_{r_i s_j}] = (1)^{(p+1)\epsilon} \begin{vmatrix} b_{r_1 s_1} \dots b_{r_1 s_p} \\ \dots\dots\dots \\ b_{r_p s_1} \dots b_{r_p s_p} \end{vmatrix},$$

e però

$$(10) \qquad N' = (-1)^{(p+1)\varepsilon} A^{p(p+2)} \begin{vmatrix} b_{r_1 s_1} & \dots & b_{r_1 s_p} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{r_p s_1} & \dots & b_{r_p s_p} \end{vmatrix},$$

Or, come è ben noto,

$$(11) \qquad N' = N^{p-1},$$

quindi, uguagliando le due espressioni (10) e (11) di N' e poi sostituendo ad N il suo valore (8), si ha

$$(-1)^{(p+1)\varepsilon} A^{p(p-2)} \begin{vmatrix} b_{r_1 s_1} & \dots & b_{r_1 s_p} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{r_p s_1} & \dots & b_{r_p s_p} \end{vmatrix} = (-1)^{(p-1)\epsilon} A^{(p-1)^2} \left\{ A \begin{pmatrix} r_1, r_2, \dots r_p \\ s_1, s_2, \dots s_p \end{pmatrix} \right\}^{p-1},$$

da cui, se $A \neq 0$,

$$(12) \qquad \begin{vmatrix} b_{r_1 s_1} & \dots & b_{r_1 s_p} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{r_p s_1} & \dots & b_{r_p s_p} \end{vmatrix} = A \cdot \left\{ A \begin{pmatrix} r_1, r_2, \dots r_p \\ s_1, s_2, \dots s_p \end{pmatrix} \right\}^{p-1}.$$

Dico che questa formola vale anche se $A = 0$. Perciò considero il determinante infinito

$$A(x) = \begin{vmatrix} 1 + c_{11}x & c_{12}x & \dots \\ c_{21}x & 1 + c_{22}x & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

che è normale come A, e si riduce ad A per $x = 1$. Il suo valore è (*) la somma della serie assolutamente convergente

(*) Cfr. H. von Koch, loc. cit., § 7.

i cui termini sono 1 e tutti i minori principali dei vari ordini della matrice

$$\begin{vmatrix} c_{11}x & c_{12}x & \dots \\ c_{21}x & c_{22}x & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}.$$

Disponendo questi minori in modo che i loro ordini non decrescano, si ha che $A(x)$ è la somma di una serie di potenze crescenti di x, convergente assolutamente per ogni valore finito di x. Insomma $A(x)$ è una trascendente intera, e però è una funzione continua.

Per la stessa ragione sono funzioni continue di x i determinanti

$$A(x)\begin{pmatrix} r_1, \dots, r_p \\ s_1, \dots, s_p \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad b_{r_i s_j}(x)$$

formati con gli elementi di $A(x)$ come

$$A\begin{pmatrix} r_1, \dots, r_p \\ s_1, \dots, s_p \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad b_{r_i s_j}$$

sono formati con quelli di A: quindi è pure funzione continua il determinante

$$B(x) = \begin{vmatrix} b_{r_1 s_1}(x) & \dots & b_{r_1 s_p}(x) \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{r_p s_1}(x) & \dots & b_{r_p s_p}(x) \end{vmatrix}.$$

Ne segue che, quando x tende ad 1, si ha

$$(13) \begin{cases} \lim A(x) = A(1) = A, & \lim b_{r_i s_j}(x) = b_{r_i s_j}(1) = b_{r_i s_j}, \\ \lim B(x) = B(1) = B, & \lim A(x)\begin{pmatrix} r_1, \dots, r_p \\ s_1, \dots, s_p \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} r_1, \dots, r_p \\ s_1, \dots, s_p \end{pmatrix}. \end{cases}$$

Essendo

$$A(0) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 1,$$

$A(x)$ non è identicamente nulla. Inoltre $A(1) = A = 0$, per ipotesi, ossia $x = 1$ è uno zero di $A(x)$; ma gli zeri di una funzione intera sono isolati, quindi esiste un intervallo contenente il punto $x = 1$, in tutti i punti del quale, tranne che nel punto $x = 1$, $A(x)$ non si annulla.

Supponiamo che x tenda ad 1 nel detto intervallo, senza assumere il valore 1. Per ognuno di tali valori di x sarà applicabile la relazione (12) al determinante $A(x)$, cioè si avrà

$$B(x) = A(x) \cdot \left\{ A(x) \begin{pmatrix} r_1 \dots r_p \\ s_1 \dots s_p \end{pmatrix} \right\}^{p-1}.$$

In virtù delle (13), questa si riduce alla (12) quando x tende ad 1. Dunque la (12) vale anche quando $A = 0$ ed esprime che:

Il determinante di ordine p, formato da quei minori infiniti di ordine $p - 1$ di un determinante infinito normale A, che sono superdeterminanti di un assegnato minore infinito di ordine p, è uguale alla potenza $(p - 1)^{ma}$ di questo minore moltiplicata per A.

5. — Consideriamo il minore principale di ordine n

$$A_n = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

del determinante infinito normale A, (1), sicchè

$$\lim_{n=\infty} A_n = A. \tag{14}$$

La norma della r^{ma} orizzontale di A_n sarà

$$N_{r,n} = a_{r1}\mathfrak{a}_{r1} + a_{r2}\mathfrak{a}_{r2} + \dots + a_{rn}\mathfrak{a}_{rn},$$

ove $\mathfrak{a}_{rs}$ indica il numero complesso coniugato di a_{rs}, e per il teorema di HADAMARD (§ 1) si avrà

$$|A_n|^2 \leq N_{1,n}\, N_{2,n} \dots N_{n,n}. \tag{15}$$

Essendo A un determinante infinito normale, converge assolutamente la serie

$$a_{r1} + a_{r2} + a_{r3} + \dots$$

e quindi anche l'altra

$$a_{r1}\boldsymbol{a}_{r1} + a_{r2}\boldsymbol{a}_{r2} + a_{r3}\boldsymbol{a}_{r3} + \dots,$$

perchè i moduli dei numeri $a_{r1}, a_{r2}, \dots,$ e quindi anche quelli dei numeri $\boldsymbol{a}_{r1}, \boldsymbol{a}_{r2}, \dots,$ sono tutti minori di un numero fisso. La somma N_r di questa serie è la *norma* della r^{ma} orizzontale del determinante infinito A. Ma $N_{r,n}$ è la somma dei primi n termini di questa serie a termini positivi, quindi

$$N_{r,n} \leqq N_r,$$

e però dalla (15) segue *a fortiori* che

$$|A_n|^2 \leqq N_1 N_2 \dots N_n. \tag{16}$$

Per la (14), esiste il limite del primo membro di (16) per $n = \infty$ ed è $|A|^2$; dico che esiste anche il limite del secondo membro, cioè che il prodotto infinito

$$N_1 N_2 N_3 \dots \tag{17}$$

converge assolutamente.

Infatti, per le posizioni (2), si ha

$$\boldsymbol{a}_{rs} = \boldsymbol{c}_{rs}, \qquad \boldsymbol{a}_{rr} = 1 + \boldsymbol{c}_{rr},$$

quindi

$$N_r = \sum_{p=1}^{\infty} a_{rp}\boldsymbol{a}_{rp} = 1 + c_{rr} + \boldsymbol{c}_{rr} + \sum_{p=1}^{\infty} c_{rp}\boldsymbol{c}_{rp};$$

onde, posto

$$\alpha_r = c_{rr} + \boldsymbol{c}_{rr} + \sum_{p=1}^{\infty} c_{rp}\boldsymbol{c}_{rp}, \qquad (r = 1, 2, \dots),$$

il prodotto infinito (17) diventa

$$(1+\alpha_1)(1+\alpha_2)(1+\alpha_3)\ldots,$$

e per dimostrare la sua convergenza assoluta basta dimostrare la convergenza assoluta della serie

$$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\ldots=\sum_{r=1}^{\infty}\alpha_r$$

ossia della serie

$$\sum_{r=1}^{\infty} c_{rr}+\sum_{r=1}^{\infty}\boldsymbol{c}_{rr}+\sum_{r,p=1}^{\infty} c_{rp}\,\boldsymbol{c}_{rp}\,. \tag{18}$$

Or dalla convergenza assoluta della serie (3) e dall'essere le c_{rp}, o quindi le $\boldsymbol{c}_{rp}$, tutte minori in valore assoluto di un numero fisso, segue subito la convergenza assoluta della serie

$$\sum_{r,p=1}^{\infty} c_{rp}\,\boldsymbol{c}_{pr}\,;$$

d'altra parte dalla convergenza assoluta di (3) segue quella della serie parziale $\sum_{r=1}^{\infty} c_{rr}$ e quindi dell'altra $\sum_{r=1}^{\infty}\boldsymbol{c}_{rr}$; dunque la (18) converge assolutamente.

Dopo ciò possiamo asserire che la (16) sussiste anche al limite per $n=\infty$, cioè che si ha

$$|A|^2\leqq N_1\,N_2\,N_3\ldots$$

Dunque: *il quadrato del modulo di un determinante infinito normale (ad elementi reali o complessi) non può superare il prodotto delle norme delle sue orizzontali.*

Torino, 16 dicembre 1910.

Contributo alla spiegazione del fenomeno della concia.

Nota di FELICE GARELLI.

Gli studi diretti a ricercare la natura delle reazioni che avvengono durante la concia delle pelli, trascurati per lungo tempo, hanno, in questi ultimi anni, ricevuto un notevole impulso. E si osserva che a questo risveglio della indagine scientifica intorno ad una delle arti più antiche dell'umana civiltà corrisponde e si accompagna un evidente progresso nella pratica applicazione. Se l'introduzione, casuale ed empirica nell'inizio della concia al cromo ha fornito il primo spunto agli studi teorici, è un fatto che, reciprocamente, questi ultimi hanno indotto i tecnici a sperimentare altri nuovi e svariati materiali concianti, quali l'aldeide formica (Payne), il chinone (Meunier e Seyewetz), i sali delle terre nobili (Garelli), per tacere della concia ai naftoli (Weinschenk), al caucciù, ecc. e di altri procedimenti di recente brevettati, rispetto ai quali si hanno ancora troppe incertezze e troppo scarse conoscenze per poterne discutere.

Io opino del resto che, quando il processo di concia sarà conosciuto in ogni suo particolare e di esso si avrà in ogni caso una chiara rappresentazione, si potranno impiegare come materie concianti molte altre sostanze alle quali ora si è ancor lungi dal pensare.

Ancor adesso si dibatte vivamente la questione se il cuoio sia prevalentemente il risultato di fenomeni chimici e debbasi considerare come un composto o se invece, nella sua preparazione, si compiano in prevalenza processi fisici e cioè soltanto quegli assorbimenti superficiali (Adsorptionen), che si osservano particolarmente fra le sostanze colloidi.

L'assorbimento del tannino e il modo col quale viene fissato dalla pelle animale è un tema che venne assai discusso fin dal tempo di Séguin, Dumas, Berzelius. Nella seconda metà

del secolo scorso (1858) Knapp enunciava la sua teoria secondo la quale la concia consiste essenzialmente in un rivestimento meccanico delle fibrille della pelle, che impedisce, durante l'essiccamento, il loro agglutinarsi. E questa in massima, con aggiunte, riserve, o modificazioni di lieve conto, è forse ancora la teoria che ha il maggior numero di seguaci. La concia con sostanze vegetali o minerali apparterrebbe dunque a reazioni (precipitazioni) colloidali delle proteine: questo cercarono di dimostrare Th. Kœrner (1898-1903) dapprima, poi Wislicenus (" Zeit. Anorg. Chem. „, 1904), E. Stiasny, Herzog e Adler ed altri.

Lo Stiasny, che in questi ultimi anni ha riassunto tutti i lavori precedenti di Knapp, Kœrner, Paessler, Schrœder, Herzog e Adler ed altri, sottoponendo ad un esame critico tutti gli argomenti addotti in favore e contro la teoria fisica della concia e che ha portato inoltre un pregevole contributo sperimentale in appoggio alla medesima, conchiude che ogni processo di concia consiste:

1° nell'assorbimento di una sostanza colloide sciolta per parte del gel della pelle;

2° in trasformazioni secondarie (ossidazioni, polimerizzazioni, ecc.) che subisce la materia assorbita mercè l'azione catalitica della pelle stessa. In conseguenza di queste trasformazioni il tannino assorbito diviene insolubile ed il processo irreversibile.

Pertanto Stiasny alla domanda: " *se sia necessaria un'ipotesi chimica per spiegare la concia* „ risponde recisamente in modo negativo.

Se non che uno dei più autorevoli fautori della teoria chimica, il Dr. Fahrion, in una serie di lavori iniziati nel 1903, ha portato degli argomenti molto forti in appoggio alla teoria chimica, specialmente nel caso della concia all'aldeide e della concia grassa. Per citarne alcuni ricorderò come Fahrion abbia dimostrato che il cosidetto " *cuoio del Giappone* „ (ritenuto da Paessler, Eitner e altri quasi come cuoio senza materie concianti e ottenuto solo con trattamenti meccanici) è in realtà un cuoio debolmente scamosciato nel quale l'agente conciante è costituito dagli acidi grassi dell'olio di ravizzone ossidati, i quali di fatto, sono così fortemente combinati alla sostanza della pelle che, per estrarneli, devesi ricorrere alla potassa alcoolica. Fahrion

dimostrò inoltre, con esperienze dirette, che i perossidi degli acidi grassi, tratti dall'olio di pesce ossidato son vere materie concianti: egli ritiene (ed in ciò non posso consentire) che neppure la natura colloidale delle soluzioni acquose dei tannini sia completamente dimostrata, giacchè anche tali soluzioni sono abbastanza diffusibili. Sopratutto gli sembra assai poco probabile sia colloide il sale basico di cromo che penetra così rapidamente nella pelle ed infine osserva come ormai sianvi materie concianti di peso molecolare basso o poco elevato (formaldeide p. m. = 30, chinone 110, perossidi degli acidi grassi 350-400) per le quali non si può in nessun modo parlare di soluzioni colloidali.

Quanto agli argomenti che son ritenuti come capitali contro la teoria chimica, consistenti cioè nella mancanza di rapporti stechiometrici ben definiti fra il tannino e la pelle costituenti il cuoio e nel fatto che è possibile per mezzo dell'acqua asportare dal cuoio parte del tannino, il Fahrion pel primo punto fa osservare che anche in molti altri casi di reazioni fra ioni si ha a lamentare l'incostanza di composizione di molti fra i precipitati che trattengono energicamente quantità variabili dei componenti e, pel secondo fatto, Fahrion ritenendo la reazione reversibile trova naturale che quando la combinazione della pelle col tannino (composto labile facilmente idrolizzabile) vien messa in contatto con l'acqua, il tannino vada a ripartirsi fra la pelle e l'acqua stessa. La circostanza che la pelle, in soluzione tannica concentrata, assume più tannino che da una diluita è in accordo con la legge dell'azione di massa per le reazioni chimiche reversibili.

Più semplicemente, io obbietterei che quando il tannino reagisce e si combina colle fibrille della pelle non sappiamo se compenetri totalmente le fibrille stesse. E se non le compenetra e non produce qualche cosa di omogeneo è inutile discutere di proporzioni più o meno definite, perchè siamo di fronte a sostanze nelle quali oltre la composizione può variare la dimensione. Con soluzioni più concentrate di tannino si può dare che l'azione sia semplicemente più profonda perchè penetra più addentro.

Infine la concia all'aldeide formica è quella che trova maggior difficoltà a ricevere una spiegazione per parte di coloro che

pensano di ridurre tutta la concia ad una precipitazione di colloidi; anche lo Stiasny riconosce che in questo caso è possibile che la concia consista in una vera e propria reazione chimica.

Dall'insieme delle sue critiche e delle sue esperienze il Fahrion conchiude che il cuoio è sempre una specie di sale e che ogni specie di concia riposa su una condensazione fra materia conciante e pelle: nella *vera concia* questa condensazione ha luogo direttamente, nella *pseudo concia* dapprima è la materia conciante che si condensa con se stessa (si polimerizza) e solo dopo si unisce con la pelle.

Infine, secondo il Procter, autorevolissimo in questo campo, non è possibile con un'unica spiegazione dar ragione di tutti i processi svariati di produzione del cuoio: e, mentre rimane vero il detto di Knapp essere cioè condizione essenziale l'isolamento e la non adesione delle fibre, è vero altresì che ciò può essere ottenuto in parecchi modi, e per mezzo di processi fisici di precipitazione e adesione o per mezzo di azioni chimiche svariate, da sole o più frequentemente associate ai primi.

Come già ebbi a scrivere tre anni or sono (" Acc. Lincei ", 1907, I sem.), i concetti del Fahrion sembrano a me, in linea generale, quelli più vicini al vero, benchè, certamente, anche i processi fisici di assorbimento abbiano molta importanza, anzi siano indispensabili per metter le sostanze in quelle condizioni di intimo contatto necessarie perchè avvenga una reazione chimica. Tuttavia mi pare artificiosa e poco chiara la distinzione fra *concia* e *pseudo concia*. Si può obbiettare subito che se la condensazione e polimerizzazione della materia conciante avviene prima della reazione con la pelle e non dipende da questa, non ha che vedere con la concia.

D'altra parte questo vivo dibattito sull'essere la concia un fenomeno fisico oppure chimico, mi sembra superfluo: certo che non avrebbe più ragione di essere, ed il cuoio si dovrebbe sempre considerare come risultante da composti chimici, se si adottassero le vedute molto più larghe che si hanno ora riguardo ai fenomeni chimici ed al graduale passaggio tra essi e quelli fisici. È un fatto che ora si tende ad allargare sempre più il significato dell'espressione " *fenomeno chimico* ", ed il concetto di reazione chimica è esteso ora da taluni anche a fatti conside-

rati prima come esclusivamente fisici, come, ad esempio, le soluzioni.

(Walden, " Rivista di Scienza „, n° 4, vol. II, 1907, *Ueber das Wesen der Lösungsvorgängen: die Rolle des Mediums*; Bruni, *Soluzioni solide* " Riv. di Scienza „, vol. IV, pag. 69, 1908, n° 7, ed il Righi, nel discorso tenuto alla Società pel progresso delle Scienze nella riunione di Parma, ha sostenuto una continuità tra soluzione vera, soluzione colloidale e liquido torbido per sostanze sospese: *affinità, adesioni*, ecc. non sarebbero che forme di *attrazione*).

L'applicazione di tali concetti al fenomeno della concia venne da me, e credo per la prima volta, fatta nel 1907 a proposito della concia coi sali delle terre nobili (" R. Acc. dei Lincei „, 1907, I sem.). Scrivevo allora di fatto: " Secondo le odierne vedute anche i cosidetti composti di terz'ordine e i prodotti di addizione della chimica organica sono veri composti chimici, come i sali, quantunque siano molto meno stabili di questi e la loro costituzione non possa venir interpretata con la teoria della valenza. Ma vi ha anche un'altra serie di prodotti di addizione estremamente instabili, caratterizzati dal non possedere composizione costante, alcuni cristallizzati, moltissimi colloidali e che si trovano come sull'estremo limite che separa i composti chimici dalle soluzioni e dalle miscele. A questa categoria di composti, probabilmente, debbono ascriversi i corpi che si originano nella concia „.

A questo concetto, che io enunciavo or son tre anni, sembra ora si avvicini il Fahrion, giacchè nell'ultimo suo lavoro dice, ad esempio: " *non voglio con ciò asserire che la combinazione pelle tannino sia un composto chimico nel senso ordinario* „ ed inoltre che " *la composizione variabile del precipitato fornito dal tannino con gelatina nulla dimostra contro l'inesistenza di tale composto, benchè non si tratti certo di un composto chimico normale* „.

Del resto, come già fecero osservare parecchi sperimentatori (O. Scarpa, *Ricerche magnetiche e ottiche su alcuni colloidi magnetici*, " Atti Assoc. Elettrotecnica Italiana „; G. Amalfitano, *À propos de quelques distinctions arbitraires qui ont actuellement cours dans les doctrines chimiques* (" Gedenkboek A. Angeboden „ an. I. M. van Bemmelen, pag. 368, 1910), in linea generale la mancanza di proporzionalità tra il numero delle molecole che

prendon parte alla formazione di questi composti labili, può dipendere unicamente dalle condizioni e possibilità di esperienze nelle quali ci troviamo. Nel caso speciale mi pare che se si potesse isolare il composto formato dalla sostanza della pelle colla sostanza conciante e si potesse determinarne la composizione si troverebbe probabilmente che la combinazione delle due sostanze avviene secondo rapporti stechiometrici, cioè fra numeri interi di molecole. Nella discussione per ora sembrami siansi confuse due questioni: quella se la concia è un fenomeno chimico con quella se nella concia si formano composti chimici definiti. Alla prima si deve rispondere affermativamente, perchè tutte le volte che si osservano modificazioni nei caratteri essenziali di una sostanza si è di fronte a un fenomeno chimico: e la pelle conciata è certamente una sostanza diversa dalla pelle non conciata. Alla seconda questione non si può rispondere perchè bisognerebbe poter isolare i composti che si formano: e non essendo di fronte a prodotti puri isolabili dobbiamo nè affermare nè negare le leggi stechiometriche.

Accettando questi concetti io credo si possa e debba ammettere sempre che fra la sostanza della pelle e qualunque materia che agisce come conciante avvenga un' unione ognora causata da una forma più o meno attenuata di energia chimica, sempre prodotta da un'affinità più o meno grande che darà quindi origine, a seconda dei casi, a composti di stabilità diversa. Però, mentre è logico ammettere queste differenze tra caso e caso, non mi sembra possibile, vista la continuità stessa del fenomeno, fare una distinzione in *concia vera* e *falsa*. Io opino che, in qualunque caso, comunque sia il grado di stabilità ottenuto, si dovrà sempre parlare unicamente di concia tutte le volte che la sostanza della pelle è trasformata più o meno completamente in altra o altre sostanze non trasparenti, imputrescibili, poco permeabili all'acqua, pur conservando il tessuto stesso la morbidezza e pieghevolezza della pelle fresca originaria.

È probabile, anzi sembra ormai provato che, nel caso della concia all'aldeide, abbia luogo una vera condensazione fra i costituenti chimici della pelle e la materia conciante: è assai probabile che, in parecchi processi di concia, l'ossidazione della fibra abbia una parte importante, ma non son d'accordo col

Fahrion che ritiene indispensabile, perchè avvenga vera concia, tale ossidazione preventiva della fibra. Nelle esperienze che descriverò brevemente in seguito, ho portato dei fatti dai quali appare come si possa conciare con acidi grassi della serie satura ed ottenere una concia abbastanza stabile in condizioni nelle quali è esclusa la possibilità di ogni azione ossidante: sempre però, a mio parere, la trasformazione della pelle in cuoio deve consistere in qualche reazione chimica che porta alla formazione di un composto più o meno labile, del tipo di quelli su indicati. I vari processi di concia che si son fatti strada nell'ultimo mezzo secolo han dimostrato che materie assai diverse possono conciare, ed in ciò si volle vedere un nuovo argomento contro la teoria chimica. Ma io osservo che tutte queste sostanze, diverse fra loro, si possono riunire in gruppi aventi caratteristiche chimiche comuni. Esse infatti sono o corpi di natura basica (sali basici od ossidi metallici) o a funzione acida o fenolica (acidi grassi, ossiacidi e loro perossidi, tannini, ecc.) o a funzione aldeidica, chinonica, ecc., suscettibili di condensarsi coi gruppi amidici ed imidici nel senso di formare dei composti forse del tipo base di Schiff. In qualunque caso, si dovrà sempre trovare in una forma più o meno attenuata di energia chimica, la causa dell'unione di queste diverse sostanze con i gruppi chimici costituenti la pelle, quando, mercè gli opportuni processi fisici di diffusione, assorbimento, le sostanze che devono reagire (pelle e soluzioni concianti) siano venute in quell'intimo contatto che è indispensabile alle reazioni chimiche.

Alcune esperienze che recentemente ho eseguito e fatto eseguire nella R. Stazione Sperimentale per l'industria delle pelli di Napoli, che ebbi l'onore di dirigere fino ad ora, mi sembrano portare qualche argomento in favore di quest'ordine di idee.

È possibile, infatti, conciare più o meno stabilmente con soli acidi grassi della serie satura, anche con i primi termini cominciando dal butirrico, composti non capaci certo, nelle condizioni di esperienza nelle quali ci siamo posti, di ossidarsi, di formare ossi acidi o lattoni, o prodotti di condensazione.

Già il Knapp aveva trovato che, deacquificando con alcool la pelle e trattandola poi con soluzione alcoolica di acido stearico, si poteva mantenerla morbida e durevole per un certo

tempo. Ma se si vuole effettuare in modo pratico questo processo di concia abbiamo trovato che è preferibile ricorrere ai sali di questi acidi, e sopratutto ai saponi ammonici.

Questi si preparano con grande facilità, si emulsionano con acqua e queste soluzioni ed emulsioni penetrano rapidamente nella pelle. Ivi, gli acidi grassi messi in libertà, già in parte per l'azione idrolizzante della pelle e completamente da un successivo trattamento con soluzioni diluitissime di acido lattico, si fissano e si ottiene un cuoio bianco che, anche senza ulteriore trattamento, è già molto morbido e durevole e che accresce queste sue qualità se viene assoggettato all'ingrassamento, alla lavorazione meccanica, a tutte quelle operazioni di finitura richieste praticamente dalla preparazione dei cuoi o pellami morbidi. Tale cuoio ha una resistenza all'acqua calda alquanto superiore a quella della pelle conciata con allume, cloruro sodico, giallo d'ova e farina (concia bianca per guanti). Ma il fatto più interessante e che dimostra come l'acido grasso (stearico, palmitico, oleico) dev'esser combinato e trattenuto dalla pelle con una certa affinità, è che non si riesce più ad asportarlo con successivi trattamenti con etere neppure estraendolo a caldo in un apparecchio di Soxhlet. Anche dopo questo trattamento il cuoio si mantiene quasi inalterato, bianco, opaco, morbido ed abbastanza resistente all'azione dell'acqua. Solo la potassa alcoolica può asportare gradatamente gli acidi grassi fissati dalla pelle, ed ancora non vi si riesce completamente che mediante ripetuti trattamenti a freddo, rinnovando sempre la soluzione alcoolica di idrato alcalino.

Invece, impiegando soluzioni alcoolico-eteree di gliceridi neutri, es., *tristearina* o *tripalmitina pura*, non si riesce a conciare la pelle. Questa, imbevuta di soluzione di gliceride, rimane, dopo essiccamento, traslucida, cornea e da essa è facile per estrazione in apparecchio Soxhlet togliere con etere tutta la materia grassa neutra.

Considerando poi l'analogia di comportamento rispetto alle basi forti esistente fra gli acidi grassi e le resine, ho sperimentato altresì, nella concia delle pelli, le soluzioni alcaline della resina più comune, la colofonia, che ha così largo impiego nella fabbricazione dei saponi industriali. Anche qui ho trovato che il miglior risultato era fornito dalle soluzioni o meglio emul-

sioni di resina in ammoniaca acquosa diluita. Queste emulsioni conciano esse pure, con la stessa rapidità dei saponi ammonici, la pelle che abbia subìto le consuete operazioni preparatorie e forniscono, dopo il trattamento con soluzioni diluite di acido lattico, un cuoio bianco simile a quello ottenuto mediante gli acidi grassi, ma molto più ruvido al tatto. Gli acidi della resina adunque, rispetto alle sostanze della pelle, sono dotati essi pure di una certa affinità e forniscono, analogamente agli acidi grassi, quando sono messi in intimo contatto con la medesima, una combinazione labile, che costituisce uno speciale tipo di cuoio.

La caseina invece, benchè abbia essa pure un debolissimo carattere acido, non ha proprietà concianti. Forse ciò è in relazione con l'essere materia albuminoide, simile quindi per natura e composizione chimica alla pelle. Fatto sta che le emulsioni acquose ammoniacali di caseina lasciano la pelle dopo essiccamento del tutto trasparente e cornea.

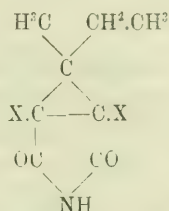
Oltre agli eteri della glicerina ho voluto sperimentare un'altra categoria di corpi che non sono acidi. Ho scelto all'uopo alcuni idrocarburi aromatici solidi. Impregnando le pelli con soluzioni alcooliche di naftalina, fenantrene, antracene e lasciandole poi seccare, si ha un prodotto bianco cosparso di minuti cristallini dell'idrocarburo, che si tolgono in parte già con strofinamento e mezzi meccanici, completamente con alcool, ma che non ha affatto le proprietà del cuoio, essendo ruvido, corneo, traslucido in alcuni punti e per nulla resistente all'azione dell'acqua.

Sulle particolarità tecniche di queste nuove esperienze riferirò in seguito: mi basta aver ricordato qui alcuni fatti nuovi che mi sembrano di qualche valore in appoggio alla teoria chimica della concia.

Nuovi composti trimetilenpirrolici dietilsostituiti.

Nota del Dott. MARIO GHIGLIENO.

Nella preparazione di una serie di derivati trimetilenpirrolici del tipo:

```
H³C    CH².CH³
  \   /
    C
   / \
X.C———C.X
  |
 OC    CO
   \  /
    NH
```

descritti in due note precedenti (1) apparve, all'atto della formazione del legame interno trimetilenico, l'esistenza di due isomeri, che si conservano poi per ogni successivo stadio della serie.

Questi isomeri non sono attivi sulla luce polarizzata, il che esclude il caso di una ordinaria stereoisomeria.

Può l'isomeria dipendere dall'esistenza delle due forme chetonica ed ossidrilica possibili per ogni composto, ma la perfetta analogia di proprietà chimiche fra gli isomeri mi parve rendere questa ipotesi un po' meno probabile.

La posizione rispettiva nello spazio dei due diversi radicali alcoolici e del gruppo imidico $NH : (CO)^2 <$ rispetto al piano dell'anello trimetilenico (*cis-* e *trans-* isomeria) mi sembrò essere una più verosimile spiegazione dei fatti (2).

(1) *Su alcuni nuovi derivati trimetilenpirrolici*, Nota I, in “ Atti R. Accad. d. Scienze di Torino ”, vol. XLV, febbraio 1910 e Nota II, Ibid., marzo 1910.

(2) Cfr. la Nota I citata, pag. 349.

Se così era veramente, l'isomeria non doveva più verificarsi nel caso dei composti con due radicali alcoolici eguali fra di loro, mentre invece la possibilità delle due forme chetonica e ossidrilica si conserva sempre inalterata anche in questo caso.

Collo scopo di chiarire la questione ho intrapreso, dietro consiglio del Prof. Guareschi, la preparazione dei dietilderivati

```
H⁵C²   C²H⁵
   \  /
    C
   / \
X.C———C.X
  |   |
  OC  CO
   \ /
   NH
```

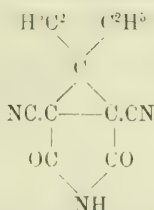
che rappresentano gli omologhi immediatamente superiori dei composti metil-etilici descritti nelle due note precedenti.

E i fatti sembrano aver confermato pienamente l'ipotesi della isomeria spaziale, perchè nei dietil-derivati ottenuti non mi fu possibile riscontrare la presenza di alcun isomero. Nella sbromurazione del composto dialchil-dician-dibromo-glutarico da cui si origina, formandosi l'anello trimetilenico, il primo composto di questa serie, coi derivati metil-etilici la complessità del prodotto risultante si rendeva subito manifesta grazie alla variabilità del suo punto di fusione. Nel caso attuale invece, anche avendo eseguita la sbromurazione in due modi diversi e cioè coll'acido acetico e coll'alcool, il prodotto grezzo della reazione si presenta di primo getto già quasi puro e con un punto di fusione pressochè costante ed eguale per le varie successive frazioni. Nè altrimenti ebbi alcun indizio di qualche prodotto secondario cristallizzabile.

Intanto, la stretta analogia constatata in tutte le proprietà fra i composti ora preparati e i loro omologhi inferiori, permettendo di estendere anche ai presenti le considerazioni già fatte per quelli, serve a dare maggior valore alle deduzioni di indole generale cui ero arrivato nella già citata mia nota II.

*
* *

Il derivato bicianico:

```
      H5C2   C2H5
          \ /
           C
          / \
    NC.C———C.CN
       |     |
      OC     CO
         \ /
          NH
```

era già stato preparato in questo laboratorio da Ed. Peano (1) sbromurando la dibromo-dietil-dician-glutarimide (o γ-γ-dietil-β-β′-dibromo-dician-α-α′-diossipiridina) mediante riscaldamento a bagno-maria con acido acetico al 50 %.

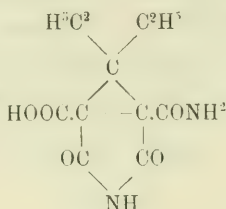
Una preparazione, fatta producendo la sbromurazione pure con acido acetico al 50 % e solo agevolando l'eliminazione del bromo con una corrente d'aria attraverso al liquido, mi diede, dopo tre ore di riscaldamento, l'88 % del rendimento teorico in prodotto sbromurato grezzo, già ben cristallizzato e incoloro, e che dopo una sola cristallizzazione dall'alcool diluito fondeva a 201°-202° come il composto di Peano.

Volli poi provare ad eseguire la sbromurazione in altra maniera e cioè scaldando semplicemente a bagno-maria la soluzione del composto bromurato in alcool, come mi consigliò il Prof. Guareschi. Questo procedimento è infatti molto più comodo, il bromo si stacca assai prontamente e in meno di un'ora, regolando opportunamente l'evaporazione del liquido, questo lasciava deporre per raffreddamento il composto sbromurato, bianco e già quasi puro (Fusibile — in due preparazioni — da 197° a 200° e poi regolarmente a 201°-202° dopo una sola cristallizzazione).

Concentrando poi ulteriormente l'alcool della sbromurazione non ottenni, all'infuori di questo, altro che un prodotto giallo vischioso e non cristallizzabile, evidentemente un miscuglio di prodotti di alterazione.

(1) " Atti R. Accad. d. Scienze di Torino ", Vol. XXXVI, dicembre 1900.

Acido dietil-trimetilen-α-α'-pirrolidon-β-amido-β'-carbonico o 2-3-imide dell'acido 1-1-dietil-2-amido-2-3-3-tricarbonico.

```
H⁵C²   C²H⁵
   \ /
    C
   / \
HOOC.C — C.CONH²
   |       |
   OC     CO
    \    /
     NH
```

Il dinitrile dietilico precedente per azione dell'idrato sodico diluito svolge, come il corrispondente composto metiletilico, una molecola di ammoniaca, con facilità a 100° (mezz'ora) e più lentamente (6-7 giorni) a temperatura ordinaria.

Lasciandolo reagire alla temperatura dell'ambiente con due molecole di idrato sodico al 4 % sotto una campana in presenza di acido cloridrico titolato per dosare approssimativamente l'ammoniaca svoltasi, dopo alcuni giorni si vede che l'acido ha assorbito il 90 % circa dell'ammoniaca calcolata per una molecola. Acidificando allora il liquido colla quantità di acido cloridrico corrispondente allà soda adoperata, si ha dopo un po' di tempo separazione dell' acido già quasi puro in polvere bianca cristallina.

Ricristallizzato dall'acqua bollente, si ottiene in bei cristallini incolori, solubili in 120 parti circa di acqua a 15°, facilmente solubili in alcool, abbastanza nell'etere e poco o punto in benzene e in etere di petrolio.

Sul blocco Maquenne fonde istantaneamente a 247°-250° (Come per l'acido metiletilico, col solito metodo dei tubi capillari non si può determinare un punto di fusione, perchè l'acido fonde scomponendosi a una temperatura variabile colla rapidità del riscaldamento).

Semplicemente asciutto all'aria, all'analisi diede:

I. — Da gr. 0,1380 cm.³ 13,6 di N a 22° e 732 mm.;

II. — Da gr. 0,1696 gr. 0,3216 di CO^2 e 0,0886 di H^2O.

	trovato		calcolato per $C^{11}H^{14}N^2O^5$
	I	II	
C %	—	51,72	51,92
H %	—	5,84	5,56
N %	10,98	—	11,04

Con acido nitroso svolge, per il gruppo amidico che contiene, una molecola di azoto, dando origine all'acido bicarbossilico corrispondente, descritto più avanti. Un dosamento di questo azoto, fatto col metodo di Gattermann modificato, diede da gr. 0,4250 del composto, cm.^{3} 39,2 di azoto puro a 25° e 734 mm.:

	trovato	calcolato per 1 $CONH^2$
N %	10,20	11,04

Pur non avendo che un solo carbossile, si comporta come un acido bibasico, grazie alla mobilità dell'idrogeno imidico sotto l'influenza dei gruppi vicini. La seconda basicità, dovuta a quest'atomo d'idrogeno, è però molto debole e, proprio come nel caso dell'omologo composto metiletilico, è dosabile solo pel 50 % circa in soluzione decinormale con soda e fenolftaleina:

Gr. 0,3362 di acido, sospesi in 25 di acqua con due gocce di fenolftaleina, diedero accenno stabile al roseo con cm.^{3} 19,7 di NaOH $\frac{N}{10}$.

NaOH % adoperato	id. calcol. per due basicità	% del teorico	id. ottenuto col metiletilderivato
23,43	31,47	74,4	75,0

Forma però regolarmente un sale biargentico che, come quello dell'acido omologo, contiene acqua di cristallizzazione:

Sale d'argento — $C^{11}H^{12}N^2O^5Ag^2 + H^2O$. — Precipita, bianco, amorfo, trattando con nitrato d'argento la soluzione dell'acido in due equivalenti di ammoniaca. All'analisi:

I. — Gr. 0,3958 di sale asciutto all'aria diedero gr. 0,1768 di argento;

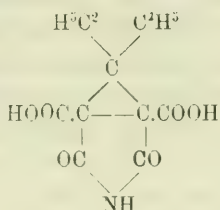
II. — Gr. 0,8466 dello stesso sale, scaldati per un'ora a 100°, giunsero a peso costante perdendo gr. 0,0368 e colorandosi leggermente in giallognolo.

	trovato I	trovato II	calcolato per $C^{11}H^{12}N^2O^5Ag^2 + H^2O$
Ag %	44,67	—	44,41
H^2O %	—	4,34	3,71

Evaporando nel vuoto su acido solforico la soluzione acquosa di questo sale, ottenni il sale anidro $C^{11}H^{12}N^2O^5Ag^2$ (45,92 % di Ag e peso costante a 100°).

Altri sali. — I sali di piombo, di rame, di bario sono precipitati più o meno insolubili in acqua; gli altri sono solubili.

Acido dietil-trimetilen-α-α'-pirrolidon-β-β'-dicarbonico o 2-3-imide dell'acido 1-1-dietil-2-2-3-3-trimetilentetracarbonico.

```
      H⁵C²   C²H⁵
         \  /
          C
         / \
HOOC.C———C.COOH
       |       |
      OC      CO
         \  /
          NH
```

Il composto precedente venne sospeso, in polvere fina, in poco acido solforico al 20 % e trattato in due riprese con 2-3 molecole di nitrito sodico al 10 %, scaldando ogni volta molto lentamente fino a 100° e mantenendo a questa temperatura fino a cessato sviluppo di gas. Estraendo con etere il liquido risultante ottenni una massa di cristallini giallognoli che, ricristallizzata da poca acqua bollente, diede il composto puro in aghetti incolori. Questo all'analisi diede i risultati seguenti, corrispondenti alla formola $C^{11}H^{13}NO^6 + 1\,^1/_2\,H^2O$:

I. — Gr. 0,5722 di sostanza, posti nel vuoto su acido solforico, arrivarono in tre giorni a peso costante perdendo gr. 0,0542;

II. — Gr. 0,1462 dell'acido così disidratato diedero gr. 0,2760 di CO^2 e 0,0700 di H^2O;

III. — Gr. 0,1728 dello stesso diedero cm.³ 8, 9 di N a 24° e 723 mm.;

IV. — Gr. 0,1950 diedero gr. 0,3672 di CO^2 e 0,0922 di H^2O.

	trovato				calcolato per	
	I	II	III	IV	$C^{11}H^{13}NO^6 + 1^1/_2 H^2O$	$C^{11}H^{13}NO^6$
H^2O %	9,47	—	—	—	9,57	—
C %	—	51,48	—	51,35	—	51,73
H %	—	5,36	—	5,29	—	5,14
N %	—	—	5,62	—	—	5,50

Anche quest'acido bicarbossilico mostrò in tutte le sue proprietà perfetta analogia col suo omologo inferiore metiletilico.

Per azion del calore perde prima la sua acqua di cristallizzazione e poi elimina due molecole di anidride carbonica dando origine al composto $C^9H^{13}NO^2$, descritto più avanti. Ecco i risultati di un'esperienza:

Gr. 6.1632 dell'acido cristallizzato, scaldati per circa due ore gradatamente ascendendo da 100° a 130°, in una bevutina tubulata unita con un apparecchio a cloruro di calcio e poi con uno a potassa, fusero a poco a poco con schiumeggiamento, dando:

	ottenuto nell'esperienza			calcol. per $1\ ^1/_2\ H^2O$ e $2\ CO^2$
H^2O	gr. 0,5926	corrisp. a	9,61 % (1)	9,57 %
CO^2	„ 1,8406	„	29,86 %	31,18 %
Perdita di peso	„ 2,4718	„	40,11 %	40.76 %

Per riscaldamento lento l'acido anidro fonde decomponendosi a temperature molto variabili. Sul blocco Maquenne si ha la fusione istantanea a 188°-189°.

È molto solubile in acqua, più ancora in acetone, in alcool, in etere, assai poco invece in benzene e in etere di petrolio.

Alla titolazione con soda e fenolftaleina si comporta come acido bibasico, sebbene non così nettamente come l'omologo metiletilico.

Gr. 0,2092 di acido cristallizzato, sciolti in 15 di acqua, richiesero cm.³ 14,8-15,0 di NaOH decinormale per dare, senza

(1) Il teorico per una e per due molecole di acqua di cristallizzazione sarebbe rispettivamente di 6,59 e 12,38 %.

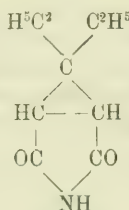
un passaggio molto netto, un roseo pallido visibile. Calcolato per due basicità: cm.³ 14,83.

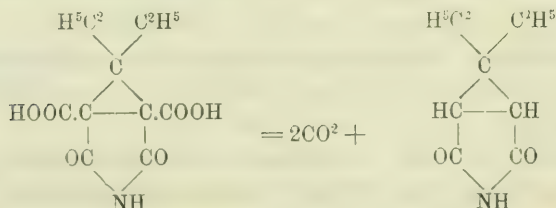
Anche qui intanto, come pei derivati metiletilici, l'acidità dell'idrogeno imidico viene annullata o quasi dalla presenza dei due carbossili.

Sali. — La soluzione al 3 % circa del sale bisodico dà con acetato di piombo un abbondante precipitato bianco, insolubile in acqua ma solubile in eccesso del reattivo. Con solfato di rame si ha un precipitato azzurro dopo un certo tempo. Con nitrato d'argento un precipitato bianco amorfo, insolubile. Col nitrato mercuroso si forma un abbondante precipitato bianco che tosto imbrunisce e lasciato a sè a poco a poco ridiventa bianco.

Non si ha formazione di precipitato coi sali di bario, di calcio, nè di ferro.

Dietil·trimetilen·α·α'·pirrolidone
o 1·1·dietil·2·3·trimetilendicarbonimide

```
H⁵C²   C²H⁵
   \  /
    C
   / \
 HC———CH
  |    |
 OC   CO
   \  /
    NH
```

Si ottiene, come ho detto a proposito dell'acido bicarbossilico ora descritto, eliminando per azion del calore due molecole di anidride carbonica da questo composto:

```
      H⁵C²   C²H⁵                       H⁵C²   C²H⁵
         \  /                              \  /
          C                                 C
         / \                               / \
HOOC.C———C.COOH                          HC———CH
       |    |          = 2CO² +            |    |
      OC   CO                             OC   CO
        \  /                                \  /
         NH                                  NH
```

Il prodotto della reazione è una massa semifluida gialla, vischiosa, tenace, che non cristallizzò rimanendo più di un mese

in essiccatore ad acido solforico. Raffreddata a lungo a — 15° si induriva diventando opaca, ma ritornava ben presto pastosa col rialzarsi della temperatura.

Ha reazione acida molto debole.

Si scioglie molto facilmente in quasi tutti i solventi, anche più a caldo, e per raffreddamento si separa da tutti questi sotto forma di minute gocciolette. Neanche non cristallizzò per lenta evaporazione spontanea della soluzione acquosa.

Trattando con nitrato d'argento la soluzione acquosa di due campioni provenienti da preparazioni diverse e aggiungendo poi a gocce ammoniaca diluita, ne ottenni il sale d'argento, un po' giallognolo, che all'analisi diede:

I. — Da gr. 0,4764 di sale, gr. 0,1828 di Ag;

II. — Da gr. 0,3176 di sale (campione meno colorato), gr. 0,1240 di Ag.

	trovato		calcol. per $C^9H^{12}NO^2Ag$
	I	II	
Ag %	38,37	39,04	39,37

Questi dati analitici, insieme colla particolare preparazione quantitativa della sostanza, possono bastare all' identificazione del composto.

Noterò che già col corrispondente derivato metiletilico avevo avuto difficoltà per ottenere il composto cristallizzato.

Sali. — Tanto il sale d'argento analizzato, quanto quelli di piombo, di zinco e di rame, tutti più o meno insolubili nell'acqua fredda, precipitano amorfi e restano tali anche separandosi per raffreddamento dalle loro soluzioni in acqua bollente.

Torino. Istituto di Chimica Farmaceutica e Tossicologica della R. Università. Novembre 1910.

Su alcuni fenomeni osservati nelle Ombrellifere e nelle Papaveracee.

Nota del Prof. EDOARDO MARTEL.

(Con una Tavola).

Intorno alla caducità del perianzio nel Papavero.

È fatto notorio che il calice che così validamente protegge il bottone del Papavero in particolare e quello delle Papaveracee in genere, anzichè aprire i suoi fillomi al momento della fioritura onde permettere alla corolla di espandersi, si stacca nettamente dal ricettacolo. Alla loro volta poi, terminata che sia la fecondazione, si staccano, e nello stesso modo i petali e indi gli stami.

Delle disposizioni anatomiche che provocano la caduta delle foglie si occupano in disteso il Leclerc du Sablon nel suo *Trattato di Botanica*, T. 1, p. 276, fermandosi in modo speciale sulle foglie del *Populus*, ed il Belzung nel suo *Trattato di fisiologia vegetale*, p. 366, per le foglie dell'*Ailanthus* e dell'*Hyppocastaneum*, ma che io sappia, nessuno sin qui si è occupato in modo speciale della caducità del perianzio delle Papaveracee.

Quantunque il tema non presenti soverchio interesse, poichè le cause che determinano la caduta di quel perianzio non possono essere molto diverse da quelle che agiscono nella caduta delle foglie, pure credetti bene di fermare la mia attenzione su di esse.

Prima che i sepali si stacchino, le cellule poste in corrispondenza al punto di inserzione di quei fillomi col ricettacolo, fra tutte notevoli per la vistosità del loro nucleo, subiscono un processo di divisione assai intenso e formano col loro insieme una striscia di separazione fra la base dei sepali ed il loro sostegno (Fig. 1).

Terminato questo primo periodo, le pareti dello cellule di quella striscia si gelidificano a tal punto da rendere meschina la luce della cellula stessa, ed è solo dopo ch'è compiuta la gelidificazione che le cellule si separano ed acquistano un colore giallo bruno, indizio non dubbioso di suberificazione (Figura 2).

Il modo col quale avviene la caduta dei petali e degli stami è esattamente lo stesso di quello descritto pei sepali ed anzi le fig. 3 e 4 rappresentano la 1ª un petalo, la 2ª uno stame nel momento stesso in cui la separazione sta per prodursi.

I fasci fibro-vascolari che uniscono i vari fillomi del perianzio al ricettacolo, nulla soffrono della gelidificazione di cui sono colpiti gli elementi cellulari. ma rimasti soli a sostenere l'intero peso del lembo fogliare, finiscono per cedere al peso dei fillomi e si rompono.

La differenza essenziale che passa fra la caducità del perianzio delle Papaveracee e quella delle foglie in genere sta in ciò che la suberizzazione è meno completa. Trattandosi poi delle foglie del Pioppo in particolare, la differenza è sensibile inquantochè la formazione della striscia di meristema che nel perianzio del Papavero precede la suberizzazione, nel Pioppo invece la segue.

Osservazioni sul meccanismo del movimento dell'infiorescenza delle Ombrellifere.

I movimenti di varie specie e di varia ampiezza che si osservano in un certo numero di vegetali, sono così interessanti da avere destato l'attenzione dei naturalisti sin da tempi remoti e furono ai tempi nostri oggetto di ricerche profonde. Per essere di natura assai complessa, lo studio di quei movimenti si presta a fini assai vari.

Mentre infatti alcuni scienziati, fra i quali Steinbrink, Zimmermann. Kamerling per limitarmi ai più noti, in alcuni lavori trattano dell'argomento sotto un punto di vista puramente teoretico, ossia quale semplice applicazione di meccanica, gli stessi autori in altre memorie e insieme ad altri scienziati, fra i quali

Ch. Darwin, Kraus, Hildebrand, A. Tschirch, W. Talliew, De Vries, Rathay, Eichholz, Schinz, A. Ursprung, Schwandener, M. Möbius, W. Pfeffer. Filling. A. Hirsch, Leclerc du Sablon, Pantanelli, si occuparono dell'anatomia dei tessuti motorî e del meccanismo che presiede ai movimenti considerati nelle loro più varie modalità.

G. Haberlandt finalmente intraprese ricerche dirette a stabilire i rapporti che trascorrono fra alcuni organi di sensi e determinati movimenti.

Furono in modo particolare oggetto d'indagini:

1° Gli organi che agevolano la disseminazione dei frutti e dei semi (Dingler, C. Wahl, Rown).

2° Le antere, gli sporangi ed i frutti per quello che si riferisce alla deiscenza lenta oppure istantanea (Steinbrinck, Leclerc du Sablon, Schwandener, Schinz, A. Ursprung, Hildebrandt).

3° L'urna dei Muschi, delle Epatiche e delle Jungermannie (Steinbrinck, Kamerling).

4° Il pappo delle Composite (A. Hirsch, Steinbrinck).

5° I Viticci (Tschirm, De Vries).

6° I pulvini della Mimosa, della Robinia e della *Porliera hygrometrica* (Pantanelli, Ch. Darwin).

Dal breve elenco qui esposto si scorge che se non mancano gli studii di anatomia e di fisiologia rivolti a vari organi motori vegetali. non per questo è il campo delle osservazioni chiuso ad altre ricerche e non poco rimane da fare riguardo a tanti altri casi non ancora considerati. Così per quello che mi spetta, pensai fermare la mia attenzione sulla infiorescenza delle Ombrellifere, i cui movimenti quantunque noti a moltissimi, non vennero ancora sottoposti a osservazioni scientifiche.

I fenomeni di moto cui vanno soggette le infiorescenze delle Ombrellifere alla maturità sono di due specie ben distinte:

Il primo di questi fenomeni consiste nel semplice cambiamento di direzione dei pedicelli florali, i quali, da divergenti che erano, si dispongono quasi parallelamente gli uni agli altri.

Il secondo, meno generale e anzi mancante in alcuni generi mentre spiccatissimo in altri, consiste nell'incurvamento dei pedicelli alla loro estremità libera.

Quando questi due fenomeni si producono contemporanea-

mente e con intensità, l'ombrello non solo si raddrizza, ma si chiude al vertice, così da acquistare l'aspetto di un nido, ed è ciò che si verifica, come tutti sanno, nel *Daucus carota*.

I fenomeni qui notati son dovuti a due cause ben distinte e cioè a modificazione nella forma del ricettacolo florale ossia della base dell'ombrello, per quello che si riferisce al cambiamento nella direzione dei pedicelli e ad una modificazione nella forma dei pedicelli stessi, per quello che si riferisce alla incurvatura di essi.

Il primo dei due fenomeni si spiega facilmente.

I pedicelli florali di uno stesso ricettacolo sono in questo, collegati fra loro da parenchima.

Nei primordi la base del ricettacolo è ristretta ed in pieno turgore si trovano gli elementi del parenchima, epperciò fortemente divergenti han da essere fra loro i pedicelli florali (Fig. 5).

Coll'aumento della temperatura e col diminuire dello stato igrometrico dell'aria, va di pari passo diminuendo la turgescenza delle cellule del parenchima, che allora si deprime (Fig. 6), mentre col tempo va crescendo in diametro la base del ricettacolo, epperciò i pedicelli da divergenti ch'erano tendono ad un parallelismo tanto più perfetto quanto minore diventa la turgescenza del parenchima e più larga la base del ricettacolo.

Si verifica per l'infiorescenza delle Ombrellifere alla maturità, quello che si verificherebbe in un cuscinetto porta spille se questo a un dato momento si deprimesse e si allargasse alla base; le spille appuntate sul cuscinetto, da divergenti diventerebbero parallele.

Il secondo fenomeno, come dissi prima, è in relazione colle modificazioni di forma e per conseguenza di struttura dei pedicelli florali. Col modificarsi della forma vanno necessariamente variando le distanze che separano le parti componenti una stessa sezione trasversale dei pedicelli.

Ora l'esame di una di quelle sezioni dimostra che il parenchima corticale oltrechè contenere canali resiniferi è attraversato in lunghezza da un certo numero di cordoni di collenchima (Fig. 7).

Lo spazio interposto fra questi cordoni è occupato da isole di cellule ricche di cloroplastidi ed è all'alternanza di queste isole coi cordoni collenchimatici che i pedicelli florali debbono la

presenza delle linee alternativamente verdi e giallastre che si scorgono alla superficie.

Le altre parti della sezione, cioè l'anello libero lignoso ed il midollo, nulla presentano che possa interessare nel caso qui considerato.

Dei vari tessuti che entrano nella composizione della sezione, il più igroscopico e per conseguenza il più contrattile per l'asciutto è di certo il collenchima; viene dopo immediatamente il parenchima clorofilliano.

In quanto agli altri tessuti, essi hanno qui ufficio puramente passivo.

La lunghezza dei cordoni collenchimatici varia necessariamente collo stato igrometrico dell'aria e colla temperatura, epperciò ai cordoni collenchimatici vanno essenzialmente dovuti i fenomeni di movimento.

Ammesso per un momento che i cordoni di un dato pedicello siano simmetricamente disposti intorno al centro di esso, le contrazioni che provano gli uni, trovandosi equilibrate da quelle che provano gli altri di parte opposta, il pedicello potrà raccorciarsi, ma non v'ha ragione perchè pieghi o s'incurvi più da una parte anzichè dall'altra. Quest'è il caso che si osserva in genere nei pedicelli giovani di tutte le Ombrellifere e che permane in quelli vecchi del *Foeniculum dulce* (Fig. 8).

Ciò basta a spiegare come in quel genere i pedicelli dell'Ombrello non offrono incurvamento di specie.

Ammesso poi, che per un cambiamento avvenuto nella forma della sezione rimanga distrutta la simmetria dei cordoni collenchimatici relativamente al centro, pure da quel momento va distrutto l'equilibrio di trazione ed i pedicelli piegheranno dalla parte in cui i cordoni si saranno portati in quantità maggiore. Questo è il caso che si verifica per il *Daucus carota* i cui pedicelli variano sensibilmente di forma coll'età e di cui presento sezioni prelevate a varie epoche (Fig. 9, *a*, *b*, *c*). L'esame di queste sezioni dimostra che dalla forma circolare si passa all'ovale per finire colla triangolare, con relativo spostamento dei cordoni collenchimatici.

Altre due sezioni, tolte l'una dal *Levisticum officinale* (Fig. 9) e l'altra dall'*Angelica sylvestris* (Fig. 10), ma specialmente l'ultima, mostrano i cordoni collenchimatici posti alla estremità di

protuberanze che per l'effetto meccanico agiscono a guisa di leve o di apofisi così da aumentare in modo sensibile l'azione derivante dalla contrazione dei cordoni.

A complemento della dimostrazione aggiungo ai disegni precedenti la Fig. 11 ricavata da una sezione longitudinale condotta per uno dei cordoni da collenchima; la quale permette, dalla potenza del cordone, valutare lo sforzo di cui esso è capace nel momento in cui si contrae.

Non è soltanto nelle Ombrellifere che il collenchima agisce quale tessuto motore; G. Haberland (*Physiologische Pflanzen Anatomie*, p. 147 e p. 487) lo vide funzionare come tale nei pulvini articolari delle foglie delle Leguminose e nei nodi delle Graminacee.

Il movimento impresso ai pedicelli dell'ombrello dipende unicamente dal grado di turgescenza del collenchima ed infatti quel movimento può ottenersi alquanto prima dell'epoca in cui si produce naturalmente sia coll' immergere l' inflorescenza in una soluzione satura di cloruro di sodio, sia col portare la stessa ad alta temperatura in un ambiente secco.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Caducità del perianzio delle Papaveracee.

Fig. 1. — Sezione longitudinale attraverso il calice *K* ed il ricettàcolo *R* del *Papaver Rhœas*.

In *sep.* si scorgono due linee di cellule nucleate, più piccole delle vicine, che segnano la separazione che sta per compiersi fra le parti ancora a contatto.

Fig. 2. — Altra sezione longit. attraverso il calice *K* ed il ricettacolo *R* del *Papaver Rhœas*.

Tra le due parti, in *sep.* si scorge una striscia di cellule in via di gelidificazione. Le parti sono sul punto di separarsi (maggiore ingrandimento).

Fig. 3. — Sezione verticale attraverso un petalo *P* ed il ricettacolo *R* del *Papaver Rhœas*.

sep. linea di separazione delle parti, segnata da cellule in via di gelidificazione.

Fig. 4. — Sezione verticale attraverso uno stame ed il ricettacolo *R* del *Papaver Rhœas*.

sep. linea di separazione fra le parti. Lo stame sta per staccarsi.

Osservazioni sul meccanismo del movimento dell'infiorescenza delle Ombrellifere.

Fig. 5. — Sez. verticale dell'armatura f. vascolare di un ombrello giovane.

Fig. 6. — Id. id. id. id. vecchio.

Fig. 7. — Sezione schematica per mettere in rilievo la posizione occupata dai varii tessuti in pedicello florale: *ep.* epidermide, *par. cor.* parenchima corticale, *col.* collenchima, *c.* canali, *l.* libro, *f. f. v.* fascio vascolare, *scl.* sclerenchima, *cl.* isola di parenchima clorofillino.

Fig. 8. — *a.* Sezione trasversale di un pedicello dell'*Alhusa cynapium.* — Stessa osserv. che per l'*Angelica sylvestris* (Fig. 10).

b. Sezione trasversale di un pedicello vecchio del *Foeniculum dulce.* I fasci di collenchima sono disposti simmetricamente intorno al centro, per cui essendovi equilibrio di trazione, non si osserva movimento.

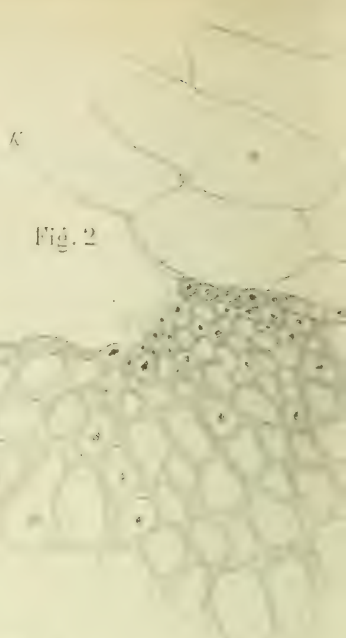
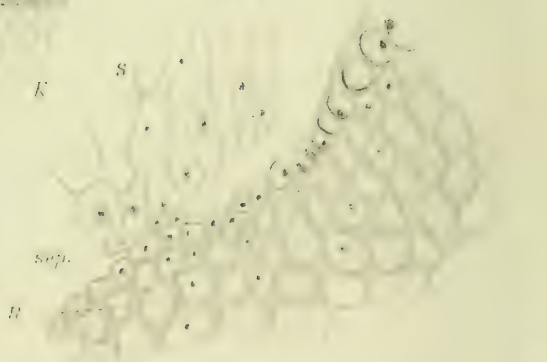
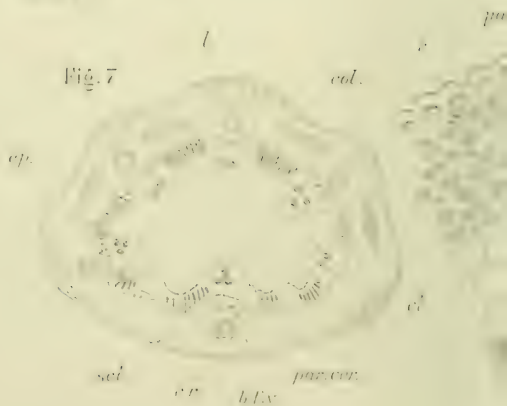
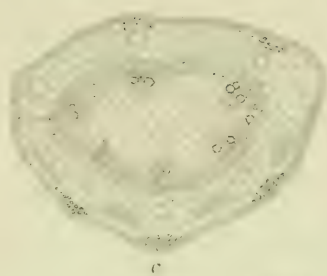
Fig. 9. — *Daucus carota.* Tre sezioni trasversali dei pedicelli florali corrispondenti a 3 età diverse: *A.* sezione in giovane pedicello, *B.* in pedicello più vecchio, *C.* in pedicello maturo.

Fig. 10. — Sezione trasversale di un pedicello dell'ombrello dell'*Angelica sylvestris.* Si vede che i fasci di collenchima col. sono portati alla estremità di leve od apofisi.

Fig. 11. — Porzione di una sezione di pedicello florale a forte ingrandimento: *ep.* epidermide, *col.* collenchima, *cl.* isola di parenchima clorofillino, *c.* canale, *par. cor.* parenchima corticale, *l.* libro.

Fig. 12. — Sezione trasv. di un pedicello del *Lœvisticum officinale.* Stessa osserv. che per l'*Angelica sylvestris* (Fig. 10).

Fig. 13. — Sezione longitudinale di un pedicello dell'Ombrello del *Daucus carota,* per mettere in rilievo il fascio di collenchima.

Fig. 1

K

R.

Fig. 2

K

sep.

R

Fig. 3 p

R

p sep.

Fig. 4

S

K

sep.

R

Fig. 5

Fig. 7

l

col.

ep.

scl

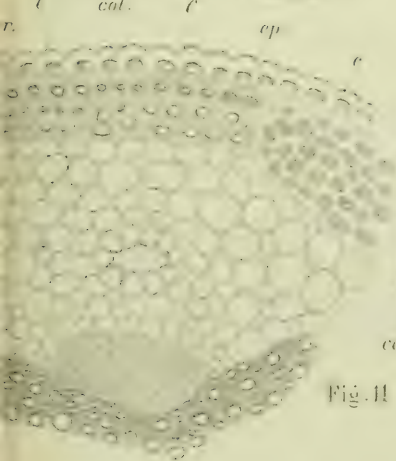
par. cer.

cr

b. l. s.

Fig. 6

E. Martel dis.

B
Fig. 8
col
sep.
A
A
Fig. 9
B
C
Fig. 10
col
Fig. 13
l
col.
C
r.
ep
c
col.
Fig. 12
col.
Fig. 11

La durata dello splendere del sole sull'orizzonte di Torino nel quadriennio 1906-1909.

Nota del Dott. B. RAINALDI
Assistente all'Osservatorio della R. Università di Torino.

(Con una Tavola).

Il Dott. G. B. Rizzo nel 1896 pubblicava una serie di osservazioni sulla durata dello splendere del sole (1) a Torino, durante il sessennio 1890-95 e da queste osservazioni sessennali, oltre a parecchi rilievi, deduceva una formola periodica per mezzo della quale si potesse calcolare la legge con cui varia la durata dello splendere del sole (2).

In seguito, curò la pubblicazione di un'altra serie delle dette osservazioni, per il triennio 1896-98, il dott. L. Carnera (3), il quale, seguendo il metodo del König (4), tra le ore di soleggiamento, computò anche quelle nelle quali era appena sensibile la traccia della bruciatura della cartina registratrice. Il Carnera calcolò pure, con la formola del Rizzo, i valori che, approssimativamente, dovrebbero esprimere la durata dello splendere del sole in una giornata.

(1) Per esprimere con una sola parola — lo splendere del sole e quindi l'aumento di calore per esposizione ai raggi solari — si usa comunemente la parola *insolazione*. Ma è talmente intuitivo il significato medico di questa parola (= colpo di sole) che altri, nonostante il nuovo senso attribuito da qualche enciclopedia alla detta parola, la ripudiano e, in verità, non senza ragione, così che sarebbe meglio dire *soleggiamento* invece di *insolazione*.

(2) G. B. Rizzo, *La durata dello splendere del sole sull'orizzonte di Torino*, in “ Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ”, vol. XXXII (1895-96), pag. 1039.

(3) L. Carnera, *Le ore di sole rilevate a Torino mediante l'eliofanometro nel triennio 1896-98*, in “ Atti ”, ecc., come sopra, vol. XXXIV (1898-99), pag. 649.

(4) H. König, *Dauer Sonnenscheins in Europa*, in “ Nova Acta, Abt. der K. Leop. Carol. deutschen Akademie der Naturforscher ”, Bd. 67, p. 311.

La presente nota intende proseguire e, in parte, completare la serie di siffatte osservazioni per il quadriennio 1906-09. Il dott. E. Ferrero che fu assistente in questo R. Osservatorio nel periodo 1903-05, aveva ripreso il lavoro di continuazione incominciando dall'anno 1899; ma il lavoro non fu portato a termine. È quindi necessario colmare la lacuna 1899-1905, se si vuole avere un ventennio completo di rilevazioni sulle ore di soleggiamento a Torino: soltanto dopo aver completato una serie di venti anni, si potrà procedere al calcolo dei valori normali e si potrà determinare, con maggiore approssimazione, l'andamento dello splendere del sole nei giorni, mesi e stagioni dell'anno e, di più, la relazione tra la durata del soleggiamento e alcuni fenomeni meteorologici, quella relazione specialmente che intercede tra il soleggiamento e il ritardo nell'ora della temperatura massima.

Rilevando la durata del soleggiamento durante il quadriennio 1906-09, ho tenuto conto anche delle ore in cui la traccia era appena sensibile: si è dunque seguito il metodo del König; ma per quelle giornate in cui la traccia intera fu appena sensibile o che tale fu per una durata maggiore della metà del soleggiamento, le ore sono stampate con carattere corsivo. In questo modo potrà sapersi in quali mesi hanno avuto la prevalenza i giorni nei quali il sole era appena velato di nebbie e di vapori; anzi, si avrà un dato, grossolano in vero, sulla intensità dell'energia solare. Un eliofanometro, per rendere buoni servigi alla scienza e all'agricoltura, dovrebbe dare, oltre alla durata del soleggiamento, anche la quantità e l'intensità dei raggi solari calorifici, luminosi e attinici, poichè, solo partendo da questi dati, variabili secondo i diversi climi, si potrebbe passare allo studio di altre condizioni climatologiche. In realtà, le rilevazioni fatte sulla durata dello splendore solare vorrebbero fornire dati per conoscere com'è, per es., che varia in un determinato luogo la umidità, la nebulosità, ecc.: è evidente che, per tale scopo, oltre la durata, bisognerebbe conoscere anche la quantità dell'energia solare.

L'eliofanometro è quello che fu descritto dal Rizzo nella memoria citata. Le cartine usate sono quelle fornite dall'Ufficio Centrale di Meteorologia. La lettura delle strisce registratrici l'ho fatta anche io, non essendo esse state trascritte nello stesso

giorno in cui furono tolte dall'eliofanometro. Per conseguenza, i dati raccolti, a causa anche della orientazione non sufficientemente esatta dello strumento, non dànno l'esattezza possibile in simile genere di osservazioni: per questa ragione ho rinunziato a dedurre dalla formola periodica del Rizzo i valori di calcolo.

Per ogni anno sono state redatte tre tavole: nella prima, espresse in ore e minuti, sono la durata effettiva dello splendere del sole sull'orizzonte di Torino, la quale si indica con A, e la durata teorica dello splendere del sole sullo stesso orizzonte (1) che si denota con B; a queste segue il loro rapporto e ciò per ciascun giorno (2); nella seconda tavola sono trascritti i valori eliofanometrici delle decadi e dei mesi; nella terza si dà un riassunto annuo riferendo per ogni ora di ciascun mese il numero delle ore in cui splendette il sole. Alle tre tavole di ciascun anno seguono alcune osservazioni sui fatti più importanti relativi al soleggiamento dell'anno stesso. — Vengono in ultimo, altre due tavole, la IV e la V. Nella tavola IV, decade per decade, è riferito il numero medio dei minuti in cui splendette il sole per ciascuna ora del giorno, con le medie decadiche dei quattro anni. In questa tavola IV sono state omesse, per economia di spazio, le ore 4-5, 5-6, 19-20, perchè nei mesi in cui il sole è sull'orizzonte nelle citate ore, o non si è avuta traccia o si è avuta una traccia trascurabilissima per la nota causa delle nebbie mattutine e dei vapori vespertini che quasi sempre impregnano l'atmosfera di Torino; soltanto nel mese di giugno del 1906 si ebbero, di soleggiamento, per la prima decade $2^{m},8$, per la seconda $0^{m},8$ e per la terza $2^{m},9$. Questa stessa avvertenza valga per le tavole III. Ultima viene la tavola V, la quale dà le medie decadiche e mensili della du-

---

(1) La durata teorica quotidiana è stata calcolata con le tavole dell'*Annuaire pour les ans* 1906, 1908, *publié par le Bureau des Longitudes*, Paris. Per i valori decadici si è fatta una media tenendo presente l'ultimo calcolo della durata dello splendere del sole a Torino, fatta dal Dr. V. Balbi nel 1897; vedi " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", vol. XXXII, 1895-96, pag. 1048.

(2) Questa tavola non è data, per i relativi periodi, dal Rizzo e dal Carnera.

rata effettiva dello splendere del sole nel quadriennio 1906-09 con le rispettive medie quadriennali: di questa tavola mi sono servito per tracciare la curva della III tavola dei diagrammi.

Nelle tavole I, II, III la lineetta — indica che non ci è stato alcun segno di soleggiamento.

I diagrammi sono disposti in tre tavole; le loro intestazioni e le note poste a pie' di pagina bastano a spiegarli. Ho mantenuto i quattro mesi scelti dal Rizzo, completando i suoi diagrammi (1) con i miei e con quelli del Carnera, il quale per maggio e agosto non li aveva dati. Nella seconda tavola sono i diagrammi di gennaio, aprile, luglio e ottobre; ho creduto di fare i diagrammi di questi mesi, perchè essi sono come i centri delle quattro stagioni (2).

Altri diagrammi e alcune osservazioni generali sulla durata dello splendere del sole a Torino, saranno fatte e pubblicate in una nota che sarà di commento al primo ventennio di soleggiamento a Torino.

(1) Il diagramma sessennale del maggio, dato dal Rizzo, ho dovuto ritoccarlo un poco.

(2) V. Balbi, *Le condizioni climatiche di Torino nel 1901*, in " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", anno 1901-02.

Tabella I.

Risultati eliofanometrici diurni dell'anno 1906.

A = Durata dello splendere del sole in ore e minuti.
B = Durata del sole sull'orizzonte in ore e minuti.

Giorni	Gennaio			Febbraio			Marzo			Aprile		
	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$
	h m	h m		h m	h m		h m	h m		h m	h m	
1	0. 0	8.46	0.00	6.39	9.42	0.69	8.20	11. 3	0.75	10.38	12.44	0.84
2	3.20	8.47	.38	5.55	9.45	.61	8.30	11. 6	.77	10.46	12.47	.84
3	—	8.49	,00	5.32	9.48	,56	9.58	11. 9	,89	3.56	12.49	,31
4	—	8.50	,00	—	9.50	.00	—	11.12	,00	—	12.52	,00
5	—	8.51	,00	—	9.52	.00	10.15	11.15	.91	1. 3	12.55	.08
6	—	8.53	,00	—	9.55	,00	9.19	11.18	,83	—	12.58	,00
7	6.53	8.55	.77	—	9.57	,00	8.55	11.22	.79	6.35	13. 1	.51
8	—	8.56	,00	7.18	10. 0	,73	—	11.25	,00	3.17	13. 4	,25
9	7.46	8.57	,87	5.30	10. 3	,55	8.44	11.28	,76	—	13. 7	,00
10	5.28	8.59	.61	6. 9	10. 6	,61	7.47	11.31	.68	5.38	13.10	.43
11	—	9. 0	.00	—	10. 9	,00	7.45	11.34	,67	—	13.12	.00
12	0.45	9. 1	,08	—	10.12	,00	1.57	11.37	,17	*9.51*	13.15	,74
13	3.45	9. 3	.41	—	10.15	.00	10. 8	11.40	,87	—	13.18	.00
14	*3.30*	9. 5	.39	—	10.18	.00	10.54	11.44	.93	*4.48*	13.21	.36
15	*4.10*	9. 7	.46	8.20	10.21	.81	6.28	11.47	.55	*6.13*	13.24	.46
16	4.33	9. 9	,50	8.40	10.24	.83	3. 0	11.51	.25	—	13.27	.00
17	3.47	9.10	.41	8.15	10.27	.79	10. 2	11.54	.84	*0.30*	13.30	.04
18	—	9.12	,00	7.29	10.30	,71	10.10	11.57	,85	—	13.33	,00
19	2. 4	9.14	,22	10. 2	10.33	,95	—	12. 0	,00	—	13.36	,00
20	—	9.16	,00	—	10.35	,00	9.21	12. 3	,78	*1.19*	13.39	,10
21	7.38	9.17	.82	9. 1	10.38	.85	1.11	12. 7	.10	3.30	13.42	.26
22	6.43	9.19	,72	9.29	10.41	.89	—	12.10	,00	—	13.45	,00
23	—	9.22	.00	—	10.44	.00	—	12.13	.00	3.47	13.48	.27
24	6.36	9.24	,71	4.30	10.48	,42	—	12.17	,00	5. 0	13.51	,36
25	*3.30*	9.26	,37	7.29	10.51	.69	5.38	12.20	.46	11.30	13.54	.83
26	5. 4	9.28	,53	7.41	10.54	,71	—	12.24	,00	—	13.57	,00
27	5.25	9.30	.57	—	10.57	.00	9.38	12.27	.77	*1. 5*	14. 0	.08
28	7. 1	9.33	,73	7.47	11.00	.71	7.24	12.30	.59	11.20	14. 2	,81
29	5.53	9.35	,61				2.27	12.34	,20	—	14. 5	.00
30	4.50	9.38	.50				7.23	12.37	.59	9. 0	14. 8	.64
31	6. 9	9.40	,64				10.30	12.41	,83			

TABELLA 1 *(Continuazione)*.

Giorni	Maggio			Giugno			Luglio			Agosto		
	A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B
	h m	h m		h m	h m		h m	h m		h m	h m	
1	8. 6	14.11	0,58	3.11	15.20	0.21	1.55	15.31	0.12	0. 0	14.41	0.00
2	10.57	14.13	,77	11.58	15.21	.78	3.45	15.30	.25	11.15	14.39	.77
3	10.57	14.16	.77	11.47	15.22	.77	0.30	15.29	.03	*8. 3*	14.36	.55
4	10.50	14.19	,77	11.50	15.22	,77	—	15.28	.00	*9.12*	14.34	.63
5	4. 5	14.22	,28	11. 0	15.23	,71	—	15.27	.00	*10. 3*	14.31	,69
6	10.17	14.24	,71	11.40	15.24	,75	10.23	15.26	.69	*10.15*	14.28	.71
7	7. 0	14.26	,49	11.40	15.24	.75	4. 7	15.26	,27	10.15	14.26	.71
8	1.35	14.29	,11	11. 0	15.25	,71	1.59	15.25	,13	1. 5	14.24	.08
9	5.57	14.32	,41	5.28	15.27	,35	8. 8	15.24	.53	0.32	14.21	.04
10	5. 0	14.35	,34	7.38	15.28	,49	9. 7	15.23	.59	9.29	14.18	.66
11	2.50	14.37	,19	5.42	15.28	.34	8.37	15.21	.56	6.29	14.16	.45
12	4.31	14.39	.31	9.19	15.29	.60	*9. 9*	15.20	,60	11.05	14.13	.78
13	11.48	14.41	,80	3.43	15.30	.24	—	15.18	.00	1.55	14.10	.14
14	10.23	14.43	,71	9.55	15.30	,64	9.37	15.16	.63	7.14	14. 7	.52
15	8. 3	14.46	.56	4.54	15.31	.32	11. 0	15.14	.72	5.25	14. 5	,38
16	4.52	14.49	.33	10.21	15.32	.67	11. 5	15.13	.73	2.11	14. 2	.16
17	3.37	14.51	,24	11.44	15.33	.75	7. 7	15.11	,47	6.49	13.59	.48
18	2.16	14.53	,15	10.10	15.33	,65	—	15.10	.00	11. 7	13.56	.79
19	—	14.55	,00	8.17	15.34	,53	10.57	15. 8	,72	11.15	13.54	.81
20	—	14.57	.00	4. 1	15.34	.26	9.33	15. 6	,63	10.12	13.51	.74
21	—	14.59	,00	10.19	15.34	,66	*11. 0*	15. 4	.73	10.30	13.49	.76
22	8.31	15. 1	,57	6.10	15.33	,40	10.19	15. 2	.69	9.20	13.46	.68
23	11.15	15. 3	.75	10.37	15.33	.68	*7.14*	15. 0	.48	9.26	13.43	.69
24	0.13	15. 5	,01	2.45	15.33	.18	0.40	14.58	.04	*6.54*	13.40	.50
25	8. 6	15. 7	,54	10.32	15.33	,68	2.17	14.56	.15	7.41	13.37	.55
26	7.56	15. 9	,52	11.39	15.33	,75	0.55	14.54	,06	6.15	13.34	.46
27	—	15.11	,00	8.16	15.33	,54	8.30	14.52	.57	10.21	13.31	.77
28	8.11	15.13	,54	9.22	15.33	,60	11.30	14.50	.78	5.15	13.29	.39
29	10.49	15.15	,71	—	15.32	,00	*9.40*	14.48	,65	5.20	13.26	.39
30	6.19	15.17	,41	9.24	15.32	,61	*6.48*	14.46	,46	8.40	13.23	.65
31	9.14	15.19	.60				—	14.44	,00	8.38	13.19	.65

Tabella I *(Continuazione)*.

Settembre			Ottobre			Novembre			Dicembre			Giorni
A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	
h m	h m		h m	h m		h m	h m		h m	h m		
8.57	13.16	0.68	8.33	11.44	0,73	0. 0	10. 9	0,00	0. 0	9. 0	0.00	1
8.50	13.12	.67	—	11.41	,00	—	10. 6	,00	2.53	8.58	,32	2
10.15	13. 9	.78	5.15	11.38	.45	—	10. 3	.00	4.16	8.57	.48	3
8.55	13. 6	,68	5. 1	11.35	,43	—	10. 0	.00	7. 3	8.56	.79	4
9.27	13. 3	,72	—	11.32	,00	—	9.57	,00	3.39	8.55	,41	5
7.15	13. 0	,56	5.18	11.29	.46	—	9.54	.00	3.15	8.53	.37	6
9.45	12.56	.75	1.51	11.26	,16	—	9.52	.00	—	8.52	.00	7
10. 7	12.53	,79	7.37	11.23	,67	5.36	9.50	,57	—	8.51	,00	8
8. 0	12.50	.62	7.43	11.19	,68	—	9.47	,00	—	8.50	,00	9
4.53	12.47	,38	1.22	11.16	,12	2.35	9.45	.26	3.31	8.49	.40	10
4.19	12.45	,34	—	11.13	,00	—	9.43	,00	5. 7	8.49	.56	11
8.45	12.42	.69	2. 3	11.10	.18	4.37	9.40	.48	—	8.48	.00	12
11.05	12.38	,87	5.15	11. 6	.47	--	9.38	.00	—	8.48	.00	13
9.20	12.35	.74	—	11. 3	,00	—	9.35	,00	—	8.47	,00	14
4.24	12.32	,34	—	11. 0	.00	—	9.33	,00	6.37	8.46	.75	15
8.45	12.30	,70	7.39	10.57	.70	2.18	9.31	,24	6.31	8.45	.74	16
9. 0	12.27	.73	—	10.53	,00	—	9.28	,00	4. 0	8.44	,46	17
2.23	12.24	.19	—	10.50	.00	—	9.26	.00	6. 5	8.44	,69	18
0.28	12.21	,04	0.55	10.47	.08	4.22	9.23	.47	4. 5	8.44	.47	19
9.30	12.18	,77	—	10.44	,00	6.29	9.21	,69	2.34	8.44	,29	20
7. 3	12.14	.58	5.45	10.41	.53	—	9.19	,00	—	8.44	,00	21
9.45	12.11	.80	8.30	10.38	.80	—	9.17	.00	—	8.44	.00	22
7.43	12. 9	,63	6.14	10.35	,68	5.53	9.15	.63	—	8.44	.00	23
5.19	12. 6	,44	6.52	10.32	.65	5.45	9.12	,63	3.46	8.44	.43	24
—	12. 3	,00	5.28	10.29	,52	7.45	9.10	,85	—	8.44	,00	25
3. 2	11.59	,25	—	10.25	,00	8. 0	9. 7	,88	—	8.44	.00	26
9.45	11.56	,82	—	10.22	,00	—	9. 5	,00	—	8.44	.00	27
4. 2	11.53	.34	—	10.20	,00	7. 0	9. 4	.77	—	8.45	.00	28
8.44	11.50	.74	—	10.17	.00	—	9. 2	,00	6.45	8.45	.77	29
4. 5	11.47	.35	—	10.14	,00	—	9. 1	.00	5.23	8.46	,61	30
			—	10.11	,00				1. 2	8.46	.12	31

TABELLA II. — Risultati eliofanometrici decadici e mensili.

1906	1ª Decade			2ª Decade			3ª Decade			MESE		
	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$
Gennaio	h 23,4	h 88,7	0,263	h 22,6	h 91,3	0,248	h 58.8	h 104.2	0.564	h 104.8	h 284.2	0.368
Febbraio	37,1	98,9	0,375	42,7	103,7	0,412	46.0	86.5	0.532	125.8	289,1	0.435
Marzo	71,8	113,1	0,635	69,7	118,2	0,589	44.2	136,7	0.323	185,7	368,0	0.503
Aprile	41,9	129,6	0,323	22,7	134,6	0,168	45,2	139,6	0.324	109,8	403,8	0,272
Maggio	74,9	144,1	0,519	48,3	148,0	0,326	70,6	166.7	0,423	193,8	458,8	0,422
Giugno	97.2	154,0	0,631	78,1	155,2	0,503	79.1	155,3	0,509	254,4	464,5	0,545
Luglio	39,9	154,3	0,259	77,1	152,0	0,507	68,9	163,6	0,421	185,9	469,9	0,395
Agosto	70,2	144,8	0,485	73,7	140,6	0.524	88,3	149,2	0,591	232,2	434,6	0,534
Settembre	86,4	130,0	0,664	68,0	125,0	0,544	59.5	119,7	0.497	213,9	374.7	0.571
Ottobre	42,7	114.7	0,372	15,9	109,5	0,145	32,8	114,5	0.286	91,4	338,7	0,270
Novembre	8,2	99,0	0,082	17,8	95,0	0,187	34,4	91,3	0,377	60,4	285.3	0,212
Dicembre	24,6	88.8	0,275	35,0	87,3	0,401	16,9	95,9	0.176	76,5	272,0	0,281

TABELLA III. — Riassunto annuo.

1906	Dalle ore:													A	B	A/B
	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19			
	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	
Gennaio .	....	-	2,2	6,2	10.5	13,5	19,0	18,8	18,1	13.3	3,2	....	....	104.8	284,2	0.368
Febbraio.	....	3.3	9.7	12,6	14.5	15,3	13,5	14,2	15,7	15,9	9.6	1.5	....	125.8	289,1	0.435
Marzo . .	0.6	9.0	16,1	19.1	18.9	19.0	19,2	19,1	20.7	20,0	17.2	6,8	—	185.7	368,0	0,503
Aprile . .	0.5	9,3	12,1	12.5	13,6	11,2	10,6	9,7	8,7	8,4	6,9	5,1	1,2	109.8	403.8	0.272
Maggio .	6,7	13.5	15.5	15,5	17,4	20.5	21,8	19,5	17,5	16,8	15.1	12.5	1.5	193.8	458.8	0.422
Giugno. .	18.1	22,5	24,3	27,9	25.3	25.0	23,2	21,8	20,5	20.3	15.7	8.5	0,5	254.4	464.5	0.545
Luglio . .	3.7	12.1	16.1	18.4	19.9	20.4	21,2	20,3	16,3	14,8	13.1	9.6	- -	185.9	469.9	0.395
Agosto. .	3.5	12.4	19,1	22,5	23,4	23.8	24,3	24,4	25,1	20,4	20,4	12.8	0,1	232.2	434,6	0.534
Settembre	0,6	11,1	20.2	23.5	23.8	24,5	24,6	22,5	21.8	21.2	15,7	4.4	—	213.9	374.7	0.571
Ottobre .	—	0,3	3.4	9,9	11,7	11,1	13,4	13,3	12,2	9,1	5,9	1.1	....	91.4	338.7	0,270
Novembre	—	—	0.9	5.7	6.7	8.1	8,3	9,9	8.4	8,2	4.2	....	....	60.4	285.3	0.212
Dicembre	....	-	0.2	3,9	9.0	12,4	13.1	13,0	12,8	9.9	2,2	....	....	76,5	272.0	0.281
ANNO .	33,7	93.5	139.8	177.7	194,7	204,8	212,2	206,5	197,8	178,3	129,2	62.3	3,3	1834,6	4443.6	0,413

Osservazioni sulla durata dello splendere del sole nel 1906.

In nessun giorno di quest'anno la durata relativa A è stata uguale a B (durata teorica del sole sull'orizzonte). Sono, invece, numerosi i giorni in cui $A = 0$, nei quali, cioè, non si è avuto soleggiamento; tali giorni arrivano al numero di 97 e sono così distribuiti:

in	gennaio	10	in	luglio	4
„	febbraio	11	„	agosto	1
„	marzo	7	„	settembre	1
„	aprile	11	„	ottobre	14
„	maggio	4	„	novembre	18
„	giugno	1	„	dicembre	14

Il mese in cui si è raggiunto il maggior numero di tali giorni è stato novembre, nel quale si è avuto pure il più lungo periodo di giornate consecutive completamente coperte, cioè il periodo 1°-7; vengono poi per ordine: dicembre, ottobre, aprile, febbraio e gennaio; in questi stessi mesi si notano pure simili periodi oscillanti da tre a quattro giorni.

Ritenendo come massimi quei valori di $\frac{A}{B}$ in cui $\frac{A}{B} > 0,9$, i giorni nei quali tale rapporto si è verificato sono soltanto tre, cioè il 5 marzo $\left(\frac{A}{B} = 0,91\right)$, il 14 marzo $\left(\frac{A}{B} = 0,93\right)$ e il 19 febbraio $\left(\frac{A}{B} = 0,95\right)$. Quest'ultimo valore esprime il massimo assoluto di $\frac{A}{B}$ per il 1906. Più frequenti sono i valori di $\frac{A}{B}$ compresi tra 0,80 e 0,90, e propriamente essi raggiungono la cifra di 23 e sono:

0,87	nel giorno	8	gennaio	0,84	nel giorno	1° e 2	aprile
0,81	„	15	febbraio	0,83	„	25	„
0,83	„	16	„	0,81	„	28	„
0,85	„	21	„	0,80	„	13	maggio
0,89	„	22	„	0,81	„	19	agosto
0,89	„	3	marzo	0,87	„	13	settembre
0,83	„	6	„	0,80	„	22	„
0,87	„	13	„	0,82	„	27	„
0,84	„	17	„	0,80	„	22	ottobre
0,85	„	18	„	0,85	„	25	novembre
0,83	„	31	„	0,88	„	26	„

È degno di nota che questi valori, per circa $^2/_3$, si sono verificati nel trimestre febbraio-aprile e, precisamente, 4 in febbraio, 6 in marzo e 4 in aprile; nel 22 febbraio e nel 3 marzo si sono avuti anche i notevoli valori di 0,89; di più, in novembre, che è stato il mese dell'anno meno soleggiato, avendo A raggiunto soltanto $60^h.3$ di soleggiamento, si è avuto l'altro valore immediatamente vicino a 0,89, cioè 0,88. In dicembre il rapporto $\frac{A}{B}$ non ha superato mai 0,80 e, fatto notevole, nemmeno in giugno e luglio.

I giorni in cui è stato $\frac{A}{B} < 0{,}5$ (eliminato il caso di $A = 0$), sono stati 99 e sono così distribuiti:

in gennaio	8	in luglio	11
„ febbraio	1	„ agosto	10
„ marzo	5	„ settembre	9
„ aprile	12	„ ottobre	8
„ maggio	12	„ novembre	4
„ giugno	2	„ dicembre	10

Ventuno sono stati i giorni in cui il sole ha lasciato traccia appena sensibile sulla cartina.

Il massimo decadico di $\frac{A}{B}$ si è avuto nella prima decade di settembre raggiungendo 0,664, il minimo uguale a 0,082 si è avuto nella prima decade di novembre; l'escursione tra gli estremi decadici è 0,581. Anche in settembre è accaduto il massimo mensile, essendo $\frac{A}{B} = 0{,}569$, e il minimo mensile pure in novembre con $\frac{A}{B} = 0{,}211$; quindi l'escursione tra gli estremi mensili è stata 0,338.

In tutto l'anno A ha raggiunto $1834^h{,}6$, ed essendo $B = 4443^h{,}6$ si è avuto come loro rapporto 0,413, cioè, arrotondendo, si sono avuti i $^2/_5$ del soleggiamento teorico.

TABELLA I. — **Risultati eliofanometric**

A = Durata dello splendere del sole in ore e minuti,

Giorni	Gennaio			Febbraio			Marzo			Aprile		
	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$
	h m	h m		h m	h m		h m	h m		h m	h m	
1	6.20	8.46	0.72	*7.42*	9.42	0,79	7.57	11. 3	0.72	7. 5	12.44	0.56
2	—	8.47	.00	*4.30*	9.45	.46	4.41	11. 6	.42	4.42	12.47	.37
3	—	8.49	.00	7. 2	9.48	.72	—	11. 9	.00	—	12.49	.00
4	—	8.50	.00	7.45	9.50	.79	—	11.12	.00	—	12.52	.00
5	6.16	8.51	.71	—	9.52	,00	—	11.15	.00	4.19	12.55	.33
6	—	8.53	.00	—	9.55	.00	3.40	11.18	.32	7. 3	12.58	,54
7	3.45	8.55	.42	—	9.57	.00	—	11.22	.00	5.15	13. 1	.40
8	1.16	8.56	,14	0.42	10. 0	,07	6.15	11.25	.55	5.40	12. 4	.43
9	4.16	8.57	.48	*5.25*	10. 3	.54	6.24	11.28	.56	8.22	13. 7	,64
10	5.20	8.59	.59	3.17	10. 6	,33	9.25	11.31	.82	2.28	13.10	,19
11	6. 8	9. 0	.68	—	10. 9	,00	2.45	11.34	.24	9.28	13.12	.72
12	4.35	9. 1	.51	—	10.12	.00	9.30	11.37	.82	—	13.15	.00
13	3.45	9. 3	.41	-	10.15	.00	9.26	11.40	.81	—	13.18	.00
14	*3.10*	9. 5	.35	3.48	10.18	.37	6. 7	11.44	.52	9.05	13.21	.68
15	6. 0	9. 7	.66	6.43	10.21	.64	9.43	11.47	.82	3.40	13.24	.27
16	4.27	9. 9	.48	3.53	10.24	.37	8.50	11.51	.75	1.29	13.27	.11
17	6. 0	9.10	.65	7.18	10.27	.70	4.23	11.54	.37	—	13.30	.00
18	5.19	9.12	.58	5.10	10.30	.49	8.50	11.57	.73	8.10	13.33	.60
19	6.25	9.14	.69	6. 0	10.33	.57	9.30	12. 0	.79	9.34	13.36	.70
20	*2.30*	9.16	.27	—	10.35	.00	10.15	12. 3	.85	4.13	13.39	.31
21	3.15	9.17	.35	2.35	10.38	.24	9.30	12. 7	.78	4.35	13.42	.33
22	—	9.19	.00	9. 4	10.41	,85	9.17	12.10	.76	9.23	13.45	.68
23	—	9.22	.00	2.46	10.44	.26	9.31	12.13	.78	9.11	13.48	,67
24	—	9.24	.00	*5.14*	10.48	.48	7.57	12.17	.65	10.22	13.51	.75
25		9.26	.00	6.30	10.51	.61	10.15	12.20	.83	7.36	13.54	.55
26	0.53	9.28	.09	5.39	10.54	.52	7.59	12.24	.64	9.41	13.57	.70
27	*5.43*	9.30	.60	8.25	10.57	.77	5.42	12.27	.47	4. 1	14. 0	.29
28	*1.45*	9.33	.18	*7.15*	11. 0	.66	3.20	12.30	.27	—	14. 2	.00
29	*2.20*	9.35	,24				8.31	12.34	.68	*5.10*	14. 5	.37
30	3.55	9.38	,41				9.47	12.37	.78	9.17	14. 8	,66
31	3.53	9.40	,40				2.23	12.41	,19			

liurni dell'anno 1907.

B = Durata del sole sull'orizzonte in ore e minuti.

Maggio			Giugno			Luglio			Agosto			Giorni
A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	
h m	h m		h m	h m		h m	h m		h m	h m		
7.19	14.11	0.52	2.58	15.20	0.19	3.36	15.31	0.29	6.46	14.41	0.47	1
10.24	14.13	.73	3.29	15.21	.23	4. 7	15.30	.27	—	14.39	.00	2
6.14	14.16	.45	9. 8	15.22	.59	10.58	15.29	.71	10. 0	14.36	.68	3
4.20	14.19	.33	10.55	15.22	.71	3.22	15.28	.22	10.29	14.34	.72	4
—	14.22	.00	6. 8	15.23	.40	3.59	15.27	.26	9.15	14.31	.64	5
—	14.24	.00	5.49	15.24	.38	6.33	15.26	.42	7.40	14.28	.53	6
3.36	14.26	.25	—	15.24	.00	8.37	15.26	.56	1. 0	14.26	.07	7
—	14.29	.00	2.45	15.25	.18	—	15.25	.00	9.20	14.24	.65	8
10.32	14.32	.72	1.40	15.27	.11	8.22	15.24	.54	—	14.21	.00	9
11. 0	14.35	.76	1.35	15.28	.10	8.43	15.23	.54	—	14.18	.00	10
11.11	14.37	.76	—	15.28	.00	10.40	15.21	.69	10. 0	14.16	.70	11
7.18	14.39	.50	6.48	15.29	.44	9.57	15.20	.65	8.17	14.13	.58	12
—	14.41	.00	—	15.30	.00	10.40	15.18	.70	10.30	14.10	.74	13
8.14	14.43	.56	—	15.30	.00	10. 8	15.16	.66	10.57	14. 7	.78	14
—	14.46	.00	3.33	15.31	.23	3.35	15.14	.24	9. 2	14. 5	.64	15
—	14.49	.00	7. 7	15.32	.46	4.40	15.13	.31	9.30	14. 2	.68	16
—	14.51	.00	8.22	15.33	.54	9.10	15.11	.60	5.58	13.59	.43	17
—	14.53	.00	6. 2	15.33	.39	9.28	15.10	.62	11.15	13.56	.81	18
—	14.55	.00	5. 4	15.34	.33	7.33	15. 8	.50	11. 0	13.54	.79	19
11.14	14.57	.75	10.10	15.34	.65	4.48	15. 6	.31	6. 6	13.51	.44	20
—	14.59	.00	6.13	15.34	.40	3.30	15. 4	.23	11. 9	13.49	.80	21
—	15. 1	.00	—	15.33	.00	6. 3	15. 2	.40	9. 5	13.46	.66	22
—	15. 3	.00	—	15.33	.00	9. 2	15. 0	.60	—	13.43	.00	23
—	15. 5	.00	9.14	15.33	.59	2.39	14.58	.17	6. 7	13.40	.52	24
1.22	15. 7	.09	3.16	15.33	.21	9.10	14.56	.61	5.20	13.37	.39	25
11.25	15. 9	.75	8.28	15.33	.54	5.41	14.54	.38	5.50	13.34	.43	26
—	15.11	.00	5.18	15.33	.34	9.34	14.52	.64	6. 4	13.31	.45	27
7.05	15.13	.47	3.30	15.33	.22	7.40	14.50	.53	6.35	13.29	.49	28
1.30	15.15	.10	3.59	15.32	.26	9.30	14.48	.64	—	13.26	.00	29
9. 0	15.17	.59	—	15.32	.00	2.44	14.46	.19	4.35	13.23	.34	30
3.29	15.19	.23				11.15	14.44	.76	2.57	13.19	.22	31

TABELLA I. — *(Continuazione).*

Giorni	Settembre			Ottobre			Novembre			Dicembre		
	A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B
	h m	h m		h m	h m		h m	h m		h m	h m	
1	4. 0	13.16	0.30	4.52	11.44	0,41	0. 0	10. 9	0.00	0. 0	9. 0	0.00
2	—	13.12	,00	*1.59*	11.41	,17	—	10. 6	,00	—	8.58	,00
3	—	13. 9	,00	—	11.38	,00	—	10. 3	,00	—	8.57	,00
4	7.55	13. 6	,60	—	11.33	,00	*0.20*	10. 0	,03	5.30	8.56	,61
5	*8.15*	13. 3	,63	6.54	11.32	,59	7.30	9.57	,75	—	8.55	,00
6	10.20	13. 0	,79	2.20	11.29	,20	—	9.54	,00	—	8.53	,00
7	9.10	12.56	,71	0.53	11.26	,08	*5.12*	9.52	,52	6.20	8.52	,72
8	7.41	12.53	,60	—	11.23	,00	—	9.50	,00	—	8.51	,00
9	5.37	12.50	,44	—	11.19	,00	—	9.47	,00	5.15	8.50	,59
10	—	12.47	,00	—	11.16	,00	6.15	9.45	,64	5.50	8.49	,66
11	—	12.45	,00	7.10	11.13	,64	—	9.43	,00	*2.16*	8.49	,26
12	7.57	12.42	,63	*7.40*	11.10	,69	—	9.40	,00	—	8.48	,00
13	—	12.38	,00	—	11. 6	,00	4.50	9.38	,50	—	8.48	,00
14	—	12.35	,00	—	11. 3	,00	7.17	9.35	.88	—	8.47	,00
15	—	12.32	,00	1. 0	11. 0	,09	5.34	9.33	,58	6.43	8.46	,77
16	—	12.30	,00	—	10.57	,00	—	9.31	,00	6.45	8.45	,77
17	10. 8	12.27	,81	2.55	10.53	,27	4.47	9.28	,51	5.30	8.44	,63
18	6.36	12.24	,53	4.45	10.50	,44	4. 4	9.26	,43	—	8.44	,00
19	*9.18*	12.21	,75	0.48	10.47	,07	—	9.23	,00	5.30	8.44	,63
20	9. 5	12.18	,74	—	10.44	,00	—	9.21	,00	5.30	8.44	,63
21	8. 0	12.14	,65	—	10.41	,00	—	9.19	,00	—	8.44	,00
22	8.14	12.11	,68	3.29	10.38	,33	—	9.17	,00	5.43	8.44	,65
23	7.30	12. 9	,62	—	10.35	,00	—	9.15	,00	—	8.44	,00
24	—	12. 6	,00	—	10.32	,00	—	9.12	,00	—	8.44	,00
25	2.15	12. 3	,19	—	10.29	,00	*1.50*	9.10	,20	5. 4	8.44	,58
26	—	11.59	,00	—	10.25	,00	*2. 0*	9. 7	,22	—	8.44	,00
27	—	11.56	,00	—	10.22	,00	—	9. 5	,00	—	8.44	,00
28	0.10	11.53	,01	—	10.20	,00	—	9. 4	,00	—	8.45	,00
29	2.37	11.50	,22	—	10.17	,00	4.33	9. 2	,50	—	8.45	,00
30	—	11.47	—	—	10.14	,00	—	9. 1	,00	—	8.46	,00
31				4.41	10.11	,46				—	8.46	,00

TABELLA II. — Risultati eliofanometrici decadici e mensili.

1907	1ª Decade			2ª Decade			3ª Decade			MESE		
	A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B
	h	h		h	h		h	h		h	h	
Gennaio	27,2	88,7	0,307	48,3	91,3	0,529	21,7	104,2	0,208	97,2	284,2	0,342
Febbraio	36,4	98,9	0,368	32,9	103,7	0,317	47,4	86,5	0,548	116,7	289,1	0,404
Marzo	38,4	113,1	0,340	79,3	118,2	**0,671**	84,2	136,7	0,616	201,9	368,0	**0,549**
Aprile	44,9	129,6	0,346	45,7	134,6	0,339	69,3	139,6	0,497	159,9	403,8	0,396
Maggio	53,4	144,1	0,370	37,9	148,0	0,261	33,8	166,7	0,203	125,1	458,8	0,272
Giugno	44,5	154,0	0,289	47,1	155,2	0,303	40,0	155,3	0,257	131,6	464,5	0,283
Luglio	58,3	154,3	0,378	80,7	152,0	0,531	76,8	163,6	0,469	215,8	469,9	0,459
Agosto	54,5	144,8	0,377	92,6	1406	0,658	57,7	149,2	0,386	204,8	434,6	0,471
Settembre	53,0	130,0	0,407	43,1	125,0	0,345	28,8	119,7	0,241	124,9	374,7	0,333
Ottobre	16,9	114,7	0,147	24,3	109,5	0,222	8,2	114,5	**0,072**	49,4	338,7	**0,146**
Novembre	19,3	99,0	0,195	26,5	95,0	0,279	8,4	91,3	0,092	54,2	285,3	0,190
Dicembre	22,9	88,8	0,258	32,2	87,3	0,369	10,8	95,9	0,113	65,9	272,0	0,242

Tabella III. — Riassunto annuo.

1907	Dalle ore: 6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	A	B	$\frac{A}{B}$
	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	
Gennaio .	....	—	1,1	6,3	10.7	13,9	18,2	20,3	17,0	8,6	1.1	....	....	97,2	284.2	0,342
Febbraio.	—	0,1	3,5	8,6	13,1	15,6	17,8	18,5	18,4	15.5	5,4	0,2	....	116,7	289,1	0,404
Marzo . .	0,3	9,7	20,7	24,1	21,0	21,9	20,5	21,2	21,7	21,0	17.1	2.7	—	201,9	368,0	0,549
Aprile . .	0,4	6,6	12.9	14,7	15,7	18.3	20.3	18,9	18,1	17.1	12,9	4,0	—	159,9	403,8	0,396
Maggio .	2,2	6,9	9,9	13,0	14,8	12.5	12,3	12,8	11,3	10.4	10,9	7,5	0,6	125,1	458.8	0,272
Giugno. .	2,8	8,4	8,2	12,7	16,0	15,5	13,5	11,8	12,7	14,1	11,5	4,4	—	131.6	464,5	0.283
Luglio . .	2,5	16,5	19,9	22,3	25,3	25,9	23,6	20,0	18,5	17.0	16,8	7,0	0,5	215,8	469,9	0,459
Agosto. .	3,7	13,5	18,2	21,8	22,1	21,9	22,1	19,1	18,2	20,2	18.1	5.9	—	204,8	434,6	0,471
Settembre	—	3.9	12,2	14.5	15.3	14,7	14,5	13.5	13.9	14,4	6.9	1.1	—	124,9	374,7	0,333
Ottobre .	—	—	2,3	5,3	3,6	6,4	6,2	7,0	9,0	8,0	1.6	—	....	49,4	338,7	0,146
Novembre	—	—	2,6	7,0	7,3	7,1	9,8	10,0	7,4	3,0	—	....	....	54,2	285,3	0.190
Dicembre	....	—	1,2	7,7	11,7	11,0	11,5	12,0	9,7	1.6	0.5	....	....	65,9	272,0	0,242
Anno .	11,9	65,6	112,7	157,0	176,6	184,7	190,3	185,1	175.9	150.9	102.8	32,8	1.1	1547.4	4443.6	0,348

Osservazioni sulla durata dello splendere del sole nel 1907.

In nessuna giornata di quest'anno la durata effettiva dello splendere del sole ha uguagliato la durata teorica. Le giornate, invece, in cui il soleggiamento è stato nullo, sono molte, 113, e sono così distribuite:

in gennaio	8		in luglio	1
„ febbraio	7		„ agosto	5
„ marzo	4		„ settembre	9
„ aprile	6		„ ottobre	18
„ maggio	14		„ novembre	17
„ giugno	6		„ dicembre	18

Il maggior numero di tali giornate si è avuto nell'ultimo trimestre dell'anno e il più lungo periodo di giornate consecutive interamente coperte è stato di una settimana ed è accaduto nella terza decade di ottobre; altri periodi simili, di 6 giorni, sono accaduti in novembre, dicembre e maggio.

In quest'anno una sola volta $\frac{A}{B}$ ha superato il valore di 0,85, raggiungendo nel 13 novembre 0,88: questo valore, quindi, rappresenta il massimo diurno toccato nell'anno; anche nell'anno precedente una giornata del mese di novembre (il 26) toccò 0,88.

Pochi sono stati i giorni in cui $\frac{A}{B}$ è stato maggiore di 0,80 e minore di 0,85; sono stati, cioè, 10, inferiori di più della metà rispetto a quelli del 1906. Segue l'elenco dei detti valori insieme col giorno in cui si sono avuti:

0,82	nel giorno	10 e 12	marzo	0,81	nel giorno	10	luglio
0,81	„	13	„	0,80	„	21	„
0,82	„	15	„	0,81	„	17	settembre
0,85	„	20	„	0,88	„	13	novembre
0,83	„	25	„				

Quindi, nessuna giornata di ben 8 mesi ha toccato il valore, per $\frac{A}{B}$, di 0,80 e la metà più una delle giornate in cui tale valore è stato raggiunto, sono accadute nel solo mese di marzo, sicchè in marzo appunto si contano i giorni della più notevole durata dello splendore effettivo del sole.

I giorni in cui $\frac{A}{B}$, non essendo uguale a zero, è minore di 0,5, sono stati 107: essi sono così distribuiti:

in gennaio	13	in luglio	13
„ febbraio	9	„ agosto	10
„ marzo	7	„ settembre	5
„ aprile	11	„ ottobre	10
„ maggio	7	„ novembre	4
„ giugno	17	„ dicembre	1

I giorni in cui il sole era appena velato, sono stati 48: di questi ben 29 sono accaduti in giugno, maggio e luglio.

Il massimo decadico del rapporto $\frac{A}{B}$ si è avuto nella seconda decade di marzo raggiungendo 0,671, il minimo corrispondente è accaduto nella terza decade di ottobre, in cui $\frac{A}{B} = 0,072$ l'escursione tra gli estremi decadici è stata di 0,599. Il massimo mensile è stato raggiunto pure in marzo con $\frac{A}{B} = 0,549$ e il minimo relativo in ottobre con $\frac{A}{B} = 0,146$; l'escursione tra i due estremi mensili è stata di 0,403.

In tutto l'anno A ha toccato $1547^h,4$ ed essendo $B = 4443,6$, si è avuto $\frac{A}{B} = 0,348$, inferiore di 0,07 al rispettivo valore dell'anno precedente.

TABELLA I.

Risultati eliofanometrici diurni dell'anno 1908.

A = Durata dello splendere del sole in ore e minuti.
B = Durata del sole sull'orizzonte in ore e minuti.

Giorni	Gennaio			Febbraio			Marzo			Aprile		
	A	*B*	*A*/*B*	*A*	*B*	*A*/*B*	*A*	*B*	*A*/*B*	*A*	*B*	*A*/*B*
	h m	h m		h m	h m		h m	h m		h m	h m	
1	0. 0	8.46	0,00	*0.55*	9.39	0.10	9.13	11. 5	0,83	10.15	12.45	0,80
2	4. 7	8.47	,47	6.50	9.43	,67	—	11. 8	,00	10.15	12.48	,80
3	—	8.49	.00	5.12	9.46	,53	2.42	11.11	,24	8. 5	12.50	,63
4	*4.05*	8.50	,46	*4.13*	9.49	,45	5.32	11.14	,49	0.56	12.53	.07
5	*4.25*	8.51	.50	*4.28*	9.52	.45	—	11.17	,00	—	12.56	,00
6	4.23	8.53	.50	5.14	9.55	.53	—	11.20	,00	3.37	12.59	,28
7	5.12	8.55	.59	7. 7	9.57	,71	—	11.23	,00	—	13. 2	,00
8	—	8.56	.00	6.45	10. 0	,67	3.19	11.27	,29	1.57	13. 5	.15
9	5.38	8.57	.64	6.50	10. 3	,68	—	11.30	,00	3.44	13. 8	,26
10	*3.50*	8.59	,43	5.27	10. 6	,54	4.45	11.32	,40	6.43	13.11	,51
11	5.40	9. 0	.64	—	10. 9	.00	5.32	11.35	,48	10. 0	13.13	,76
12	4. 0	9. 1	.45	*3. 3*	10.12	.30	4.43	11.38	,41	—	13.16	.00
13	4.55	9. 3	.55	*5. 0*	10.15	.49	8.48	11.41	.75	2.50	13.19	.21
14	5. 2	9. 5	.56	—	10.18	.00	9. 0	11.45	.77	—	13.22	.00
15	5.25	9. 7	.58	—	10.21	.00	3.48	11.48	.32	1.27	13.25	.11
16	6.16	9. 9	.69	—	10.24	.00	—	11.51	,00	—	13.28	,00
17	4.33	9.10	.50	3.21	10.27	.32	—	11.54	.00	—	13.31	.00
18	5.38	9.12	,62	*6.47*	10.30	.65	—	11.57	,00	7.18	13.34	,56
19	6.20	9.14	.69	7.59	10.33	.76	3.38	12. 1	.30	4.11	13.37	,31
20	6.16	9.16	.68	7.43	10.35	,73	—	12. 5	.00	7.53	13.41	.58
21	—	9.17	.00	7.40	10.38	.72	—	12. 9	,00	2.30	13.44	,18
22	*5.30*	9.19	,59	*0.46*	10.41	.10	2. 5	12.13	,17	9.47	13.47	,71
23	*5.25*	9.22	,58	5.10	10.44	,48	5. 3	12.16	,41	4.25	13.50	,32
24	*4. 9*	9.24	.44	6.36	10.48	.61	2. 7	12.20	.17	—	13.53	,00
25	—	9.26	.00	8.44	10.51	,81	—	12.23	.00	—	13.55	,00
26	—	9.28	.00	8. 2	10.54	.74	—	12.26	.00	8.38	13.58	.62
27	—	9.30	.00	*7.38*	10.57	,70	—	12.29	.00	9. 0	14. 1	.64
28	—	9.33	.00	8.16	10.59	.75	1.27	12.32	.12	—	14. 4	.00
29	—	9.35	.00	6.12	11. 1	.56	—	12.35	,00	8.30	14. 7	,60
30	—	9.38	.00				8. 4	12.38	.64	10. 0	14. 9	.71
31	6.34	9.40	.68				4.12	22.42	.33			

TABELLA I *(Continuazione)*.

Giorni	Maggio A	Maggio B	Maggio A/B	Giugno A	Giugno B	Giugno A/B	Luglio A	Luglio B	Luglio A/B	Agosto A	Agosto B	Agosto A/B
	h m	h m		h m	h m		h m	h m		h m	h m	
1	10.25	14.12	0.73	9. 7	15.20	0,59	0. 0	15.29	0,00	10.47	14.39	0,74
2	6.40	14.15	.47	9. 2	15.21	,59	4.41	15.27	,30	2.55	14.37	,19
3	7.10	14.18	.50	7.25	15.22	,47	6.53	15.27	,45	—	14.35	,00
4	4.15	14.21	.30	—	15.23	,00	9. 4	15.26	,59	10.31	14.32	,72
5	2.15	14.24	.16	—	15.24	,00	6.25	15.25	,42	—	14.29	,00
6	8.16	14.27	.57	2.41	15.25	,17	—	15.25	,00	—	14.27	,00
7	10. 0	14.30	,69	—	15.26	,00	8.21	15.24	,54	—	14.25	,00
8	9. 5	14.32	,63	—	15.27	,00	10. 6	15.24	,66	8.58	14.22	,62
9	7.33	14.35	.52	—	15.28	,00	8.35	15.22	,56	*11.18*	14.20	,78
10	*10.43*	14.37	,73	4.19	15.29	,28	11.18	15.22	.74	10.29	14.17	.73
11	—	14.39	,00	7.13	15.29	,47	3.33	15.20	.23	*8.54*	14.15	.62
12	—	14.41	,00	3.56	15.30	,25	3.54	15.18	,25	*11. 0*	14.12	,67
13	3.30	14.43	.26	3.35	15.30	,23	—	15.16	,00	—	14. 9	,00
14	—	14.45	.00	3.18	15.31	,21	9.43	15.14	,64	—	14. 6	,00
15	—	14.47	.00	3.25	15.31	,22	*7.17*	15.12	,48	—	14. 2	,00
16	1.38	14.49	.11	4.25	15.32	.28	9.57	15. 9	,66	4.11	14. 0	.30
17	10.12	14.52	,69	3.31	15.33	,23	5.40	15. 7	,37	—	13.57	,00
18	8.53	14.55	.60	4.42	15.33	,31	5.17	15. 5	,35	—	13.55	,00
19	10.30	14.57	,70	—	15.34	,00	—	15. 3	,00	3.18	13.52	,24
20	2.53	14.59	.19	7. 5	15.34	,46	—	15. 1	,00	—	13.49	,00
21	8.58	15. 1	.60	—	15.33	,00	7. 0	14.59	,47	—	13.47	,00
22	—	15. 3	,00	—	15.33	,00	4. 7	14.58	,28	—	13.44	,00
23	—	15. 5	.00	*0.45*	15.32	,05	*6.31*	14.56	,44	—	13.42	.00
24	—	15. 6	.00	9.13	15.32	,59	5. 6	14.54	.34	—	13.39	,00
25	8.15	15. 8	.54	7.52	15.31	,51	*8.30*	14.52	,57	—	13.36	,00
26	*2.46*	15.10	.18	3.44	15.31	,24	—	14.50	,00	10.32	13.33	,78
27	*8. 5*	15.12	,53	9.45	15.31	,63	*9. 0*	14.49	,61	5.48	13.31	,43
28	—	15.14	.00	9.25	15.30	,61	—	14.48	.00	—	13.28	,00
29	—	15.15	.00	*2.30*	15.30	.16	—	14.46	,00	—	13.25	,00
30	—	15.17	,00	6.40	15.29	,49	—	14.44	.00	—	13.22	,00
31	—	15.19	.00				7.43	14.42	.53	10.50	13.18	,81

Settembre			Ottobre			Novembre			Dicembre			Giorni
A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B	
h m	h m		h m	h m		h m	h m		h m	h m		
9.45	13.15	0.73	0. 0	11.41	0,00	0. 0	10. 7	0.00	0. 0	8.59	0.00	1
10.15	13.12	,78	—	11.38	,00	—	10. 4	,00	—	8.57	,00	2
10.24	13. 8	,79	7.30	11.34	,65	—	10. 1	,00	—	8.56	,00	3
10.27	13. 5	,80	3.40	11.31	,32	—	9.58	,00	—	8.55	,00	4
9.45	13. 2	.75	8.10	11.28	.71	3.30	9.56	.35	—	8.53	.00	5
10.53	12.59	.84	8.34	11.25	.75	*2.44*	9.54	.28	—	8.52	,00	6
6.20	12.55	,49	6. 0	11.22	,53	—	9.51	,00	—	8.51	,00	7
10.20	12.52	,80	6.34	11.19	,58	—	9.48	,00	—	8.50	,00	8
10.31	12.49	,82	—	11.16	,00	—	9.45	,00	—	8.49	,00	9
—	12.46	,00	—	11.12	,00	—	9.43	,00	—	8.48	,00	10
—	12.43	,00	*4.14*	11. 9	.38	3.50	9.41	.40	—	8.47	.00	11
9. 0	12.40	,71	—	11. 6	,00	2.40	9.38	,28	4.30	8.45	,51	12
10.46	12.37	.85	—	11. 3	,00	2.10	9.36	.23	5.50	8.44	.67	13
10.30	12.34	.83	6.43	11. 0	,61	1.55	9.33	,20	—	8.43	.00	14
9.50	12.32	.78	7.48	10.56	,71	—	9.31	.00	—	8.42	.00	15
10.28	12.29	,84	6.59	10.53	.64	—	9.29	.00	—	8.41	.00	16
3.10	12.26	.26	4.39	10.51	,43	—	9.27	.00	—	8.40	,00	17
5.45	12.23	,46	4.28	10.48	.41	2.40	9.25	,28	—	8.40	,00	18
—	12.20	,00	—	10.45	,00	—	9.22	,00	—	8.40	,00	19
—	12.16	,00	—	10.42	,00	—	9.20	,00	—	8.41	,00	20
—	12.13	,00	—	10.39	,00	*3.37*	9.18	,39	—	8.41	,00	21
—	12.10	,00	—	10.36	,00	—	9.16	,00	*6.14*	8.41	,72	22
—	12. 6	,00	—	10.33	,00	5.38	9.13	,61	—	8.42	,00	23
—	12. 3	.00	—	10.30	.00	7.15	9.11	,78	—	8.43	.00	24
—	12. 1	,00	—	10.27	,00	6.25	9. 8	,69	—	8.43	,00	25
4. 2	11.58	.33	—	10.24	.00	4.25	9. 6	,48	—	8.43	.00	26
—	11.54	,00	—	10.21	,00	*7.13*	9. 4	.79	—	8.44	.00	27
4.50	11.51	,41	5.30	10.18	,53	—	9. 3	,00	—	8.44	,00	28
7.22	11.48	,62	5.40	10.15	,55	7.30	9. 2	,82	—	8.44	,00	29
4.12	11.44	,36	6.36	10.12	,65	3.30	9. 0	,38	—	8.45	,00	30
			7.36	10. 9	,75				4.50	8.45	,55	31

TABELLA II. — Risultati eliofanometrici decadici e mensili.

1908	1ª Decade			2ª Decade			3ª Decade			MESE		
	A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B
	h	h		h	h		h	h		h	h	
Gennaio	31.7	88,7	0,359	54,1	91,3	0.593	21.6	104.2	0.207	107,4	284,2	0,378
Febbraio	52,7	98,9	0,533	33.9	103.7	0.326	59.1	97,4	0,607	145.7	300,0	0,486
Marzo	25.5	113,1	0,225	35.5	118.2	0.300	23.0	136,7	0,168	84.0	368,0	0,228
Aprile	45.5	129,6	0.351	33,7	134,6	0.250	52,8	139,6	0,378	132.0	403,8	0,327
Maggio	76,4	144,1	0,530	37,6	148,0	0.254	28.1	166,7	0,168	142.1	458.8	0,310
Giugno	32,6	154.0	0,212	41,2	155,2	0.265	49,9	155.3	0.321	123.7	464,5	0,266
Luglio	65,4	154,3	0,424	45,3	152,0	0.298	48,0	163,6	0.294	158.7	469,9	0,338
Agosto.	55,0	144,8	0,379	27,4	140,6	0.194	27,2	149.2	0.182	109.6	434,6	0,252
Settembre. . . .	88.7	130,0	0,682	59,5	125,0	0.476	20,4	119.7	0.170	168,6	374,7	0,450
Ottobre	40.8	114.7	0.355	34,8	109,5	0.318	25,4	114.5	0.221	101.0	338,7	0,298
Novembre. . . .	6.2	99,0	0,063	13,2	95,0	0,139	45.6	91,3	0,499	65.0	285,3	0,228
Dicembre	0,0	88,8	0,000	10,3	87,3	0,118	11.1	95,9	0.116	21,4	272,0	0,078

TABELLA III. — Riassunto annuo.

1908	Dalle ore: 6–7	7–8	8–9	9–10	10–11	11–12	12–13	13–14	14–15	15–16	16–17	17–18	18–19	A	B	A/B
	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h		h	h	
Gennaio .	....	—	0.4	7.4	15.7	18.0	21.0	21.0	18.6	5.3	—	....	....	107,4	284,2	0,378
Febbraio.	—	2,1	9.1	14,2	18.4	20,1	20.7	21.9	21.2	15.5	2.5	—	....	145.7	300,0	0,486
Marzo . .	—	2.9	8,5	10,4	8,7	8.5	8.3	7,8	11.2	11.2	6.1	0,4	—	84,0	368,0	0,228
Aprile . .	0.2	9.6	13.2	12.7	14,2	15.2	13.8	15.2	13.7	13.8	8.9	1.5	—	132,0	403.8	0.327
Maggio .	0,7	9,1	10.8	14.7	14,9	14,5	13.5	14.1	16.0	15.1	13.0	5.7	—	142.1	458.8	0.310
Giugno. .	0.9	7,6	12.9	14,5	17.2	14,3	16,4	13,5	11.6	10,0	4.0	0.8	—	123.7	464,5	0,226
Luglio . .	2.6	12.7	16.7	16.2	17.6	17.5	19.5	17.1	13.4	9.2	11.2	5.0	-	158,7	469.9	0,338
Agosto. .	2.8	7.6	8.0	9.2	10.4	10.8	12.1	12.2	11.3	10.5	9.2	5.5	—	109,6	434.6	0.252
Settembre	2,1	11.7	13.8	14,4	14.0	15.5	17.7	17,3	20,0	19.9	17,6	4.6	—	168.6	374.7	0,450
Ottobre .	—	—	3,9	7,2	9,6	13.6	14.8	16.0	16.0	13.6	6.3	—	....	101,0	338,7	0,298
Novembre	—	—	2.0	5.9	6,0	6.0	10.4	13,8	13,2	6.4	1.3	....	....	65,0	285.3	0.228
Dicembre	....	—	—	1.7	3.0	3.8	3.7	4,0	3.8	1.4	—	....	....	21.4	272.0	0.078
ANNO .	9,3	63.3	99,3	128.5	149.7	157.8	171.9	173,9	170.0	131.9	80,1	23.5		1359.2	4454.5	0.305

Osservazioni sulla durata dello splendore del sole nel 1908.

In nessuna giornata di quest'anno il rapporto $\frac{A}{B}$ si è spinto oltre 0,85: per questo riguardo il 1908 sta al disotto del biennio precedente. Il minore soleggiamento è confermato dal numero rilevante di giornate completamente coperte, le quali sono state 146: di queste ben 27 si sono avute nel mese di dicembre. Le dette giornate sono così distribuite:

in	gennaio	9	in	luglio	8
„	febbraio	4	„	agosto	18
„	marzo	14	„	settembre	10
„	aprile	9	„	ottobre	14
„	maggio	11	„	novembre	14
„	giugno	8	„	dicembre	27

Notevole, dopo quello di dicembre, il periodo di giornate consecutive coperte accaduto nella terza decade di ottobre. Il massimo valore di $\frac{A}{B}$ è stato 0,85 e si è verificato nel 13 settembre e in questo stesso mese si sono avute altre giornate in cui il rapporto $\frac{A}{B}$ è compreso tra 0,80 e 0,85: è da osservare però che i valori di A, in questi rapporti, sono dovuti a giornate in cui il sole era velato da nebbie e da nuvole per la maggior parte della durata. I giorni in cui il rapporto $\frac{A}{B}$ è compreso tra 0,80 e 0,85 sono appena 11, sette dei quali si sono verificati in settembre.

Sono giunte a 104 le giornate in cui il rapporto $\frac{A}{B}$, non essendo nullo, è stato minore di 0,5: tali giornate sono così ripartite:

in	gennaio	5	in	luglio	12
„	febbraio	8	„	agosto	4
„	marzo	13	„	settembre	6
„	aprile	9	„	ottobre	4
„	maggio	7	„	novembre	10
„	giugno	16			

Le quattro giornate di dicembre in cui si è avuto soleggiamento, il rapporto $\frac{A}{B}$ ha superato 0,5.

I giorni in cui il soleggiamento è stato poco intenso, sono 45 e sono così distribuiti:

in gennaio	6	in agosto	3
„ febbraio	8	„ settembre	14
„ maggio	3	„ ottobre	1
„ giugno	2	„ novembre	3
„ luglio	4	„ dicembre	1

Il massimo decadico del rapporto $\frac{A}{B} = 0{,}682$ si è avuto nella prima decade di settembre, e il minimo corrispondente nella prima decade di dicembre in cui $A = 0$. Il massimo mensile si è verificato in febbraio con $\frac{A}{B} = 0{,}486$, il minimo relativo in dicembre con $\frac{A}{B} = 0{,}078$: l'escursione tra gli estremi mensili è dunque 0,408, quasi uguale a quella dell'anno precedente.

In tutto l'anno A ha raggiunto $1359^{h}{,}2$ ed essendo B uguale a 4454,5, $\frac{A}{B} = 0{,}305$: quantità sensibilmente inferiore a quelle del biennio antecedente.

Tabella I. — **Risultati eliofanometrici**

A = Durata dello splendere del sole in ore e minuti.

Giorni	Gennaio			Febbraio			Marzo			Aprile		
	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$
	h m	h m		h m	h m		h m	h m		h m	h m	
1	4.50	8.46	0.55	4.54	9.39	0.51	0. 0	11. 5	0,00	*2.58*	12.45	0.23
2	4.25	8.47	,50	6.18	9.43	,65	5.13	11. 8	,47	3.55	12.48	,31
3	2.20	8.49	.27	*5.46*	9.46	,59	5.49	11.11	.52	3.45	12.50	,29
4	*1.44*	8.50	,20	—	9.49	,00	7.23	11.14	.65	*2.19*	12.53	,19
5	—	8.51	.00	*2.36*	9.52	.26	4.45	11.17	.42	—	12.56	.00
6	0.51	8.53	.10	*4.52*	9.55	.49	5.44	11.20	.51	*7.50*	12.59	.60
7	1.50	8.55	.21	6.25	9.57	.65	—	11.23	.00	5.20	13. 2	.41
8	—	8.56	,00	6.11	10. 0	,62	—	11.27	,00	*10.45*	13. 5	,82
9	—	8.57	.00	2.52	10. 3	,29	—	11.30	.00	*10.35*	13. 8	.81
10	—	8.59	,00	—	10. 6	,00	—	11.32	,00	*11. 0*	13.11	,83
11	—	9.00	.00	—	10. 9	.00	1.33	11.35	.13	8.48	13.13	,67
12	—	9. 1	,00	—	10.12	,00	4. 1	11.38	,35	*4.15*	13.16	,32
13	—	9. 3	.00	—	10.15	.00	—	11.41	.00	*8.36*	13.19	,64
14	—	9. 5	,00	—	10.18	,00	7. 0	11.45	,60	*11. 0*	13.22	.82
15	—	9. 7	,00	*5.10*	10.21	.50	2.42	11.48	,23	*4.56*	13.25	,38
16	—	9. 9	.00	*3.29*	10.24	,34	8.30	11.51	.70	*8. 3*	13.28	,59
17	2.40	9.10	.29	7.47	10.27	.75	9.20	11.54	.78	*4.22*	13.31	.32
18	—	9.12	,00	7.30	10.30	,72	4.39	11.57	,39	—	13.34	.00
19	*1.36*	9.14	,17	2.58	10.33	,28	—	12. 1	.00	*2.50*	13.37	.21
20	—	9.16	,00	3.10	10.35	,30	—	12. 5	.00	—	13.41	.00
21	*6. 9*	9.17	,67	7.22	10.38	,70	8.51	12. 9	,73	*5. 5*	13.44	,37
22	—	9.19	.00	*2.30*	10.41	.23	6.39	12.13	,54	*4.15*	13.47	.31
23	—	9.22	.00	*1.55*	10.44	.18	3.44	12.16	,30	—	13.50	.00
24	—	9.24	.00	—	10.48	,00	10.20	12.20	.84	—	13.53	,00
25	3.26	9.26	,36	—	10.51	,00	2.47	12.23	.22	—	13.55	,00
26	—	9.28	,00	—	10.54	,00	5. 9	12.26	,41	—	13.58	,00
27	—	9.30	,00	—	10.57	,00	10.13	12.29	,82	—	14. 1	,00
28	*0.31*	9.33	.05	—	11. 0	.00	10.17	12.32	.82	6.52	14. 4	.49
29	—	9.35	,00				1.31	12.35	,12	11.37	14. 7	,82
30	—	9.38	,00				—	12.38	,00	10.43	14. 9	,76
31	*5.56*	9.40	.62				1.26	12.42	,11			

diurni dell'anno 1909.

B = Durata del sole sull'orizzonte in ore e minuti.

Maggio			Giugno			Luglio			Agosto			Giorni
A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	
h m	h m		h m	h m		h m	h m		h m	h m		
10.57	14.12	0.77	*6.13*	15.20	0,41	11.22	15.29	0,73	11.13	14.39	0,76	1
10.58	14.15	.77	*7. 0*	15.21	,46	6.50	15.27	,44	5.55	14.37	,40	2
12.29	14.18	.87	*1.13*	15.22	,08	0.47	15.27	,05	11.30	14.35	,79	3
8.30	14.21	,59	*7.19*	15.23	,48	8.10	15.26	,53	10.40	14.32	,73	4
11.18	14.24	.78	—	15.24	,00	—	15.25	,00	3.39	14.29	,25	5
10.16	14.27	,71	*6.30*	15.25	,42	2.42	15.25	,18	3.58	14.27	,27	6
—	14.30	,00	—	15.26	,00	10.16	15.24	,67	10.30	14.25	,73	7
—	14.32	,00	*1.17*	15.27	.09	6.59	15.24	,45	8.23	14.22	,58	8
—	14.35	,00	*2.16*	15.28	,15	3. 0	15.22	,20	*5.00*	14.20	,35	9
—	14.37	,00	—	15.29	,00	2.44	15.22	,18	—	14.17	,00	10
8.48	14.39	,60	–	15.29	,00	—	15.20	,00	7.30	14.15	,53	11
2.57	14.41	,20	—	15.30	,00	7.31	15.18	,49	10.58	14.12	,77	12
—	14.43	,00	*7. 2*	15.30	,46	5.18	15.16	,35	10.30	14. 9	,74	13
—	14.45	.00	8. 2	15.31	,52	5. 0	15.14	.33	8.45	14. 6	.62	14
8. 7	14.47	,55	1.42	15.31	,11	4. 5	15.12	,27	11.46	14. 2	,83	15
—	14.49	,00	2.40	15.32	,17	2.17	15. 9	,15	8.55	14. 0	,64	16
—	14.52	,00	5.30	15.33	,35	8. 2	15. 7	,53	*3. 2*	13.57	,22	17
6. 5	14.53	,49	8. 6	15.33	,52	11.18	15. 5	,75	*6.38*	13.55	,48	18
6.33	14.57	,44	6.33	15.34	,42	6.47	15. 3	,45	8.14	13.52	,59	19
6.51	14.59	,46	9.30	15.34	,61	5.11	15. 1	,35	4.28	13.49	,32	20
6. 0	15. 1	,40	—	15.34	,00	3.22	14.59	,22	5.50	13.47	,42	21
—	15. 3	,00	5.42	15.33	,37	10.38	14.58	,71	—	13.44	,00	22
10.30	15. 5	,70	7.10	15.32	,46	6.35	14.56	,44	10.25	13.42	,76	23
12.23	15. 6	,16	7.23	15.32	,48	6.56	14.54	,47	7.32	13.39	,55	24
—	15. 8	,00	3.18	15.31	,21	*2.49*	14.52	,19	7.48	13.36	,57	25
—	15.10	,00	1.18	15.31	,08	8.40	14.50	,58	*0.28*	13.33	,03	26
—	15.12	,00	10.26	15.31	,67	10.25	14.49	,70	2.39	13.31	,20	27
—	15.14	,00	7.28	15.30	,48	9. 7	14.48	,62	2.14	13.28	,17	28
5.44	15.15	,38	9.26	15.30	,61	9.32	14.46	,65	7.57	13.25	,59	29
11.20	15.17	,74	9.33	15.29	,62	10.00	14.44	,68	8.12	13.22	,61	30
9.15	15.19	,60				9.25	14.42	,64	5.21	13.18	,40	31

TABELLA I *(Continuazione).*

Giorni	Settembre A	Settembre B	Settembre A/B	Ottobre A	Ottobre B	Ottobre A/B	Novembre A	Novembre B	Novembre A/B	Dicembre A	Dicembre B	Dicembre A/B
	h m	h m		h m	h m		h m	h m		h m	h m	
1	0. 0	13.15	0,00	3. 0	11.41	0,26	0. 0	10. 7	0,00	0. 0	8.59	0,00
2	—	13.12	,00	—	11.38	,00	7.55	10. 4	,79	—	8.57	,00
3	—	13. 8	,00	7.33	11.34	,65	7.55	10. 1	,79	—	8.56	,00
4	9.44	13. 5	,74	8.38	11.31	.75	3.45	9.58	.38	—	8.55	.00
5	8.42	13. 2	,67	—	11.28	,00	—	9.56	,00	—	8.53	,00
6	11.20	12.59	.87	—	11.25	,00	—	9.54	,00	—	8.52	,00
7	4.40	12.55	,36	5.05	11.22	,45	8.22	9.50	,85	—	8.51	,00
8	—	12.52	,00	*1.53*	11.19	.17	5. 0	9.48	,51	—	8.50	,00
9	—	12.49	.00	8.39	11.16	,77	—	9.45	,00	*0.40*	8.49	,08
10	—	12.46	.00	9.32	11.12	.85	—	9.43	.00	—	8.48	.00
11	1.57	12.43	.15	8.19	11. 9	.75	6.53	9.41	,70	*0.33*	8.47	,06
12	—	12.40	.00	9. 0	11. 6	.81	*2.48*	9.38	,29	6.10	8.45	,70
13	6. 9	12.37	.48	5.31	11. 3	.50	*2.19*	9.36	,24	—	8.44	,00
14	3.22	12.34	.27	—	11. 0	,00	—	9.33	,00	—	8.43	,00
15	—	12.32	,00	8.30	10.56	,80	—	9.31	.00	—	8.42	,00
16	4. 0	12.29	,32	9.27	10.53	,87	—	9.29	,00	—	8.41	,00
17	4.28	12.26	,36	—	10.51	,00	—	9.27	.00	—	8.40	,00
18	—	12.23	,00	—	10.48	.00	—	9.25	.00	—	8.40	.00
19	10. 0	12.20	,81	9.29	10.45	.88	—	9.22	.00	—	8.40	,00
20	—	12.16	.00	9.40	10.42	,90	—	9.20	.00	—	8.41	.00
21	2.24	12.13	,20	9. 0	10.39	.85	*0.18*	9.18	,03	4.20	8.41	,50
22	—	12.10	.00	6.43	10.36	,63	—	9.16	,00	—	8.41	,00
23	1.18	12. 6	.11	7.14	10.33	,69	5.57	9.13	,64	—	8.42	,00
24	8.28	12. 3	.70	—	10.30	.00	5.30	9.11	.60	—	8.43	,00
25	8.26	12. 1	.70	9.15	10.27	,88	0.51	9. 8	,09	—	8.43	,00
26	5.35	11.58	.47	6.34	10.24	.63	4.27	9. 6	,49	2.51	8.43	,33
27	9.30	11.54	.80	5.19	10.21	,51	*2. 0*	9. 4	,22	—	8.44	,00
28	9.32	11.51	.80	—	10.18	.00	4.10	9. 3	,46	—	8.44	,00
29	5.35	11.48	,47	—	10.15	.00	*0.55*	9. 2	,10	—	8.44	,00
30	3.39	11.44	.31	—	10.12	,00	—	9. 0	,00	5.45	8.45	,66
31				—	10. 9	.00				*2.18*	8.45	,26

TABELLA II. Risultati eliofanometrici decadici e mensili.

1909	1ª Decade			2ª Decade			3ª Decade			MESE		
	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$	A	B	$\frac{A}{B}$
Gennaio	h 16,0	h 88,7	0,180	h 4,3	h 91,3	0,047	h 16,0	h 104,2	0,154	h 36,3	h 284,2	0,128
Febbraio	39,9	98,9	0,403	30,1	103,7	0,290	11,8	86,5	0,135	81,8	289,1	0,283
Marzo	28,9	113,1	0,255	37,8	118,2	0,320	61,0	136,7	0,446	127,7	368,0	0,347
Aprile	58,5	129,6	0,451	52,8	134,6	0,392	38,5	139,6	0,276	149,8	403,8	0,371
Maggio	64,5	144,1	0,448	39,4	148,0	0,266	45,2	166,7	0,271	149,1	458,8	0,371
Giugno	31,8	154,0	0,207	49,1	155,2	0,319	61,7	155,3	0,397	142,6	464,5	0,307
Luglio	52,8	154,3	0,342	55,5	152,0	0,365	87,5	163,6	0,535	195,8	469,9	0,417
Agosto	70,8	144,8	0,489	80,8	140,6	0.575	58,4	149,2	0,397	210,0	434,6	0,484
Settembre	34,4	130,0	0,265	32,3	125,0	0,258	52,1	119,7	0,436	118,8	374,7	0,314
Ottobre	44,3	114,7	0,387	59,9	109,5	0,549	44,1	114,5	0,385	148,3	338,7	0,438
Novembre	33,0	99,0	0,333	12,0	95,0	0,126	24,1	91,3	0,264	69,1	285,3	0,242
Dicembre	0,7	88,8	0,008	6,7	87,3	0,077	15,2	95,9	0,158	22,6	272,0	0,083

Tabella III. — Riassunto annuo.

1909	Dalle ore:													A	B	A/B
	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19			
	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	
Gennaio .	....	—	0,6	6.7	9.7	7.1	4.0	3.1	2,0	2.0	1.1	....	....	36.3	284.2	0.128
Febbraio .	—	-	—	5.1	8.0	10.0	13.2	13.4	11.2	11.4	7.8	1.7	....	81.8	289.1	0.283
Marzo . .	-	1.9	8.5	12,6	13.0	15.1	14.3	14.9	16,0	13,5	11,1	6,0	0.8	127,7	368.0	0.347
Aprile . .	0.9	7.2	12.0	15,9	18,0	17.1	13.5	9.1	10.7	12,4	13.9	14.0	5.2	149,8	403,8	0.371
Maggio .	2.4	7,2	11.7	15.0	17.1	17.2	15,0	15.5	14.3	12.7	11.5	8.0	1.5	149,1	458.8	0,371
Giugno .	4,3	8,3	11.2	17.1	19.4	17.3	16.2	14,9	11.5	9.0	6.9	5.2	1.3	142.6	464.5	0,307
Luglio . .	4,7	11.7	14.5	20.7	21.1	21.1	20.0	20,5	17.1	15.4	14.1	11.1	3.8	195.8	469.9	0,417
Agosto .	4.2	12.0	15.3	18.7	21.2	20.5	20.6	19.5	19.0	19.1	19.1	16.3	4.5	210.0	434.6	0,484
Settembre	—	1,6	7,4	10.6	11.7	13,2	14.0	12,6	14.1	12.3	12.7	6.5	2.1	118.8	374.7	0,314
Ottobre .	—	3.7	14.0	15,0	14,9	18.1	18.5	17.5	17.4	15.3	11.6	2.3	....	148.3	338.7	0.438
Novembre	—	—	1.3	6.2	10.7	11.6	13.2	8,8	8.0	6,8	2.5	....	....	69.1	285,3	0,242
Dicembre	....	—		2.6	4.2	4.3	3.6	3.0	3.9	1.0	—	....	....	22.6	272.0	0.083
Anno .	16,5	53,6	96,5	146.2	169.0	172,5	166,4	152.8	145,2	130,9	112.3	71.1	19.2	1451.9	4443.6	0.327

Osservazioni sulla durata dello splendere del sole nel 1909.

In nessuna giornata di quest'anno lo splendore effettivo del sole (A) è stato uguale al teorico (B); il maggior rapporto tra l'uno e l'altro ha toccato 0,90 e si è avuto nel 20 ottobre. Al contrario, numerosi sono stati i giorni in cui $A = 0$, queste giornate sono ripartite come appresso:

in	gennaio	19	in	luglio	2
„	febbraio	11	„	agosto	2
„	marzo	8	„	settembre	10
„	aprile	8	„	ottobre	11
„	maggio	13	„	novembre	13
„	giugno	6	„	dicembre	24

Anche in quest'anno dicembre è stato quasi sempre coperto, ed è notevole che simili giornate coperte hanno abbondato anche in gennaio. I più lunghi periodi di giornate consecutive senza soleggiamento sono accaduti in gennaio (9 giorni) e in dicembre.

In 21 giorni il rapporto $\frac{A}{B}$ ha sorpassato 0,80, essendosi avuto:

0,84	nel giorno	24	marzo	0,80	nel giorno	27 e 28	settemb.
0,82	„	27 e 28	„	0,85	„	10	ottobre
0,82	„	8	aprile	0,81	„	12	„
0,81	„	9	„	0,80	„	15	„
0,83	„	10	„	0,87	„	16	„
0,82	„	14 e 29	„	0,88	„	19	„
0,87	„	3	maggio	0,85	„	21	„
0,83	„	15	agosto	0,88	„	25	„
0,87	„	6	settemb.	0,85	„	7	novemb.

Il massimo di questi valori si è verificato in ottobre raggiungendo 0,88 nel 19 e 25; i summenzionati valori hanno raggiunto il maggior numero in ottobre.

I giorni in cui il rapporto $\frac{A}{B}$, senza essere nullo, è stato minore di 0,5, sono state 120 e sono distribuite come segue:

in gennaio	8	in luglio	17
„ febbraio	8	„ agosto	12
„ marzo	11	„ settembre	11
„ aprile	12	„ ottobre	3
„ maggio	7	„ novembre	9
„ giugno	18	„ dicembre	4

I giorni in cui il soleggiamento fu debole sono stati 63, di cui 29 in aprile e maggio. Il massimo decadico per il rapporto $\frac{A}{B}$ è stato 0,575 e si è verificato nella seconda decade di agosto, il minimo corrispondente è stato 0,008 ed è accaduto nella prima decade di dicembre. Il massimo mensile si è avuto in agosto raggiungendo $\frac{A}{B} = 0,484$, il minimo in dicembre con $\frac{A}{B} = 0,083$; l'escursione tra i due estremi mensili è 0,401, cioè, molto vicina ai valori degli anni precedenti.

In tutto l'anno, avendo A raggiunto $1451^h,9$ ed essendo $B = 4443^h,6$, è il rapporto $\frac{A}{B} = 0,327$.

TABELLA IV.

(Tempo vero locale)

Numero medio dei minuti in cui, per ogni ora di ciascuna decade, splendette il sole. con le relative medie decadiche quadriennali.

MESE	Decade	6h–7h 1906	6h–7h 1907	6h–7h 1908	6h–7h 1909	6h–7h Media	7h–8h 1906	7h–8h 1907	7h–8h 1908	7h–8h 1909	7h–8h Media
		m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
Gennaio	1a	0.0	0.0	0.0	0.0	0,0	0,0	0.0	0,0	0.0	0,0
	2a										
	3a										
Febbraio	1a						5.8				1,5
	2a						9.6		3,0		3,2
	3a						5.6	0.8	10,4		4,2
Marzo	1a	1.2				0.3	12.0		3,0	1,5	4,1
	2a	2.4	1,5			1,0	26,3	29.5	12,8	2,4	17.8
	3a						14.1	26,4	1,3	6,6	12,2
Aprile	1a		1.2			0,3	17,1	12,0	22,2	12,6	16,0
	2a	0.8		1.3		0,5	9,0	4,3	13,5	18.3	11.3
	3a	2.5	1.2		5.2	2.2	29.8	23,3	21,8	12,5	21,9
Maggio	1a	15.2	3,4	4.3	12.0	8.7	28,8	13,1	42,3	32,8	29,2
	2a	15,9	7.0			5.7	25,9	18,0	12,0		14.0
	3a	8,5	2,5		2.3	3.3	23.5	9.6		9.5	10.7
Giugno	1a	46,0	10,2	1.8	9,4	16,9	46,5	22.5	10,4	15,0	23,3
	2a	30,1	4,0		9,2	10,8	46,1	18,0	14.0	18,6	24.2
	3a	32,5	2,8	3.8	7,3	11,6	42,5	9,6	21,0	16,2	22.3
Luglio	1a		6,1	7.3	19.4	8,2	3,3	24,8	28,3	24,4	20,2
	2a	19.0	7,3	5.8	6.0	9,5	46.4	33.8	25,7	20.6	31.6
	3a	2.7	1,5	2.5	2.4	2.3	21.0	36.5	20.5	23.1	25.3
Agosto	1a	9.8	1,4	12.0	12.5	8,9	34,8	28,5	28,6	44,2	34,0
	2a	5.0	18,5		12.9	9,1	25.2	42.0	6,0	21,5	23.7
	3a	5.5	2.3	4.5		3,1	13,2	9,4	9,7	5,5	9,5
Settemb.	1a			7.5		1.9	22,6	13,0	41,4	4.5	20,4
	2a	2.0		5.3		1.8	24.7	9,0	28,6	3,0	16,3
	3a	1,5				0,4	19,4	1.4		2.1	5.7
Ottobre	1a						1.9			7,5	2,4
	2a									8,9	2,2
	3a									5.5	1.4
Novemb.	1a										
	2a										
	3a										
Dicemb.	1a										
	2a										
	3a										

MESE	Decade	8h–9h					9h–10h				
		1906	1907	1908	1909	Media	1906	1907	1908	1909	Media
		m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
Gennaio	1a	3,0	5,2	0,0	3,4	2,9	14,8	18,0	8,8	26.5	17,0
	2a			2,1		0,5		19,0	26.0	9,9	13.7
	3a	9.3	1.5			4,7	20.5	0,6	8.9	3,4	8.4
Febbraio	1a	16,4	3.9	16,2		9,1	27.8	15,6	28.5	10,5	10.6
	2a	23,0	2,3	14.0		12,3	25,4	10,6	20.5	16,2	18.2
	3a	23,5	18,1	27,0		17.2	28,0	31,9	40,0	3,3	27.7
Marzo	1a	33.5	19.0	22.2	7.2	20.5	43.2	30.0	22.2	18.0	28.4
	2a	39.5	53.5	24.0	18.0	33,8	46.8	58,2	27.0	24.3	39.1
	3a	21,5	47.1	4,6	23.7	24.2	22.3	51,2	6.7	30,0	27.6
Aprile	1a	23,0	18,1	31,3	25.6	24,5	21,0	24,0	25,3	31,6	25.5
	2a	16.8	20.0	18.0	25.5	20.1	18.0	28.5	18.0	37,1	25.4
	3a	32.5	39.3	30.0	21.2	30.8	36.0	36.0	33.0	26.7	32.9
Maggio	1a	30.7	26.5	44,6	36,0	34,5	40.3	30.0	52,0	33,0	38.8
	2a	29.0	18.0	13.0	6.0	16.5	25.5	21.0	18.0	21,4	21.5
	3a	30.3	13.6	6,6	25,7	19.1	24.7	24.5	16.4	32.3	24.5
Giugno	1a	53.4	24.0	21,8	24,0	30.8	59,0	24.0	20.8	25.3	32.3
	2a	49.1	18,2	25,3	31.3	31,0	55,0	26.3	36,0	43,2	40,1
	3a	43.1	7.0	30.0	12.0	23.0	53.2	25.6	30.0	34.1	35.7
Luglio	1a	13.5	26.9	36.7	31,9	27.3	23,3	37.7	39.4	40,5	36.7
	2a	43.0	46.5	30.0	25.2	36.2	45.0	44.5	21.6	32.4	35.9
	3a	36,4	41,5	30.5	27,1	33,9	38,2	47,1	32,7	46,8	41.2
Agosto	1a	45,0	34.0	30,0	40,5	37,4	43,7	36.0	30,0	47,3	39.2
	2a	36,0	45.5	6.0	26.6	28.5	38.1	50.4	13.4	35.5	34.4
	3a	30,8	27,1	10.9	22,5	22,8	48,2	40,3	10.9	26,8	31.6
Settemb.	1a	50.7	29.2	47,0	12.5	34,9	59.5	40.1	48,0	15,9	40.9
	2a	35.5	27.0	36.0	9,5	27,0	42,6	27,7	33.0	18,0	30.3
	3a	35,2	17.3		22.7	18.8	38.8	19.2	5.6	29.5	23.3
Ottobre	1a	16,9	5,5	14,5	20,3	14,2	27,7	11,1	21,0	27,1	21.7
	2a	5,3	5,0	9,0	42,0	15,3	13,7	18,5	16,3	38,0	21.6
	3a		2,9		19,7	5,7	16,2	2,3	5.1	22,9	11,6
Novemb.	1a		10.0		8,0	4.5	0.9	18,0		24.0	10.7
	2a	5,2	3,0			2,1	9,2	17,9	5.5	11,5	11,0
	3a		2,8	12,2		3,8	24.0	6,0	30,0	1,8	15.5
Dicemb.	1a	1.0	2.0			0.8	3.8	13.5			4.3
	2a		5.0			1.3	13.6	19.3	2.0	6.5	10.4
	3a						5.5	6.6	7.6	8.5	7.1

MESE	Decade	10h-11h					11h-12h				
		1906	1907	1908	1909	Media	1906	1907	1908	1909	Media
		m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
Gennaio	1ª	16,5	26,4	18,3	30,0	22,8	18,0	30,0	31,7	19,6	24,8
	2ª	10,0	28,9	55,1	9,7	25,9	19,5	40,5	55,4	6,0	30,6
	3ª	33,4	8,2	19,1	16,7	19,4	39,7	11,9	18,7	15,6	21,2
Febbraio	1ª	31,5	23,1	37,4	16,6	27,2	28,7	35,5	48,5	33,2	36,5
	2ª	28,5	25,2	27,0	25,2	26,5	30,0	27,0	25,5	21,0	25,9
	3ª	33,8	37,7	51,1	5,5	32,0	41,2	39,2	52,1	5,5	34,5
Marzo	1ª	48,0	29,5	20,9	21,5	30,0	48,0	32,8	6,0	24,0	27,7
	2ª	37,8	50,6	17,9	18,0	31,1	36,0	50,5	18,0	25,7	32,6
	3ª	25,4	41,5	17,4	35,3	29,9	27,3	43,6	24,3	37,1	33,1
Aprile	1ª	21,3	29,1	31,2	40,7	30,6	22,1	28,6	37,1	49,7	34,4
	2ª	25,6	28,2	18,0	42,0	28,5	21,3	36,0	18,0	34,3	27,4
	3ª	34,5	36,7	36,0	25,6	33,2	24,0	45,1	36,0	18,0	30,8
Maggio	1ª	43,2	36,0	53,6	36,0	42,2	48,0	31,4	50,8	34,3	41,1
	2ª	24,5	24,0	18,0	34,8	25,3	29,9	24,0	18,0	36,0	27,0
	3ª	33,5	26,4	16,4	28,6	26,2	41,0	17,7	16,4	30,0	26,3
Giugno	1ª	47,1	20,8	28,6	33,6	32,5	55,8	18,0	24,0	24,0	30,5
	2ª	50,9	36,0	40,3	42,0	42,3	45,7	36,0	31,0	39,1	38,2
	3ª	54,0	39,0	34,5	40,7	42,1	48,5	38,8	30,0	40,5	39,5
Luglio	1ª	29,2	46,7	43,3	40,1	39,8	32,6	47,2	45,0	38,8	41,9
	2ª	48,0	49,0	29,3	38,4	41,2	48,0	53,5	34,6	37,0	43,3
	3ª	38,2	51,1	30,2	43,6	40,8	38,2	49,6	23,1	46,4	39,3
Agosto	1ª	42,0	36,0	28,4	42,0	37,1	43,8	36,0	31,8	35,3	36,7
	2ª	48,0	54,0	21,7	44,5	42,1	48,5	56,0	19,3	47,1	42,5
	3ª	45,6	38,5	10,9	37,1	33,0	45,9	35,7	12,5	37,1	32,8
Settemb.	1ª	60,0	39,4	48,0	24,0	42,8	60,0	46,3	54,0	24,0	46,1
	2ª	47,2	30,0	30,0	20,0	31,8	46,5	30,0	27,5	19,5	30,9
	3ª	35,8	22,5	6,0	26,3	22,7	40,5	22,0	11,5	35,6	27,4
Ottobre	1ª	28,5	0,8	21,0	31,7	20,5	31,3	10,8	28,7	33,6	26,1
	2ª	18,8	20,2	13,4	30,0	20,6	11,3	22,3	29,1	39,0	25,4
	3ª	21,1	0,6	20,9	25,0	16,9	21,8	5,0	21,8	32,7	20,3
Novemb.	1ª	1,1	18,0		30,0	12,3	6,0	18,0		30,0	13,5
	2ª	12,5	21,3		12,2	11,5	15,2	16,5		9,5	10,3
	3ª	26,7	4,7	36,2	21,8	22,4	27,6	7,8	36,0	30,0	25,4
Dicemb.	1ª	17,7	24,0			10,4	17,6	24,0		3,0	11,2
	2ª	28,0	34,2	6,0	7,3	18,9	42,0	30,0	12,0	6,0	22,5
	3ª	7,5	10,9	10,9	16,4	11,4	13,7	10,9	10,0	15,2	12,5

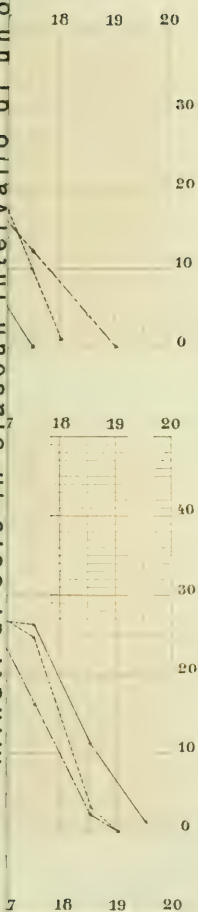
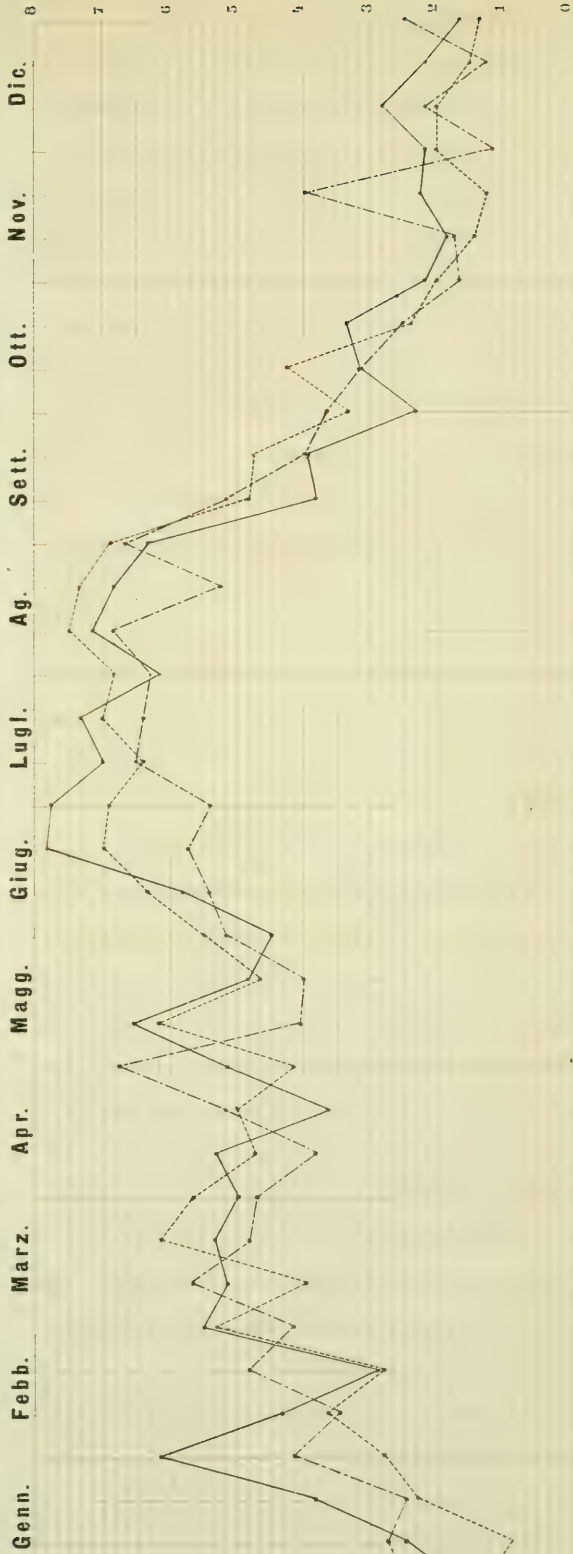
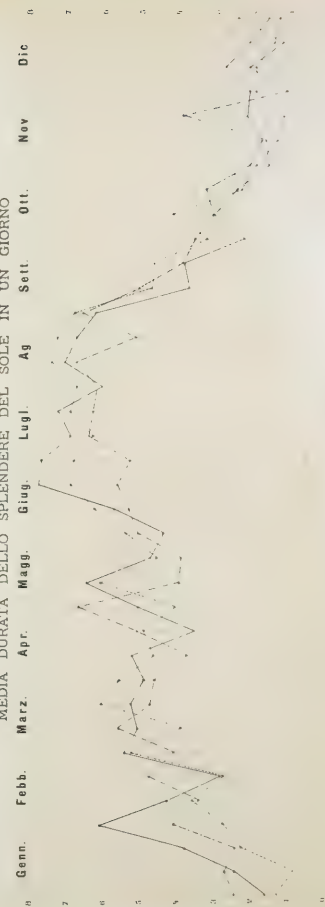
MESE	Decade	12h-13h					13h-14h				
		1906	1907	1908	1909	Media	1906	1907	1908	1909	Media
		m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
Gennaio	1a	20.0	30,0	42.0	12.0	26.0	24.0	28,5	42,0	4.5	24.8
	2a	37.2	53,5	60,0		37.7	33.9	60,0	60,0		38.5
	3a	51.5	23.5	21,8	10.9	26,9	49.7	30.0	21,8	12.7	28.6
Febbraio	1a	19.5	36,2	54,0	44,6	38.6	21.3	32,5	49,4	39,9	35.8
	2a	30.0	34.5	23.3	27,0	28.7	30.0	33.3	34.2	26.7	31.1
	3a	39,5	45.0	51,8	7,1	35,9	42.0	56,9	53.3	12,4	41.2
Marzo	1a	48,0	29.8	6,0	27,0	27,7	48,0	26.5	11,2	25,4	27.8
	2a	39.0	45.8	21,0	24,2	32.5	42,0	44.5	16.4	29.1	33.0
	3a	25.5	43.3	20.9	31,6	30.3	22.5	51,3	17,6	31.8	30.8
Aprile	1a	27.3	41,7	28.5	47,3	36.2	30,0	38.7	30,6	30.4	32.4
	2a	18,0	32,7	21.7	15,6	22,0	10,3	29,7	26.0	6,0	18.0
	3a	18,0	47,3	32,7	18.0	29.0	18,0	45.3	34,5	18,0	29.0
Maggio	1a	48,9	34,5	45,0	30,0	39,6	41.6	35,5	46.8	36.0	40.0
	2a	34.3	24.0	18,0	29,0	26,5	27.2	24,0	19,8	26.7	24.4
	3a	43,1	13,8	16.4	27.3	25,2	43.6	15.9	16.4	27,3	25.8
Giugno	1a	54.0	17,9	23,1	21,0	29,0	55,0	22,4	21.7	20.3	29.9
	2a	43.1	28.8	40.6	36.9	37.4	38.4	18.6	24.5	29.7	27.4
	3a	42,0	34,5	34,8	39,6	37.7	37,5	30.0	34.5	41.3	35.8
Luglio	1a	35.6	37.9	48.0	30.0	37,9	29,8	31,0	47,5	26.2	36.1
	2a	46.9	53.5	32,7	37,1	42.6	45.5	54.0	27,7	39,8	41.8
	3a	40.5	45.9	32.8	48.2	41,9	42.3	31.7	24.6	51.8	37.6
Agosto	1a	38.8	35.0	36.0	31.1	35.2	37.4	28.0	32,0	33.9	32.8
	2a	47,2	54,0	18.7	51,4	42.8	46,0	54,0	17,8	47,8	41.4
	3a	54.6	39,5	16,4	37.5	37,0	57.5	29,6	16.4	32.0	33.9
Settemb.	1a	56.5	36.9	54,0	24.0	42.9	53,0	33.4	54,0	17.2	39.4
	2a	48,8	28,1	28,0	22,3	31,8	47.0	25.7	31,3	19,9	31,0
	3a	42,0	21.7	24,0	37,4	31.3	41,1	21.8	18.7	38,4	30.0
Ottobre	1a	39,7	12,2	29.0	33.0	28,5	35.0	12,3	36,0	29,1	28,1
	2a	10,5	18.0	36.0	42,0	26,6	14,6	18,0	36,0	40,0	27.2
	3a	27,3	6,4	21,8	32,7	22,1	27.3	10,9	21,8	32,7	23.2
Novemb.	1a	41,6	18.0	4,3	30,0	23,5	12,0	18,0	6,1	19,5	13.9
	2a	14,0	27.4	16.0	14.7	18,0	17,3	30,0	30,0	6,0	21,8
	3a	24,0	13,5	42,0	34,8	28.6	30.0	12.0	46.7	21,7	29.0
Dicemb.	1a	23.7	24,0		1,0	12,2	19.5	24,0			10.9
	2a	36,7	33.4	12.0	6.0	22,0	37.9	36.0	12,0	6.0	23,0
	3a	16.4	10.9	9,1	13.1	12.4	19.1	10.9	10.9	11.1	13.0

MESE	Decade	14h-15h 1906	1907	1908	1909	Media	15h-16h 1906	1907	1908	1909	Media
		m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
Gennaio	1a	24,0	16,6	33.7	0.0	18,6	18.0	8,6	13,5	0,0	10.0
	2a	27.5	60.0	54.0		35,4	7,3	26,0	11,9		11,3
	3a	52,2	23.0	21,8	10,9	27,0	49.4	15,5	5,8	10.9	20.4
Febbraio	1a	28,0	38,0	49.2	31,1	36.6	29.5	25.7	32,2	32,6	30,0
	2a	30.0	27.8	31.2	24,0	28,3	30,0	30.0	23.4	24.0	26.9
	3a	45,0	55.5	52.2	11,0	40,9	45,0	47.0	41.3	10.7	36.0
Marzo	1a	48.0	21.9	24.5	20.8	28,8	48,0	18.0	25,8	18,2	27,5
	2a	46.5	47.8	26.3	36,8	39.4	40.3	50.0	29.6	24,0	36.0
	3a	26,8	55,0	14.8	34,6	32.8	29.2	52.6	10.5	35.1	31.9
Aprile	1a	28.0	33.0	23,0	31.9	29.0	26.2	25.4	20,4	24,0	24,0
	2a	6.0	28.7	20.5	14.5	17,4	6,0	30,7	26.4	32.3	23.9
	3a	18,0	46,9	38.8	18,0	30,4	18,0	46.2	36.0	18,0	29,6
Maggio	1a	40,2	30,4	46.5	36.0	38,3	36,3	26.2	38,1	33,0	33,4
	2a	22.1	18,0	31.3	27.9	24,8	22,2	21,0	34,2	24.5	25,5
	3a	38.9	17.8	16.4	18.9	23.0	38.6	13,6	16,4	16.9	21,4
Giugno	1a	49.0	27.1	19.1	12,2	26.9	45.9	36,7	10.5	3.0	24.0
	2a	37,0	28,0	15.9	22,5	25.9	32.2	35,7	16.5	14.0	24,6
	3a	37.2	21.2	34.5	34.0	31.7	43.6	12,0	33,1	36.8	31,4
Luglio	1a	25.5	25.1	40.0	22.2	28.2	22.1	29.1	20.5	19,5	22,8
	2a	32,7	49.0	17.4	31.2	32,6	33.8	37.4	11,5	22.5	26.3
	3a	36.1	33.3	20.6	44.5	33.6	30.0	32.4	21.1	46.1	32.4
Agosto	1a	42,0	31.7	27.2	35,2	24.0	31.4	31.4	24.0	31.5	19,6
	2a	43.8	54,0	18,0	48.0	41,0	36,6	54.0	13.1	49.9	38.4
	3a	58.7	21.5	16.4	28,2	31.2	49.4	32.7	16.4	30.2	32.2
Settemb.	1a	51.0	34.3	54.0	18.0	39,3	49.0	35.5	54,0	18.0	39.1
	2a	47.9	27.0	42,0	26.8	35,9	39.4	27.4	42.0	21,0	32,5
	3a	37,8	21.8	24.0	39.9	30,9	38,4	23.4	23.2	35,1	30.0
Ottobre	1a	34,5	19.8	36.0	26,5	29.2	29.3	22.8	36.0	25.6	28,4
	2a	9.0	22.0	36.0	42.0	27.3	6.0	18.8	25.7	36.0	21.6
	3a	27.3	10.9	21.8	32.7	23,2	17,6	5.5	18,2	27.3	17.2
Novemb.	1a	9.0	11.0	12.0	24.0	14.0	6.0	4,7	10,3	21.0	10.5
	2a	15.3	30.0	22.0	6.0	18.3	13.0	13.1	6,0	9.8	10.5
	3a	26.0	3.5	45.0	17,7	23.1	30.0		22.2	9.9	15.5
Dicemb.	1a	24.0	24.0			12,0	29.6	2.0			7.9
	2a	31.5	25.0	12.0	6.0	18.6	19.5	7.5	6.0	2.5	8.9
	3a	19.3	8.5	10.0	15.9	13,4	9.5		1.8	3.0	3.6

MESE	Decade	16h-17h					17h-18h					18h-19h				
		1906	1907	1908	1909	Media	1906	1907	1908	1909	Media	1906	1907	1908	1909	Media
		m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
Gennaio	1a	2.4	0,0	0,0	0,0	0.6	0,0	0,0	0,0	0,0	0.0	0,0	0,0	0,0	0.0	0.0
	2a		1,0			0,3										
	3a	15,2	5,5		6,3	6,8										
Febbraio	1a	13.8	7.8	0,7	25,6	12,0				5.3	1.3					
	2a	16,9	6.5	1.2	15,2	10.0	3.2			1.4	1.1					
	3a	33,6	22,4	14,4	5,6	19,0	7.4	1,8		3.3	3.1					
Marzo	1a	39,0	14,7	11,3	8,3	18,3	13,9	8.0		1,5	5.9					
	2a	42.0	41,7	19,9	19,5	30,8	19,9	2,3		4,5	6.7					
	3a	20,0	42,0	5.1	35,4	25,6	6,6	5.3	2,1	27.1	10.3				4.1	1.0
Aprile	1a	19,2	14.6	19.1	24,0	29,2	12,7	3,0	4,5	24.0	11.1	3,0	3.9		8.9	4.0
	2a	4,3	27,2	17,5	36,6	21,4		7,9	3,0	42,0	13.2				12.8	3.2
	3a	18,0	35,5	16,7	22,8	23,3	18,0	12.8	1,5	18.0	12.6	3.9			9.2	3.3
Maggio	1a	38.5	29,8	25,7	30,0	31,0	34,5	19.8	8,5	28,8	22.9	3.2			8.9	3.0
	2a	20,7	18,2	30.0	21,3	22,6	12,8	10,5	13,3	7,7	11.1					
	3a	28,7	15,7	20.5	16,4	20.3	25,4	13,4	11,5	10,5	15.2	5.0				1.3
Giugno	1a	44,0	31.6	10.1	2,1	22.0	24,7	11,5	3,5	0.9	10.2					
	2a	26,1	25,5	2,0	6,0	14,9	11,1	7,5		3,8	5.6	3.0				0.8
	3a	24,0	12,0	11,7	33,3	20.3	15,4	7,3	1,5	26,6	12.7				8.0	2.0
Luglio	1a	14.3	25.5	27,0	12,0	20,0	10,2	11,7	9,3	9,0	10,1				3.0	0.8
	2a	34.4	40,5	23.5	27,3	31.4	19.8	14.9	12,3	12,4	14.9				3.0	0.8
	3a	27,3	31,8	15,2	41,3	38,9	25,0	13,8	7.7	40,8	21,8		2.7		15.1	4,5
Agosto	1a	31,8	26,0	13,8	32,1	25,9	20,4	3,0		30,0	13.4				9.2	2.3
	2a	39.9	51.0	11.4	49,5	38.0	27.2	22.1		40.1	22.4	0.7			9.8	2.6
	3a	46.2	28.6	6.8	29,9	27,9	26.3	9,5		25,0	15.2				7.0	1.8
Settemb.	1a	43.5	17.2	54.0	18,0	33.2	12.6	2.5	16.1	18.0	12.3				12.5	3.1
	2a	26,8	22,7	42.0	24,2	28,9	11.5	3,8	11,2	9,8	9.1					
	3a	24.0	1.5	9,6	33,9	17,2	2,3			11.4	3,4					
Ottobre	1a	11,2	6,5	22,6	25,3	16,4				6,3	1,6					
	2a	6,0	3,0	7.6	34,3	12.7	2,0			7.4	2,4					
	3a	16,4		6,9	9,2	8,1	4,1				1,0					
Novemb.	1a	2,5		4,7	11,2	4,6										
	2a	4,9			2,3	1.8										
	3a	18,0		3,0	1.7	5,7										
Dicemb.	1a	10,8				2,7										
	2a	0,7	3,0			0,9										
	3a	1,4				0,4										

TABELLA V. — Medie decadiche e mensili della durata effettiva dello splendere del sole degli anni 1906, 1907, 1908, 1909 con le rispettive medie quadriennali

MESI	1ª Decade					2ª Decade					3ª Decade					MESE				
	1906	1907	1908	1909	Media	1906	1907	1908	1909	Media	1906	1907	1908	1909	Media	1906	1907	1908	1909	Media
	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m
Gennaio	2.21	2.43	3.10	1.36	2.28	2.15	2.50	5.25	0.26	2.44	5.21	1.59	1.58	1.28	2.42	3.23	3. 8	3.28	1.10	2.48
Febbraio. . . .	3.42	3.38	5.16	3.59	4. 9	4.17	3.17	3.23	2. 0	3.29	5.45	5.56	6.34	1. 4	4.55	4.30	4.11	5. 2	2.41	4. 6
Marzo	7.11	3.50	2.33	2.53	4. 7	6.59	7.56	3.33	3.47	5.34	4. 1	7.39	2. 5	5.33	4.50	6. 0	6.31	2.43	4. 7	4.50
Aprile	4.11	4.29	4.33	5.51	4.46	2.16	4.34	3.22	5.17	3.52	4.31	6.56	5.17	3.51	5. 9	3.40	5.20	4.24	5. 0	4.36
Maggio	7.29	5.21	7.38	6.27	6.44	4.50	3.48	3.46	3.56	4. 5	6.25	3. 5	2.33	4. 6	4. 2	6.15	4. 2	4.40	4.48	4.56
Giugno	9.43	4.27	3.15	3.11	5. 9	7.48	4.43	4. 7	4.55	5.23	7.54	4. 0	4.59	6.10	5.46	8.29	4.23	4. 7	4.45	5.26
Luglio	3.59	5.50	6.32	5.17	5.25	7.42	8. 4	4.32	5.33	6.28	6.16	6.59	4.22	7.57	6.24	6. 0	6.58	5. 7	6.19	6. 6
Agosto	7. 1	5.27	5.30	7. 5	6.16	7.22	9.16	2.44	8. 5	6.52	8. 2	5.15	2.28	5.19	5.16	7.29	6.36	3.32	6.46	6. 6
Settembre. . .	8.38	5.18	8.52	3.27	6.34	6.48	4.18	5.57	3.14	5. 4	5.57	2.53	2. 3	5.12	4. 1	7. 6	4.10	5.37	3.56	5.12
Ottobre	4.16	1.42	4. 5	4.26	3.37	1.35	2.26	3. 3	6. 0	3.16	2.59	0.45	2.18	4. 1	2.31	2.57	1.36	3.16	4.47	3.17
Novembre. . .	0.49	1.56	0.37	3.18	1.40	1.47	2.39	1.20	1.12	1.45	3.26	5.25	4.33	2.25	3.57	2. 1	1.48	2.10	2.18	2. 4
Dicembre . . .	2.28	2.18	0. 0	0. 4	1.12	3.30	3.13	1. 2	0.40	2. 6	1.32	0.59	1. 0	1.23	1.14	2.28	2. 8	0.41	0.44	1.30

DEL SOLE
Minuti di sole in ciascun intervallo di un'ora
18
19
20
0
10
20
30
40
Tabella III
MEDIA DURATA DELLO SPLENDERE DEL SOLE IN UN GIORNO
Genn.
Febb.
Marz.
Apr.
Magg.
Giug.
Lugl.
Ag.
Sett.
Ott.
Nov.
Dic.
0
1
2
3
4
5
6
7
8
Le linee ——·—— sono per il quadriennio 1906-09

Relazione intorno alla memoria del Prof. E. Martel: *Nuove Contribuzioni all'Anatomia delle Solanacee.*

Col titolo: " *Nuove Contribuzioni all'Anatomia delle Solanacee* „ il Prof. E. Martel, presenta due lavori, dei quali uno si riferisce al fusto, e l'altro al fiore di alcune di queste piante.

Nella prima Nota (che è la più importante), il Martel si occupa dello studio del " *libro interno* „ del fusto.

L'A. rivolge dapprima la sua attenzione all'esame dei tessuti meccanici, che egli studia successivamente in varie specie, giungendo così alla conclusione, che, in generale, nelle *Solanacee*, l'apparato meccanico è relativamente molto più sviluppato, che nelle altre piante annuali.

Nelle *Solanacee* perenni, nota l'A., che la rigidità dei rami si ottiene specialmente per un processo di sclerotizzazione dei tessuti, il quale talora si spinge sino ad invadere completamente anche il midollo.

Dopo aver rapidamente passato in rassegna le opinioni degli Autori sull'origine del " *libro interno* „ e rilevate le divergenze che a questo riguardo si notano, l'A. espone i metodi di studio da lui usati per giungere alla soluzione del problema, giovandosi di sezioni in serie, condotte dal colletto della radice sino al punto in cui l'anello legnoso si fa completo; e di preparazioni fatte, a livello, e poco sotto la regione dell'apice vegetativo.

Le due serie di osservazioni, concessero di poter concludere che i due " *libri* „ hanno comunanza di origine.

L'A. completa queste sue osservazioni coll'esame minuto delle due specie di " *libro* „ che egli trova identiche e che egli segue nel passaggio dal fusto alle foglie, onde studiare il loro modo di comportarsi rispettivamente agli altri tessuti.

L'A. dimostra come il " *libro esterno* „ nelle *Solanacee* ordinariamente si estingua, o si modifichi in modo tale da rendersi inservibile; mentre invece il " *libro interno* „ conserva i caratteri che gli sono proprii e prosegue da solo nel suo ufficio funzionale.

Mentre normalmente nelle piante annuali si forma scarso il parenchima liberiano e meschina è la produzione dello xilema: nelle *Solanacee* invece, questi due sistemi di tessuti acquistano uno sviluppo assai notevole.

Dal complesso dei fatti esposti nella Memoria, l'A. giunge alla conclusione che le *Solanacee* si differenziano dalle altre Famiglie, anche perciò che esse dimostrano caratteri anatomici intermedii fra le piante annuali e quelle perenni.

La Nota seconda si riferisce al rovesciamento che subisce colla maturazione il calice della *Datura Stramonium* Linn., il quale viene a formare al disotto del frutto una specie di guaina particolare.

Questo fenomeno si produce dopochè il calice si è dimezzato, ed è, secondo le ricerche del MARTEL, dovuto essenzialmente all'accrescimento straordinario in spessore che subisce la base dell'ovario, che determina così il rovesciamento.

I fatti descritti nei due lavori sono dimostrati da disegni illustrativi tolti dai preparati.

Quantunque non scevre da leggiere inesattezze di nomenclatura e bibliografia, le due Note del Prof. MARTEL, perciò che illustrano accuratamente alcuni fatti anatomici nuovi e di una innegabile importanza, ci paiono degne di essere accolte dall'Accademia, epperò ne proponiamo la pubblicazione nei volumi delle Memorie.

C. F. PARONA

ORESTE MATTIROLO, *relatore.*

Relazione sulla memoria: *Il Gruppo dell'Argentera*; studio geologico del Prof. FEDERICO SACCO.

Il lavoro in esame è una monografia geologica sul gruppo montuoso dell'Argentera, detto anche del Mercantour, che forma il massiccio principale e quasi centrale delle Alpi Marittime, e che si estende per la maggior parte in territorio italiano e per la minore in territorio francese del Dipartimento di Nizza.

Premesso un indice bibliografico, l'A. esamina i principali studî geologici e paleontologici sulla regione, prima di passare alla descrizione delle singole formazioni che la costituiscono.

Siccome la formazione più antica, più estesa e potente nella costituzione del massiccio è quella gneissica, l'A. ne parla a lungo. In proposito è notevole il fatto, che, mentre generalmente si interpretava il massiccio gneissico come costituente nell'insieme un grandioso anticlinale con nucleo granitico, all'A. invece la zona gneissica risulterebbe rappresentata da tre anticlinali subparallele, tra loro fortemente compresse, tanto che i banchi sono sollevati quasi alla verticale ed anche rovesciati verso l'esterno della regione gneissica. L'affioramento granitico apparirebbe poi nella parte centrale della sola anticlinale mediana, con irradiamento di filoni aplitici nella massa gneissica.

L'A., evitando le discussioni teoriche e limitandosi ad esporre i fatti osservati, ne indica parecchi interessanti riguardo ai rapporti dei graniti coi gneiss, segnalando delle lenti ed una potente zona di gneiss, estesa per circa tre chilometri, comprese nella tipica formazione granitica. Così, in considerazione di passaggi litologici e stratigrafici dal Permo-Trias alla parte superiore della serie gneissica e della presenza di scisti cristallini a caratteri clastici e persino di lenti di conglomerati gneissiformi in questa stessa zona superiore, è indotto ad ammettere, che questi gneiss, invece che arcaici, come generalmente si ritiene, rappresentino il prodotto del profondo metamorfismo di depositi paleozoici, analogamente a quanto si osserva più ad oriente nel gruppo della Besimauda e nel Savonese. Anzi nelle propaggini più orientali della formazione gneissica in questione, l'A. segnala il fatto pure interessante della comparsa di roccie cristalline di tipo appenninitico tra lo gneiss ed il sovrastante terreno triasico.

In seguito viene descritta la formazione permo-triasica, costituita da terreni sedimentari, scisti argillosi e anageniti, riferibili al Permiano, e quarziti con altri scisti argillosi, che rappresentano il Trias inferiore; ma per i graduati passaggi fra questi depositi, l'A. non crede opportuno separarli, considerandoli dovuti ad un continuato fenomeno di sedimentazione terrigena, prevalentemente argillosa verso sud e ciottolosa verso est.

Nei successivi capitoli sono più rapidamente esaminate le formazioni mesosozoiche ed eoceniche nei loro caratteri litologici, paleontologici, tettonici, di sviluppo regionale ecc.

Con maggior estensione l'A. si occupa dei depositi e dei

fenomeni quaternari, che nella regione montuosa in esame ebbero uno sviluppo veramente straordinario, specialmente i fenomeni glaciali, che vi lasciarono traccie estesissime, con depositi morenici, arrotondamenti, e peculiari fisionomie di valli, laghetti, ecc. A tale proposito però è da notare che l'A. attribuisce una scarsa efficacia erosiva all'azione glaciale; e questa conclusione, rispetto ad una questione assai discussa, merita d'esser presa in considerazione.

Il lavoro è illustrato da una carta geologica alla scala di 1 : 100.000, sulla quale sono delimitate tutte le formazioni riconosciute dall'A. nel gruppo montuoso dell'Argentera; da due sezioni geologiche condotte attraverso il gruppo e che ne chiariscono la struttura assai complicata, segnatamente nella parte centrale gneissica; inoltre sulla carta geologica, con speciali segni, è opportunamente indicato l'andamento stratigrafico, per facilitare l'interpretazione tectonica di ogni parte del massiccio.

Il catalogo bibliografico colle sue numerosissime citazioni ed il riassunto degli studi già fatti da altri autori sulla regione, dimostrano l'accurata preparazione al rilevamento ed alla interpretazione geologica. Tuttavia, a far meglio risaltare l'opera dei suoi predecessori, sarebbe anche opportuno che nella parte descrittiva, allorchè accenna alle loro ricerche, l'A. richiamasse opportunamente con numeri le citazioni relative del catalogo bibliografico. Ma, a parte questo rilievo ad una consuetudine dell'A., la monografia in esame per le nuove particolarità tectoniche che ne risultano, per la completa e sistematica descrizione, si presenta come studio generale utile alla conoscenza di un gruppo montuoso, che nel riguardo geologico e geografico è considerato fra i nuclei più importanti delle Alpi Occidentali. Ne proponiamo quindi l'accettazione per la stampa nei volumi delle Memorie.

G. Spezia
C. F. Parona, *relatore*.

L'Accademico Segretario
Corrado Segre.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 1° Gennaio 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO S. E. PAOLO BOSELLI

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: MANNO, Direttore della Classe, RENIER, PIZZI, RUFFINI, D'ERCOLE, BRONDI, SFORZA, EINAUDI, BAUDI DI VESME, SCHIAPARELLI e DE SANCTIS Segretario. — È scusata l'assenza del Socio CARLE.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 11 dicembre 1910.

Il Presidente porge ai Soci auguri affettuosi per l'anno nuovo.

Si dà lettura di una circolare del Comitato Nobel della R. Accademia delle Scienze di Stoccolma, che invita i membri della nostra Accademia a presentare candidati al premio Nobel per la letteratura.

D'ufficio vien presentato l'opuscolo del Socio corrispondente Giuseppe BOFFITO, *Dante, Sant'Agostino ed Egidio Colonna*, Firenze, 1911.

Il Socio RENIER presenta, anche a nome del Socio SFORZA, lo scritto del Socio corrispondente Isidoro DEL LUNGO, *Il canto XVII del Paradiso letto nella sala di Dante in Orsanmichele con appendice sul primo rifugio e primo ostello di Dante in*

Verona, Firenze, Sansoni; e illustra l'importanza di questo lavoro colle seguenti parole:

Il commento al canto XVII del *Paradiso*, ch'è l'ultimo della trilogia meravigliosa di Cacciaguida, merita nota provenendo da uno dei più profondi conoscitori della storia medievale fiorentina, di Dante e della lingua toscana arcaica, il nostro Socio corrispondente Isidoro Del Lungo. Io non starò qui a richiamare le chiose acute e calzanti con che il nostro Socio illuminò il canto nel leggerlo in Orsanmichele, nè m' industrierò di ritrarre l'eloquenza vera e calda con cui seppe far rivivere in ogni particolare la profezia del vecchione beatificato nel cielo di Marte: la critica, in questi casi, assorge ad opera d'arte, e farne riferimento sarebbe sciuparla. Mi atterrò invece a più umile intento: accennare, cioè, l'opinione che il Del Lungo qui ribadisce, dopo averla da più di trent'anni sostenuta e sempre meglio maturata nel pensiero. Essa riguarda il tratto profetico che dal v. 46 va al 93 del canto XVII. Ivi è parola delle guerre mugellane, con le quali i Bianchi fuorusciti tentarono di ritornare a forza nella patria diletta; ivi è la fiera riprovazione di Dante per i suoi compagni d'esilio ed il conseguente appartarsi di lui; ivi la menzione del “ primo rifugio „ e del “ primo ostello „ in Verona, presso gli Scaligeri, e l'esaltazione di Cangrande. Sostenne già, ed ora meglio sostiene il Del Lungo, che per quanto il poeta, sdegnosamente ritrattosi dalla “ compagnia malvagia e scempia „ si fosse fatto parte per sè stesso (e ciò, come risulta da un documento bolognese fatto conoscere da Emilio Orioli nel 1896, sin dal giugno del 1303), egli continuò a seguire, non pertanto, le speranze ed i tentativi dei suoi compagni d'esilio, fino a che, disingannati e avviliti, essi non desistettero da ogni sforzo di guerra, cioè sino al 1307. In questo periodo vagò il poeta in varie contrade d'Italia, disimpegnò uffici e sperimentò quanto fosse duro calle “ lo scendere e il salir per l'altrui scale „. Ma solo quando ogni speranza di tornare all'ombra del bel San Giovanni fu irremissibilmente perduta, egli consentì di riparare stabilmente in una corte, che fu il suo “ primo rifugio „ ed il “ primo ostello „: nel 1308 l'ospitale Alboino della Scala lo ebbe presso di sè, in quell'anno

appunto in cui s'era associato nel potere il giovine fratel suo Cangrande. Non prima, come generalmente si ritiene.

Mentirei se dicessi che per questo eloquente rincalzo dato alla sua tesi abbiano perduto ogni importanza le obiezioni già fatte valere dagli avversari in addietro; ma è certo che difficilmente un quesito storico rilevante, siccome quello che mira a determinare un punto essenziale nelle oscure vicende di Dante esule, avrebbe potuto trovare un critico che lo esaminasse e lo chiarisse con acutezza, maestria e vivacità pari a quelle palesate dal Del Lungo. Sa il Cielo se la critica dantesca, professata in tutto il mondo civile con tanto fervore, raggiungerà mai la certezza intorno alla cronologia delle peregrinazioni dolorose di Dante, cacciato fuori dall'ovile diletto; ma indagini come questa del Del Lungo, dovute ad alta coscienza di storico e di letterato, meriteranno sempre il maggiore rispetto e la maggior gratitudine.

Aggiungo volontieri, che in un particolare, legato alla argomentazione del Socio nostro, io sono ormai da lunghi anni del tutto concorde con lui. Egli ritiene che solo a Verona, quando l'animo di Dante, agitato prima come mare in tempesta, riuscì a quetarsi, cominciasse la stesura dell'immortale poema, " sin allora fra le turbolenze e le ansietà e le illusioni meditato, " e preparato con gli ardui magnanimi studî, dei quali le opere " minori sono come le pietre miliari nel cammino doloroso „. Il poema a cui posero mano e cielo e terra è, almeno in grandissima parte, opera veronese e ravennate; presso gli ospitali Scaligeri e presso i Polentani, nella città vetusta che fiancheggia sotto i colli ridenti il rapido Adige e nella melanconica capitale dell'esarcato fulgida d'arte e di storia, si svilupparono i mirabili canti, a cui Dante affidò tutta l'anima sua e la sua vendetta, a cui la nostra Gente deve uno dei titoli maggiori di gloria perenne.

Il Socio Ruffini offre un proprio scritto dal titolo: *Perchè Cesare Baronio non fu Papa; contributo alla Storia della monarchia sicula e del " Jus esclusivae „*, Perugia, Bartelli e C., 1910, informando largamente la Classe intorno al suo contenuto.

Il Socio D'Ercole presenta i seguenti suoi opuscoli:

Necrologio, ovvero il pensiere, gli scritti e l'insegnamento del professore P. R. Trojano. Estr. dall' " Annuario della R. Università di Torino „, an. 1909-1910, Torino, Paravia, 1910;

L'insegnamento filosofico e pedagogico del prof. G. Allievo. Estr. dalla " Rivista pedagogica „, Modena, Formiggini, 1910;

L'essere evolutivo finale come tentamento di una nuova concezione ed orientazione del pensiero filosofico uscente dall'Hegelianismo. Estr. dalla " Rivista di Filosofia „, Modena, Formiggini, 1910;

La reintegrazione della Facoltà teologica. Estr. dalla " Rivista di Filosofia „, Modena, Formiggini, 1910.

Il Socio Ruffini presenta per l'inserzione negli *Atti* una nota del Prof. Piero Giacosa, intitolata: *Sulla morte di Amedeo VII*; e legge poi, anche a nome dei Soci D'Ercole e Renier, la relazione intorno alla memoria del Prof. Annibale Pastore, *Dell'essere e del conoscere.*

La Classe approva la relazione e, presa cognizione dello scritto, ne delibera a scrutinio segreto la inserzione nelle *Memorie accademiche.*

Costituitasi quindi la Classe in seduta privata nomina i Soci Sforza e Carle rappresentanti della Classe nel Consiglio di Amministrazione dell'Accademia.

LETTURE

Sulla morte di Amedeo VII.

Nota di PIERO GIACOSA.

Il Conte Rosso aveva trentadue anni allorchè infermò della malattia che doveva condurlo a morte. Le sue imprese guerresche, la sua passione per i tornei e per la caccia inducono a credere che nella prima gioventù fosse sano e gagliardo; ma nell'estate del 1391, allorchè per consiglio di sua madre accolse il medico Granvilla e s'affidò alle sue cure, ci appare come un uomo precocemente invecchiato e malaticcio. Aveva fatto ad Ivrea una caduta da cavallo e gli permaneva un dolore alla spalla; era pallido e magro, gli cadevano i capelli a chiazze. Forse si trattava d'una tricofitosi, non potendosi parlare in quell'epoca di alopecia celtica. La sua debolezza (che è anche provata dalla sua se non abolita almeno scemata virilità, a confortare la quale egli sottoponeva se e la moglie ad una cura di beveraggi afrodisiaci) non lo dissuadeva tuttavia dal darsi al suo spasso favorito, la caccia, nè gli impediva di sottoporsi agli strapazzi delle lunghe cavalcate e dei disagiati viaggi.

Per convincersi di questo basta seguire la sua vita negli ultimi mesi. Partito da Ivrea, ferito, nel giugno si mette in viaggio per venire a Ripaglia, percorrendo la Valdosta, valicando il Piccolo San Bernardo e traversando per Mouthier e Conflans. Giunto in pieno estate al suo castello, non posa; dal 4 al 10 settembre fa una corsa a Berna, il 22 e il 23 traversa il lago per andare a Losanna e alterna queste escursioni con partite di caccia. Nei giorni immediatamente precedenti la malattia cioè la domenica 15 ottobre, il successivo mercoledì, poi il sabato, domenica, lunedì e martedì era ancora a cacciare con

numerosa compagnia (1), e durava a quest'esercizio benchè avesse la testa fasciata per una cura rivulsiva che gli si faceva al cuoio capelluto. È appunto in questo periodo che un suo chirurgo, il Cheyne, lo vide e lo trovò di buon umore e sano (2); il che prova che nè il sanitario nè il Conte non diedero gran peso al fatto della medicazione al capo, sulla quale più tardi si insistette poi tanto.

In questo uomo giovane ancora, ma sciupato e malaticcio, che affronta disagi e strapazzi (3) e s'assoggetta a energiche cure, il martedì 24 ottobre si manifesta un primo sintomo. Tornando da caccia non può aprire la bocca; le mascelle sono chiuse come una morsa, tanto che neppure un' unghia può passarsi fra i denti; non è se non a stento che gli riesce di parlare e mostrare la lingua che appare coperta di vesciche; il che prova che il fenomeno del serrarsi spasmodico della bocca (che oggidì si chiama trisma) non è continuo ma sopravviene ad accessi.

---

(1) La maggior parte dei documenti relativi alla malattia del Conte Rosso sono riprodotti in Bruchet, *Le Château de Ripaille*, Paris, Delagrave, 1907. A pag. 393 i conti della casa indicano le giornate di caccia e le provviste quotidiane che si aggirano intorno a 300 pani, 4 o 5 sestarii di vino e 3 o 4 quarti di vacca.

(2) " Circa ebdomadam ultimam mensis octobris „ (qui è un errore di data; il Cheyne più sotto dice che erano tre o quattro giorni prima della malattia, quindi verso il 19) " ... ipse eundem dominum nostrum co-" mitem ibidem vidit sanum et illarem, excepto quod dolebat modicum in " spatula... dicta ebdomada... eundem... comitem sanum et illarem et in " bono statu dimisit „. Dep. Cheyne in Bruchet, l. c., p. 422.

(3) Nella casa del principe non tutti approvavano questo abuso del cacciare per un uomo della sua tempra e delle sue condizioni. Il paggio di Neuvecelle, che visitò il Conte il 28 ottobre allorchè era già assai aggravato, dopo salutatolo gli disse che ne aveva per le sue caccie (Bruchet, l. c., p. 426). Al che il Conte risponde che le caccie non c'entrano per nulla, ma la colpa è di una unzione troppo forte fattagli al capo per far ricrescere i capelli. La leggenda della cura al capo come causa dell'avvelenamento, di cui nelle deposizioni del barbiere Alet e del Cheyne, si forma dunque in questi giorni. Ma pare che il Conte facesse altri spropositi ancora. È probabile che nel periodo della cura al capo e delle caccie, in cui il Cheyne lo trovava sano ed ilare, egli e la moglie abbiano preso un beveraggio consigliato dal Granvilla, i cui effetti si videro otto mesi e 26 giorni dopo la morte del Conte col nascere d'un figlio. La deposizione di I. de Champeaux (Bruchet, l. c., p. 425) conferma il fatto del poculo amatorio che successe prima che il Conte si mettesse a letto per malattia.

Si mandò subito per il medico, col quale il Conte si lagnò pure di un dolore alla nuca (1). L'indomani mercoledì il Conte si alzò per andare a messa; ma tornato a casa dovette mettersi a letto e si sentì peggiorare. La sua condizione tuttavia apparve soltanto grave ed inquietante il venerdì 27, quando il Conte per un brusco invertirsi delle sue disposizioni d'animo, di cui vedremo la causa occasionale, giudicò d'essere avvelenato, vide nel suo medico il colpevole e non solo lo licenziò, ma lo volle fare arrestare.

Dell'andamento clinico della malattia, che terminò colla morte seguìta il giovedì 2 novembre all'una del mattino, abbiamo particolari più che sufficienti per la diagnosi, se pure non numerosi e non dovuti agli uomini dell'arte.

I medici ordinarii del Duca, sopraggiunti dopo la cacciata del Granvilla, se nella loro deposizione ci dànno informazioni sui rimedii somministrati, se ci dicono anche la diagnosi sulla quale tutti sono d'accordo, il che ha un eccezionale valore probativo, tacciono della condizione del malato, dei sintomi, del decorso. Ma spigolando nelle deposizioni dei famigliari troviamo particolari tanto più preziosi in quanto, senza essere inquinati dalla terminologia medica spesso tendenziosa, sono concordi: troviamo che gli accessi di spasmo (e non limitati ai masseteri) si ripetevano di frequente accompagnati da dolori atroci a tutti i tendini e muscoli del corpo ma sopratutto alla nuca; che il malato non poteva deglutire bene e parlava con stento; che aveva un forte meteorismo accompagnato da stitichezza. Non troviamo per contro fatta menzione di vomiti, di diarree, nè di fenomeni gastroenterici in genere; nessuna lesione dell'intelligenza, la quale anzi è dichiarata illesa fino a poche ore prima della morte (2).

(1) La deposizione di Champeaux (Bruchet, l. c., p. 425) parla chiaramente di un dolore retro caput, *au cochon* (cochon = nuca); altre deposizioni hanno soltanto dolore al collo. Il dolore era accompagnato da rigidità " ...quod se juvare non poterat de collo „ dice il teste P. de Neuvecelle (Bruchet, l. c., p. 426).

(2) " Nervi corporis sibi dolebant ... sibi respondet dolor *ou* (au) *cochon* " retro caput ... et ... non poterat comedere propter dolorem quam paciebatur in collo nec eciam bene loqui „ (dep. Champeaux, Bruchet, l. c., p. 425). Nella terminologia medica dell'epoca la parola *nervus* significa sopratutto tendine; significato conservatosi nel linguaggio comune e fissatosi nelle parole nerbo e nerboruto. — " In dicta sua infirmitate habuit plu-

Sul reperto cadaverico abbiamo scarsissimi dati; sezione non si fece, e non era neppure l'uso del tempo; se anche avesse avuto luogo non avrebbe potuto darci elementi maggiori, tranne che per quanto si riferisce a lesioni o ferite esterne. Sappiamo soltanto che il cadavere che era stato affidato al Cheyne perchè lo preparasse in modo da potere conservarsi cinque o sei giorni senza fetore (1), mostrava al dorso delle striature livide, come di colpi di verga o di scudiscio (2). Le unghie erano livide.

Infine a completare il reperto postmortale aggiungerò che in seguito a clisteri fatti dal Cheyne al Conte già morto si emise una materia fecale che il chirurgo in presenza di testimoni disse di riconoscere come velenosa o infetta di veleno (3).

" ribus vicibus passmum " (dep. Péronet Alet, Bruchet, l. c., p. 415). La difficoltà di deglutire è comprovata dallo stesso teste (p. 414) quando parlando dell'unicorno dice: " dominus nihil voluit vel potuit sumere ". I dolori generali si deducono dalla risposta del Conte al Neuvecelle (Bruchet, l. c., p. 426) che gli chiedeva " si habebat malum nisi in collo "; ed il Conte ... " sic per totum corpus et quod non habebat membrum quod posset " ipsum sustinere ". Parlando col de la Fléchère il Conte paragona sè a S. Lorenzo arrostito e tormentato (Bruchet, l. c., p. 424). Per il meteorismo: " Habuit... ventrem adeo inflatam quod se depremi faciebat ventrem " per unum de scutifferis suis ad resistendum dicte inflature " (dep. Péronet, Bruchet, l. c., p. 415). Il meteorismo associato alla contrazione tetanica dei muscoli dell'addome doveva dare atrocissimi dolori. La stitichezza accompagnante il meteorismo è dimostrata dal fatto che fra i rimedî acquistati il 30 e 31 ottobre, oltre a due borse di cuoio per clisteri, figurano ierapigra, cassia, fistula, olio d'olivo e altre sostanze purgative. La circostanza della integrità delle funzioni psichiche è anche affermata chiaramente nella requisitoria (Bruchet, l. c., p. 412) " ...comes tempore sue mortis " et antequam diu stetit in dicta infirmitate, erat, fuit et stetit in bonis " sensu et memoria discretione et intellectu ". Vedi pure la dichiarazione di Guglielmo Francon, confessore del Conte Rosso, in Bruchet, l. c., p. 434.

(1) La lista delle sostanze usate per questa sorta d'imbalsamazione si compone tutta di droghe aromatiche che non potevano avere un gran potere antisettico (Bruchet, l. c., p. 392). Alla conservazione del cadavere provvide probabilmente la stagione già rigida.

(2) Le lividure le vide pure il barbiere Alet; il panattiere del Conte che svestì il cadavere col Cheyne ci descrive il dorso " cassatum, nigrum " et rubeum ad modum ac si fuisset flagellatus et virgis verberatus " (Bruchet, l. c., p. 425).

(3) Requisitoria, Bruchet, l. c., p. 412. Il Cheyne nella sua deposizione non accenna più a questa circostanza, il che prova che sapeva del suo nessun valore. Non vi accennano neppure i due medici ordinari del Conte, Luchino e Omobono.

L'insieme dei sintomi che hanno caratterizzato la malattia del Conte Rosso non lascia sussistere alcun dubbio sulla sua diagnosi; qualunque medico giudicherà immediatamente che si tratta di tetano; nè questa diagnosi è una scoperta fattasi da noi, ma è già affermata dai due medici ordinari accorsi al capezzale del Conte negli ultimi giorni e dal Granvilla stesso (1).

Incominciamo da quest'ultimo. Alla domanda che poche ore prima della morte del Conte una commissione d'inchiesta, composta di Lodovico di Cossonay, del Vescovo di Moriana, del decano di Ceyssérieux, del maresciallo di Vernet, dei maestri Omobono e Luchino e del chirurgo Cheyne, rivolge al Granvilla: di che malattia sia affetto il Conte, egli risponde che " credebat " esse (morbum) spasmaticum ". E nessuno dei presenti contraddice, solo mostra di attribuire lo spasmo (spasmum, morbum spasmaticum è il termine di quel tempo per designare quello che noi oggidì chiamiamo tetano) all'influenza di una cattiva miscela di medicamenti. È tanto accertata la diagnosi che si cerca di sapere quale specie di tetano sia quello del conte.

Maestro Luchino, che giunse a Ripaglia dal Piemonte il giorno prima che il Conte morisse, anch'egli dice di trattarsi di tetano e anzi accenna alla probabile causa della malattia (2).

(1) Il Dr. Carbonelli, che esaminò il processo del Conte Rosso, vide, come era ovvio, che si trattava d'un caso chiaro e conclamato di tetano, e ne riferì al Congresso della Società Storica Subalpina a Tortona nel 1905. Di questa comunicazione è fatto cenno nei verbali del Congresso pubblicati in " Bollettino storico-bibliografico subalpino ", diretto da G. Gabotto, anno XI, n. III (1906) p. 186; ma io ne ebbi notizia solo in seguito ad un articolo del giornale " Il Piemonte " del 15 dicembre 1910, che lessi appunto mentre ultimavo il presente lavoro. Debbo quindi dichiarare che la prima conferma della diagnosi dei medici curanti Luchino e Omobono è quella stata data dal Carbonelli. In una comunicazione che io feci all'Accademia di Medicina di Torino il 9 luglio 1909, prendendo (in base ai documenti pubblicati dal Bruchet) appunto le mosse dal caso del Conte Rosso in cui la chiara e sicura diagnosi fatta dai sanitari curanti non aveva impedito si creasse e si mantenesse il sospetto d'avvelenamento, io insistevo sull'interesse del caso per la storia della coltura e sulla necessità che talune questioni storiche siano sottoposte ai tecnici per la loro decisione definitiva, e ciò a dimostrare uno dei lati dell'importanza delle relazioni fra la storia della medicina e la storia generale.

(2) Dep. Luchino Pasquale, Bruchet, l. c., p. 421.

Maestro Omobono (1) fa lo stesso giudizio e lo conferma ancora dopo la morte: “ Interrogatus qua morte decessit ...dicit “ quod ex spasmo et sic dicit quia presens fuit in dicta morte “ et vidit „. Anche il barbiere, come vedemmo, menziona gli accessi di tetano. La requisitoria stessa designa la malattia come un tetano, se pure la attribuisce a pozioni velenose: “ lec- “ tuaria... pocula... mere venenosa et mortisfera... aquas... “ unguenta ad mortem et morbum pasmi attractivas..... fe- “ cerunt „ (2); e più oltre: “ (fuit) morbus pasmi „.

Due altri sanitarii videro ancora il Conte Rosso, chiamati d'urgenza presso di lui quando non erano ancora giunti i medici ordinarii di corte: dell'uno, Giovanni di Meudon, manca la deposizione negli atti perchè morì poco dopo il Conte; l'altro è il chirurgo Cheyne già più volte nominato, al quale, non avendo egli titolo nè cognizioni di medico, spettava solo di eseguire le ordinazioni che questi scrivevano e non interveniva nella cura: infatti lo vediamo fare le fregazioni al corpo del povero malato ed essere poi deputato, insieme al panattiere, alla custodia e preparazione del cadavere. Non da lui dobbiamo dunque aspettarci una diagnosi della malattia del Conte (3): ed è invece egli che facendosi eco delle voci che correvano, sopratutto fra il servidorame, parla di veleno e cita a conferma dei suoi sospetti e a dimostrazione della sua ignoranza la circostanza delle lividure e dell'aspetto delle feci.

Il Conte Rosso dunque morì di tetano, e precisamente della forma classica abituale di “ tetanus descendens „, che di regola esordisce col serrarsi della mandibola (trisma), a cui segue la rigidità del collo, dei muscoli addominali, del dorso e delle estremità, con accessi di crampi muscolari dolorosi d'intensità sempre crescente. La morte avviene per tetano dei muscoli respiratorii o per crampo della glottide o per paralisi di cuore, con intelligenza integra. Per lo più si ha elevazione della tempe-

(1) Dep. Omobono, BRUCHET, l. c., p. 420.

(2) BRUCHET, l. c., pp. 406 e 407, n. 4 e 11.

(3) È da notarsi che il giudice non interroga il Cheyne sulla natura della malattia di cui è morto il Conte, nè se egli giudichi che i componenti delle ricette fossero stati tali da dare il tetano. Gli chiede solo schiarimenti sui fatti; alla domanda generica se sa che il Conte sia morto di veleno o di medicine velenose, il Cheyne risponde di non sapere (BRUCHET, l. c., p. 424).

ratura che, dopo la morte, può ancora salire fino a 44° C.; tuttavia vi sono casi che decorrono senza febbre (1).

La causa immediata determinante della morte non possiamo dedurla con certezza dai documenti; nè i medici in quel tempo avrebbero saputo riconoscerla. Tuttavia, se consideriamo che il Conte nelle ultime ore parlava ancora e dettò il suo testamento, dobbiamo ritenere la paralisi di cuore come la più probabile spiegazione dell'esito letale.

Dato che noi possiamo dunque in tutto e per tutto confermare la diagnosi dei medici curanti, resta a vedere se possiamo anche associarci alle riserve, che essi fecero circa alla possibilità che il tetano fosse dovuto a qualche farmaco (veleno o rimedio) statogli somministrato. Questa domanda che il giudice del tempo ha espressamente rivolto ai periti medici è la stessa che dobbiamo porre alla scienza moderma. Cerchiamo dunque di rispondervi.

Il prototipo dei farmaci tetanizzanti è la stricnina, che Pelletier ottenne nel 1818 dalla noce vomica, e che si trova pure nella fava di St. Ignazio e nelle corteccie di Strychnos, le quali ultime due droghe nel caso presente possono lasciarsi in disparte, perchè non erano note nel secolo XIV. La questione pregiudiziale, se le noci vomiche potevano essere nelle mani del Granvilla, non può risolversi con assoluta certezza in senso negativo. Di noce vomica noi troviamo fatta menzione in Serapion, *De medicamentis simplicibus*, e nel *Circa instans* di Matteo Plateario, due opere assai lette nel medio evo, che contengono l'elenco e la descrizione dei semplici usati in medicina; ma dai caratteri assegnati alla droga appare molto dubbio se possa trattarsi dei semi di Strychnos nux vomica.

L'uso certo di noci vomiche si può soltanto documentare a cominciare dal 1500; ma secondo Flückiger (2) è assai probabile che già nel secolo XV, se pure non prima, questa droga sia giunta in Europa. Certo però deve essere stata rara, perchè non se ne trova fatta menzione nelle liste delle droghe che entravano nei depositi principali (3). Date le relazioni che si

(1) Graser in " Deutsche med. Wochenschrift. ", anno 36, p. 1594 (1910).
(2) Flückiger, *Pharmakognosie des Pflanzenreiches*, Berlin, 1883, p. 963.
(3) Tschirsch, *Handbuch der Pharmakognosie*, Leipzig, in corso di stampa, Cap. *Pharmakohistorie*.

attribuiscono al Granvilla coll'Oriente, non si può dunque escludere con certezza assoluta che egli possa aver posseduto delle noci vomiche, sebbene la cosa sia poco probabile. Ma concesso anche che questo veleno fosse stato a disposizione del Granvilla, l'andamento clinico della malattia del Conte Rosso non permette assolutamente di ammettere che esso sia stato somministrato.

Escludono l'avvelenamento per noce vomica: 1° la durata della malattia, che nei casi mortali d'avvelenamento per noce vomica è per lo più di poche ore e al massimo si estende a sei giorni alloraquando l'eccitazione dei centri spinali, che non fu sufficiente a dare la morte per arresto del respiro, si volge in paralisi; laddove la malattia del Conte durò dieci giorni e non terminò in paralisi; 2° il decorso della malattia, l'invasione graduale e in ordine discendente della rigidità muscolare, gli accessi rari, la rigidità persistente fra l'uno e l'altro accesso, fenomeni tutti caratteristici del tetano traumatico: laddove quello stricnico è subitaneo e tumultuoso, esordisce per lo più dalle estremità, invade tutto il corpo contemporaneamente con accessi frequenti, si associa ad una esagerata sensibilità periferica, della quale non si ha traccia nel Conte, intorno a cui era un continuo movimento di gente (1), che lo toccavano, gli parlavano e gli facevano fregazioni anche violente.

Si aggiunga ancora la circostanza, che la noce vomica a dosi tossiche manifesta i suoi effetti per lo più in pochi minuti e al più tardi tre o quattro ore dopo ingerita; di guisa che dovrebbe ammettersi che il Conte mentre era a cacciare avesse preso un amarissimo rimedio (egli che detestava l'amaro e che il giorno prima d'ammalarsi aveva sputato *(propter nimiam amaritudinem)* (2) un bolo messogli in bocca dal Granvilla) senza farne caso e senza che nel processo, così pieno di particolari, se ne desse poi atto.

Escluso l'avvelenamento per noce vomica, nessun altro veleno ci è dato di trovare, che potesse essere stato somministrato al Conte e aver indotto la malattia della quale egli morì.

(1) Dep. Colin Mathieu, Bruchet, l. c., p. 418; c'era anche il cane di Granvilla nella camera del Conte.

(2) Dep. Cheyne, Bruchet, l. c., p. 422.

È bensì vero che parecchi tossici possono dar luogo a contrazioni tetaniche, crampi isolati di muscoli, convulsioni; ma sempre questi fenomeni sono accompagnati da altri i quali dimostrano che l'azione va oltre ai centri spinali dei movimenti riflessi: la stessa caffeina e i sali ammoniacali (dei quali non possiamo assolutamente parlare in questo caso) a dosi alte dànno un tetano che non è d'origine riflessa. Solo la stricnina e il veleno secreto dai bacilli del tetano inducono un avvelenamento con alterazioni strettamente limitate a determinate strutture del midollo spinale, lasciando illesi tutti gli altri centri (1).

(1) Ecco un elenco sommario delle principali sostanze velenose organiche, esclusi i veleni animali inoculabili per morsicatura o puntura, che all'epoca del Conte Rosso avrebbero potuto usarsi: Cantaridi e coleotteri affini — Funghi — Loglio — Colchico, Elleboro bianco (Veratrum album) — Scilla — Sabina — Tasso — Canapa — Luppolo — *Canfora* — Ricino (semi) — Croton — Belladonna, Giusquiamo, Stramonio, Mandragora e Solanee virose affini — Oleandro — Cicuta vera (Conium maculatum) — Aethusa Cynapium e Cicuta aglina — *Cicuta virosa* — *Oenanthe crocata* — *Semenzina* — Aconito — Elleboro nero — Stafisagria — Anemone pulsatilla — Ranuncolo — *Coccole di Levante* — Gittajone (Lychnis Githago) — Brionia — Elaterio, Coloquintide — Cytisus Laburnum — Lathyris Cicera — Spartium — Mandorle amare. — Sono in corsivo i veleni in cui compaiono più evidenti fenomeni di eccitamento motorio. Nell'avvelenamento da canfora non si ha vero tetano, ma solo movimenti esagerati accompagnati da delirii; la Cicuta virosa e la Oenanthe crocata invece (le quali contengono probabilmente lo stesso principio, la cicutossina) e le coccole di Levante (picrolossina) danno un avvelenamento nel quale si presenta il tetano, ad accessi talora epilettiformi; ma sono anche costanti la nausea, il vomito, dolori colici, perdita di coscienza, schiuma alla bocca; la morte per dosi mortali è rapida. La semenzina per dare avvelenamento dovrebbe essere somministrata a dosi altissime che sarebbero probabilmente evacuate per vomito; l'azione tossica di questa pianta è bene conosciuta solo da che se ne è ottenuto il principio attivo, la santonina. Per gli altri veleni principali accennerò, che se pure le cantaridi danno in rari casi fenomeni tetanici questi sono sempre associati a delirii e stati comatosi e il decorso è rapidissimo; di regola l'avvelenamento da cantaridi è accompagnato da violenti fenomeni infiammatorii delle prime vie gastriche, da stranguria e priapismo. L'aconito, velenosissimo, la cicuta vera, l'elleboro agiscono prontamente paralizzando; la belladonna eccita la zona psico-motoria e i movimenti esagerati muscolari non sono tetanici e si accompagnano a delirii. Quanto ai veleni minerali essi tutti possono escludersi per la loro azione completamente differente.

Quanto ho esposto dispenserebbe dall'esaminare le ricette: ma siccome esse furono incriminate dai medici del tempo — sia pure non recisamente, anzi con molte riserve — e furono dagli storici ritenute mortifere senz'altro, è bene dedicare qualche parola anche ad esse. Convien premettere che la credenza dei medici del tempo ereditata dagli antichi — e che persiste ancora oggidì nelle persone colte, — che cioè l'unione di più sostanze velenose accresca l'intensità dell'azione, è errata. I potenziali non si possono sommare; se per aumentare la violenza esplosiva d'un miscuglio definito si aggiungono sostanze detonanti diverse l'effetto può essere scemato, non certo accresciuto. Così è per i veleni. L'idea dunque espressa dai medici del Conte, che le ricette per la loro composizione disordinata, per la proporzione degli ingredienti cioè per i reciproci rapporti, per il tempo, e l'ora (1), potessero essere tali da indurre il tetano in chi sorbiva il medicamento, è da respingersi. Ammesso anche, ciò che è impossibile, vale a dire che entrasse in queste ricette l'ignoto veleno capace di simulare nei suoi sintomi un tetano traumatico discendente, rimarrebbe a provarsi come, data la forma della preparazione medicamentosa e la presenza di altri ingredienti, la sua azione potesse ancora esplicarsi.

Le ricette complesse degli antichi a base di semplici, cioè di droghe, finiscono per accumulare i materiali inerti comuni ai vegetali — amido, cellulosa, zucchero, acidi tannici, acido ossalico, resine, gomme, ecc., — a detrimento dei principii attivi i quali diventano inassorbibili, perchè passano in forme insolubili. La maggior parte delle medicine del tempo sono inefficaci come rimedii interni, e si comportano come purganti od emetici per la irritazione che dànno alle vie digerenti. Peggio poi se oltre ai semplici di origine vegetale queste composizioni contengono ancora dei metalli. In questo caso si formano dei sali organici, prevalentemente tannati, e in genere si riduce il metallo in una condizione che lo rende inassorbibile.

Le ricette in questione sono un elettuario in cui entrano numerosi semi di piante medicinali, oggidì abbandonati perchè riconosciuti indifferenti; si fanno bollire in aceto con limatura

(1) Vedi le deposizioni di Omobono e di Luchino, e le loro affermazioni accompagnate da cautelose riserve, in Bruchet.

di ferro; si aggiungono cannella, zafferano, costus (una innocua radice che contiene una varietà d'amido), semi di papavero (che non contengono i principii attivi caratteristici dell'oppio), foglie di rose, mastice e zucchero quanto basta a farne un lattovario. Tutto questo costituisce un intruglio, che sarà stato disgustoso e nauseoso, ma non può dare il tetano neppure a un ranocchio (1). Gli altri elettuari sono miscugli analoghi di droghe poco attive sulle quali non potrei che ripetere quanto dissi del primo. Veniamo al famoso unguento, in cui fra altri indifferenti entrano farmaci rivulsivi energici quali l'elleboro, l'euforbio, la senape (2) bolliti con olio di lauro, a cui s'aggiunge poi del verderame (acetato di rame); neppure qui, sebbene non possa escludersi che l'azione vescicante dell'euforbio, coadiuvata dallo zelo di chi applicava l'unguento, possa aver prodotto qualche escoriazione cutanea tale da render possibile quell'assorbimento, che a cute intatta non può avverarsi — non è dato, ad ogni modo, di pensare alla possibilità di un avvelenamento del genere di quello in questione. Le pozioni che contengono euforbio, che preso internamente è un drastico potente, e la polvere, in cui fra gli ingredienti troviamo nigella, polpa di coloquintide ed elleboro nero, potrebbero essere prese in considerazione, se la malattia del Conte fosse stata gastro-enterica (3). Si potrebbe in questo caso esaminare se non si sia fatto un abuso di drastici; cosa per altro non facile a stabilirsi, perchè non troviamo indicato quanto del rimedio dovesse prendersi al giorno, mentre d'altra parte, date le condizioni del Conte e la sua stitichezza (4), si comprende la necessità di ricorrere a purganti drastici forti. Del resto, a considerarla nel suo insieme, la terapia d'allora consisteva tutta nei rivulsivi, sia esterni che interni.

(1) Questo sarebbe l'elettuario diaferrugineo prescritto dal Granvilla per ridare il colore al Conte (Dep. P. di Lompnes, Bruchet, l. c., p. 428).

(2) Si noti che la senape alla temperatura di 100° C. perde già tutta la sua efficacia perchè il fermento è ucciso e l'essenza se mai ci fosse svapora.

(3) Tutte queste ricette si trovano nella requisitoria (Bruchet, l. c., p. 418).

(4) Vedi la nota a pag. 6.

Nessuna colpa può dunque attribuirsi ai rimedii somministrati al Conte, come coefficienti del tetano; e ancora una volta devesi dunque affermare che l'ipotesi dell'avvelenamento è da escludersi: da escludersi in quanto la malattia di cui il Conte morì non può essere prodotta da nessun farmaco, ma è il risultato delle tetano-tossine assorbite (per la via dei tronchi nervosi, come oggidì si crede); da escludersi in quanto mancano altri sintomi atti a dimostrare che, indipendentemente dal tetano o in aggiunta ad esso, sia esistita nel Conte un'altra malattia d'origine tossica complicante e aggravante il tetano.

I medici curanti possono essere scusati, se hanno creduto possibile l'intervento dei farmaci somministrati nella eziologia del tetano; poichè, da una parte, come ho già detto, le loro idee sulla natura dell'azione medicamentosa e sul possibile intensificarsi di essa per la presenza coadiuvante di altri principii erano non solo conformi alla terapia galenica, ma ne costituivano il cardine; e dall'altra parte non ancora il concetto di " morbus spasmaticus „ o tetano erasi venuto in quei tempi così nettamente determinando, come nella patologia moderna. Il nome di spasmo nella medicina medioevale è largo e comprensivo, e abbraccia tanto il tetano quanto le contratture e i crampi, quanto ancora le convulsioni. Quando si tenga presente questa ampiezza di significato si comprendono le distinzioni che si facevano di spasmi per plenitudine o replezione e spasmi per evacuazione, distinzione che si trova nell' aforismo d' Ippocrate (VI. 39): " Σπασμοὶ γίνονται, ἢ ὑπὸ πληρώσιος, ἢ κενώσιος, οὕτω δὲ καὶ λυγμός „: nel quale caso, come rettamente fece il Fuchs (1), deve tradursi " convulsioni „. Mesué (2) accenna allo spasmo per sollevarsi di vapori, per freddo che impedisce al muscolo di purgarsi, per veleno: e qui dobbiamo interpretare, secondo i casi, o convulsioni o crampi. Un riflesso di questo stato delle cognizioni lo troviamo nelle domande rivolte al Granvilla durante il consulto tenutosi poche ore prima della morte del Conte, allorchè questi insisteva presso i suoi nell'accusare il Granvilla, ed i consiglieri prudentemente esitavano a seguirlo in una via, che fin d'allora appariva falsa ed era in ogni modo pericolosa.

(1) *Hippokrates' Werke*, I, 125. München Luneburg 1895.
(2) *De re medica*, I, Theor. IV, cap. 13.

Al Granvilla si chiese che sorta di spasmo fosse quello del Conte, " vel de replesione, vel de auctione, vel de non pro- " porcionatis ad materiam „; ed egli, che non doveva essere molto dotto e che sopratutto in quel momento si sentiva circondato di sospetti e minacciato di gravi pericoli, si smarrì e si raccomandò alla misericordia dei presenti allegando la sua buona fede.

Non difettano certo, in questo malaugurato processo, gli elementi bastanti a stabilire la verità; poichè, oltre alle prove sia d'ordine positivo (decorso della malattia), sia d'ordine negativo (impossibilità d'attribuirla a sostanze propinate al Conte), che abbiamo passato in rassegna, un'altra ancora ci è fornita, e di un valore grandissimo. Essa ci è data dalla deposizione di Luchino Pasquale, il medico (1), il quale, interrogato sulle medicine propinate al Conte se potevano produrre il tetano, ammette bensì con riserva che così possa essere, ma nello stesso tempo accenna ad un'altra causa della malattia, cioè ad una ferita alla gamba, che il Conte si era fatta pochi giorni prima del tetano, e che il Granvilla aveva curato male, affrettandosi a farla chiudere, mentre conveniva tenerla aperta.

Con questa deposizione noi abbiamo l'elemento che ancora mancava per ristabilire in tutti i suoi particolari la figura intiera della malattia di Amedeo VII. La ferita alla gamba destra ci è confermata dai cronisti dell'epoca e si mantiene nella tradizione come una spiegazione — e noi possiamo dire oramai la sola vera — di tutta la malaugurata faccenda. Luchino aveva colpito giusto addebitando al Granvilla l'errore di non aver tenuta aperta la ferita alla tibia. Noi sappiamo invero oggidì la ragione del precetto che l'esperienza aveva già fin d'allora formulato: data la natura anaerobiotica del bacillo del tetano, esso si sviluppa bene in ambienti chiusi e privi d'aria, sopratutto poi se sono presenti altri microorganismi patogeni aerobii

(1) Bruchet, l. c., p. 422. Il passo, in quanto si riferisce all'essenziale, cioè all'esistenza di una ferita alla tibia con scopertura del tendine, e all'errore del trattamento, è esplicito: " in curacioni cujusdam puncture in " tibia dextra super chordam... per paucos dies ante spasmum cum in clau- " dendo festinabat idem magister Johannes, quam puncturam apperire " debebat „. La ferita della tibia è poi riconfermata nella confessione (ultima) del Granvilla.

che consumino il poco ossigeno presente. Errore — disse il medico saggio — non malizia.

Un'altra ipotesi potrebbe porsi innanzi, conciliabile anch'essa a rigore col fatto del tetano traumatico; ed è che il medico, colla violenta cura rivulsiva al capo, nei giorni immediatamente precedenti la malattia, abbia potuto causare qualche ferita che sia stata veicolo di tetano. Tale possibilità non fu presa in considerazione dai contemporanei, i quali, anche quando incolpano la medicazione al capo, si riferiscono unicamente alla potenza venefica degli ingredienti della medicazione stessa; nè si affacciò a maestro Luchino o ad Omobono, che non ne fanno parola nella loro deposizione. Ed essa non pare accettabile neppure a noi. È bensì vero che il Conte Rosso subì, per guarirsi della calvizie, un trattamento che può chiamarsi barbaro: rasogli il capo dei pochi capelli superstiti fra le aree di calvizie, lo si lavò con un lisciva forte di ceneri vegetali, poi gli si applicò un unguento a base d'assafetida, il tutto accompagnato da violenti frizioni di cui il disgraziato a ragione si lagnava. La pelle del capo era rossa come fiamma. È probabile che qualche escoriazione si sia pure formata e si sia così aperta una via all'infezione. Ma se si considera l'origine di questo trauma, le circostanze in cui si produsse, la presenza di liscivia calda, la brevità del periodo di incubazione, non pare che lo si possa ritenere come quello che diede luogo al tetano. I bacilli di Nicolai sono invece abbondanti sulla terra, nel pulviscolo delle strade, sulle scorze d'alberi, sui muri, nelle vestimenta, sulla suppellettile di cuoio, insomma sugli oggetti con cui può essere stata a contatto la ferita della tibia.

Nell'una e nell'altra ipotesi non può tuttavia imputarsi al Granvilla se non imperizia; e non lo si può accusare di avvelenamento, visto che, pur trascurando (come egli fece o per ignoranza o di proposito) le buone norme di medicazione delle ferite, non si è mai certi di provocare il tetano. A meno che si voglia supporre ch'egli avesse a disposizione culture pure dei bacilli di Nicolai e ne avesse infettato la piaga.

Risolta negativamente e definitivamente — io voglio sperare — la questione dell'esistenza di un veneficio, rimangono a indagare le cause che hanno condotto a credervi e conferito a dar corpo a tale sospetto. Questo esame è più facile a noi che,

escludendo il delitto, ci siamo sciolti da quelle preoccupazioni di ricerca del colpevole, le quali sviano dalla retta e onesta interpretazione dei fatti e falsano il giudizio sulla condotta dei personaggi.

Il medico Granvilla conobbe il Duca allorchè arrivò a Mouthier il 31 luglio, ancora sofferente per la caduta d'Ivrea; raccomandato dal Duca di Borbone fratello della gran Contessa fu bene accolto dal figliuolo di lei, che si fece tosto visitare (non diciamo auscultare come il Bruchet (1), perchè l'auscultazione si introdusse assai più tardi) e si lasciò persuadere a intraprendere una cura per i suoi acciacchi.

È naturale che i medici ordinarii della casa non vedessero di buon occhio il nuovo arrivato. Uno di essi Omobono, o spontaneamente o per mandato, compare a Chambéry, dove il Granvilla era andato a far provvista di rimedii, esamina le ricette e le giudica troppo forti. Si trattava di un rimedio per la Contessa. Ma la gelosia maggiore s'accese fra i famigliari immediati del Conte, che non potevano tollerare il nuovo venuto il quale li soppiantava entrando in dimestichezza col padrone. Il più feroce è il barbiere Peronet Alet; si vanta d'aver rifiutato d'obbedire al Granvilla; s'indegna del costui ardire, che dopo la famosa cura al capo, descritta nel modo più tendenzioso, osa imporre il proprio berretto al Conte; incoraggia, allorchè questi si vede perduto, i suoi sospetti; e, nel momento in cui si esaminano le ricette dei medicamenti dati al Conte, interviene a dire che ben altri ancora gli furono somministrati. I paggi, la cameriera sono come il barbiere ostili al Granvilla per le stesse cause. Fino a che il Granvilla illuse il Conte o con miglioramenti reali o con promesse, questi sospetti dei famigliari non ebbero presa su di lui; ma allorchè il suo medico, vedendo che la malattia era gravissima, commise l'enorme imprudenza di somministrargli l'unicorno — il favoloso contravveleno universale — il Conte d'improvviso si conobbe in pericolo, vide nel medico un nemico e lo cacciò, trasmutando in odio l'amore di prima. Eppure, se veramente il Granvilla fosse stato in colpa, non avrebbe suggerito una cura atta a confermare il sospetto di intossicazione. La verità è, che il Granvilla, vedendo il Conte allo sbaraglio d'una

(1) Loc. cit., pag. 40.

malattia sicuramente mortale, si sentì perduto; e lo confessò egli stesso pochi giorni dopo, allorchè al vescovo di Tarantasia, che gli chiedeva conto d'aver dato l'unicorno, rispose invocando la sua buona intenzione.

Ma frattanto l'accusa di avvelenamento suona da tutte le bocche intorno al Conte; egli insiste coi suoi famigliari che si arresti ad ogni modo il ribaldo; i domestici fremono d'impazienza di colpirlo. Il Cheyne, che succede al Granvilla mentre i medici ordinarii non sono ancora presenti, crede a queste voci, le porta in giro e le avvalora più tardi con le sue affermazioni sui reperti postmortali delle lividure e delle feci. È da meravigliare che simili panzane, alle quali neppure i medici del tempo hanno prestato fede, siano state accolte dagli storici moderni; tanto che uno dei più diligenti fra essi, il Bruchet, non esita a dire che in seguito ai reperti del Cheyne si deve rinunciare alla congettura che il Conte sia morto di morte naturale (1).

(1) L. c., p. 66. Maestro Omobono interrogato a proposito del significato delle lividure al torace del cadavere del Conte, dice che è vero che " textatur " Galiienus, in sexto *de Interioribus*, quo corpore uso bono regimine et " dictam sanitatem custodiente, si accidat in subito moriatur ejusque " cutis viridis fiat aut nigra, fertur a quibusdam sumpsisse mortissferam " pottionem ". Tralasciando di esaminare la plausibilità di questa affermazione di Galeno, la quale poi non si adatta al nostro caso, perchè il Conte Rosso allorchè ammalò era tutt'altro che in buone condizioni di salute e la morte sua non fu subitanea, ma avvenne dopo dieci giorni di degenza a letto, questa citazione vale a dimostrare la dottrina del medico Omobono e la sincera redazione delle deposizioni. Infatti il passo citato si trova in Galeno, *De locis affectis*, VI, 5 (A pag. 40 B dell'edizione Giuntina del 1550) ed è fedelmente parafrasato da Omobono. Ecco il testo di Galeno nella traduzione latina: " Quum enim homo suapte natura probis " humoribus abundans ac sanorum more educatus, de repente moritur (ut " letali assumpto veneno fieri solet) deinde corpus aut livens aut nigricans " aut varium est aut diffluens aut putredinem molestam olet: hunc venenum " sumpsisse ajunt ". I caratteri qui accennati si possono infatti verificare in seguito ad avvelenamenti per morsi di animali velenosi e sopratutto di serpenti.

Ciò che il Cheyne dice delle feci, non fa che dimostrare la sua assoluta ignoranza, congiunta alla superstizione più stolida. Se le feci potessero essere così preziosi documenti di avvelenamento, la chimica tossicologica odierna avrebbe còmpito assai facile, anzi non sarebbe neppure necessario il suo intervento. Anche in questo i medici d'allora, i quali non dànno alcun peso a simile dichiarazione, appariscono onesti e sinceri, come lo furono nella diagnosi e nella eziologia della malattia.

Tutta la deposizione del Cheyne appare tendenziosa e rivela la crassa ignoranza del chirurgo che s'atteggiava a medico; che dire del suo terrore nel sentirsi annunciare che le sue mani, dopo fatta l'unzione al Conte, sono gonfie? La ricetta era di Omobono, quindi insospettabile; il veleno doveva dunque essere stato trasmesso al Conte attraverso la cute! Tale era il concetto della potenza dei tossici negli ignoranti di quel tempo. Perchè non pensò il Cheyne, che il suo zelo nel frizionare il povero malato fosse stato eccessivo e che le lividure riscontrate poi nel cadavere ne fossero le prove, non meno che la tumefazione — reale o supposta — delle mani?

I medici ordinarii non assecondarono la corrente dei sospetti: al Conte che gli dice: " Vedi in che stato m'ha messo codesto medico ", — Omobono risponde: " Non mettetevi in capo queste ubbie; ciò che ha fatto l'ha fatto in buona intenzione "; — parole che se contengono un biasimo al Granvilla, l'assolvono però da ogni accusa di avvelenamento. Luchino pure è scongiurato da Amedeo morente di far arrestare e inquisire il Granvilla; ma si ritira presso al fuoco e piange, senza eseguire il mandato. Entrambi i medici poi più tardi diedero una novella prova della loro ferma convinzione che non si dovesse cercare la causa della morte del Conte nei rimedii somministratigli, quando si recarono insieme al confessore a confortare gli ultimi momenti dello sventurato Pietro di Lompnes, il farmacista di Corte, di cui si era impossessata per consegnarlo al carnefice quella che noi ancora continuiamo a designare col nome di Giustizia.

Si sono cercati nelle parole del Conte Rosso degli elementi per condannare sua madre: in realtà però esse non possono prestarsi a tale interpretazione. Nulla egli disse che accusi anche velatamente sua madre; egli le invia messaggi per mezzo dei suoi gentiluomini perchè si assicuri della persona del Granvilla e lo faccia, se occorre, mettere alla tortura; le fa dire da Cossonay che egli, il Conte, è suo figlio, e che gli deve voler bene più che ad altri, e non credere al falso medico, come egli si pente d'aver creduto (1). Parole che furono certo dolorose alla

(1) Bruchet, l. c., p. 417. Secondo la testimonianza di G. di Chignin (ib., p. 429), il Conte avrebbe invece spedito il suo barbiere dal Cossoney, a narrargli delle cure tutte fattegli dal Granvilla, per le quali si credeva

madre, la quale non poteva per un infondato sospetto di un ammalato, indursi a commettere un'ingiustizia, che era anche una imprudenza, tanto più che il Granvilla non dava segno di voler fuggire: onde la gran Contessa si limitò a rispondere con lagrime la cui sincerità apparisce ancora maggiore se si pensa alle parole saggie del Consigliere di Cossonay colle quali erano commentate: " Elas il fait grand pechiè qui met ce en teste ".

La persona del Granvilla si prestava singolarmente ad essere il fuoco in cui si concentravano tutti i sospetti. In lui la capacità a delinquere è evidente. Il mistero della sua origine e del suo passato, la viltà dell'arnese in cui apparisce, la pompa dei suoi titoli, la rapidità della sua ascesa, l'oltracotanza della sua dimestichezza indicano in lui la tempra di quegli scaltri e spregiudicati avventurieri che edificano subite fortune sfruttando e incoraggiando le debolezze dei ricchi e dei potenti. Durante il suo breve soggiorno presso Amedeo VII ei si mostra altrettanto spavaldo e prepotente nella buona fortuna quanto meschino e vile nella avversa (1). Eppure quest'uomo possedeva l'arte di diffondere intorno a sè un arcano terrore, che lo faceva credere investito di poteri soprannaturali. Solo in questo modo si può spiegare il fatto degli uomini mandati ad arrestarlo (erano in quattro giovani arditi, due paggi, un palafreniere ed un domestico), i quali affacciatisi all'uscio della sua camera arretrarono nel vederlo prendere un libriccino e leggervi; e quello del paggio Pietro di Laes che, afferrato il medico alla spalla, mentre coll'altra mano impugna la daga per percuoterlo, si sente strappar mano e daga dal braccio nell'atto in cui il Granvilla apre il terribile libriccino.

---

ridotto a tal fine; e gli avrebbe soggiunto: " Et dicas dicto domino de " Cossonay an debeat plus diligere illum latronem quam me ". Il che toglie alle stesse parole mandate alla madre il significato di un dubbio che Amedeo avesse sulle intenzioni materne. Si comprende abbastanza la concitazione del linguaggio del Conte nelle condizioni in cui era.

(1) La notte in cui il Conte muore, il Granvilla che teme ad ogni momento d'essere arrestato, non trova il coraggio di fuggire: " Heu quid " faciam, si essem cervus, vel bichia... vel avis... ego fugerem et rece" derem "; e non osa neppure far le sue valigie (Bruchet, l. c., 418). Il Conte doveva conoscerlo bene se mostra di temere che la Gran Contessa che è pietosa, si intenerisca alle sue lagrime.

La losca figura del Granvilla si smaschera tutta allorchè si legge quel misto evidente d'ignoranza e di menzogna che è la confessione che egli fece il 30 marzo 1393 (1) al Castello di Usson in Alvergna, quando, prigioniero del Duca di Berry che non osava punirlo, ma lo teneva come strumento di minaccia contro la gran Contessa, accusa la infelice Signora d'averlo incitato a uccidere il figlio e afferma la morte essere dovuta ai rimedii da lui Granvilla somministrati e sopratutto alla famosa frizione al capo colla liscivia calda e coll'unguento. Questi rimedii, dice il Granvilla, dovevano indurre prima paralisi e poi spasmo, e insiste parecchie volte su questa sequenza assurda, narrando passo per passo le cure fatte negli ultimi giorni al Conte (2) e interpretandole precisamente come nelle deposizioni di Peronet Alet e degli altri che nel processo appariscono i più accaniti sostenitori della accusa di veneficio. Tutto questo apparisce tosto una sconnessa, informe struttura di menzogne, che il medico volle fossero anche rimpinzate di errori per meglio poter poi dimostrare l'assurdità, quando non si trovasse più allo sbaraglio delle torture a cui fu sottoposto per strappargli questa mostruosa confessione. Errore voluto, certo, questo della paralisi alle membra a cui doveva seguire lo spasmo, mentre il Conte fu a caccia fino al momento in cui fu assalito dal trisma. Inganno la descrizione impressionante della cura al capo insistendo sul riscaldamento che aveva indotto colle sue medicazioni, seguìta dalla applicazione di unguenti restrittivi e di lavaggi freddi, affinchè, come egli dice, " la froydure dudit lavement intrast par ladicte teste et d'ilec descendist aux meiges " et corps dudit comte et cheust en parletiquement et fusse " espaumès ". Menzogna evidente quanto riferisce dei discorsi

---

(1) *Documents historiques inédits tirés des collections manuscrites de la bibliothèque Royale .. publiés par* M. CHAMPOLLION FIGEAC. Tomo III, p. 474. Paris, Firmin Didot, 1847.

(2) L'ordine e la sostanza di questa variazione, dimostrano vere le parole della ritrattazione ultima, in cui Granvilla dice che gli si intimava: " oportet quod dicas nobis rem facti secundum informaciones quas apportavimus ". CARRARD, *À propos du tombeau du Chev. de Grandson*, in " Mém. et doc. etc. de la Suisse Romande ", II, p. 218. Lausanne, 1890.

della gran Contessa e di Grandson (1) che si sarebbero così scioccamente confidati in lui, e nella forza degli elettuarii che egli stesso confessa, ed a ragione, di aver tratto da Musuè e dai libri che fanno autorità, e che sappiamo essere innocui (2).

Si sa che il Granvilla era stato posto nel gennaio 1393 alla tortura senza che confessasse (3). Se due mesi più tardi egli si decise al gran passo è da pensarsi che oltre alla paura dei tormenti fosse anche intervenuta qualche promessa e qualche compenso per parte del Duca di Berry, la cui condotta è molto sospetta, in quanto non volle consegnare il confesso colpevole alla giustizia di Savoia che lo richiedeva (4), certo temendo che si scoprisse il suo giuoco astuto di menzogne. Come sempre accade in questi sciagurati cozzi di interessi, l'innocente indifeso e inutile fu la sola vittima: Pietro Fabris di Lompnes appena fu nota la confessione del Granvilla fu dannato a morte; e sebbene le sue proteste d'innocenza fossero tali da aver commosso il prete che era pure il confessore del Conte Rosso, tanto da indurlo a fare passi per ottenere la grazia, egli fu squartato nel luglio 1393; prima vittima cruenta di questo dramma, a cui più tardi doveva aggiungersi il Grandson.

È noto che il Granvilla nel settembre del 1395, essendo in fin di vita, spontaneamente sconfessò le sue dichiarazioni: ma si è data dagli storici poca importanza a tale atto, prima di tutto perchè si voleva ad ogni costo credere all'avvelenamento, poi perchè il Granvilla in quell'epoca era prigioniero del Duca di Borbone, che può supporsi lo detenesse appunto perchè si ritrattasse. Ma è troppo evidente che il Borbone, conscio del-

(1) È curioso che il Carrard trovi così naturali i particolari dei dialoghi fra Granvilla e i suoi pretesi complici, da chiamarli *détails vécus* che dànno *un singulier cachet de vérité* alla deposizione! Carrard, l. c., p. 183.

(2) Gli storici che hanno preso così sul serio la deposizione del Granvilla, potevano, pur non essendo medici, comprendere le contraddizioni che contiene. Come mai si dà un poculo amatorio ad una persona per farlo diventar paralitico? E la cura a base di ferro fattagli coll'ingombrante elettuario è sì o no ricostituente? E se il Conte prima dello spasmo era paralitico, come mai ebbe il figliuolo postumo nato con tanta precisione?

(3) Cibrario, *Storia del Conte Rosso*, p. 123, in " Studi storici „. Torino, Stamp. Reale, 1851.

(4) Bruchet, l. c., p. 432. Conti del tesoriere generale: spese dell'emissario mandato a chiedere la estradizione del Granvilla.

l'inesistenza del reato fraterno, non aveva altra condotta a tenere se non di imprigionare il falsario, che inquisito avrebbe potuto mentire di nuovo e ucciso avrebbe costituito un maggior documento d'accusa. D'altra parte in punto di morte anche in quei tempi si riacquistava la libertà; ed è appunto in queste condizioni che il Granvilla dettò l'ultima sua dichiarazione. In essa non troviamo più le solenni castronerie dottrinarie della prima; tutto è piano e, quel che è più, tutto coincide colla prima confessione del Granvilla che si trova negli atti del processo, dove già si parla della ferita alla tibia che alcuni pretendono sia una invenzione venuta fuori qui per la prima volta.

Singolare poi in tutto questo è che gli storici, i quali accettano la prima confessione del Castello d'Usson come buona, si riservano però di sceverare in essa il vero dal falso secondo le loro simpatie; mentre è fermissimo e notissimo canone degli elementi processuali di tutti i tempi e di tutti i paesi — e qui non potrà considerarsi un fuori luogo il ricorso ad essi —, che la confessione è inscindibile. Ad esempio, per il Cibrario la confessione è tutta buona; ma per il Bruchet essa vale solo in quanto accusa il Grandson. Per rispetto alla seconda confessione, questi scrittori non vi dànno peso, perchè le dichiarazioni di Cheyne fondate sulle vergheggiature della pelle e sul fetore e colore delle feci sarebbero troppo probative di veleno (Bruchet) (1) e perchè l'effetto dei veleni sarebbe più logico (2) nella prima che nella seconda confessione (Cibrario)!

L'interesse del dibattito relativo all'accertamento del veneficio e alla ricerca dei colpevoli ha fatto tralasciare alcuni particolari interessanti che appariscono dal processo. Durante tutta la malattia del Conte Rosso non si trova mai indizio che o l'una o l'altra delle due Contesse si sia recata al suo letto. Egli è sempre circondato dai suoi compagni soliti, il barbiere, i palafrenieri, i paggi, il sarto della moglie; vanno da lui il chirurgo e qualche gentiluomo non però dei maggiorenti, che vediamo raccogliersi al suo capezzale solo quando la morte è imminente.

(1) L. c., p. 66.

(2) Il Cibrario (*Storia del Conte Rosso*, in " Studi storici ", p. 92. Torino, Stamperia Reale, 1851) si è insospettito perchè nella seconda ricetta egli vede somministrato semi di *opio*; in realtà erano semi di *apio* (sedano); l'opio è succo di papaveri e come tale non si riproduce neanche per semi.

Il Conte nella sua malattia nomina la moglie per dire che anch'essa ha pagato profumatamente il medico; un suo paggio riferisce bensì alcune parole di sviscerato amore per essa che il Conte avrebbe pronunciato: ma quali appariscono, dette per confutare il medico odiato, hanno minor valore di spontaneità (1), data anche la loro enfasi. Della madre parla con rispetto, come di donna pietosa e buona, ma comunica con lei per ambasciate e non la chiama presso di sè.

È lecito inferire che Amedeo VII non sentiva troppo i legami domestici, non amava la vita di famiglia, non le etichette di corte; egli preferiva la società dei suoi intimi compagni di caccia e di giuoco; amava i divertimenti, i balli, gli spettacoli, le cavalcate, i frivoli amori (un suo figlio bastardo era allora a corte) e i facili lazzi triviali delle compagnie mascoline (2). La condizione di isolamento, in cui il Conte si manteneva volontariamente, che ha fornito buon argomento agli accusatori di Bona di Borbone, in realtà non ha nulla di inspiegabile, ed è frequente anche oggidì nelle famiglie regnanti che pagano col caro prezzo dell'allentamento dei legami famigliari il privilegio della loro posizione. Non pare logico che si invochi in favore di una ipotesi così sciagurata una circostanza, che può valere solo a dimostrare un desiderio di indipendenza, un disprezzo delle convenzioni e un odio delle seccature, che tutti sentiamo, se pure, trattenuti da ritegni che nei principi sono meno validi, ci asteniamo dall'ostentare e dal mettere in pratica.

Bisogna poi ancora tener presente la condizione in cui si trovavano le due Contesse, di nuora e di suocera, legame, che già di per sè abbastanza malagevole e grave di pericoli, era qui ancora aggravato dalla posizione alta della madre, da

---

(1) Bruchet, p. 424, Dep. di H. de la Fléchère: " dicens... comes quod " ipse medicus mentiebatur (aveva detto il Granvilla che il Conte non amava " nè la moglie, nè il figlio) et quod Deus sciat quia... si... Sabaudie comi" tissa... consors morietur ipse cum eidem mori vellet ". La circostanza dei beveraggi amatorii non depone in favore della sua affezione maritale, la quale, se veramente fosse esistita, avrebbe per propria virtù operato ciò che s'aspettava da quelle medicine.

(2) Anche tenendo conto della licenza di linguaggio dell'epoca, è notevole la risposta del Conte al Granvilla, che gli augurava che potesse starnutire: " Je faroe meus on pet ".

quella umile e quasi oscura della nuora, la quale non aveva neppure un gran conforto nell'appoggio maritale, e che per giunta non era di carattere e di animo molto elevato. Lo dimostrano la facilità con cui crede all'avvelenamento, e il superstizioso terrore con cui scongiura coll'unicorno gli effetti del veleno sulle mani di Cheyne, il quale non s'era accorto di nulla; atto che risaputo tosto aiutò molto a dar corpo ai sospetti correnti nel servidorame. Lo dimostra anche il suo passaggio a seconde nozze nel dicembre 1393, a soli due anni di distanza dalla morte del marito. Ben diversa e più degna sia nella prospera che nell'avversa fortuna è la condotta della gran Contessa.

Nelle due donne era dunque insita una fatale opposizione d'interesse e di carattere sufficiente a determinare in ciascuna la polarità necessaria perchè in quel torbido ambiente le energie che lo saturavano si orientassero, si disciplinassero, si tendessero per la lotta.

Ho cercato di abbozzare un quadro delle condizioni esistenti alla Corte di Savoia, per le quali si venne ad una presunzione di delitto e ad una designazione di colpevoli entrambe false. È da deplorarsi che un complesso di circostanze, destituite tutte di valore probatorio, abbia avuto il potere di condurre ad una sentenza di condanna, non solo i giudici del tempo, che sarebbero scusabili, ma gli stessi nostri contemporanei.

Come appare evidente in tutto questo la continuità del fenomeno storico! Se il processo del Conte Rosso avesse dovuto rifarsi ai giorni nostri davanti al tribunale dei nostri scrittori di storia, l'esito sarebbe stato identico a quello di cinquecento anni fa. In realtà questo dibattito si è chiuso soltanto il giorno in cui un medico intervenne e necessariamente confermò l'asserto dei suoi antichi colleghi, asserto che le passioni del tempo hanno impedito fosse accettato. Speriamo che ora almeno la sentenza sia definitiva e che questo esempio dimostri che le questioni, anche se appartengono al passato, devono risolversi con gli stessi criterii che si applicano alle attuali; e insegni allo storico che a lui spetta il compito di istruire coscienziosamente il processo raccogliendo tutto il materiale di testimonianze, non quello di pronunciare la sentenza, dove gli manca la capacità tecnica di giudicare del significato di codesto materiale.

Se non che il dramma di Ripaglia non consiste tutto nella

oggettività dell'avvelenamento. Gli atteggiamenti dei personaggi di questo dramma, lo stato d'animo loro, la condotta che tennero, informata o a fermi convincimenti — se pure errati — o a pertinaci intenti, suffragati sia da passioni nobili, sia da astuti calcoli, costituiscono essi pure un fenomeno storico altrettanto reale quanto l'esistenza del delitto, e certo più importante e per le sue conseguenze e per il suo valore come indice di coltura. La ricostruzione che per noi si fa della verità ha per risultato di assolvere i personaggi principali dalle accuse che una parte dei contemporanei e della posterità ha gettato su di loro; ma lascia sussistere l'insieme del dramma con tutti i suoi contrasti passionali, colla sua efficacia rappresentativa delle condizioni della società del tempo, le quali pur troppo, come si è visto, non sono poi ancora tanto dissimili dalle attuali. Perciò il rimprovero che si può muovere allo storico di aver trascurato l'accertamento peritale e d'aver precipitato un giudizio senza le prove indispensabili, anzi in contrasto con esse, non può muoversi all'artista, il quale riproducendo uno degli aspetti che il dramma ha assunto nelle menti di chi vi assistette o lo conobbe, ne trasse la materia della sua opera. La verità storica in questo caso cede il passo alla verità umana, la quale è sufficiente per l'opera d'arte, che ha ragion d'essere in sè indipendentemente da ogni elemento estrinseco. Tanto è vero che nell'opera d'arte, che impropriamente si chiama storica, può mutarsi il nome dei personaggi e l'epoca e il luogo, che sono gli elementi essenziali storici, senza scemarle per nulla il valore. E ciò perchè l'opera d'arte non ha per compito di riprodurre quel che fu in un dato momento, ma quel che è in ogni tempo.

Relazione intorno alla memoria del Prof. ANNIBALE PASTORE: *Dell'essere e del conoscere.*

Lo scritto, che col titolo *Dell'essere e del conoscere* il professore Annibale Pastore vi ha presentato perchè fosse inserito fra le *Memorie* della Classe, trascende, pur nella sua relativa brevità, i limiti di una semplice monografia, e può ben dirsi una compendiosa ma esauriente revisione critica dei principî fondamentali di tutta la filosofia teoretica e un tentativo ardito ma penetrante di rinnovamento dei suoi metodi. Che anzi, poichè in essa si affronta non solamente in tutta la sua ampiezza il problema dell'essere e del conoscere, ma ancora il problema stesso, che dal precedente rampolla, del valore della conoscenza anche di fronte alla concezione pratica della vita, così lo studio del Pastore attinge perfino, nelle sue ultime parti, ai supremi fastigî della morale.

E lo strumento, di cui l'Autore si è valso massimamente in cotesto suo ricercare le radici ultime della disciplina, è la logica, la logica, ben s'intende, non solamente intesa come esercizio di ragione, ma sopratutto come tipo di scienza; poichè essa, secondo il suo stesso dire, è veramente il musagete implicito di tutto il presente orientamento filosofico.

Ma qui cade subito a proposito un'avvertenza. Ed è, che, — se anche questo nuovo lavoro del Pastore si riattacca per la sua fondamentale concezione a una sua precedente e più breve nota, inserita nei Rendiconti dell'Accademia dei Lincei e intitolata: " Sull'origine delle idee in ordine al problema dell'universale ", ove egli si era però esclusivamente occupato di quella specie di idee universali, alle quali si ritiene che dia luogo la cosidetta induzione matematica; se anche egli qui riasserisce, per rispetto al metodo, la sua convinzione che buona parte, delle questioni gnoseologiche, non tutte però, siano risolvibili coi metodi matematici, e cioè sia col geometrico, sia con l'analitico, richiamandosi pur qui l'Autore a precedenti e noti scritti suoi, come ad esempio a quello: " Sopra alcune proprietà ottiche di un par-

ticolare piano isotropo e non omogeneo „ ; se anche, infine, per quanto ha tratto alla terminologia, è a quella delle scienze esatte (là dove altri filosofi com'è risaputissimo si sono compiaciuti di escursioni spesso semplicemente verbali nel campo delle scienze biologiche), che egli di predilezione si rifà: così che, ad esempio, a designare quelle quantità dell'essere, sulle quali si esercita l'attività conoscitiva e che costituiscono valori arbitrariamente scelti, come appunto sono le cose e i fatti del mondo naturale, le sensazioni e le idee del mondo spirituale (tanto nel loro essere che nel loro divenire), egli si varrà del termine *variabili indipendenti*, mentre, per converso, dirà *variabili dipendenti* quei valori determinati in corrispondenza ai valori attribuiti alle variabili indipendenti, e che sono le relazioni costanti sia dell'essere che del divenire del mondo naturale e le relazioni costanti sia dell'essere che del divenire del mondo spirituale; — pur tuttavia — e sta qui appunto il nocciolo della nostra avvertenza, — l'Autore si è tenuto lontano in questa memoria da quella identificazione sostanziale fra le scienze filosofiche e le matematiche, che è nei postulati di una recentissima, assai nota e certo rispettabilissima scuola, ma che ha dato certamente (a parte ogni giudizio sul suo valor sostanziale) in qualche esagerazione; come quando alcuni fra i processi più delicati del lavoro mentale furono ridotti, e per opera appunto di questo nostro medesimo Autore, all'espressione materiale di quelli del meccanico.

E di questo deviamento — non diciamo già abbandono — dall'antico cammino, la cagione fu, per rispetto al primo punto e cioè alla sostanza, la sfera non più limitata delle idee universali, alla quale si affisa qui l'indagine; e per rispetto al secondo punto e cioè al metodo, non solamente una considerazione di opportunità, vale a dire il proposito di rendere essa indagine accessibile a ogni maniera di lettori, ma ancora un motivo essenziale, ed è l'intromettersi, che l'Autore bene avverte, di troppe influenze modificatrici e perturbatrici di effetto temporaneo e permanente nella già di per sè complicata funzione conoscitiva, che toglie si possa risolvere con sicurezza mediante il semplice calcolo quella equazione fra gli stati e le variazioni dell'essere e i valori determinati che il conoscere assume in corrispondenza di essi, entro i limiti certi e ristretti,

in cui il conoscere è compreso; e, finalmente, per rispetto al terzo punto e cioè alla terminologia, l'accendersi e lo esaltarsi medesimo della materia trattata, la quale dalle gelide strettoie della logica matematica erompe nel fiotto medesimo della vita e si innalza fino alle supreme norme dell'azione. Cosicchè colui, il quale era mosso di tra la distinzione e contrapposizione delle varie specie dell'essere in *variabili indipendenti* e *variabili dipendenti*, siccome si è veduto, procede poi attraverso il cozzo formidabile dei due principî antitetici della necessità e della libertà, del determinismo e dell'indeterminismo, e sotto l'ispirazione di quei pensatori, italiani e stranieri, i quali hanno superata la fase esclusivistica con la bipolare assunzione di entrambi i suddetti principî e con il porre la realtà della coscienza morale nella compresenza più o meno antagonistica o conciliativa di essi, e assorge da ultimo fino alla conquista di un ulteriore principio, superiore a quello stesso da ultimo enunciato, e fino anzi alla proclamazione di una propria norma di coscienza e di vita, e cioè a quella che l'Autore chiama la *morale prometèa*. Perchè prometèa? Perchè è nella mitica figura di Prometeo che, secondo l'Autore, si attua la dignità suprema e la sintesi armonica della coscienza morale; perchè è Prometeo lo spirito più rappresentativo della libertà, anzi della liberazione degli uomini, che vogliono, come l'autore appunto conchiude e vuole, ben chiaramente ed esclusivamente riporre le basi della vita nella vita.

Con la quale formulazione del suo concetto fondamentale — non è forse in essa un'eco di quel tragico conflitto fra la interpretazione apollinica e la interpretazione dionisiaca della vita del quale Federico Nietzsche parlava? — l'Autore mostra di avere, tra le due correnti onde è sospinto, come egli stesso osserva, il nuovissimo pensiero italiano in fatto di filosofia teoretica, prese le mosse bensì da quella che si associa al lavorio di revisione critica dei principî e dei metodi delle scienze esatte, ma di essere poi stato trascinato anch'egli da quella, che non rinuncia, sono ancora sue parole, all'arbitrario ma più geniale soccorso della poesia.

E di ciò non ci lagneremo certamente noi, se a tale trapasso progressivo e quasi fatale, dobbiamo alcune pagine veramente magnifiche di inspirazione, di fattura e di ripercussione

etica ed emotiva, che chiudono questo lavoro. Poichè, se amarissima è l'ultima parola di esso: non esistere libertà che nella ragione, la quale sola ci può aiutare a comprendere il male, e nessuna arma esservi che questo possa debellare se non il comprenderlo, pur tuttavia essa vibra di una stoica intrepidità non scevra di un'alta significazione morale e di una perfetta nobiltà.

Onde — pur senza preoccuparci della consistenza di tali risultati, che la elevatezza del procedimento e la purezza delle intenzioni basterebbero a rendere degni di ogni più simpatica considerazione; pur senza lasciar di opporre qualche manchevolezza di svolgimento, dovuta al proposito di stringatezza che l'Autore si era fissato, per cui però alquanto impari riesce a tratti la sua critica, come ad esempio là, ov'egli differenzia la propria concezione da quella così celebrata del Croce nella Filosofia della pratica, ed ove egli si accontenta di poco più dell' enunciazione che tale differenza sta nell'innesto da parte sua di un elemento di razionalità sui due tronchi intrecciantisi, su cui poggia la teoria crociana, mentre che, se non già il valore stesso, almeno la straordinaria fortuna di quest'ultimo sistema, avrebbe voluto un qualche maggior chiarimento; pur senza tacere, infine, il rilievo che il Pastore si mostra in complesso uomo di non molti libri e di non troppo peregrine letture, forse perchè in tutta l'opera sua è visibile l'intento di collegare la propria concezione teoretica colle dottrine tradizionali della filosofia e segnatamente colle dottrine dello Spinoza e del Rosmini, e perchè, secondo l'Autore, la speculazione non può progredire sporadicamente; — noi siamo però concordi nel proporvi e nel vivamente raccomandarvi l'accoglimento di questa preziosa e molto elaborata memoria.

Pasquale D'Ercole,
Rodolfo Renier,
Francesco Ruffini, *relatore*.

L'Accademico Segretario
Gaetano De Sanctis.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza dell'8 Gennaio 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO S. E. PAOLO BOSELLI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: NACCARI, Direttore della Classe, SALVADORI, JADANZA, GUARESCHI, FILETI, PARONA, MATTIROLO, GRASSI, FUSARI, BALBIANO e SEGRE Segretario. — Scusa l'assenza il Socio GUIDI.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Presidente comunica un invito dell'Università di S. Andrea in Scozia, alle feste che si celebreranno per il 5° centenario della sua fondazione, dal 12 al 15 settembre 1911.

Presenta inoltre il dono fatto dal Dr. Giuseppe PIOLTI all'Accademia del 23° volume dei “ Monatsblätter „ della *Gesellschaft für Pommersche Geschichte und Altertumskunde*. Il dr. PIOLTI aveva già in passato fatto omaggio all'Accademia dei precedenti volumi di quella collezione.

Il Socio GUARESCHI presenta, per l'inserzione negli *Atti*, le due Note seguenti:

Azione dell'etere cianacetico sulle aldeidi orto- e paraossibenzoiche in presenza di ammoniaca, del Dr. Mario SCLAVI;

Sul perossido di Torio, di F. CALZOLARI.

Il Socio SEGRE, per incarico del collega relatore GUIDI, legge la Relazione sulla Memoria dell'Ing. Carlo Luigi RICCI, *L'ellisse di elasticità trasversale e le sue applicazioni nella scienza delle*

Costruzioni. Si approva all'unanimità la lettura e l'accoglimento della Memoria nei volumi accademici.

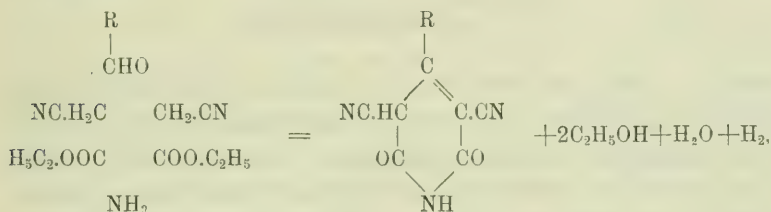
Il Socio Guareschi presenta all'Accademia la Parte prima di una sua Memoria su *Francesco Selmi e la sua opera scientifica*. In essa egli fa rilevare l'importanza delle principali ricerche scientifiche del Selmi quali quelle sullo solfo, sui cristalli misti isomorfi, sulla tetravalenza del piombo, sulle soluzioni sovrasature, sulle trasformazioni del joduro mercurico, sui fermenti e la nitrificazione, sul potere riduttore degli organismi inferiori, sul latte, sulle pseudosoluzioni o soluzioni colloidali, la scoperta delle ptomaine o alcaloidi cadaverici e delle patoamine, e quindi le ricerche sulle autointossicazioni, ecc. La Classe con voto unanime delibera la pubblicazione di questo lavoro fra le *Memorie*.

LETTURE

Azione dell'etere cianacetico sulle aldeidi orto- e paraossibenzoiche in presenza di ammoniaca.

Nota del Dr. MARIO SCLAVI (1).

Per consiglio del prof. Guareschi ho intrapreso lo studio dei derivati di condensazione delle aldeidi orto- e paraossibenzoiche, per vedere se anche da queste due aldeidi si formassero i sali ammonici delle diciangiutaconimidi sostituite, secondo l'equazione:

$$\begin{array}{ccc} & R & \\ & | & \\ & CHO & \\ NC.H_2C & & CH_2.CN \\ H_5C_2.OOC & & COO.C_2H_5 \\ & NH_3 & \end{array} = \begin{array}{ccc} & R & \\ & | & \\ & C & \\ & / \quad \backslash & \\ NC.HC & & C.CN \\ | & & | \\ OC & & CO \\ & \backslash \quad / & \\ & NH & \end{array} + 2C_2H_5OH + H_2O + H_2,$$

insieme ai prodotti secondari, etere e amide non saturi e amide satura.

Per la paraossibenzaldeide la reazione procede come in tutti i casi studiati dal prof. Guareschi.

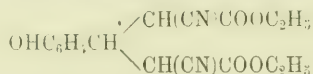
Ho trovato il sale ammonico della p.ossibenzaldiciangiutaconimide e accanto a questo la cianacrilamide fondente a 245° e la cianacetamide sostituita fondente a 156°.

Debbo però a questo riguardo notare un fatto: che la quantità di cianacetamide è inferiore della metà a quella della

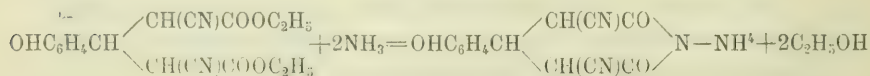
(1) Queste ricerche sono state eseguite dal Dr. Mario Sclavi nel mio laboratorio nell'anno 1905 e facevano parte della tesi di Laurea in Chimica e Farmacia. I. GUARESCHI.

cianacrilamide; ciò, a mio parere, non può dipendere che dalla posizione para dell'ossidrile fenico, il quale induce nei due atomi di carbonio uniti da doppio legame nella cianacrilamide, una minore capacità alla saturazione che su essi tendono ad esercitare i due atomi di idrogeno che si svolgono allorchè chiudesi l'anello piridico. Questa mia ipotesi è confortata dal fatto che anche il dott. Piccinini (1) che studiò il comportamento della vanillina e dell'aldeide protocatechica, le quali contengono pure due ossidrili liberi, trovò solo accanto ai sali ammonici le corrispondenti amidi non sature, e ne dedusse perciò che la tendenza dell'amide non satura ad idrogenarsi è relativamente piccola, e che si abbia di preferenza qualche reazione concomitante, giacchè l'idrogeno non si svolge allo stato di gaz.

Per l'aldeide salicilica la reazione varia un poco. Il prodotto principale non è più costituito dal sale ammonico, ma da un etere saturo simmetrico, il quale è l'etere *ortoossibenzaldicianacetico*:

$$OHC_6H_4CH\begin{matrix}\diagup CH(CN)COOC_2H_5 \\ \diagdown CH(CN)COOC_2H_5\end{matrix}$$

identico a quello che Bechert (2) ottenne per reazione dell'etere cianacetico sull'aldeide salicilica in presenza di etilato sodico.

Ciò dimostra che la reazione non solo si arresta al suo primo tempo, ma anche che l'aldeide salicilica in luogo di reagire molecola per molecola coll'etere cianacetico, reagisce subito con due molecole di etere, e che il sale ammonico, il quale in questo caso costituisce un prodotto secondario, originasi direttamente per l'azione prolungata dell'ammoniaca sull'etere senza che abbia luogo la trasformazione dell'etere in amide:

$$OHC_6H_4CH\begin{matrix}\diagup CH(CN)COOC_2H_5 \\ \diagdown CH(CN)COOC_2H_5\end{matrix} + 2NH_3 = OHC_6H_4CH\begin{matrix}\diagup CH(CN)CO\diagdown \\ \diagdown CH(CN)CO\diagup\end{matrix}N-NH^4 + 2C_2H_5OH$$

Ammettendo questo, si verrebbe pure ad ammettere la formazione di una dicianglutarimide, il che non è stato ancora ri-

(1) Piccinini, *Azione dell'etere cianacetico su alcune aldeidi diossifenoliche*, " Atti R. Acc. Scienze di Torino ,, vol. XXXIX, 19 Giugno 1904.

(2) " Journ. f. prakt. Chem. ,, 1894, vol. 50, p. 20.

scontrato per nessun'altra aldeide; cosa che sperimentalmente io non ho potuto confermare.

Riassumerò ora brevemente i dati sperimentali.

Paraossibenzaldeide $C_6H_4\begin{matrix} \diagup OH & (1) \\ \diagdown CHO & (4) \end{matrix}$.

L'aldeide adoperata proveniva dalla Casa Kahlbaum e presentava tutti i caratteri di purezza richiesti.

Punto di fusione 117°.

Metto a reagire in boccia a tappo smerigliato quantità proporzionali ai pesi molecolari di aldeide (1 molecola, cioè gr. 6,1), etere cianacetico (2 molecole = gr. 11,2) e ammoniaca (3 molecole, cioè 15 cm^3 al 23 %).

Sciolgo dapprima l'aldeide e l'etere in 14 cm^3 di alcool a 90°; poi aggiungo l'ammoniaca. Il liquido omogeneo e limpido colorasi subito in giallo senza aumento sensibile di temperatura. Agito con turbina Rabe: in capo a un paio d'ore il liquido comincia a intorbidarsi e dopo 24 ore di agitazione si ha nella boccia una massa semifluida giallo schietto inglobata da un liquido rosso-vinoso.

Lascio in riposo 12 ore: filtro alla pompa e ne separo così un prodotto che, lavato con alcool e asciugato tra carta all'aria, si presenta in masse incolore, che, secche, pesano gr. 5,75. Il rendimento rispetto all'aldeide impiegata è del 70 % circa. Ripetuta la preparazione: egual rendimento. Il liquido filtrato è rosso vinoso, odora fortemente di ammoniaca: lo diluisco con circa 40 cc. di acqua e lo lascio a sè.

Non osservando nessuna precipitazione ne distillo l'alcool: ottengo allora un precipitato in fiocchetti giallognoli che raccolti, asciugati e seccati, pesano gr. 1,35. Fondono decomponendosi a 235°-239°: di essi parlerò in seguito e per ora li chiamo A.

Il rimanente del liquido abbandonato alla spontanea evaporazione sull'H_2SO_4 lascia depositare due sostanze: una voluminosa leggerissima che raccolta pesa gr. 0,80, si presenta in cristalli lunghi e lucenti. Fonde a 145° (composto B): la seconda è in globetti fondenti con decomposizione a 180°.

Esaminata in seguito si dimostrò formata di un miscuglio di sale ammonico e di composto A.

Le ultime acque madri si condensano in una massa fluida dalla quale mediante estrazioni con etere, ricavai piccole quantità di aldeide paraossibenzoica e di composto A, e mediante soluzione in acqua bollente del residuo insolubile in etere, *piccole quantità* di sale ammonico.

Sale ammonico della paraossibenzaldicianglutaconimide. — Grezzo e secco all'aria si presenta in masse dure bianche lievemente giallognole, che osservate al microscopio si dimostrano composte da lunghi cristalli aciculari intrecciati fra loro: tra essi si notano cristallini di sostanza gialla. Lo depurai trattandolo con etere in apparecchio a ricadere. Allontanando l'etere per distillazione ottenni un residuo cristallino giallo che ha i caratteri e il punto di fusione del composto A. Dopo l'estrazione il sale ammonico così purificato venne cristallizzato dall'acqua bollente. Lo ottenni per raffreddamento della soluzione acquosa in piccole masse bianchissime che raccolsi, asciugai e seccai tra carta all'aria.

Sale bianco leggero che non fonde fino a 300°; abbastanza solubile in acqua bollente dando soluzioni lievemente giallognole: poco solubile a freddo. Gr. 14,9482 di soluzione satura a freddo di sale ammonico, evaporati in capsula di platino a b.m., hanno dato un residuo che seccato a 100-105° pesava gr. 0,0268: una parte di sale sciogliesi quindi in 557 parti di H_2O a freddo.

È poco solubile nell'alcool anche concentrato: pochissimo nell'acetone e nell'etere: per evaporazione spontanea di questi solventi lo si ottiene in cristalli aciculari lucenti.

È un sale abbastanza stabile. Non perde ammoniaca nè a temperatura ordinaria nè a 100°; la perde lentamente a freddo. rapidamente a caldo se trattato con latte di magnesia.

Cristallizza con due molecole di acqua di cristallizzazione.

Gr. 0,7485 di sostanza secca all'aria hanno perso per riscaldamento a 100-105° gr. 0,0908 di H_2O.

Gr. 1,6124 idem idem nelle medesime condizioni hanno perso gr. 0.1918 di H_2O.

Calcolato per $C_{13}H_{10}N_4O_3+2H_2O = 306$	trovato %	
	1°	2°
H_2O 11,76	12,01	11,89

All'analisi la sostanza diede:

I. — Gr. 0,3612 di sale ammonico distillato in corrente di vapore con latte di magnesia, fornirono gr. 0,0231 di ammoniaca.

II. — Gr. 0,3993 id. id. fornirono gr. 0,02539 di NH_3.

III. — Gr. 0,1740 di sale ammonico anidro danno cc. 30,6 di azoto a 13°,5 e 747 mm. = a gr. 0,03554 di N.

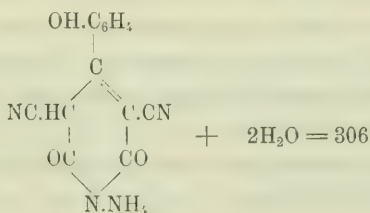
IV. — Gr. 0,1803 di sale ammonico anidro danno a 15°,3 e 750,5 mm. 32,6 cm^3 di N = a gr. 0,03704 di N.

V. — Gr. 0,1436 di sale ammonico anidro danno gr. 0,3061 di CO_2 e gr. 0,0536 di H_2O.

VI. — Gr. 0,1602 di sale ammonico anidro danno gr. 0,3370 di CO_2 e gr. 0,0580 di H_2O.

	Calcolato per $C_{13}H_{10}N_4O_3 = 270$	trovato					
		I	II	III	IV	V	VI
C =	57,77	—	—	—	—	58,16	57,37
H =	3,70	—	—	—	—	4,10	4,01
N =	20,70	—	—	20,4	20,51	—	—
NH_3 =	6,29	6,39	6,36	—	—	—	—

Dal complesso di queste analisi è dimostrato che il sale ammonico esaminato è realmente il sale ammonico della paraossibenzaldicianglutaconimide, avente la costituzione:

```
        OH.C6H4
           |
           C
          / \\
  NC.HC       C.CN
     |        |         +   2H2O = 306
    OC        CO
      \      /
        N.NH4
```

Le soluzioni acquose sature a freddo di questo sale ammonico trattate con soluzioni acquose di sali metallici formano sali ben definiti, alcuni dei quali ho esaminato. Trattate:

1° Con cloruro ferrico danno un precipitato in masse bianche, lievemente carnicine, che decompongonsi all'ebullizione;

2° Con solfato ferroso, precipitato in masse leggere, bianco azzurrognole, decomponibili all'ebullizione;

3° Con solfato di rame, precipitato in aghetti azzurroverdastri solubili a caldo e riprecipitanti a freddo;

4° Con cloruro di bario precipitato in aghi lunghi di splendore setaceo, molto solubili a caldo, e riprecipitanti a freddo;

5° Con nitrato d'argento, e con nitrato di Ag ammoniacale, precipitato in aghi bianchi a freddo, giallognoli a caldo, poco solubili a caldo, alterantisi alla luce;

6° Con cloruro potassico, intensa precipitazione di minutissimi aghi bianchi, solubili a caldo;

7° Con fosfato bisodico, e con cloruro sodico, precipitato il primo in aghi giallognoli, il secondo in aghetti bianchi, solubili entrambi a caldo.

L'alcool diluito li scioglie entrambi e ne impedisce la formazione.

È degna di nota la straordinaria sensibilità di questo sale ammonico verso i sali di potassio.

Con volumi eguali di soluzione satura a freddo di sale ammonico e di cloruro potassico, ottenni subito intensi precipitati con soluzioni di KCl all'1 e al 0,5 $^0/_{00}$; con soluzioni all'1 per 3000 ottenni precipitato ancora dopo 5 ore; con soluzione di KCl all'1 per 4000 dopo 12 ore.

Sale di magnesio $(C_{13}H_6N_3O_3)_2$ Mg + $6H_2O$ = 636,36).

Estrassi questo sale lisciviando con acqua bollente il residuo rimasto in fondo al pallone distillatore impiegato nel dosamento dell'NH_3 nel sale ammonico. È un sale bianco cristallizzato in lunghi cristalli leggerissimi, bianchi lucenti, che contengono 6 molecole di H_2O.

Gr. 0,3438 hanno perso per riscaldamento a 100-105° dopo 4 ore gr. 0,058 di H_2O.

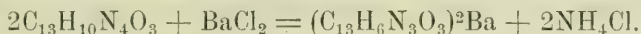
Calcolato per $(C_{13}H_6N_3O_3)^2Mg + 6H_2O = 636,36$	trovato
H_2O % 16,97	H_2O % 16,87

Il dosamento del magnesio in questo sale dimostra che qui il composto funziona come monobasico.

Gr. 0,2866 di sale di magnesio anidro, calcinato in crogiolo di platino, hanno dato un residuo costituito da gr. 0,0218 di ossido di magnesio = 0,0129 di Mg.

Calcolato per $(C_{13}H_6N_3O_3)^2Mg = 528,36$	trovato
Mg % 4,61	Mg % 4,50

Sale di bario $(C_{13}H_6N_3O_3)^2.Ba + 6H_2O = 749,40$. — Ho preparato questo sale trattando una soluzione acquosa calda di gr. 1,076 di sale ammonico con una soluzione, pure calda, contenente la quantità calcolata di cloruro di bario (gr. 0,4867) secondo la reazione:

$$2C_{13}H_{10}N_4O_3 + BaCl_2 = (C_{13}H_6N_3O_3)^2Ba + 2NH_4Cl.$$

Per raffreddamento della soluzione cristallizza il sale di bario in cristalli bianchi, fini, lucenti, molto simili a quelli del sale di magnesio, molto solubili in acqua calda e che cristallizzano con 6 molecole di H_2O.

Gr. 0,8085 di sale di bario secco all'aria riscaldati per circa 2 ore ½ in bagno di vapore acqueo nell'apparecchietto Guareschi hanno perso gr. 0,1149 di H_2O.

Calcolato per $(C_{13}H_6N_3O_3)^2Ba + 6H_2O = 749$	trovato
H_2O % 14.41	H_2O % 14,21

Ho dosato il bario in questo sale sotto forma di solfato:

a) *per via secca*: calcinando il sale in crogiolo di platino in modo da ottenere ossido di bario, umettando questo con H_2SO_4, trasformando in tal modo l'ossido in solfato di bario e calcinando di nuovo fino a peso costante. Gr. 0,2708 di sale di bario anidro hanno dato in tale guisa: gr. 0,098 di $BaSO_4$ pari a gr. 0,0576 di bario;

b) *per via umida*: decomponendo il sale di bario colla quantità calcolata di acido solforico, raccogliendo, calcinando e pesando il solfato di bario precipitato.

Gr. 0,694 di sale di bario anidro, trattati nel modo descritto hanno dato gr. 0,2399 di solfato di bario pari a gr. 0,1412 di bario.

Calcolato	trovato	
Ba % 21,42	1° 21,28	2° 20,34

Sale d'argento $C_{13}H_6N_3O_3Ag + H_2O = 378$.

Avendo il prof. Guareschi riscontrato che alcune diciandiossipiridine possono funzionare da acidi bibasici dando sali biargentici (1), forse per la migrazione che subiscono l'atomo di H del gruppo CH.CN e l'atomo di idrogeno imidico, sperimentai se ciò avvenisse pel derivato da me ottenuto.

Precipitai perciò una soluzione acquosa calda di sale ammonico con nitrato d'argento ammoniacale in quantità calcolata appunto per ottenere il sale biargentico.

Ottenni dei cristalli bianco-giallastri poco solubili in acqua, alterabili alla luce, e che cristallizzano con una molecola di H_2O: il dosamento dell'Ag in esso mi dimostrò avvenuta la formazione di un sale mono-argentico.

Gr. 1,6182 di sale secco all'aria tenuti nel vuoto sull'H_2SO_4 hanno perso gr. 0,0776 di H_2O.

Calcolato per $C_{13}H_6N_3O_3Ag + H_2O = 378,13$	trovato
H_2O % 4,76	4,79

Gr. 0,371 di sale d'Ag anidro calcinati mi diedero un residuo costituito di gr. 0,112 d'Ag metallico:

Calcolato per $C_{13}H_6N_3O_3Ag = 360$	trovato
Ag % 30,00	Ag % 30,18

Paraossibenzaldicianglutaconimide $C_{13}H_7N_3O_3 = 253$.

Preparai questo composto decomponendo il sale di bario colla quantità calcolata di H_2SO_4 e il sale d'Ag. sospeso in acqua con corrente di H_2S. L'imide ottenuta nei due modi è identica.

(1) “Mem. della Accademia delle Scienze di Torino„, Serie 2ª, T. L, pag. 240.

Si presenta in cristalli bianchi, fini, lucenti: è solubilissima nell'acqua e nell'alcool.

Ha carattere acido marcatissimo e si combina colle basi monometalliche molecola per molecola. All'analisi questo pseudo acido secco all'aria ha dato:

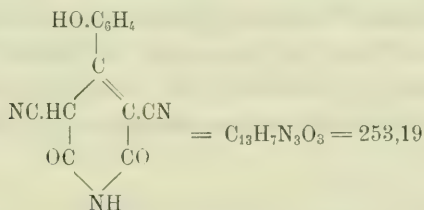
Gr. 0,1210 di imide danno a 16° e a 743,6 mm., cm^3 17,8 di N pari a gr. 0,02028 di N:

Calcolato per $C_{13}H_{17}N_3O_3 = 253$	trovato
N % 16,6	N % 16,76

Gr. 0,1594 di imide richiedono per la loro neutralizzazione cc. 3,65 di NaOH $\frac{N}{10}$ (indicatore fenolftaleina).

Calcolato per $C_{13}H_{17}N_3O_3$	trovato
NaOH % 15,8	NaOH % 16,3

A questo composto spetta dunque la formula

```
        HO.C6H4
           |
           C
          / \
    NC.HC     C.CN
       |      |         = C13H7N3O3 = 253,19
      OC      CO
        \    /
          NH
```

Paraossibenzalcianacrilamide $C_{10}H_8N_2O_2 = 188$. — È questo il composto A che si ottiene distillando l'alcool dal liquido dal quale fu separato il sale ammonico. ed estraendo con etere il sale ammonico grezzo.

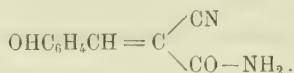
Impuro, questo composto si presenta in cristallini giallastri fondenti con decomposizione a 238-239°. Purificato con ripetute cristallizzazioni dall'alcool a 90° lo si ha in cristalli giallo vivo fondenti nettamente a 245° svolgendo NH_3. È poco solubile in acqua, solubile in alcool ed acetone, meno nell'etere. All'analisi la sostanza secca ha dato:

Gr. 0,1305 danno a 14°,5 e 739 mm. cc. 17,8 di N pari a gr. 0,01905 di N.

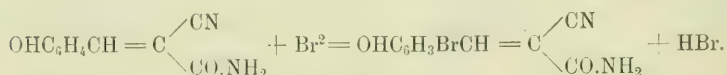
Gr. 0,1152 danno gr. 0,2686 di CO_2 e gr. 0,0448 di H_2O.

Calcolato per $C_{10}H_8N_2O_2 = 188$		trovato
C %	63,82	63,58
H %	4,25	4,31
N %	14,89	14,60

Questi numeri informano quindi trattarsi dell'amide non satura, cui si assegna la formula:

$$OHC_6H_4CH = C\begin{cases} CN \\ CO-NH_2 . \end{cases}$$

In causa della piccola quantità di sostanza a mia disposizione non ho potuto esaminare completamente il comportamento di questa sostanza verso il bromo.

Basandomi però su alcune esperienze e sulle analogie che corrono tra l'aldeide paraossibenzoica e il piperonalio mi permetto l'ipotesi che il bromo agendo sulla p-ossibenzalcianacrilamide non si addizioni ai due atomi di carbonio non saturo in modo da formare un bromoderivato saturo, ma vada a sostituire l'atomo di idrogeno del nucleo aromatico dell'aldeide.

$$OHC_6H_4CH = C\begin{cases} CN \\ CO.NH_2 \end{cases} + Br^2 = OHC_6H_3BrCH = C\begin{cases} CN \\ CO.NH_2 \end{cases} + HBr.$$

Decomponendo quindi questo bromoderivato con soluzioni alcaline si dovrà ottenere da una parte la bromoparaossibenzaldeide e dall'altra un derivato dell'acido malonico.

Paraossibenzalcianacetamide $C_{10}H_{10}N_2O_2 = 190$. — È questo il composto B che precipita per evaporazione spontanea sull'acido solforico del liquido della condensazione. Grezzo, è in cristalli polverulenti grigiastri solubili in acqua bollente e alcool, fondenti a 145° svolgendo NH_3.

Purificata per ripetute cristallizzazioni dall'acqua bollente si ottiene in cristalli fini, lunghi, lucenti, bianchissimi, il cui punto di fusione è 156°.

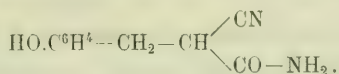
Seccata e analizzata, ha dato i seguenti risultati:

Gr. 0,1031 di sostanza diedero a 17°,5 e 723,3 mm. cc. 13,7 di N = a gr. 0,01532 di N.

Gr. 0,1288 di sostanza diedero gr. 0,297 di CO_2 e gr. 0,0594 di H_2O.

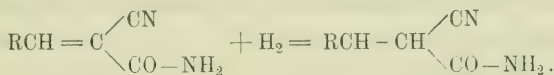
	Calcolato per $C_{10}H_{10}N_2O_2 = 190$	trovato
C %	63,15	62,88
H %	5,26	5,12
N %	14,73	14,86

Da questi numeri risulta evidente che il composto esaminato è la paraossibenzalcianacetamide, avente per formula:

$$HO.C^6H^4-CH_2-CH\begin{cases}CN\\CO-NH_2\end{cases}.$$

Essa si origina, come dimostrò Guareschi (1) per l'azione dei due atomi d'idrogeno, svoltisi nella chiusura dell'anello piridico, sulla cianacrilamide:

$$RCH=C\begin{cases}CN\\CO-NH_2\end{cases}+H_2=RCH-CH\begin{cases}CN\\CO-NH_2\end{cases}.$$

* * *

Ortoossibenzaldeide $C_6H_4\begin{cases}OH & (1)\\CHO & (2)\end{cases}$.

Metto a reagire in una boccia a tappo smerigliato gr. 6,1 di aldeide salicilica, gr. 11,1 di etere cianacetico e cc. 15 di NH_3 al 23 %. Per aggiunta dell'ammoniaca la soluzione si rapprende in una massa rosso-vinosa con forte aumento di temperatura; agitando, essa si ridiscioglie e torna a condensarsi in una massa

(1) GUARESCHI, *Sulle diciandiossipiridine*, loc. cit.

giallo vivo inglobata da un liquido rosso bruno dopo 6 ore di agitazione. Aggiungo allora 45 cc. di acqua e torno ad agitare per altre due ore. Dopo riposo, filtro alla pompa; raccolgo così un prodotto che lavato, asciugato e seccato si presenta in masse dure gialliccie pesanti gr. 13,1. Le acque madri odorano fortemente di ammoniaca.

Evaporate a b.m. a mite calore, poi nel vuoto sull'acido solforico, depositano un prodotto bruno giallastro in minuti fiocchetti pesanti gr. 1,30.

Etere ortoossibenzaldicianacetico $OHC_6H_4CH\left\langle\begin{matrix}CH(CN)COOC_2H_5\\CH(CN)COOC_2H_5\end{matrix}\right.$.

Esaurendo il prodotto della condensazione con etere in apparecchio a ricadere si ottiene, distillando l'etere, un residuo formato da cristallini giallognoli fondenti a 128-129° e pesanti gr. 8. Depurando questo nuovo prodotto con ripetute cristallizzazioni dall'alcool all'80 % lo si ottiene in piccoli cristalli bianchi, lucenti e che fondono nettamente a 140° in un liquido bruno. Sono solubili in alcool diluito e concentrato, in etere e benzene; insolubili in acqua.

Secca all'aria la sostanza ha dato all'analisi:

Gr. 0,2034 di sostanza dànno a 17°,5 e 731 mm. 15,4 cm^3 di N = a gr. 0,01741 di azoto.

Gr. 0,1301 di sostanza dànno gr. 0,2894 di CO_2 e gr. 0,0638 di H_2O.

Calcolato per $C_{17}H_{18}N_2O_5 + \frac{1}{2} H_2O = 339$		trovato
C %	60,18	60,6
H %	5,60	5,44
N %	8,26	8,55

Queste analisi, oltre a confermare l'identità di questo composto coll'etere ortoossibenzaldicianacetico ottenuto dal Bechert, (luogo citato), confermano pure le di lui esperienze, secondo le quali l'etere cristallizzerebbe con una mezza molecola d'acqua.

Sale ammonico. — Questo composto lo si ottiene asportando, con etere, l'etere ortoossibenzaldicianacetico dal prodotto della condensazione.

Pesa in tutto gr. 5,4, è giallastro, pochissimo solubile negli ordinari solventi (acqua, alcool diluito e concentrato, benzolo, acido acetico); il suo miglior solvente sembra sia l'alcool al 25 %, per quanto in esso pure si sciolga molto poco; infatti:

Gr. 24,9086 di soluzione satura a freddo di sale ammonico evaporati in capsula di platino a b.m. dànno un residuo che seccato a 100-105° pesa gr. 0,0138. Una parte di sale si scioglie quindi in 1804 di alcool al 25 %.

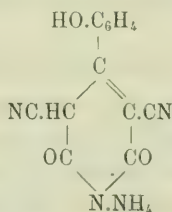
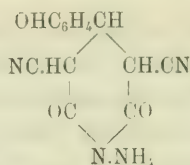
Tentai di cristallizzarne una piccola parte (2 gr.) da questo alcool: ottenni dei minutissimi fiocchetti giallastri che cristallizzano con 1 e $^1/_2$ molecole d'acqua.

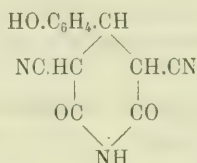
Gr. 0,562 di sale ammonico secco all'aria perdono dopo 4 ore di riscaldamento a 100-105°, gr. 0,0534 di H_2O.

Calcolato per $C_{13}H_{10}N_4O_3 + 1\ ^1/_2\ H_2O$ = gr. 297,29	trovato
H_2O % 9,02	H_2O 9,5 %

Non perde NH_3 nè a temperatura ordinaria nè a 100°; la perde invece lentamente ma in modo netto a freddo, rapidamente a caldo se trattato con latte di magnesia. Le sue soluzioni alcooliche precipitano bene con alcune soluzioni metalliche: cloruri di bario, potassio e sodio, cloruro ferrico, solfato di rame, nitrato d'argento.

Sottoposta all'analisi questa sostanza mi ha dato risultati non molto concordanti tra di loro; dipendenti certamente dalla difficoltà di ottenerla pura, in causa della sua poca solubilità. Si può tuttavia dedurre da essi che anche qui trattasi di un sale ammonico, ma non è possibile affermare se trattisi del sale ammonico della ortoossibenzaldicianglutaconimide:

```
       HO.C6H4
          |
          C
        /   \\
  NC.HC      C.CN
     |        |
     OC       CO
       \\    /
        N.NH4
```

oppure del sale ammonico della dicianglutarimide avente la costituzione:

Data la formazione dell'etere ortoossibenzaldicianacetico il quale non contiene doppio legame, è lecito supporre che si formi quest'ultimo sale ammonico di preferenza che il primo, tanto più che Bechert ha preparato per azione dell'ammoniaca alcoolica sull'etere ortoossibenzaldicianacetico un'imide glutarica avente la costituzione:

```
     HO.C6H4.CH
           /  \
    NC.HC      CH.CN
      |          |
     OC          CO
        \      /
          NH
```

Però, essendosi Bechert limitato a determinare il solo azoto, la questione se trattisi realmente di una dicianglutaconimide o no, è ancora insoluta, tanto più che la differenza nella percentuale di idrogeno fra le due è molto piccola.

Il composto proveniente dalla evaporazione delle acque madri ha gli stessi caratteri del sale ammonico ora descritto, ed è quindi da ritenersi eguale a questo.

Lo studio delle due reazioni mi porta alle seguenti conclusioni:

1° Non si formano nella condensazione delle due aldeidi i composti a funzione mista di etere e amide che Carrick pel primo ottenne per azione dell' ammoniaca acquosa sull' etere α cianocinnamico, e Guareschi con reazioni analoghe, da molte altre aldeidi;

2° Nella condensazione dell'aldeide paraossibenzoica ho ottenuto il sale ammonico della dicianglutaconimide sostituita in γ dal residuo dell'aldeide e come prodotti secondari ho pure ottenuto le due amidi corrispondenti, satura e non satura;

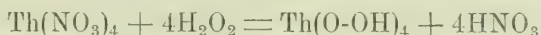
3° Nella condensazione dell'aldeide salicilica ho ottenuto come prodotto principale l'etere ortoossibenzaldicianacetico e come prodotto secondario un sale ammonico senza trovare traccia di altri composti secondari.

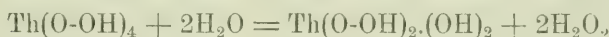
Sul perossido di Torio [1].

Nota di F. CALZOLARI.

L'acqua ossigenata anche senza aggiunta di ammoniaca o di altri alcali, precipita, com'è noto, quantitativamente il Torio dalle soluzioni neutre o debolmente acide dei suoi sali allo stato di perossido idrato, composto al quale viene attribuita la formola $Th_2O_7.xH_2O$. Questa reazione è molto importante, perchè su di essa è basato il metodo migliore di dosamento del Torio in presenza degli elementi delle terre rare. Essa venne interpretata dal Pissarjewsky (2) nel modo seguente:

In un primo tempo l'acqua ossigenata sposterebbe completamente i radicali acidi del sale di Torio: p. es. col nitrato secondo l'equazione:

$$Th(NO_3)_4 + 4H_2O_2 = Th(O\text{-}OH)_4 + 4HNO_3$$

poi durante il lavaggio, il perossido idrato $Th(O\text{-}OH)_4$ verrebbe idrolizzato con formazione di prodotti meno ricchi in ossigeno attivo:

$$Th(O\text{-}OH)_4 + H_2O = Th(O\text{-}OH)_3.OH + H_2O_2$$
$$Th(O\text{-}OH)_4 + 2H_2O = Th(O\text{-}OH)_2.(OH)_2 + 2H_2O_2$$
$$Th(O\text{-}OH)_4 + 3H_2O = Th(O\text{-}OH).(OH)_3 + 3H_2O_2$$

Il prodotto $Th_2O_7.xH_2O$ che si ottiene dopo lavaggio completo sarebbe una miscela equimolecolare del composto $Th(O\text{-}OH)_2.(OH)_2$ col composto $Th(O\text{-}OH).(OH)_3$.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica della L. Università di Ferrara.

(2) *Z. f. anorg. Chem. 31*, 359 (1902).

Secondo alcune determinazioni da me eseguite l'azione dell'acqua ossigenata sui sali di Torio non è così profonda come l'ha supposta il Pissarjewsky. Io ho determinato per via indiretta la composizione del perossido idrato non sottoposto a lavaggio, facendo agire volumi noti di una soluzione titolata d'acqua ossigenata sopra volumi noti di soluzioni di sali di Torio, e poi, avvenuta la deposizione del precipitato, dosando su parti aliquote del liquido limpido l'acqua ossigenata in eccesso e l'acido liberatosi nella reazione. Tale analisi indiretta è possibile, perchè il perossido di Torio non esercita alcuna azione decomponente sull'acqua ossigenata, come aveva già riconosciuto il Pissarjewsky e come io pure ho verificato.

I risultati delle mie esperienze che vennero eseguite con quantità diverse di acqua ossigenata e sopra sali diversi di Torio sono i seguenti:

1° Il precipitato che si ottiene facendo reagire l'acqua ossigenata sulle soluzioni di nitrato di Torio contiene per due atomi di Torio tre atomi di ossigeno attivo e due equivalenti di acido nitrico ancora combinati;

2° Dalle soluzioni di cloruro di Torio per azione dell'acqua ossigenata si separa un perossido idrato che contiene per due atomi di Torio tre atomi di ossigeno attivo ed un equivalente di acido cloridrico ancora combinato;

3° Il precipitato che si ha dalle soluzioni di solfato di Torio contiene per due atomi di Torio, a seconda delle condizioni, da due a tre atomi di ossigeno attivo e due equivalenti di acido solforico combinati.

In nessun caso dunque l'ossigeno attivo e l'acido che si libera raggiungono i valori supposti dal Pissarjewsky.

Nel corso di queste esperienze ho avuto occasione di constatare un fenomeno interessante che mi ha condotto alla preparazione del perossido colloidale di Torio. Facendo reagire l'acqua ossigenata sopra una soluzione diluita di cloruro di Torio, che conteneva un po' di ossicloruro, non ebbi alcun precipitato.

La reazione però tra il sale di Torio e l'acqua ossigenata doveva essere in qualche modo avvenuta, perchè il liquido, dopo l'aggiunta dell'acqua ossigenata, era diventato nettamente acido. Il perossido formatosi doveva dunque essere rimasto in soluzione probabilmente allo stato colloidale. Infatti aggiungendo

una soluzione di cloruro d'ammonio ebbi tosto la precipitazione quantitativa del perossido idrato.

Per ottenere la soluzione colloidale di perossido di Torio allo stato di purezza sottoposi a dialisi una soluzione neutra di cloruro di Torio addizionata di acqua ossigenata in eccesso. Attraverso la membrana dializzante passarono rapidamente dell'acido cloridrico e dell'acqua ossigenata che vennero tosto riscontrati nel liquido esterno: non passarono invece nemmeno traccie di Torio. Si continuò la dialisi finchè il liquido esterno non diede più le reazioni dell'acqua ossigenata e quindi nel liquido interno il rapporto $\frac{\text{Th}}{\text{O attivo}}$ divenne costante.

La soluzione di perossido colloidale è un liquido limpido, incolore, a reazione neutra che può venir evaporato a bagno maria senza formazione di precipitato: si ha tosto la coagulazione per aggiunta di elettroliti (NH_4Cl, $NaCl$, NH_4NO_3, H_2SO_4) anche in piccola quantità. Esso contiene per due atomi di Torio tre atomi di ossigeno attivo: inoltre vi si riscontrano piccole quantità di Cloro che possono venir ridotte a minime traccie prolungando la dialisi per molti giorni.

Il precipitato che si ha per coagulazione contiene il Torio e l'ossigeno attivo nello stesso rapporto che la soluzione colloidale. Nel liquido rimasto dopo la coagulazione non si riscontrano nemmeno traccie di Torio e di acqua ossigenata.

Da questi fatti mi pare si possa concludere che l'acqua ossigenata. la quale non si separa dal Torio nemmeno con una dialisi molto lunga e lo accompagna totalmente nella precipitazione, dev'essere effettivamente e saldamente legata al Torio.

Faccio notare che di tutti i perossidi finora noti il perossido di Torio è il primo ad essere ottenuto allo stato colloidale. Ricerche analoghe ho intraprese sui sali di Zirconio e di Titanio i cui perossidi sembrano comportarsi in modo simile a quello di Torio.

PARTE SPERIMENTALE

Per analizzare in modo indiretto il perossido idrato di Torio si procedeva come segue:

In un cilindro a tappo smerigliato s'introduceva un volume esattamente misurato della soluzione del sale di Torio (da 10 a 30 cc.) di cui era stato previamente determinato il contenuto in Torio ed in acido, poi 10 cc. di soluzione al 10 % di cloruro o di nitrato d'ammonio, quindi con una buretta l'acqua ossigenata ad una concentrazione dal 2 al 10 % ed infine tant'acqua da portare il volume del liquido a 100 cc. Le soluzioni impiegate erano state precedentemente raffreddate a temperatura di 4°-5° ed alla stessa temperatura veniva pure mantenuto il cilindro nel quale si faceva avvenire la reazione.

L'aggiunta di acqua ossigenata determinava subito la formazione di un precipitato bianco fioccoso che si depositava rapidamente al fondo. Il dosamento dell'acqua ossigenata nel liquido limpido si eseguiva prelevandone un campione di 10 cc. e titolando con soluzione di $KMnO_4$: su 20-50 cc. si determinava l'acidità con soluzione $^N/_{10}$ di KOH.

Il tempo non ha influenza sulla reazione. Determinazioni di ossigeno attivo e di acidità fatte dopo tempi diversi dalla precipitazione diedero gli stessi risultati. S'intende che le soluzioni venivano mantenute sempre a 4°-5°.

Esperienze con nitrato di Torio.

Determinai nella soluzione impiegata la percentuale di ThO_2 ed il contenuto in HNO_3, perchè il nitrato purissimo del commercio contiene ordinariamente acido nitrico in quantità alquanto superiore al teorico affinchè il prodotto sia completamente solubile in acqua.

La soluzione conteneva gr. 0,9485 di ThO_2 % cc. e gr. 0,9415 di HNO_3 % (determinato col metodo Schulze e Tiemann). L'acqua ossigenata impiegata conteneva gr. 2.074 di H_2O_2 %.

1ª *Esperienza.* — A 20 cc. della soluzione di $Th(NO_3)_4$ vennero aggiunti 10 cc. di soluzione di NH_4NO_3, 20 cc. della

soluzione di acqua ossigenata e 50 cc. di acqua. Dopo 1 ora 10 cc. di liquido limpido ridussero cc. 22.2 di soluzione $^{N}/_{10}$ di $KMnO_4$ corrispondenti a gr. 0.01776 di O attivo: dopo 15 ore la quantità d'acqua ossigenata libera non era sensibilmente variata. 50 cc. del liquido richiesero per la neutralizzazione cc. 11.3 di soluzione $^{N}/_{10}$ di KOH, cioè contenevano gr. 0.0712 di HNO_3. Da questi risultati si calcolano nel precipitato di perossido idrato di Torio i rapporti atomici:

$$\frac{Th}{O\ attivo} = \frac{1}{1.51}\ ; \qquad \frac{Th}{NO_3} = \frac{1}{1.01}\ .$$

2ª *Esperienza.* — L'acqua ossigenata fu aggiunta in quantità doppia di quella impiegata nella 1ª esperienza e cioè a 20 cc. di soluzione di $Th(NO_3)_4$ si aggiunsero 10 cc. di soluzione di NH_4NO_3, 40 cc. di H_2O_2 e 30 cc. d'acqua. Dopo 6 ore 10 cc. del liquido limpido richiesero cc. 46.4 di soluzione $^{N}/_{10}$ di $KMnO_4$ e per la neutralizzazione di 50 cc. s'impiegarono cc. 11.3 di soluzione $^{N}/_{10}$ di KOH.

Si calcolano quindi i rapporti atomici:

$$\frac{Th}{O\ attivo} = \frac{1}{1.63}\ ; \qquad \frac{Th}{NO_3} = \frac{1}{1.01}\ .$$

3ª *Esperienza.* — Identiche condizioni della 1ª. La soluzione d'acqua ossigenata impiegata conteneva gr. 2.2737 di H_2O_2 %.

10 cc. di liquido limpido ridussero cc. 24.5 di soluzione $^{N}/_{10}$ di $KMnO_4$.

50 cc. di liquido limpido richiesero cc. 11.25 di soluzione $^{N}/_{10}$ di KOH.

Si calcola:

$$\frac{Th}{O\ attivo} = \frac{1}{1.56}\ ; \qquad \frac{Th}{NO_3} = \frac{1}{1.02}\ .$$

4ª *Esperienza.* — A 25 cc. di una nuova soluzione di nitrato di Torio contenente gr. 0.9488 % di ThO_2 e gr. 0.9418 di HNO_3 si aggiunsero 25 cc. di soluzione di acqua ossigenata al 10 % circa.

10 cc. di liquido limpido richiesero per la neutralizzazione cc. 5.65 di KOH $^N/_{10}$. Si calcola il rapporto:

$$\frac{Th}{NO_3} = \frac{1}{1.01}.$$

Esperienze con solfato di Torio.

La soluzione impiegata conteneva gr. 0.9380 di ThO_2 $^0/_0$ cc. e gr. 0.6960 $^0/_0$ di H_2SO_4. La soluzione di acqua ossigenata conteneva gr. 1.5014 $^0/_0$ di H_2O_2.

1ª *Esperienza.* — A 25 cc. della soluzione di $Th(SO_4)_2$ si aggiunsero 25 cc. di soluzione di H_2O_2 e 50 cc. di acqua.

10 cc. di liquido limpido ridussero cc. 17.3 di soluz. di $KMnO_4$ (1 cc. = gr. 0.00092 di O).

20 cc. di liquido limpido richiesero cc. 5.5 di soluzione di $^N/_{10}$ di KOH.

Da questi risultati si calcola:

Per gr. 0.2345 di ThO_2, ossigeno attivo fissato gr. 0.01748, H_2SO_4 ancora combinato gr. 0.03925.

Si hanno perciò i rapporti:

$$\frac{Th}{O\ attivo} = \frac{1}{1.23}; \qquad \frac{Th}{H_2SO_4} = \frac{1}{0.45}.$$

2ª *Esperienza.* — 25 cc. di soluzione di $Th(SO_4)_2$, 50 cc. di soluzione di H_2O_2 e 50 cc. di acqua.

10 cc. di liquido limpido ridussero cc. 36.4 di soluz. di $KMnO_4$ (1 cc. = gr. 0.00092 di O).

20 cc. di liquido limpido richiesero cc. 5.4 di soluzione di $^N/_{10}$ di KOH.

Si calcolano i rapporti:

$$\frac{Th}{O\ attivo} = \frac{1}{1.30}; \qquad \frac{Th}{H_2SO_4} = \frac{1}{0.48}.$$

3ª *Esperienza.* — A 25 cc. di una nuova soluzione di $Th(SO_4)_2$ contenente gr. 0.9353 $^0/_0$ di ThO_2 e gr. 0.6936 $^0/_0$

di H_2SO_4 si aggiunsero 10 cc. di una soluzione di acqua ossigenata contenente gr. 10.63 % di H_2O_2 e 65 cc. di acqua.

20 cc. di liquido limpido richiesero per la neutralizzazione cc. 5.35 di soluzione $^N/_{10}$ di KOH.

Si calcola:

$$\frac{Th}{H_2SO_4} = \frac{1}{0.49}.$$

Esperienze con cloruro di Torio.

La soluzione impiegata conteneva gr. 1.9450 di ThO_2 % cc. e Cl in quantità corrispondente a gr. 0.8824 di HCl % cc. (dosam. secondo Volhard). La soluzione d'acqua ossigenata conteneva gr. 2.8742 di H_2O_2 % cc.

1ª *Esperienza.* — A 30 cc. della soluzione di $ThCl_4$ si aggiunsero 10 cc. di soluzione al 10 % di NH_4Cl, 10 cc. di soluzione di H_2O_2 e 50 cc. di acqua.

10 cc. di liquido limpido ridussero cc. 20.1 di soluz. di $KMnO_4$ (1 cc. = 0.0003978 di O).

10 cc. di liquido limpido richiesero cc. 6.15 di soluzione $^N/_{10}$ di KOH.

Da questi risultati si calcola per gr. 0.5835 di ThO_2, O attivo fissato gr. 0.05529: HCl ancora combinato gr. 0.0404 e quindi:

$$\frac{Th}{O\ attivo} = \frac{1}{1.56}; \qquad \frac{Th}{HCl} = \frac{1}{0.502}.$$

2ª *Esperienza.* — 10 cc. di soluzione di cloruro di Torio, 10 cc. di soluzione di NH_4Cl, 10 cc. di soluzione di H_2O_2 e 70 cc. d'acqua.

10 cc. di liquido limpido ridussero cc. 29.2 di soluz. di $KMnO_4$ (1 cc. = 0.0003978 di O).

20 cc. di liquido limpido richiesero cc. 4.10 di soluzione $^N/_{10}$ di KOH.

Si calcola per gr. 0.1945 di ThO_2, O att. fissato gr. 0,01909. HCl ancora combinato gr. 0.01349 e quindi:

$$\frac{Th}{O\ attivo} = \frac{1}{1.62}; \qquad \frac{Th}{HCl} = \frac{1}{0.503}.$$

Preparazione del perossido di Torio colloidale.

Venne impiegata una soluzione di cloruro di Torio corrispondente a gr. 1.9170 % di ThO_2. A 40 cc. di questa soluzione si aggiunsero 160 cc. di una soluzione d'acqua ossigenata all'1 % circa.

Non si ebbe alcun precipitato. Il liquido venne posto in un dializzatore e la dialisi fu prolungata per 10 giorni rinnovando continuamente l'acqua nel recipiente esterno. La soluzione colloidale così ottenuta dà col riscaldamento sviluppo di ossigeno, ma resta però limpida.

10 cc. della soluzione colloidale ridussero cc. 17.75 di soluzione di $KMnO_4$ (1 cc. = gr. 0.000182 di O). 70 cc. della stessa soluzione diedero gr. 0.2440 di ThO_2 e contenevano gr. 0.00875 di Cl. (dosato secondo Volhard). Da questi risultati si calcola:

$$\frac{\text{Th}}{\text{O attivo}} = \frac{1}{1.53}\,; \qquad \frac{\text{Th}}{\text{Cl}} = \frac{1}{0.26}\,.$$

2ª *Esperienza.* — La soluzione fu preparata come la precedente; la dialisi venne prolungata per 50 giorni.

25 cc. ridussero cc. 38.5 di soluz. $KMnO_4$ (1 cc. = gr. 0.000182 di O)
20 „ „ „ 32.0 „ „ „
50 „ diedero gr. 0.1623 di ThO_2.
50 „ richiesero per la precipitazione del Cloro cc. 0.15 di soluzione $^N/_{10}$ di $AgNO_3$. Da questi risultati si calcola:

$$\frac{\text{Th}}{\text{O attivo}} = \frac{1}{1.42}\,; \qquad \frac{1}{1.48}\,; \qquad \frac{\text{Th}}{\text{Cl}} = \frac{1}{0.023}\,.$$

Relazione sulla Memoria dell'Ing^e Carlo Luigi Ricci: " *L'ellisse di elasticità trasversale e le sue applicazioni nellā Scienza delle Costruzioni* „.

Il geniale metodo di calcolo, puramente geometrico, delle deformazioni e delle conseguenti reazioni iperstatiche di un solido elastico presentante un piano medio di simmetria e sollecitato da forze esterne in esso giacenti, introdotto dal Culmann nella suā classica opera " *Die graphische Statik* „ e denominato dell'*ellisse di elasticità*, fu completato e magistralmente applicato in modo sistematico dal W. Ritter nelle sue *Anwendungen der graphischen Statik*; ma rimase sempre limitato alla considerazione di forze esterne contenute nel piano medio del solido, mentre nella pratica, sia nelle costruzioni civili che nelle opere pubbliche, e specialmente nei ponti, non di rado s'intuisce l'opportunità di prendere in considerazione anche l'effetto di forze esterne non contenute nel piano medio suddetto. E poichè quest'ultime possono sempre immaginarsi ridotte a componenti giacenti in quel piano ed altre ad esso normali ed eventualmente anche a coppie, rimaneva a studiare l'effetto di queste altre sollecitazioni.

L'Autore della presente Memoria istituisce appunto tale ricerca con metodo parallello a quello sopra ricordato: il suo lavoro è diviso in cinque capitoli seguiti da alcune applicazioni.

Nel primo capitolo l'Autore dimostra dapprima l'esistenza di un'altra ellisse che chiama di *elasticità trasversale*, rispetto alla quale esistono teoremi analoghi a quelli già noti per l'ellisse del Culmann; scambiando le forze colle rotazioni la dualità fra le due teorie è perfetta. Notevole è il teorema fondamentale dimostrato dall'Autore, che cioè in un solido qualunque dotato di piano medio di simmetria, incastrato ad un estremo e del resto libero, sollecitato da una forza normale al piano medio, e rigidamente collegata colla sezione terminale, quest'ultima compie una rotazione istantanea intorno ad un asse con-

tenuto nel detto piano, e che è l'antipolare della traccia della forza sul piano medio rispetto all'ellisse di elasticità trasversale (supposta secondo gli usi della pratica l'indeformabilità delle sezioni trasversali anche nelle deformazioni per torsione). L'Autore indica poi il modo di costruire l'ellisse di elasticità trasversale, prima per un tronco di solido prismatico, indi per un solido qualunque considerato come aggregato di più tronchi prismatici, e passa in seguito anche alla costruzione dell'ellisse relativa ad un giunto comune a due solidi, come occorre nello studio dei sistemi solidali.

Nel II capitolo l'A. passa alle applicazioni della sua ellisse, e specialmente si ferma sul calcolo effettivo delle reazioni di un solido iperstatico prodotte da forze normali al piano di simmetria, indicando la costruzione delle linee d'influenza dei tre relativi parametri, ottenuta col sussidio del noto principio di reciprocità di Maxwell. Espone poi anche la determinazione diretta delle reazioni dovute ad un dato complesso di forze, senza cioè passare per le linee d'influenza, ed indica uno speciale artificio atto ad evitare costruzioni troppo lunghe e laboriose, come pure fa note le speciali semplificazioni che si presentano nel caso di un arco simmetrico e simmetricamente sollecitato.

Nel capitolo III l'A. si occupa della determinazione dell'ellisse trasversale di un tronco prismatico reticolare, per estendere anche a tal genere di costruzioni i procedimenti dianzi svolti per i sistemi continui.

Nel capitolo IV, che potrebbe chiamarsi una digressione geometrica, l'A., contemplando il caso di forze comunque dirette, e giovandosi dell'antipolarità relativa alle due ellissi, espone alcune relazioni geometriche esistenti fra le sollecitazioni e le deformazioni, considerando le une e le altre nella forma più generale, cioè rispettivamente *diname* (forza e coppia) e *moto elicoidale*. Ricerca quindi le particolarità delle sollecitazioni capaci di produrre deformazioni speciali, e precisamente semplici rotazioni o semplici traslazioni, e correlativamente le particolarità delle deformazioni che vengono prodotte da sollecitazioni speciali, ossia da semplici forze o da semplici coppie, riferendosi alla nota dualità sussistente in meccanica fra forze e rotazioni.

In seguito stabilisce alcune notevoli proprietà meccaniche del triangolo antipolare comune alle due ellissi e mette in rilievo come i piani normali al piano di simmetria, e che hanno per traccia i lati del detto triangolo, godono di proprietà analoghe a quelle del piano di simmetria. In conseguenza, scelto come piano di riduzione delle forze nello spazio uno dei detti piani, e come centro di riduzione il vertice opposto del triangolo antipolare, si può studiare il comportamento elastico del solido mediante le antipolarità relative alle due ellissi del piano considerato.

Nel capitolo V l'A., ricorrendo al noto artificio d'immaginare liberata la costruzione da un incastro, studia le relazioni geometriche tra le sollecitazioni agenti su una data sezione trasversale del solido e le reazioni da esse provocate nell'incastro prima tolto ed ora supposto ricostituito, e ricerca le proprietà delle sollecitazioni che provocano reazioni particolari, semplici forze o semplici coppie e reciprocamente. Rileva poi alcune proprietà meccaniche del triangolo antipolare comune alle ellissi omonime di tutto il solido e del tronco di solido influenzato dalle forze applicate.

Chiudono il lavoro applicazioni pratiche delle teorie esposte con grafici e tabelle numeriche relative ad un arco di ponte in muratura.

La novità dell'argomento, le eleganti relazioni meccanico-geometriche messe in rilievo dall'Autore, le interessanti applicazioni che se ne possono fare alla Statica delle costruzioni inducono i sottoscritti a proporre l'inserzione del lavoro dell'ingnere Ricci nei volumi delle *Memorie*.

C. Segre,
C. Guidi, *relatore*.

L'Accademico Segretario
Corrado Segre.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 15 Gennaio 1911.

PRESIDENZA DI S. ECC. IL COMM. PAOLO BOSELLI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Manno, Direttore della Classe, Renier, Pizzi, Stampini, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli e De Sanctis, Segretario. — Scusano l'assenza i Soci Ruffini e D'Ercole.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente.

Il Presidente comunica la morte del Socio straniero Giorgio Jellinek dell'Università di Heidelberg avvenuta il 12 gennaio corrente. Si invita a commemorarlo in una prossima adunanza il Socio Brondi. Il Socio Brondi accetta.

Si comunica una circolare dell'Università di St. Andrea in Scozia che invita la nostra Accademia a farsi rappresentare alle feste per il V centenario della sua fondazione che si celebreranno dal 12 al 15 settembre 1911.

Sono presentati d'ufficio i seguenti libri offerti in omaggio dagli autori, Soci dell'Accademia:

dal Socio residente Baudi di Vesme: *Catalogo della R. Pinacoteca di Torino*, Torino, Bona, 1909; *Di alcune monete, medaglie e pietre dure intagliate per Emanuele Filiberto, Duca di Savoia*, Torino, Paravia, 1901;

dal Socio residente Schiaparelli: *Le migrazioni degli antichi popoli dell'Asia Minore studiate col sussidio dei monumenti egiziani* (Estr. dal " Transunto della R. Accad. dei Lincei ", vol. VII, 1882-83), Roma, Loescher, 1883; *Il significato simbolico delle piramidi egiziane* (R. Accad. dei Lincei, 1883-84). Roma. Loescher, 1884; *Due iscrizioni inedite del Museo egizio di Firenze* (Estr. dal " Giornale della Società asiatica italiana ", vol. I), Roma, tip. dell'Accad. dei Lincei, 1887; *Museo archeologico di Firenze, antichità egizie*, parte prima. Roma, tip. dell'Accad. dei Lincei, 1887; *Le antichità egiziane del Museo di Cortona* (Estr. dal " Giornale della Società asiatica ital. ", vol. VII), Roma, tip. dell'Accad. dei Lincei, 1893; *Antichità egizie scoperte in Benevento* (Estr. dalle " Notizie sugli scavi ", 1893), Roma, tip. dell'Accad. dei Lincei, 1893; *La configurazione geografica dell'Alto Egitto in relazione collo svolgimento della sua civiltà* (Estr. dal " Cosmos " di Guido Cora, serie II, vol. XII), Roma, 1894-96; *Di un vaso fenicio rinvenuto in una tomba della Necropoli di Tarquini* (Estr. dai " Monumenti antichi " pubblicati dalla R. Accad. dei Lincei, vol. VIII), Roma, 1898; *Di una antica stoffa cristiana d'Egitto* (Estr. dal " Bessarione " an. V, vol. VIII), Roma, Salviucci, 1900.

Il Socio Stampini presenta con parole di encomio il volume del prof. Carlo Pascal dall'autore offerto in omaggio all'Accademia: *Dioniso, saggio sulla religione e la parodia religiosa in Aristofane*, Catania, Battiato, 1911.

Il Socio Brondi offre la relazione su *Le rôle de la femme dans la bienfaisance en Italie* da lui presentata al Congresso internazionale di assistenza pubblica e privata tenutosi a Copenhagen nell'agosto 1910.

L'Accademico Segretario
Gaetano De Sanctis.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 22 Gennaio 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO LORENZO CAMERANO
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA.

Sono presenti i Soci: Naccari, Direttore della Classe, D'Ovidio, Spezia, Jądanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Fusari e Segre, Segretario.

Scusa l'assenza il Socio Parona.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Su proposta del Presidente, s'inviano le condoglianze della Classe al Socio Ruffini per la perdita della madre.

Il Socio Guareschi ricorda un'altra dolorosa perdita fatta in questi giorni da un collega, il Socio Grassi, per la morte dello suocero, prof. Albini. Accenna ai molti meriti di questo egregio scienziato. I Soci Foà e D'Ovidio ed il Presidente si associano a questo elogio ed alle condoglianze. Il Socio Grassi ringrazia. Il cenno del Socio Guareschi verrà inserito negli *Atti*.

Il Presidente presenta le seguenti pubblicazioni giunte in dono:

Le condizioni geologiche delle fonti termali di S. Pellegrino, del Socio corrispondente T. Taramelli;

Moravische Fenster, del Socio corrispondente F. E. Suess.

Il Socio Guareschi presenta in omaggio la parte seconda della sua *Storia della Chimica in Italia dal 1750 al 1800*, e ne

discorre brevemente, in particolare per ciò che si riferisce a Cl. M. L. Berthollet.

Vengono presentate per l'inserzione negli *Atti* le Note seguenti:

G. Lincio, *Di una nuova geminazione della calcite*, dal Socio Spezia:

G. Colonnetti, *Le linee d'influenza della trave continua solidale coi suoi piedritti*, dal Socio Guidi;

A. Campetti, *Sulla mobilità degli ioni positivi prodotti dalla ossidazione del rame*, dal Socio Naccari.

Infine il Socio Mattirolo presenta per la pubblicazione fra le Memorie i due lavori:

G. Giardinelli, *Sul valore sistematico del tegùmento seminale delle Vicieae* (D. C. italiane);

A. Casù, *Lo Stagno di S^ta Gilla (Cagliari) e la sua vegetazione*, Parte seconda, *Costituzione ed ecologia della Flora*.

Il Presidente incarica i Soci Mattirolo e Parona di riferire su entrambe le Memorie in una prossima seduta.

Raccoltasi quindi la Classe in seduta privata, procede alla elezione del suo Direttore per compiuto primo triennio in detta carica del Socio Naccari. La Classe riconferma per un nuovo triennio il Socio Naccari, salva l'approvazione sovrana.

LETTURE

GIUSEPPE ALBINI

Brevi parole di commemorazione del Socio ICILIO GUARESCHI.

La morte del decano dei fisiologi italiani, del venerando professore Giuseppe Albini, ha colpito tutti noi del più vivo dolore.

Il professore Albini nacque il 27 settembre 1827 in Abbiate Guazzone presso Varese; incominciò gli studî di medicina nell'Università di Pavia, ma dovette interromperli causa gli avvenimenti grandiosi del 1848. L'Albini prese parte alle cinque giornate di Milano nel 1848 e subito dopo si arruolò volontario nei dragoni lombardi e fece le campagne del 1848-49; si trovò alla battaglia di Novara, dopo la quale chiese il congedo e nel 1850 continuò gli studî a Pavia, poi a Vienna, ove appena laureatosi fu nominato assistente del celebre fisiologo Brücke. Nel 1856-57 veniva nominato professore di fisiologia nell'Università di Cracovia e vi rimase sino al 1859. Tornato in patria, fu per breve tempo insegnante di Storia naturale nel Liceo di Casale, poi nel 1860, per concorso, ebbe la cattedra di Fisiologia nell'Università di Parma e nel 1861 passò in quella di Napoli, ove rimase 44 anni. In quel tempo la fisiologia in Italia era rappresentata essenzialmente da Lussana, Oehl ed Albini. All'Albini si debbono molte ricerche fisiologiche ed anche chimico-fisiologiche. A Napoli dimostrò una grande attività ed a lui oltrechè molti lavori originali sul sangue, sul sistema nervoso, sull'ottica fisiologica, sul veleno della salamandra, ecc., si debbono delle opere di diffusione della scienza: consigliò ed aiutò

la traduzione del *Manuale di chimica fisiologica* dell'Hammarsten. Si occupò pure dell'ordinamento degli studî medici.

La sua larga coltura rendeva quest'uomo assai piacevole anche nella conversazione famigliare. Lasciata spontaneamente nel 1904 la cattedra per avanzata età e per seguire il suo degno genero prof. Guido Grassi, del Politecnico di Torino, si fissò nella nostra città. Però non volle interrompere la sua grande attività ed il suo amore allo studio, e frequentò assiduamente il mio laboratorio; qui si occupò fra le altre cose anche dei metodi per distruggere i residui animali a scopo igienico. Questo vecchio professore era ammirevole non solo per attività e sapere, ma per la bontà colla quale si intratteneva con tutti coloro che lavoravano in laboratorio; era un nobilissimo esempio che io ricordavo e ricordo ai giovani; ed i miei assistenti D^ri Piccinini, Issoglio, Ghiglieno lo rammentavano e lo rammentano con ammirazione ed affetto. Egli era avido di conoscere le notizie scientifiche più recenti ed appena vide nella biblioteca del laboratorio le lezioni di chimica fisiologica dell'Abderhalden, volle leggerle ed in alcuni punti anche discuterle.

L'Albini era uomo molto modesto, di carattere integro, di animo buono, di cuore ottimo.

Inchiniamoci alla sua memoria, e le nostre più vive e sentite condoglianze vadano alla sua degna Consorte, sig.^a Giannina, al collega nostro prof. Guido Grassi ed a tutta la famiglia sì duramente colpita.

D'una nuova geminazione della calcite.

Nota dell'Ing. Dr. GABRIELE LINCIO
Libero docente di Mineralogia.

(Con 1 Tavola).

Nella mia nota: *Di alcuni minerali dell'Alpe Veglia* (*), accennai alla calcite, che nella località Moticcia generalmente si presenta cristallizzata con le forme del romboedro $e = \delta^{\bullet}(G_2) = (11\bar{2}2)$. Sulla parete scoperta d'una litoclasi in un masso di gneiss, che s'era spaccato cadendo da un picco sovrastante, insieme con varii altri minerali e con cristalli semplici di calcite, trovai alcuni gruppi di cristalli pure di calcite d'una forma e disposizione singolare. Incontrai molta difficoltà nello staccarli: essi finivano col frantumarsi, perchè e aderivano strettamente alla parete della litoclasi nella parte di mezzo della medesima, e questa a sua volta si presentava disposta presso che normalmente al piano di stratificazione del gneiss per sè compattissimo.

Procedendo con molta cautela riuscii però a staccarne intero uno dei più belli, della grossezza media d'un 13 mm. In tali gruppi i due individui si presentano disposti l'un rispetto all'altro, quali due ali di farfalla levate in alto a chiusura mediana tra la posizione orizzontale e quella verticale.

Sottoposi ad accurato esame l'esemplare raccolto e potei tosto persuadermi che non si trattava d'un raggruppamento cristallino senza regola o di uno dei casi comuni di geminazione della calcite, bensì di un raggruppamento avvenuto secondo una legge speciale.

A conforto di tale asserzione stava il fatto della frequenza del caso, dello sviluppo egualmente proporzionato e simmetrico

(*) G. Lincio, *Di alcuni minerali dell'Alpe Veglia*, " Atti R. Acc. Scienze di Torino ", 1910, vol. XLV.

dei due individui del gruppo cristallizzato, e della presenza di facce corrispondenti, tanto dell'uno che dell'altro individuo, tagliantisi a spigoli paralleli, cioè formanti una zona comune ai due individui medesimi.

Un primo tentativo per determinare col goniometro a due cerchi la posizione delle facce e venir a conoscenza degli angoli formati dalle facce dell'uno individuo con quelle corrispondenti dell'altro fallì completamente: le facce naturali del cristallo (forma $e = \delta^{\bullet}(G_2) = 11\bar{2}2$), che erano state esposte all'azione degli agenti atmosferici, si presentavano appannate, sì da non rifletter quasi più l'imagine.

Pensando però che nella sfaldatura perfetta della calcite, m'era dato un mezzo sicuro di raggiungere il mio scopo, presi il gruppo di cristalli e vi sfaldai le facce del romboedro principale $r = p^{\bullet}(G_2) = 11\bar{2}1$, come mostra il disegno (vedi Tavola, fig. 5), cioè le due facce $(p^{\bullet}_1)$, poi $(p^{\bullet}_2)$, $(p^{\bullet}_3)$ e la faccia parallela a $(p^{\bullet}_3)$ nello individuo di sinistra e quella parallela a $(p^{\bullet}_2)$ nell'individuo di destra, che ambedue si trovano nell'emisfera sud rispetto al piano di proiezione (vedi fig. 7). Subito, già ad occhio nudo, potei constatare il fatto, che le due facce $(p^{\bullet}_1)$ specchiavano la luce contemporaneamente in una stessa posizione del gruppo, ciò che attestava della loro parallelità. Stante la manifesta disposizione simmetrica dei due individui del gruppo rispetto al loro piano di contatto, avendo io sfaldato facce di romboedro equivalenti (le due $p^{\bullet}_1$) che si mostravano tra loro parallele, era ovvio il ritenere che esse non potessero essere che normali al detto piano, perchè la loro aparallelità col piano stesso era troppo evidente.

Per studiare questo interessante caso di raggruppamento, pensai allora di misurare il gruppo di cristalli col goniometro a due cerchi (sistema Goldschmidt), disponendolo col piano di contatto dei due individui nella zona dei prismi e con la faccia $(p^{\bullet}_1)$ quale polo.

Nella tabella seguente sono contenuti i risultati delle misure goniometriche: essa indica quali delle facce del gruppo (fig. 5) si poterono misurare. Essendo l'abito dei cristalli semplici dato dalla forma $e = \delta^{\bullet}$ (Gdt.) con accenno alla base, che si presenta corrosa, le due facce $(\delta^{\bullet}_2)$, che si tagliano al piano di contatto, anche non riflettendo imagine alcuna, non potevano che essere

ritenute per tali. Evidente ad occhio nudo la parallelità degli spigoli delle facce ($\delta^{\bullet}_1 : \delta^{\bullet}_2$); ($\delta^{\bullet}_2 : \delta^{\bullet}_2$); ($\delta^{\bullet}_2 : \delta^{\bullet}_3$), ciò che provava, che il piano di contatto è in zona con le facce $\delta^{\bullet}_1$, $\delta^{\bullet}_2$; $\delta^{\bullet}_2$, $\delta^{\bullet}_3$.

Per le lettere-simbolo della tabella vedi fig. 5.

La posizione polare del goniometro era di 100°.

	Goldschmidt lettera	Imagine	v.	h.	φ.	ρ.
Individuo di destra	$p^{\bullet}_1$	buona	0°	100°	0°	0°
	$p^{\bullet}_2$	„	239°58′	205°08′	59°58′	105°08 / 74°52
	$p^{\bullet}_1$	„	341°57′	100°	341°57′	0°
	$\delta^{\bullet}_3$	cattiva	341°57′	137°48′	341°57′	37°48′
	$p^{\bullet}_3$	buona	341°57′	175°48′	341°57′	75°48′
Individuo di sinistra	$p^{\bullet}_1$	„	330°53′	99°20′	330°53′	$\bar{0}$°40′
	$\delta^{\bullet}_1$	cattiva	262°19′	137°35′	262°19′	37°35′
	$p^{\bullet}_2$	buona	263°08′	175°15′	263°08′	75°15′
	$p^{\bullet}_3$	„	5°12′	204°33′	185°12′	104°33 / 75°27′

Allo scopo di calcolare il simbolo angolare (∡ φ e ρ) del piano di raggruppamento ricavai le medie dai valori angolari corrispondenti dei due individui; vedi la disposizione a fig. 8 in proiezione stereografica. La traccia del piano di contatto degli individui del gruppo passa per ($u'p^{\bullet}_1$). Tale posizione è fissata dal valore medio in alto φ = 302°33′45″ in basso φ = 122°33′45″, ottenuto prendendo le medie dei valori φ di $p^{\bullet}_3$ (destra) e $p^{\bullet}_2$ (sinistra), poi di $p^{\bullet}_2$ (destra) e $p^{\bullet}_3$ (sinistra), e da queste prime due medie ricavando la media definitiva:

$p^{\bullet}_2$ (sinistra)	$p^{\bullet}_3$ (destra)	$p^{\bullet}_3$ (sinistra)	$p^{\bullet}_2$ (destra)
263°08′	341°57′	185°12′	59°58′
Media 302°32′30″		Media 302°35′	

Media
302°33′45″.

Per avere l'angolo φ medio segnato dai meridiani passanti per $p^{\bullet}_{2,3}$ (destra e sinistra) e per $\delta^{\bullet}_2$ (destra e sinistra) (fig. 8) e per ricavare l'angolo u : щ feci uso dei seguenti valori. Gli angoli φ crescono qui nel senso delle ore del quadrante.

$\measuredangle (p^{\bullet}_2 p^{\bullet}_1 p^{\bullet}_3)$ (sinistra)	$\measuredangle$ φ	$\measuredangle (p^{\bullet}_2 p^{\bullet}_1 p^{\bullet}_3$ (destra)
263°08′ — 185°12′ = 77°56′		419°58′ — 341°57′ = 77°61′

Media = 77°58′30″

$$\frac{77°58'30''}{2} = 38°59'15'' = \measuredangle (p^{\bullet}_{2,3} p^{\bullet}_1 \delta^{\bullet}_2) \text{ (destra)}$$

341°56′60″ — 302°33′45″ = 39°23′15″

302°33′45″ — 263°08′ = 39°25′45″

Media
39°24′30″.

302°33′45″ + 39°24′30″ = 341°58′15″ = Posiz. media di $p^{\bullet}_3$ (destra)
341°58′15″ + 38°59′15″ = 20°57′30″ = „ „ $\delta^{\bullet}_2$ „
302°33′45″ + 90° = 32°33′45″ = Posizione della Normale (u) del piano di contatto dei due individui.
32°33′45″ — 20°57′30″ = 11°36′15″ = $\measuredangle$ (u : щ).

Come risulta dalle misure, le due facce $p^{\bullet}_1$ formano tra loro un $\measuredangle$ 0°40′ = ρ. Osservando però attentamente l'individuo di destra (fig. 5), esso si mostrava in alcuni punti per differenti piani della stessa sfaldatura (parallela a $p^{\bullet}_1$) con valori di posizione sensibilmente oscillanti, cioè con una lieve differenza di posizione di $p^{\bullet}_1$ tra la parte anteriore dell'individuo di destra in vicinanza della faccia $\delta^{\bullet}_3$ e quella posteriore presso la faccia $\delta^{\bullet}_1$.

È da deplorare che il gruppo non si prestasse anche per uno studio esatto intorno alla relazione che esiste tra l'assetto interno dei due cristalli, dato dalla posizione delle loro facce di sfaldatura, e quello esterno, dato dalle facce naturali, che come vedemmo si presentavano appannate.

Qui venne senz'altro trascurata la differenza di posizione ± 20′ delle due facce $p^{\bullet}_1$ da quella della faccia $p^{\bullet}_1$ teoricamente normale al piano di contatto dei due individui; e così l'angolo ρ di u ($\measuredangle p^{\bullet}_1 u$) venne considerato di 90° (fig. 8).

Ciò premesso, osserviamo in fig. 8 il triangolo sferico ($p^{\bullet}_1 u \text{щ}$). dove $\measuredangle p^{\bullet}_1 u = 90°$; $p^{\bullet}_1 \text{щ} = 90°$; $u \text{щ} = 11°36'15''$ (misurato).

Sul meridiano ($p^{\bullet}_1 \text{щ}$) trovansi le facce (o) e ($\mathfrak{d}^{\bullet}_2$). Noti gli angoli $\measuredangle p^{\bullet}_1 : o = 44°36'30''$; $\measuredangle o : \mathfrak{d}^{\bullet}_2 = 26°15'$; $\mathfrak{d}^{\bullet}_2 : \text{щ} = 19°08'30''$; $\measuredangle o : \text{щ} = 45°23'30''$.

Nel triangolo sferico ($uo\text{щ}$) rettangolo in (щ) coi dati $\measuredangle (u : \text{щ}) = 11°36'15''$ (misurato) $= a$; $\measuredangle (o : \text{щ}) = 45°23'30'' = b$ noi possiamo calcolare gli angoli $\alpha = \varphi'$ e $c = \rho$ per la faccia di contatto (u) degli individui del gruppo.

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} a : \sin b = \operatorname{tg} 11°36'15'' : \sin 45°23'30'' = \operatorname{tg} 16°05'$$

$$\alpha = \varphi' = 16°05'; \; 30° - \varphi' = \varphi = 13°55'$$

$$\cos c = \cos a \,.\, \cos b = \cos 11°36'15'' . \cos 45°23'30'' = \cos 46°32'$$

$$c = \rho = 46°32'.$$

Così la faccia di contatto (u) del gruppo ha il simbolo angolare

	φ	ρ	
Faccia (u)	13°55′	46°32′	calcolati su dati di misura.

Una tale faccia potrebbe appartenere od avvicinarsi ad una forma di scalenoedro negativo.

Una forma però avente un tale simbolo angolare non è possibile per la calcite; quella possibile che più si avvicina alla posizione della faccia (u) e che essa stessa non venne ancora trovata in natura, sarebbe la forma $\left(-\frac{3}{2}\,\frac{1}{2}\,G_2\right) = \bar{3}\bar{1}42$, ovvero in orientazione comune $\left(-\frac{5}{6}\,\frac{2}{6}\,G_1\right) = \bar{5}\bar{2}76$.

Questa forma si trova su una zona che ha già qualche rappresentante per la calcite. Trascurando il segno $\pm$ pel motivo che, se una forma sinora venne trovata con un segno piuttosto che con un altro, non è detto che non si possa trovar anche la sua forma correlata, noi possiamo raggruppare le seguenti forme in zona:

Goldschmidt - Tab.		Bravais	
N° 155	$+6\ 2$	$62\bar{8}1$	$31\bar{4}\frac{1}{2}$
„ 88	$\pm 3\ 1$	$31\bar{4}1$	$31\bar{4}1$
„ 111	$-2\frac{2}{3}$	$\bar{6}\bar{2}83$	$\bar{3}\bar{1}4\frac{3}{2}$
	$-\frac{3}{2}\frac{1}{2}$	$\bar{3}\bar{1}42$	$\bar{3}\bar{1}42$
„ 66	$+1\frac{1}{3}$	$31\bar{4}3$	$31\bar{4}3$

Da questa tabella si vede come la forma $\left(-\frac{3}{2}\ \frac{1}{2}\right)$ si trova in una zona di forme non del tutto trascurabili.

Il simbolo angolare della forma $\left(-\frac{3}{2}\ \frac{1}{2}\right)$ lo si ottiene nel modo seguente:

Nel triangolo $\left(o,\ -\frac{3}{2}\frac{1}{2},\ \frac{7}{4}\ 0\right)$, (vedi proiezione gnomonica G_2 su o con $h = 5$ cm.), rettangolo in $\frac{7}{4}\ 0$, si unisca il punto $\left(-\frac{3}{2}\ \frac{1}{2}\right)$ con $\left(\frac{3}{2}\ 0\right)$ mediante una retta.

L'angolo $\left(-\frac{3}{2}\ \frac{1}{2},\ \frac{3}{2}\ 0,\ \frac{7}{4}\ 0\right)$ è evidentemente di 60°; il lato $\left(-\frac{3}{2}\ \frac{1}{2},\ \frac{3}{2}\ 0\right)$ è uguale a $\frac{5p_0}{2}$ e quello $\left(o,\ -\frac{3}{2}\ \frac{1}{2}\right) = 5\,\mathrm{tg}\,\rho$.

$$5p_0 = 5 \times 0{,}5695 = 2{,}8475$$

$$\frac{5p_0}{2} = \quad = 1{,}42375$$

$$\frac{7}{4} \cdot 5p_0 = \quad = 4{,}983125$$

Il lato $\left(-\frac{3}{2}\ \frac{1}{2},\ \frac{7}{4}\ 0\right)$ si calcola eguale a $1{,}42375 \,.\, \sin 60° =$ $= 1{,}2330037$.

L'angolo φ $\left(\measuredangle -\frac{3}{2}\frac{1}{2}, o, \frac{7}{4}0\right)$ si ottiene:

$$tg\varphi = \frac{1,2330037}{4,983125}; \ \varphi = 13°53'52''$$

$$30° - \varphi = \varphi' = 16°06'08''$$

$$\cos\varphi = \cos 13°53'52'' = \frac{4,983125}{5 \ tg\rho}$$

$$tg\rho = \frac{4,983125}{5 \cdot \cos 13°53'52''} = tg\, 45°45'15''$$

$$\rho = 45°45'15''$$

Forma $\left(-\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right)$

φ	ρ
13°54′	45°45′

simbolo angolare teorico.

Con questo le due forme (u) e $\left(-\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right)$ messe a confronto:

Faccia *u* (misurato)

φ	ρ
13°55′	46°32′

Forma $\left(-\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right)$ (teorico)

φ	ρ
13°54′	45°45′

Come si vede, la differenza dei due ∡ φ è praticamente nulla (1′), mentre per gli angoli ρ è di (47′).

Per calcolare l'angolo teorico $\left(p^{\bullet}_1; -\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right)$ consideriamo il triangolo sferico $(p^{\bullet}_1\, o\, u)$, fig. 8. Sostituiamo in esso ad (u) il punto vicinissimo $\left(-\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right)$, che è pure in zona $(u'\,\delta^{\bullet}_3\,\delta^{\bullet}_2\,u)$; con ciò abbiamo il triangolo sferico $\left(p^{\bullet}_1, o, -\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right)$.

In esso $(p^{\bullet}_1\, o) = b$; $\left(o, -\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right) = a$; $\left(p^{\bullet}_1, -\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right) = c$; $\measuredangle\left(o, p^{\bullet}_1, -\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right) = \alpha$; $\measuredangle\left(p^{\bullet}_1, -\frac{3}{2}\frac{1}{2}. o\right) = \beta$; $\measuredangle\left(-\frac{3}{2}\frac{1}{2}, o, p^{\bullet}_1\right) = \gamma$.

In questo triangolo abbiamo di noto:

L'angolo γ. — Il triangolo $\left(p^{\bullet}_1, -\frac{3}{2}\frac{1}{2}, o\right)$ è parte dell'altro $\left(p^{\bullet}_1, -\frac{3}{2}\frac{1}{2}, щ\right)$, che di poco differisce dal triangolo $(p^{\bullet}_1, u, щ)$ (pag. 7);

L'angolo φ' (pag. 9) per la forma $\left(-\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right)$ è $16°06'08''$, quindi $\gamma = 180° - 16°06'08'' = 163°53'52''$;

L'angolo $(p^{\bullet}_1 o) = 44°36'30'' = b$ (pag. 7);

L'angolo $\left(o, -\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right) = \rho = a = 45°45'15''$ (pag. 9).

Con essi si calcola:

$$\alpha = 11°27'39'' \qquad c = 89°17'08''$$
$$\beta = 11°13'57''$$

$$\measuredangle\, c = \left(p^{\bullet}_1 : -\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right) = 89°17'08''$$

$$\measuredangle\, (p^{\bullet}_1 : u) = 90° \text{ (pag. 7).}$$

Si tratta ora di ricavare l'angolo $(u\,ð^{\bullet}_2)$ formato dal piano di contatto (u) dei due individui (fig. 5) con le due facce $(ð^{\bullet}_2)$, che sono equivalenti e simmetricamente disposte in zona col piano medesimo (vedi fig. 8). Il triangolo sferico $(u\,ð^{\bullet}_2\,щ)$ ha $\measuredangle\, ð^{\bullet}_2\,щ = 19°08'30''$ (pag. 7), $\measuredangle\,(u : щ) = 11°36'15''$ (pag. 6, misurato) ed è rettangolo in (щ), quindi:

$$\cos(u\,ð^{\bullet}_2) = \cos 19°08'30'' \,.\, \cos 11°36'15'' = \cos 22°16'16''$$

$$\measuredangle\, u\,ð^{\bullet}_2) = 22°16' \text{ (calcolato su misura).}$$

Sempre a fig. 8, osservando i due triangoli $(p^{\bullet}_1 u'\,ð^{\bullet}_3 p^{\bullet}_3 d^{\bullet})$ noi vediamo che essi sono congruenti: Gli angoli $(p^{\bullet}_1 u'\,ð^{\bullet}_3)$ e $(ð^{\bullet}_3 d^{\bullet} p^{\bullet}_3)$ sono retti, gli angoli in $(ð^{\bullet}_3)$ sono uguali tra loro (calc. $= 57°14'$), gli angoli $(p^{\bullet}_1\,ð^{\bullet}_3)$ e $(ð^{\bullet}_3 p^{\bullet}_3)$ ambedue di $37°27'$, quindi essendo notoriamente $\measuredangle\,(ð^{\bullet}_3 : d^{\bullet}) = 22°31'$ e qui $(ð^{\bullet}_3 : d^{\bullet}) = = ð^{\bullet}_3 : u')$ si ha che ambedue sono uguali a $22°31'$.

Essendo poi (u) e la sua normale (u') distante di 90° e $\measuredangle\,(u' : ð^{\bullet}_2) = 3 \times 22°31' = 67°34'$ si ha:

$$90^\circ - 67^\circ 34' = 22^\circ 26' = \measuredangle (\mathfrak{d}^{\cdot}_2 : u) \text{ (teorico)}$$

$\measuredangle (u \mathfrak{d}^{\cdot}_2) = 22^\circ 16'$ (misurato)	$\measuredangle (u \mathfrak{d}^{\cdot}_2) = 22^\circ 26'$ (teorico)

Con questo abbiamo ora tutti i dati necessari per calcolare il simbolo angolare teorico della faccia di contatto (u) del nostro gruppo, la quale dista, come vedemmo, da ($p^{\cdot}_1$) di 90° e si trova in zona ($\mathfrak{d}^{\cdot}_2 \mathfrak{d}^{\cdot}_1 u' \mathfrak{d}^{\cdot}_3 \mathfrak{d}^{\cdot}_2$) (fig. 8).

Nel triangolo rettangolo (u, $\mathfrak{d}^{\cdot}_2$, щ) abbiamo:

$$\measuredangle (u \mathfrak{d}^{\cdot}_2 = 22^\circ 26', \ \measuredangle (\mathfrak{d}^{\cdot}_2 : щ) = 19^\circ 08' 30'',$$

quindi:

$$\cos (u щ) = \frac{\cos 22^\circ 26'}{\cos 19^\circ 08' 30''} = \cos 11^\circ 55' 28''$$

$$\measuredangle (u щ) = 11^\circ 56' \text{ (teorico)}$$

$$\text{„} \quad \text{„} \quad = 11^\circ 36' \text{ (misurato) (pag. 6).}$$

Nel triangolo rettangolo (u, o, щ) abbiamo:

$$\measuredangle (u щ) = 11^\circ 55' 28'', \ \measuredangle (o : щ) = 45^\circ 23' 30''.$$

quindi $\measuredangle (u : o) = \rho$ si ottiene con

$$\cos \rho = \cos 45^\circ 23' 30'' . \cos 11^\circ 55' 28'' = \cos 46^\circ 35' 56''$$

$$\rho = 46^\circ 36' \text{ (teorico)}$$

$\measuredangle (u, o ; щ) = \varphi'$ (pag. 7) si ottiene con

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{\operatorname{tg} 11^\circ 55' 28''}{\sin 45^\circ 23' 30''} = \operatorname{tg} 16^\circ 31' 19''$$

$$\varphi' = 16^\circ 31' 19'' ; \ 30^\circ - \varphi' = \varphi = 13^\circ 28' 41''$$

$$\varphi = 13^\circ 29' \text{ (teorico).}$$

Così per il piano di contatto (u) dei due individui si hanno i seguenti valori angolari di posizione:

$\measuredangle (u : щ) = 11^\circ 36'$ (misurato) | $11^\circ 56'$ (teorico)

	φ	ρ
Faccia (u)	$13^\circ 55'$ (misurato) $13^\circ 29'$ (teorico)	$46^\circ 32'$ (misurato) $46^\circ 36'$ (teorico)

Le fig. 7 ed 8 rappresentano la prima la proiezione gnomonica, la seconda la proiezione stereografica del gruppo di calcite con la faccia $(p^{\bullet}_1)$ quale polo. Metto qui assieme gli angoli φ: essi rimangono tanto per l'una che per l'altra proiezione gli stessi.

La figura 7 venne ridotta ad un terzo. La figura 8 riprodotta tale quale in originale. In esse $h = 5$ ctm. In (fig. 7) $lm = \frac{5}{3}$ ctm. $= 1,7$ ctm.; $p^{\bullet}_1 N = \frac{5}{6}$ ctm. $= 0,83$ ctm. In proposito confronta [1].

Come si vede dalla posizione di (W) e della (Ltl) nella proiezione gnomonica su $p^{\bullet}_1$ (fig. 7), le figure 5, che sono state ricavate da tale proiezione, si mostrano rispetto ad essa come girate di 180° nel piano del disegno. Questo venne fatto allo scopo di avere nella parte anteriore del disegno prospettico la zona più importante del gruppo.

Nel triangolo $(u', p^{\bullet}_1, u)$ (fig. 8) con due angoli retti $(u, u', p^{\bullet}_1)$ ed $(u, p^{\bullet}_1, u')$ noi consideriamo i triangoli $(u', p^{\bullet}_1, \mathfrak{d}^{\bullet}_3)$ ed $(u', p^{\bullet}_1, d^{\bullet})$

$(u', p^{\bullet}_1, \mathfrak{d}^{\bullet}_3)$ ha $(u' : \mathfrak{d}^{\bullet}_3) = 22°31'$ (pag. 10) ed $u' : p^{\bullet}_1 = 30°45'$ (calc.), con ciò:

$$\operatorname{tg}(u', p^{\bullet}_1, \mathfrak{d}^{\bullet}_3) = \operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{tg} 22°31'}{\sin 30°45'} = \operatorname{tg} 39°02';$$

cioè:

$$\measuredangle (u', p^{\bullet}_1, \mathfrak{d}^{\bullet}_3) = \alpha = 39°02'.$$

Nel triangolo $(u', p^{\bullet}_1, d^{\bullet})$ è $u' : d^{\bullet} = 2 \times 22°31' = 45°02$ ed $(u' : p^{\bullet}_1) = 30°45'$, così che:

$$\operatorname{tg}(u', p^{\bullet}_1, d^{\bullet}) = \operatorname{tg}(\alpha + \alpha') = \frac{\operatorname{tg} 45°02'}{\sin 30°45'} = \operatorname{tg} 62°57'$$

$$\measuredangle (u', p^{\bullet}_1, d^{\bullet}) = (\alpha + \alpha') = 62°57'$$

$$\measuredangle (\alpha + \alpha') - \alpha = 62°57' - 39°02' = \alpha' = 23°55' = \measuredangle (\mathfrak{d}^{\bullet}_3, p^{\bullet}_1, d^{\bullet})$$

$$\measuredangle \mathfrak{d}^{\bullet}_2, p^{\bullet}_1, u) = (u : \text{щ}) = 11°56'; \ \measuredangle (u' : u) = 90°$$

$$11°56' + 62°57' = (\mathfrak{d}^{\bullet}_2, p^{\bullet}_1, u) + (u', p^{\bullet}_1, d^{\bullet}) = 74°53';$$

$$90° - 74°53' = 15°07'$$

$$\measuredangle (d^{\bullet}, p^{\bullet}_1, \mathfrak{d}^{\bullet}_2) = \alpha'' = 15°07'$$

$$\measuredangle (\alpha' + \alpha'') = (\mathfrak{d}^{\bullet}_3, p^{\bullet}_1, \mathfrak{d}^{\bullet}_2) = (\mathfrak{d}^{\bullet}_1, p^{\bullet}_1, \mathfrak{d}^{\bullet}_2) = 39°02'.$$

---

[1] V. Goldschmidt, *Ueber Kristallzeichnen*, " Groth's Ztschft. ", Bd. XIX, pag. 353.

L'angolo $(Pr:u)$ si calcola uguale a 10°25′:

$(o:Pr)$ (fig. 8) è il primo meridiano, che in proiezione gnomonica su o in fig. 6, passa a destra per (o) e (0°).

Osservando il triangolo rettangolo $(Pr, o, \text{щ})$ l'angolo $(Pr, o, \text{щ})$ è di 30°, $\measuredangle\, (o:\text{щ}) = 90° - (p^{\bullet}_1 : o) = 90° - 44°36' = 45°24'$. Allora $\measuredangle\, (Pr:\text{щ})$ si calcola con:

$$\operatorname{tg}(Pr:\text{щ}) = \operatorname{tg} 30° \,.\, \sin 45°24' = \operatorname{tg} 22°21'$$
$$\measuredangle\, (Pr:\text{щ}) = 22°21'$$
$$\measuredangle\, (u:\text{щ}) = 11°56'\,;\ \measuredangle\, (Pr:u) = 22°21' - 11°56' = 10°25'.$$

Così gli angoli φ necessari per la proiezione gnomonica e stereografica (fig. 7 ed 8) sono i seguenti:

$$\measuredangle\, u'\, p^{\bullet}_1\, \mathfrak{d}^{\bullet}_3 = 39°02'$$
$$u'\, p^{\bullet}_1\, d^{\bullet} = 62°57'$$
$$\mathfrak{d}^{\bullet}_3\, p^{\bullet}_1\, d^{\bullet} = 23°55'$$
$$d^{\bullet}\, p^{\bullet}_1\, \mathfrak{d}^{\bullet}_2 = 15°07'$$
$$\mathfrak{d}^{\bullet}_2\, p^{\bullet}_1\, u = 11°56'$$
$$\mathfrak{d}^{\bullet}_3\, p^{\bullet}_1\, \mathfrak{d}^{\bullet}_2 = 39°02'$$
$$\mathfrak{d}^{\bullet}_1\, p^{\bullet}_1\, \mathfrak{d}^{\bullet}_2 = 39°02'$$
$$Pr : u = 10°25'$$
$$u' : u = 90°$$

Gli angoli (ρ) necessari per eseguire la proiezione gnomonica e stereografica con $p^{\bullet}_1$ quale polo (fig. 7 ed 8) sono i seguenti:

$\measuredangle\rho$	Proiezione stereografica $5 \operatorname{tg} \rho/_2$	Proiezione gnomonica $5 \operatorname{tg} \rho$
$p^{\bullet}_1\, u' = 30°45'$	1.374	2,975
$p^{\bullet}_1\, \mathfrak{d}^{\bullet}_3 = 37°27'$	1,694	3,830
$p^{\bullet}_1 p^{\bullet}_3 = 74°55'$	3,830	18,531
$p^{\bullet}_1\, d^{\bullet} = 52°36'$ *	2.471	6,539
$p^{\bullet}_1\, o = 44°36'$	2,051	4,930
$p^{\bullet}_1\, \mathfrak{d}^{\bullet}_2 = 70°51'$	3,555	14,399
$p^{\bullet}_1\, \mathfrak{d}^{\bullet}_1 = 37°27'$	1,694	3,830
$p^{\bullet}_1\, p^{\bullet}_2 = 74°55'$	3.830	18,531

$p^{\bullet}_1\, \underline{\mathfrak{d}}^{\bullet}_2 = 180°$ $\quad p^{\bullet}_1 : \mathfrak{d}^{\bullet}_2 =$
$= 180° - 70°51' = 109°09'$

* L'angolo 52°36′ si ottiene calcolandolo nel triangolo rettangolo (fig. 8) $(p^{\bullet}_1\, u'\, d^{\bullet})$, dove $\measuredangle\, u' : d^{\bullet} = 45°02'$ (pag. 12); $\measuredangle\, u'\, p^{\bullet}_1 = 30°45'$.

$$\cos(p^{\bullet}_1 : d^{\bullet}) = \cos 45^{\circ}02' \,.\, \cos 30^{\circ}45' = \cos 52^{\circ}36'$$
$$\measuredangle (p^{\bullet}_1 : d^{\bullet}) = 52^{\circ}36'.$$

Stante la disposizione simmetrica dei due individui del gruppo di calcite rispetto al piano di simmetria e contatto ($p^{\bullet}_1 u'$) (fig. 8), il quale e contiene la normale delle due facce fra loro parallele ($p^{\bullet}_1$) (comuni al gruppo) cioè l'asse $p^{\bullet}_1$, e si trova in zona ($\delta^{\bullet}_3 \delta^{\bullet}_2 u \delta^{\bullet}_2 \delta^{\bullet}_1$) (vedi anche fig. 5), noi riscontriamo che girando l'uno individuo rispetto all'altro attorno al detto asse ($p^{\bullet}_1$) per l'importo di un angolo ($4 \times 39^{\circ}02 = 156^{\circ}08'$) i due individui vengono a coincidere.

L'angolo formato dalle normali delle facce o(0001) tra loro, si calcola nel modo seguente (vedi fig. 8):

Premetti i valori noti teorici:

$$\measuredangle (o, p^{\bullet}_1, u) = (u : \text{III}) = 11^{\circ}56' ; \ \measuredangle o : p^{\bullet}_1 = 44^{\circ}36' ;$$
$$90^{\circ} - 11^{\circ}56' = 78^{\circ}04' = \alpha ; \ \measuredangle \frac{o : o}{2} = a$$

nel triangolo rettangolo $p^{\bullet}_1 \frac{o}{2} o$, dove $\measuredangle \left(\frac{o}{2}, p^{\bullet}_1, o\right) = \alpha = 78^{\circ}04'$

$$\sin\left(\frac{o}{2} : o\right) = \sin a = \sin 44^{\circ}36' \,.\, \sin 78^{\circ}04' = \sin 43^{\circ}23'30''$$
$$\measuredangle a = 43^{\circ}23'30''$$
$$\measuredangle o : o = 2 \times \measuredangle a = 86^{\circ}47'.$$

Così l'angolo formato dagli assi ($\acute{c}$) dei due individui è

$$\measuredangle \acute{c} : \acute{c} = 86^{\circ}47'.$$

Riassumendo, possiamo ora dire che la faccia (u) di contatto del gruppo di cristalli di calcite, qui studiato, è una faccia di geminazione non cristallonomica, che per posizione s'avvicina a quella d'una faccia di scalenoedro possibile $\left(-\frac{3}{2}\ \frac{1}{2}\ G_2\right) = (\bar{3}\bar{1}42)$, pag. 7, ma che si trova leggermente spostata rispetto ad esso, pag. 9.

La legge di geminazione sarebbe:

a) comunanza della faccia ($p^{\bullet}_1$) pei due individui del gruppo;

b) piano di simmetria e di geminazione (u) con simbolo angolare φ ; $\rho = 13°29$; $46°36'$ e con un angolo $up^{\bullet}_1 = 90°$, così che il piano (u) entra nella zona comune ai due individui del geminato, cioè in zona ($\mathfrak{d}^{\bullet}_3\mathfrak{d}^{\bullet}_2\, u\, \mathfrak{d}^{\bullet}_2\mathfrak{d}^{\bullet}_1$), (fig. 5), nella qual zona si trova pure $\left(-\frac{3}{2}\ \frac{1}{2}\right)$;

c) inclinazione degli assi ($\acute{c}$) dei due individui,

$$\measuredangle\, \acute{c} : \acute{c} = 86°47' ;$$

d) angolo di rotazione attorno all'asse ($p^{\bullet}_1$) del geminato per ottenere la coincidenza dei due individui è uguale a 156°08'.

Il nostro geminato di calcite, da quanto sopra, ubbidisce alla legge della normale allo spigolo, al " Kantennormal-Gesetz „ di Tschermak [1].

Il piano di geminazione (u) è normale alla faccia $(p^{\bullet}_1) = r$, cioè ad una faccia possibile, anzi molto importante e comune ai due individui del geminato, la quale nello stesso tempo è piano di coesione massima (direzione di sfaldatura) nel cristallo e contiene tra altro una direzione speciale d'accrescimento, qui coincidente con l'asse di geminazione (u) [2].

Il prisma $10\bar{1}0 = (a\ .\ G_2)$ taglia sulla faccia $p^{\bullet}_1$, comune ai due individui, uno spigolo parallelo al piano di geminazione (u). Questo spigolo e lo spigolo della zona ($\mathfrak{d}^{\bullet}_3\mathfrak{d}^{\bullet}_2\, u\, \mathfrak{d}^{\bullet}_2\mathfrak{d}^{\bullet}_1$) sono ambedue paralleli al piano di geminazione (u), ma paralleli tra loro solo in proiezione verticale. Confronta anche fig. 6.

L'asse di geminazione (u) è normale allo spigolo della zona ($\mathfrak{d}^{\bullet}_3\mathfrak{d}^{\bullet}_2\, u\, \mathfrak{d}^{\bullet}_2\mathfrak{d}^{\bullet}_1$), la quale è comune ai due individui del geminato. Questi si trovano in posizione emitropa attorno all'asse di geminazione (u).

Più brevemente possiamo dire: I due individui del geminato di calcite giacciono simmetrici rispetto al piano di geminazione (u), che non è faccia cristallonomica, ma è normale ad una faccia possibile ($p^{\bullet}_1$) ed è parallelo ad uno spigolo possibile, a quello della zona ($\mathfrak{d}^{\bullet}_3\mathfrak{d}^{\bullet}_2\, u\, \mathfrak{d}^{\bullet}_2\mathfrak{d}^{\bullet}_1$).

[1] Tschermak, *Mineralogie*, 1905.

[2] *Die neuere Entwickelung der Kristallographie*, von H. Baumhauer, 1905, Vierter Abschnitt, *Zwillingsbildung der Kristalle*, pag. 111 und 117.

Dopo aver con accurate misure e calcolo fissati i dati per questo caso nuovo di geminazione della calcite, ne feci aver cognizione al mio pregiato maestro, Prof. V. Goldschmidt, Heidelberg, che si interessò molto della cosa e volle anche esaminare il gruppetto di cristalli.

Avutolo da me e studiatolo, egli ottenne gli stessi risultati fondamentali di misura e di calcolo che quelli da me qui indicati, e gentilmente me li riferì, mettendoli a mia disposizione, con la lettera seguente, che qui unisco in testo originale (1). Egli fece uso della proiezione gnomonica su o (0001) (fig. 6).

---

(1) Lieber Herr Doctor,

Ihr Calcitzwilling hat sich als ein besonders interessanter, für die Theorie der Zwillinge nicht unwichtiger herausgestellt. Herr R. Schröder hat ihn nachgemessen und hat Ihre Messungsresultate durchaus bestätigt gefunden.

Es ist in der That ein Zwilling d. h. ein symmetrisches Kristallpaar. Aber die Zwillingsebene ist nicht genau $-\frac{3}{2}\frac{1}{2}$, sondern liegt ein wenig daneben in Zone δδ $\left(-\frac{1}{2}:-\frac{1}{2}\right)$. Gerade so viel als die Differenz zwischen Messung und Rechnung bei Ihnen ausmacht.

Es ist mir eine besondere Freude, zu constatiren, wie genau Ihre Messungen an diesem nicht leichten Material stimmen.

Zwillingsebene ist hier keine kristallonomisch mögliche Fläche. Wir können also das Zwillingsgesetz nicht durch eine solche bezeichnen. Höchstens könnten wir sagen, dass die Zwillingsebene in der Nähe von $-\frac{3}{2}\frac{1}{2}$ liegt. Aber diese schwache, beim Calcit bisher unbekannte Form hat mit der Zwillingsbildung genetisch gar nichts zu thun.

Wir haben viel mehr das Zwillingsgesetz zu bezeichnen:

Entweder durch die Verknüpfungsfläche $p^{\bullet}_{1} = +1$ und den Drehwinkel von 156°08′.

Oder durch die Verknüpfungsfläche $p^{\bullet}_{1}$ und die Deckzone δ•δ•.

Letztere Bezeichnung trifft das Wesen dieses Zwillings.

Die Entstehung unseres Zwillings ist folgendermassen aufzufassen:

1. Verknüpfung der Embrional Partikel der Individuen I und II durch Einrichten von ($p^{\bullet}_{1}$).

2. Bei der nun noch möglichen Drehung um die Axe ($p^{\bullet}_{1}$), Einschnappen einer Zone δ•δ• von I und einer desgleichen von II und zwar so:

Im Proiectionsbild fig. 6. ist das Individuum I (circoletti bianchi vuoti) normal aufgestellt.

Deckfläche und Drehfläche sei ($p^{\bullet}_{1}$) links vorne. Die Drehung von I in Stellung II erfolgt im Sinne des Pfeiles um den Winkel $δ^{\bullet}_{1} p^{\bullet}_{1} δ^{\bullet}_{1}$, (que-

Per quest' ultima calcolai, analogamente alle proiezioni fig. 7 ed 8, i dati teorici, che vedremo in seguito.

Specialmente interessante è l' interpretazione data dal Prof. V. Goldschmidt alla legge di geminazione dal lato genetico.

Per eseguire la proiezione gnomonica (fig. 6) su $o = (0001)$ feci uso dei seguenti angoli: (Nella riproduzione fig. 6 venne ridotta ad una metà lineare dell'originale)

st'ultimo $\delta^{\bullet}_1$ ha il circoletto nero pieno), so dass $\delta^{\bullet}_1$ (nero) in Zone $\delta^{\bullet}_2\delta^{\bullet}_3$ fällt. Damit fällt zugleich der durch die Drehung verlegte Punkt $\delta^{\bullet}_2$ respective der Punkt von dessen Gegenfläche $\underline{\delta}^{\bullet}_2$ (nero) in die Deckzone $\delta^{\bullet}_2\delta^{\bullet}_3$.

Mit diesem Einschnappen ist die Lage beider Individuen I und II in Zwillingstellung festgelegt.

Der Ort des Zwillingspunktes u in Zone $\delta^{\bullet}_3\delta^{\bullet}_2\underline{\delta}^{\bullet}_2$ findet man durch Halbiren des Winkels $\delta^{\bullet}_2\underline{\delta}^{\bullet}_2$ [1]).

Daraus berechnet sich $\delta^{\bullet}_2 u = 22°26'$ } $-\frac{3}{2}\ \frac{1}{2}$ liegt auch in Zone $\delta^{\bullet}_2\delta^{\bullet}_3$,
Dagegen $\delta^{\bullet}_2 : -\frac{3}{2}\ \frac{1}{2} = 21°32'$ } aber etwas näher an $\delta^{\bullet}_2$.

Hieraus berechnen sich die Positionswinkel φ, ρ für

die Zwillingsebene	u	: $\varphi, \rho = 13°29', 46°36'$
Berechnung aus Lincio-Messung		: „ „ $= 13°58', 46°32'$
Berechnet für $-\frac{3}{2}\ \frac{1}{2}$		: „ „ $= 13°54', 45°46'$

Das Zwillingsgesetz ist neu für den Calcit. Es ist eindeutig definirt durch seine Verknüpfungsfläche und Deckzone. Die Zwillingsebene ist weder eine kristallonomische Fläche, noch der Pol einer Zone. Und doch ist es ein ganz echter Zwilling.

Unser Beispiel liefert den Nachweis, dass zum Einrichten des Zwillings 1 Fläche + 1 Kante (Zone) genügt, ohne dass es nöthig ist, dass die Kante in der Fläche, die Deckfläche in der Deckzone liegt [2]). Unsere Deckfläche $p^{\bullet}_1$ liegt nicht in der Deckzone $\delta^{\bullet}_3\delta^{\bullet}_2$. Die $\delta^{\bullet}$ aber in der gemeinsamen Zone sind nicht Deckflächen. $-\frac{3}{2}\ \frac{1}{2}$ liegt im Zone $\delta^{\bullet}_3\delta^{\bullet}_2$, aber ist nicht Deckfläche und ist keine kristallonomisch wichtige Fläche.

Ich gratulire Ihnen herzlichst zur Auffindung dieses schönen und interessanten Zwillings.

Ihr.: V. Goldschmidt.

[1]) V. Goldschmidt, " Ztschft. für Krist. „. 1899, 30, pag. 350.

[2]) Id., id., 1907, 43, pag. 584.

	$\measuredangle \varphi$	$\measuredangle \rho$	5 tg ρ
$d^{\bullet} =$	— 90°	13°51′	1,232
$\delta^{\bullet}_2 =$	— 30°	26°15′	2,466
$\delta^{\bullet}_3 =$	—150°	26°15′	2,466
$\delta^{\bullet}_1 =$	+ 90°	26°15′	2,466
$-\frac{3}{2}\,\frac{1}{2} =$	— 13°54′	45°46′	5,136
$u =$	— 13°29′	46°36′	5,288
$p^{\bullet}_2 =$	+ 30°	44°36′	4,930
$p^{\bullet}_3 =$	— 90°	44°36′	4,930
$p^{\bullet}_1 =$	+150°	44°36′	4,930

Inoltre calcolai i seguenti valori:

1) $d^{\bullet} : W$ (centro sfer.) = 5,1497 ctm.
2) $\delta^{\bullet}_1 : o = \rho = 68°14'$; 5 tg ρ = 12,522 ctm.
3) $u' : o = \rho = 46°40'$; 5 tg ρ = 5,300 ctm.
4) $\underline{\delta}^{\bullet}_2 : o = \rho = 68°04'$; 5 tg ρ = 12,417 ctm.

Confronta figure 8 e 6:

1) Dal triangolo $d^{\bullet} o C$, (C = centro della sfera), rettangolo in o. $\measuredangle oCd^{\bullet} = 13°51'$; $oC = 5$ ctm.; $d^{\bullet}C = x = \frac{5}{\cos 13°51'} =$
$= 5{,}1497 = d^{\bullet}W$.

2) Dal triangolo sferico ($\delta^{\bullet}_1$ [nero], $d^{\bullet}$, o), rettangolo in $d^{\bullet}$; $\delta^{\bullet}_1 d^{\bullet} = 3 \times 22°31'$ (pag. 10) $= 67°33'$; $d^{\bullet}o = 13°51'$; $\cos \delta^{\bullet}_1 : o =$
$= \cos \rho = \cos 67°33' . \cos 13°51' = \cos 68°14'$; $\rho = 68°14'$.

3) Dal triangolo sferico ($u'\, d^{\bullet}\, o$), rettangolo in $d^{\bullet}$; $od^{\bullet} = 13°51'$; $u'd^{\bullet} = 2 \times 22°31' = 45°02'$; $\cos u'o = \cos \rho =$
$= \cos 45°02' . \cos 13°51' = \cos 46°40'$; $\rho = 46°40'$.

4) Dal triangolo sferico ($o\, d^{\bullet}\, \underline{\delta}^{\bullet}_2$), rettangolo in $d^{\bullet}$ (v. p. 10). $\measuredangle\, d^{\bullet} : \underline{\delta}^{\bullet}_2 = 22°31' + (2 \times 22°26') = 67°23'$; $d^{\bullet}o = 13°51'$; $\cos (o\underline{\delta}^{\bullet}_2) = \cos \rho = \cos 67°23' . \cos 13°51' = \cos 68°04'$.

I quattro casi noti di geminazione della calcite vennero messi in rassegna rappresentati ciascuno dalle figure 1—4 ([1]).

---

[1] Le figure 1-4 vennero tolte dal pregevole lavoro: *On some twins of calcite*, etc., by Prof. W. J. Lewis, Cambridge, Mineralogical Magazine, April 1908.

Figure 5 rappresentano il caso nuovo di geminazione qui studiato. Orientazione e notazione cristallografica sono qui le comuni.

Fig. (1) rappresenta la geminazione (comune) secondo $c = (111) = (0001)$, Forma $v = (21\bar{3}1)$. I cristalli hanno lo stesso asse verticale. — $\measuredangle \acute{c} : \acute{c} = 0°$

Fig. (2) rappresenta la geminazione (non comune) secondo $r = (100) = (10\bar{1}1)$. Combinazione della forma $m = (10\bar{1}0)$ con $e = (01\bar{1}2)$. — $\measuredangle \acute{c} : \acute{c} = \left\{ \begin{matrix} 89°14' \text{ e} \\ 90°46' \end{matrix} \right.$

Fig. (3) rappresenta la geminazione (rara) secondo $f = (\bar{1}11) = (02\bar{2}1)$. Combinazione della forma $v = (21\bar{3}1)$ con $m = (10\bar{1}0)$. — $\measuredangle \acute{c} : \acute{c} = \left\{ \begin{matrix} 53°46' \text{ e} \\ 126°14' \end{matrix} \right.$

Fig. (4) rappresenta la geminazione (molto comune) secondo $e = (011) = (01\bar{1}2)$. Combinazione della forma $e = (01\bar{1}2)$ con $\gamma\ (Gdt) = 91\bar{7}) = (8 \,.\, 8 \,.\, \overline{16} \,.\, 3)$. — $\measuredangle \acute{c} : \acute{c} = \left\{ \begin{matrix} 52°30\frac{1}{2}' \text{ e} \\ 127°29\frac{1}{2}' \end{matrix} \right.$

Fig. (5) rappresenta la nuova geminazione secondo u (forma negativa non cristallonomica) con simbolo angolare $\varphi, \rho = 13°29', 46°36'$ (G_2). Combinazione della forma $\delta^{\cdot} = e = (01\bar{1}2)$ con $o = (0001)$ e con $p^{\cdot} = r = (10\bar{1}1)$. — $\measuredangle \acute{c} : \acute{c} = \left\{ \begin{matrix} 86°47' \text{ e} \\ 93°13' \end{matrix} \right.$

Istituto Mineralogico della R. Università di Torino
21 Gennaio 1911.

v
e
Fi
Fig. 1
δ'₁
u'
δ
P'₁
P'₂
δ'₂
d'
o
Ltl.
P'₃
Fig. 7.
δ'₃
δ'₁
P'₁
o
o
P'₁
δ'₁
δ'₃
δ'₂
δ'₃
P'₂
P'₃
Fig. 5
P'₃
u'
δ'₃
d'
u
δ'₂
o
u
P'₁
Pr
δ'₁
P'₂
Fig. 8
Projez. stereogr.
su P'₁

Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

Fig. 5

Fig. 6
Projez. gnomonica su o

Fig. 7. Projezione gnomonica su P_1'

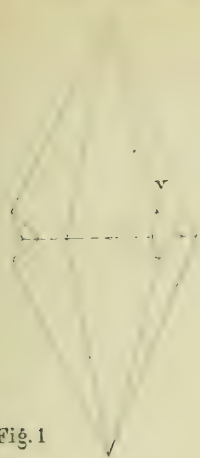
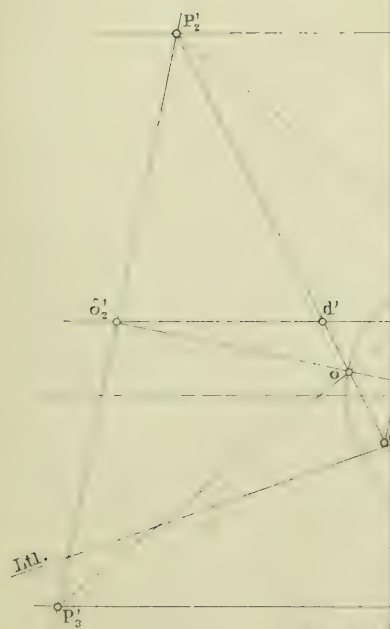
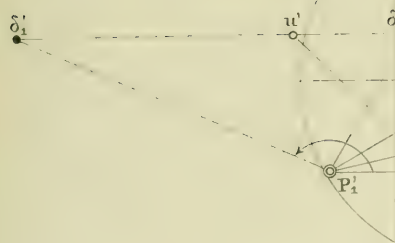
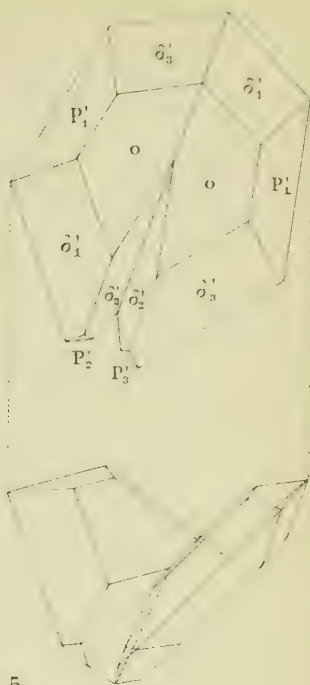
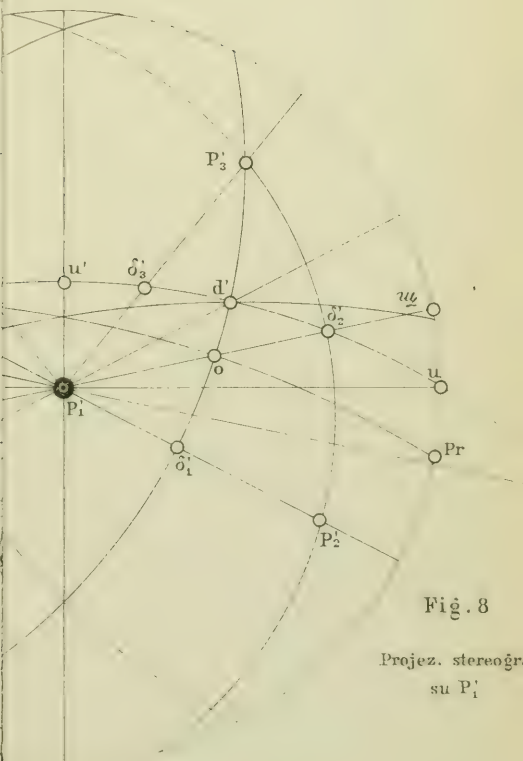



Fig. 8
Projez. stereogr. su P_1

Le linee d'influenza della trave continua solidale coi suoi piedritti.

Nota dell'Ing. GUSTAVO COLONNETTI

(Con 1 Tavola).

1. — In una mia recente Memoria (*), trattando dei sistemi elastici continui comunque vincolati agli estremi ma semplicemente appoggiati in orizzontale su sostegni intermedi, ho esposto come la ricerca della linea di influenza dello spostamento verticale di una sezione qualunque di una trave (a parete piana o reticolare, poco importa), ovvero la ricerca della linea d'influenza della reazione di un suo appoggio intermedio, possa sempre ridursi, in virtù del teorema di reciprocità di Maxwell, al tracciamento della deformata della stessa trave sollecitata da convenienti e ben determinate forze. Ed ho anzi fatto vedere come la detta deformata possa sempre costruirsi come poligono funicolare di determinati pesi elastici, i quali, nel caso più comune di trave continua ad asse rettilineo e ad estremi semplicemente appoggiati, altro non sono se non combinazioni lineari di certi *pesi elastici fondamentali* relativi alla trave stessa resa, in conveniente modo, staticamente determinata.

Ho mostrato allora come tali pesi elastici fondamentali, calcolati una volta per sempre, potessero servire alla risoluzione dei vari problemi che possono presentarsi per la determinazione sia di quantità iperstatiche, sia di deformazioni, senza che più occorresse alcuna ulteriore analisi del comportamento elastico del sistema corrispondentemente alle varie condizioni di carico a cui conviene imaginarlo assoggettato per la risoluzione dei detti problemi.

(*) *I sistemi elastici continui trattati col metodo delle linee d'influenza* (Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino, Serie II, Tom. LXI).

Le considerazioni che qui mi propongo di esporre hanno per scopo di mostrare come quei risultati siano suscettibili di una notevole generalizzazione: come cioè l'applicazione del geniale teorema di Maxwell conduca ad una analoga risoluzione anche quando i sostegni intermedî che vincolano la trave contrastano elasticamente non soltanto i cedimenti verticali, ma altresì le rotazioni delle sezioni situate in corrispondenza dei medesimi.

Problema questo che ha assunto una particolare importanza dacchè a questo tipo ideale di trave vennero da W. Ritter (*) ridotti, in via di approssimazione, i varî tipi di travate a più luci, solidali coi piedritti elastici, che non di rado si incontrano nella pratica, specialmente nelle moderne costruzioni in cemento armato.

Del sistema sopra definito analizzeremo pertanto dapprima il comportamento elastico determinandone nel modo più generale le deformazioni; indicheremo poi come si debba procedere quando il problema consista in una ricerca di quantità iperstatiche.

2. — *Linee d'influenza degli abbassamenti di una sezione generica.* — Siano A e B gli estremi, per il momento comunque vincolati (purchè in modo rigido) della trave elastica da studiarsi, e si supponga che in corrispondenza di date sezioni intermedie C_1, C_2, C_3, ... C_{n-1} essa trave sia soggetta a certi vincoli le cui reazioni siano o possano ritenersi in ogni caso costituite ciascuna da una forza verticale passante pel baricentro della corrispondente sezione e da una coppia agente nel piano verticale che contiene l'asse geometrico della trave: si indichino con $\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{C}_2$, $\mathfrak{C}_3$, ... $\mathfrak{C}_{n-1}$ quelle reazioni verticali da considerarsi come positive se dirette verso l'alto, e con $\mathfrak{M}_1$, $\mathfrak{M}_2$, $\mathfrak{M}_3$, ... $\mathfrak{M}_{n-1}$ i momenti di quelle coppie da ritenersi positivi se agenti nel senso delle rotazioni positive.

Liberato il sistema elastico da tali vincoli intermedî, lo si assoggetti dapprima all'azione di un carico concentrato ed unitario agente successivamente e separatamente secondo le varie verticali dei vincoli soppressi e secondo la verticale della se-

(*) W. Ritter, *Der kontinuirliche Balken*, Zürich, 1900.

zione S della quale si vogliono studiare gli spostamenti effettivi; siano

$$A_1B_1\,,\ A_2B_2\,,\ A_3B_3\,,\ \ldots\ A_{n-1}\,B_{n-1}\,,\ A_sB_s$$

le varie linee elastiche della trave, relative a quelle varie condizioni di carico.

Si applichi di poi, successivamente e separatamente, negli stessi punti del sistema, un momento unitario negativo e si disegnino in corrispondenza le nuove linee elastiche, che indicheremo brevemente con

$$A_1'B_1',\ A_2'B_2',\ A_3'B_3',\ \ldots\ A'_{n-1}\,B'_{n-1},\ A_s'B_s'.$$

Allo scopo di non introdurre alcuna ipotesi particolare sulla natura dei vincoli d'estremità, non ci occuperemo per ora del procedimento da seguirsi pel tracciamento di tali linee elastiche: supporremo soltanto, ciò che non pregiudica per nulla la generalità della trattazione, che dette linee siano state rappresentate in disegno in un certo rapporto di affinità costante, che indicheremo colla lettera ξ, mediante poligoni funicolari di distanza polare pure costante ed eguale a λ, colleganti certi convenienti sistemi di pesi elastici, le cui espressioni generiche indicheremo rispettivamente con

$$w_1\,,\ w_2\,,\ w_3\,,\ \ldots\ w_{n-1}\,,\ w_s\,,$$
$$w_1',\ w_2',\ w_3',\ \ldots\ w'_{n-1},\ w_s'.$$

3. — Se ora, mentre sulla sezione S agisce il carico unitario concentrato, si vogliono ristabilire i vincoli intermedi C_1, C_2, C_3, ... C_{n-1}, la trave viene a trovarsi cimentata, oltrechè dal carico applicato in S, anche dalle reazioni verticali $\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{C}_2$, $\mathfrak{C}_3$, ... $\mathfrak{C}_{n-1}$, e dai momenti $\mathfrak{M}_1$, $\mathfrak{M}_2$, $\mathfrak{M}_3$, ... $\mathfrak{M}_{n-1}$ agenti rispettivamente nei punti C_1, C_2, C_3, ... C_{n-1}. Ne segue che una sezione generica qualunque della trave la quale per effetto del solo carico unitario in S si era spostata verticalmente di una quantità misurata dalla corrispondente ordinata η_s della linea elastica A_sB_s, all'atto della applicazione delle reazioni dei vin-

coli intermedi viene a subire un nuovo spostamento verticale, misurato, nella stessa scala, da

$$-\mathfrak{C}_1\eta_1 - \mathfrak{M}_1\eta_1' - \mathfrak{C}_2\eta_2 - \mathfrak{M}_2\eta_2' - \mathfrak{C}_3\eta_3 - \mathfrak{M}_3\eta_3' - \ldots$$
$$\ldots - \mathfrak{C}_{n-1}\eta_{n-1} - \mathfrak{M}_{n-1}\eta'_{n-1}$$

dove con η_1, η_2, η_3, ... η_{n-1} si indicano le ordinate delle linee elastiche

$$A_1B_1,\ A_2B_2,\ A_3B_3,\ \ldots\ A_{n-1}B_{n-1}$$

e con η_1', η_2', η_3', ... η'_{n-1} si indicano in modo analogo le ordinate delle linee elastiche

$$A_1'B_1',\ A_2'B_2',\ A_3'B_3',\ \ldots\ A'_{n-1}B'_{n-1}$$

contate tutte sulla verticale della sezione generica considerata.

L'abbassamento definitivo η della sezione stessa può adunque ottenersi sommando algebricamente quei due abbassamenti parziali:

$$\eta = \eta_s - \mathfrak{C}_1\eta_1 - \mathfrak{M}_1\eta_1' - \mathfrak{C}_2\eta_2 - \mathfrak{M}_2\eta_2' - \mathfrak{C}_3\eta_3 - \mathfrak{M}_3\eta_3' - \ldots$$
$$\ldots - \mathfrak{C}_{n-1}\eta_{n-1} - \mathfrak{M}_{n-1}\eta'_{n-1}.$$

Ma la η così ottenuta altro non è che l'ordinata generica del poligono funicolare che con distanza polare eguale a λ collega i pesi elastici:

$$W = w_s - \mathfrak{C}_1 w_1 - \mathfrak{M}_1 w_1' - \mathfrak{C}_2 w_2 - \mathfrak{M}_2 w_2' - \mathfrak{C}_3 w_3 - \mathfrak{M}_3 w_3' - \ldots$$
$$\ldots - \mathfrak{C}_{n-1} w_{n-1} - \mathfrak{M}_{n-1} w'_{n-1}.$$

Un tale poligono rappresenterà adunque nel solito rapporto di affinità ξ la linea elastica della trave supposta vincolata, oltrechè in A ed in B, anche in C_1, C_2, C_3, ... C_{n-1} e caricata in S dal supposto carico unitario concentrato.

È appena necessario aggiungere che, in virtù del teorema di Maxwell, lo stesso poligono rappresenta anche la *linea di influenza degli abbassamenti del punto* S *dovuti ad un carico concentrato ed unitario viaggiante sulla trave.*

Il procedimento esposto può adunque venire utilmente applicato allo studio delle deformazioni elastiche; esso richiede però una preliminare determinazione delle $2(n-1)$ costanti:

$$\mathfrak{C}_1, \mathfrak{M}_1, \mathfrak{C}_2, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{C}_3, \mathfrak{M}_3, \ldots \mathfrak{C}_{n-1}, \mathfrak{M}_{n-1}.$$

Tali costanti, quando non siano già note le linee d'influenza delle reazioni iperstatiche dei vincoli intermedî, possono essere determinate imponendo che gli abbassamenti e le rotazioni definitive delle sezioni C_1, C_2, C_3, ... C_{n-1} della trave siano eguali a quelli che i corrispondenti piedritti elastici possono effettivamente consentire. Detti infatti:

$$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \ldots \epsilon_{n-1}$$

i cedimenti elastici verticali degli estremi dei singoli piedritti, dovuti a carichi unitarî su di essi direttamente applicati, e dette:

$$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \ldots \theta_{n-1}$$

le rotazioni elastiche degli estremi stessi prodotte da momenti unitarî su di essi agenti (*), si hanno le seguenti $2(n-1)$ equazioni di condizione:

$$\left\{\begin{array}{l} \mathfrak{C}_1(\eta_{11}+\epsilon_1)+\mathfrak{M}_1\eta_{11}'+\ldots \\ \qquad \ldots+\mathfrak{C}_{n-1}\eta_{n-1,1}+\mathfrak{M}_{n-1}\eta'_{n-1,1}=\eta_{s1} \\ \mathfrak{C}_1\varphi_{11}+\mathfrak{M}_1(\varphi'_{11}+\theta_1)+\ldots \\ \qquad \ldots+\mathfrak{C}_{n-1}\varphi_{n-1,1}+\mathfrak{M}_{n-1}\varphi'_{n-1,1}=\varphi_{1s} \end{array}\right.$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\left\{\begin{array}{l} \mathfrak{C}_1\eta_{1,n-1}+\mathfrak{M}_1\eta'_{1,n-1}+\ldots \\ \qquad \ldots+\mathfrak{C}_{n-1}(\eta_{n-1,n-1}+\epsilon_{n-1})+\mathfrak{M}_{n-1}\eta'_{n-1,n-1}=\eta_{s,n-1} \\ \mathfrak{C}_1\varphi_{1,n-1}+\mathfrak{M}_1\varphi'_{1,n-1}+\ldots \\ \qquad \ldots+\mathfrak{C}_{n-1}\varphi_{n-1,n-1}+\mathfrak{M}_{n-1}(\varphi'_{n-1,n-1}+\theta_{n-1})=\varphi_{n-1,s} \end{array}\right.$$

(*) La grandezza θ così definita altro non è che il reciproco dell' " Elastizitätsmass " introdotto dal Ritter nella citata sua trattazione, recentemente denominato, con maggior proprietà, " modulo di resistenza della pila alla rotazione " dal Prof. C. Guidi (Cfr. *Scienza delle costruzioni*, Parte IV, 1910).

nella quale si è indicato:

con η_{pq} l'abbassamento della sezione p^{ma} della trave svincolata dai piedritti intermedî dovuto ad un carico unitario applicato verticalmente in corrispondenza della sezione q^{ma}:

con η'_{pq} l'abbassamento della stessa sezione p^{ma} per un momento unitario negativo agente sulla sezione q^{ma};

con φ_{pq} la rotazione subìta dalla solita p^{ma} sezione per l'azione di un carico unitario agente sulla sezione q^{ma}; ed infine

con φ'_{pq} la rotazione subìta dalla stessa sezione p^{ma} per effetto di un momento unitario negativo applicato in corrispondenza della q^{ma} sezione (*).

In virtù del teorema di reciprocità:

$$\begin{cases} \eta_{pq} = \eta_{qp} \\ \eta'_{pq} = \varphi_{qp} \\ \varphi'_{pq} = \varphi'_{qp} \end{cases}$$

perciò lo stesso sistema di equazioni può anche scriversi:

$$\begin{cases} \mathfrak{C}_1(\eta_{11} + \epsilon_1) + \mathfrak{M}_1\varphi_{11} + \ldots \\ \qquad \ldots + \mathfrak{C}_{n-1}\eta_{1,n-1} + \mathfrak{M}_{n-1}\varphi_{1,n-1} = \eta_{s1} \\ \mathfrak{C}_1\eta'_{11} + \mathfrak{M}_1(\varphi'_{11} + \theta_1) + \ldots \\ \qquad \ldots + \mathfrak{C}_{n-1}\eta'_{1,n-1} + \mathfrak{M}_{n-1}\varphi'_{1,n-1} = \eta'_{s1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathfrak{C}_1\eta_{n-1,1} + \mathfrak{M}_1\varphi_{n-1,1} + \ldots \\ \qquad \ldots + \mathfrak{C}_{n-1}(\eta_{n-1,n-1} + \epsilon_{n-1}) + \mathfrak{M}_{n-1}\varphi_{n-1,n-1} = \eta_{s,n-1} \\ \mathfrak{C}_1\eta'_{n-1,1} + \mathfrak{M}_1\varphi'_{n-1,1} + \ldots \\ \qquad \ldots + \mathfrak{C}_{n-1}\eta'_{n-1,n-1} + \mathfrak{M}_{n-1}(\varphi'_{n-1,n-1} + \theta_{n-1}) = \eta'_{s,n-1} \end{cases}$$

(*) La misura delle rotazioni φ e φ' non presenta in pratica difficoltà di sorta. L'inclinazione di un lato qualunque di un poligono funicolare sopra la sua retta di chiusa, essendo eguale all'inclinazione del corrispondente raggio proiettante del poligono delle forze sopra la parallela condotta pel polo a quella retta di chiusa, è misurata, nella base λ, dal segmento che quei due raggi intercettano sulla retta delle forze.

4. — *Linee d'influenza delle rotazioni di una sezione generica.* — Si supponga ora invece di voler ristabilire i vincoli intermedî C_1, C_2, C_3, ... C_{n-1}, mentre sulla sezione S agisce il momento unitario che ad essa abbiamo a suo tempo supposto di applicare.

Ripetendo il ragionamento già fatto nel paragrafo precedente, si sarà condotti ad affermare che una sezione generica qualunque della trave, la quale per effetto del solo momento unitario applicato in S si sarebbe spostata verticalmente di una quantità misurata dalla corrispondente ordinata η_s' della linea elastica $A_s'B_s'$, per effetto delle reazioni dei vincoli intermedî ripristinati, deve subire un nuovo spostamento verticale, misurato, nella stessa scala, dalla solita sommatoria

$$-\mathfrak{C}_1'\eta_1 - \mathfrak{M}_1'\eta_1' - \mathfrak{C}_2'\eta_2 - \mathfrak{M}_2'\eta'_2 - \mathfrak{C}_3'\eta_3 - \mathfrak{M}_3'\eta_3' - \ldots$$
$$\ldots - \mathfrak{C}'_{n-1}\eta_{n-1} - \mathfrak{M}'_{n-1}\eta'_{n-1}.$$

L'abbassamento definitivo

$$\eta' = \eta_s' - \mathfrak{C}_1'\eta_1 - \mathfrak{M}_1'\eta_1' - \mathfrak{C}_2'\eta_2 - \mathfrak{M}_2'\eta_2' - \mathfrak{C}_3'\eta_3 - \mathfrak{M}_3'\eta_3' - \ldots,$$
$$\ldots - \mathfrak{C}'_{n-1}\eta_{n-1} - \mathfrak{M}'_{n-1}\eta'_{n-1}$$

può adunque, anche una volta, ottenersi come ordinata generica del poligono funicolare che, con distanza polare eguale, secondo il solito, a λ, collega i pesi elastici:

$$W' = w_s' - \mathfrak{C}_1'w_1 - \mathfrak{M}_1'w_1' - \mathfrak{C}_2'w_2 - \mathfrak{M}_2'w_2' - \ldots$$
$$\ldots - \mathfrak{C}'_{n-1}w_{n-1} - \mathfrak{M}'_{n-1}w'_{n-1}.$$

Ed ancora una volta si potrà dire che un tale poligono, rappresentante (nel solito rapporto di affinità ξ) la linea elastica della trave supposta vincolata oltrechè in A ed in B, anche in C_1, C_2, C_3, ... C_{n-1}, e sollecitata in S dall'ipotetico momento unitario, può assumersi come *linea d'influenza delle rotazioni provocate nella sezione* S *da un carico unitario e concentrato viaggiante sulla trave.*

Le equazioni di condizione determinanti il nuovo sistema

di costanti $\mathfrak{C}_1'$, $\mathfrak{M}_1'$, $\mathfrak{C}_2'$, $\mathfrak{M}_2'$, $\mathfrak{C}_3'$, $\mathfrak{M}_3'$, ... $\mathfrak{C}'_{n-1}$, $\mathfrak{M}'_{n-1}$, sono, come sarebbe facile dimostrare, le seguenti:

$$\left\{\begin{aligned}
&\mathfrak{C}_1'(\eta_{11}+\epsilon_1)+\mathfrak{M}_1'\eta_{11}'+\dots\\
&\qquad\dots+\mathfrak{C}'_{n-1}\eta_{1,n-1}+\mathfrak{M}'_{n-1}\eta'_{1,n-1}=\eta'_{1s}\\
&\mathfrak{C}_1'\varphi_{11}+\mathfrak{M}_1'(\varphi_{11}'+\theta_1)+\dots\\
&\qquad\dots+\mathfrak{C}'_{n-1}\varphi_{1,n-1}+\mathfrak{M}'_{n-1}\varphi'_{1,n-1}=\varphi'_{s1}\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&\mathfrak{C}_1'\eta_{n-1,1}+\mathfrak{M}_1'\eta'_{n-1,1}+\dots\\
&\qquad\dots+\mathfrak{C}'_{n-1}(\eta_{n-1,n-1}+\epsilon_{n-1})+\mathfrak{M}'_{n-1}\eta'_{n-1,n-1}=\eta'_{n-1,s}\\
&\mathfrak{C}_1'\varphi_{n-1,1}+\mathfrak{M}_1'\varphi'_{n-1,1}+\dots\\
&\qquad\dots+\mathfrak{C}'_{n-1}\varphi_{n-1,n-1}+\mathfrak{M}'_{n-1}(\varphi'_{n-1,n-1}+\theta_{n-1})=\varphi'_{s,n-1}
\end{aligned}\right.$$

ovvero:

$$\left\{\begin{aligned}
&\mathfrak{C}_1'(\eta_{11}+\epsilon_1)+\mathfrak{M}_1'\varphi_{11}+\dots\\
&\qquad\dots+\mathfrak{C}'_{n-1}\eta_{1,n-1}+\mathfrak{M}'_{n-1}\varphi_{1,n-1}=\varphi_{s1}\\
&\mathfrak{C}_1'\eta_{11}'+\mathfrak{M}_1'(\varphi_{11}'+\theta_1)+\dots\\
&\qquad\dots+\mathfrak{C}'_{n-1}\eta'_{1,n-1}+\mathfrak{M}'_{n-1}\varphi'_{1,n-1}=\varphi'_{s1}\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&\mathfrak{C}_1'\eta_{n-1,1}+\mathfrak{M}_1'\varphi_{n-1,1}+\dots\\
&\qquad\dots+\mathfrak{C}'_{n-1}(\eta_{n-1,n-1}+\epsilon_{n-1})+\mathfrak{M}'_{n-1}\varphi_{n-1,n-1}=\varphi_{s,n-1}\\
&\mathfrak{C}_1'\eta'_{n-1,1}+\mathfrak{M}_1'\varphi'_{n-1,1}+\dots\\
&\qquad\dots+\mathfrak{C}'_{n-1}\eta'_{n-1,n-1}+\mathfrak{M}'_{n-1}(\varphi'_{n-1,n-1}+\theta_{n-1})=\varphi'_{s,n-1}
\end{aligned}\right.$$

5. — *Linee d'influenza delle reazioni iperstatiche di un piedritto.* — Si supponga finalmente che un ulteriore piedritto C_s venga a vincolare la trave in corrispondenza della sezione considerata S, e si indichi con ϵ_s il suo cedimento elastico verticale dovuto ad un carico unitario su di esso direttamente applicato, con θ_s la rotazione che un momento unitario positivo può provocare nella sua sezione estrema, con $\mathfrak{C}_s$ il valore della reazione verticale incognita e con $\mathfrak{M}_s$ la grandezza del momento

pure incognito con cui esso piedritto si oppone alle deformazioni del sistema.

Ricordando che, quando il carico unitario occupa sulla trave una data posizione generica arbitraria, il cedimento verticale e la rotazione della sezione S supposta libera sarebbero misurati rispettivamente da

$$\eta = \eta_s - \mathfrak{C}_1\eta_1 - \mathfrak{M}_1\eta_1' - \ldots - \mathfrak{C}_{n-1}\eta_{n-1} - \mathfrak{M}_{n-1}\eta'_{n-1}$$

e da

$$\eta' = \eta_s' - \mathfrak{C}_1'\eta_1 - \mathfrak{M}_1'\eta_1' - \ldots - \mathfrak{C}'_{n-1}\eta_{n-1} - \mathfrak{M}'_{n-1}\eta'_{n-1}$$

ordinate generiche delle due deformate costruite, è facile convincersi che l'imporre l'eguaglianza fra l'abbassamento effettivo della sezione S della trave ed il cedimento elastico del sottostante appoggio C_s conduce alla equazione di condizione

$$\eta - \mathfrak{C}_s\eta_0 - \mathfrak{M}_s\eta_0' = \mathfrak{C}_s\epsilon_s$$

essendo η_0 ed η_0' gli abbassamenti della sezione S, supposta ancor libera dal nuovo vincolo, dovuti rispettivamente ad un carico unitario e ad un momento negativo pure unitario su di essa applicati.

Similmente l'imporre l'eguaglianza fra la rotazione effettivamente subita dalla sezione S e quella subita dalla sezione terminale del sottostante piedritto conduce alla equazione

$$\eta' - \mathfrak{C}_s\varphi_0 - \mathfrak{M}_s\varphi_0' = \mathfrak{M}_s\theta_s$$

essendo qui φ_0 e φ_0' le rotazioni della stessa sezione dovute rispettivamente allo stesso carico ed allo stesso momento.

Ricordando che al solito dev'essere

$$\eta_0' = \varphi_0$$

si ha pertanto il sistema

$$\begin{cases} \mathfrak{C}_s(\eta_0 + \epsilon_s) + \mathfrak{M}_s\varphi_0 = \eta \\ \mathfrak{C}_s\eta_0' + \mathfrak{M}_s(\varphi_0' + \theta_s) = \eta' \end{cases}$$

dal quale, posto

$$D = \begin{vmatrix} \eta_0 + \epsilon_s & \varphi_0 \\ \eta_0' & \varphi_0' + \theta_s \end{vmatrix} = (\eta_0 + \epsilon_s)(\varphi_0' + \theta_s) - \eta_0'\varphi_0$$

si passa subito all'altro

$$\left\{ \begin{aligned} \mathfrak{C}_s &= \frac{\varphi_0' + \theta_s}{D} \cdot \eta - \frac{\varphi_0}{D} \cdot \eta' \\ \mathfrak{M}_s &= \frac{\eta_0'}{D} \cdot \eta - \frac{\eta_0 + \epsilon_s}{D} \cdot \eta' \end{aligned} \right.$$

ovvero

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{D}{\varphi_0' + \theta_s} \mathfrak{C}_s &= \eta - \frac{\varphi_0}{\varphi_0' + \theta_s} \cdot \eta' \\ \frac{D}{\eta_0 + \epsilon_s} \mathfrak{M}_s &= \frac{\eta_0'}{\eta_0 + \epsilon_s} \cdot \eta - \eta' \end{aligned} \right.$$

Se pertanto al primo poligono di deformazione, disegnato al solito collegando i pesi elastici W con un poligono funicolare di distanza polare λ, si sovrappone il secondo poligono collegante i pesi elastici W', in base però ad una nuova distanza polare eguale a

$$\lambda \cdot \frac{\varphi_0' + \theta_s}{\varphi_0},$$

la superficie che tra i due poligoni viene a trovarsi racchiusa rappresenta la legge di variazione della reazione verticale $\mathfrak{C}_s$; e precisamente l'ordinata del primo poligono contata a partire dal secondo poligono, su di una verticale generica, assumendo come unità di misura

$$\frac{D}{\varphi_0' + \theta_s}$$

rappresenta la grandezza di quella reazione incognita per un carico unitario agente secondo quella verticale generica.

Similmente la superficie d'influenza del momento $\mathfrak{M}_s$ si otterrà sovrapponendo al secondo poligono disegnato con distanza

polare λ, il primo tracciato, assumendo la distanza polare eguale a

$$\lambda \cdot \frac{\eta_0 + \epsilon_s}{\eta_0'} ;$$

la grandezza di quel momento incognito per un carico unitario agente secondo una verticale generica si otterrà ancor qui leggendo l'ordinata del primo poligono contata a partire dal secondo nella unità di misura

$$\frac{D}{\eta_0 + \epsilon_s} .$$

6. — Nella tavola che accompagna la presente nota il procedimento esposto venne applicato allo studio di una trave della lunghezza di metri 30 (*) semplicemente appoggiata agli estremi A e B e solidale, in due punti intermedî C_1 e C_2, a due piedritti elastici rigidamente incastrati al piede.

Le figure *a)*, *b)*, *c)*, *d)* rappresentano le deformate dell'asse geometrico della trave supposta liberata dai piedritti intermedî ed assoggettata rispettivamente alle quattro sollecitazioni unitarie

$$\mathfrak{C}_1 = -1 , \quad \mathfrak{M}_1 = -1 , \quad \mathfrak{C}_2 = -1 , \quad \mathfrak{M}_2 = -1 .$$

Nelle stesse figure sono state graficamente rappresentate anche le quattro grandezze

$$\epsilon_1 , \qquad \theta_1 , \qquad \epsilon_2 , \qquad \theta_2$$

misuranti la deformabilità dei piedritti.

La tavola dovendo avere carattere *esclusivamente dimostrativo,* tale deformabilità si è assunta assai più rilevante, a fronte della supposta deformabilità della trave, di ciò che nella pratica può avvenire, e ciò allo scopo di metterne in particolare evidenza le conseguenze.

Le quali conseguenze si possono agevolmente rilevare dall'esame delle fig. *e)* ed *f)*, nelle quali le superficie d'influenza della reazione verticale $\mathfrak{C}_1$ e del momento $\mathfrak{M}_1$ relativi al pie-

(*) Scala del disegno 1 : 300.

dritto sinistro vennero costruite mediante sovrapposizione, in convenienti scale, delle due deformate dell'asse geometrico della trave supposto vincolato, oltrechè in A ed in B, anche in C_2 e cimentato in C_1 dalle due sollecitazioni unitarie

$$\mathfrak{C}_1 = -1 \qquad \text{ed} \qquad \mathfrak{M}_1 = -1.$$

7. — Riferendoci ora al caso particolare di travi ad estremi semplicemente appoggiati, constateremo come il tracciamento delle varie deformate di un tale sistema possa anche qui eseguirsi col solo aiuto di quei pesi elastici che ho già avuto occasione di indicare col nome di *fondamentali*.

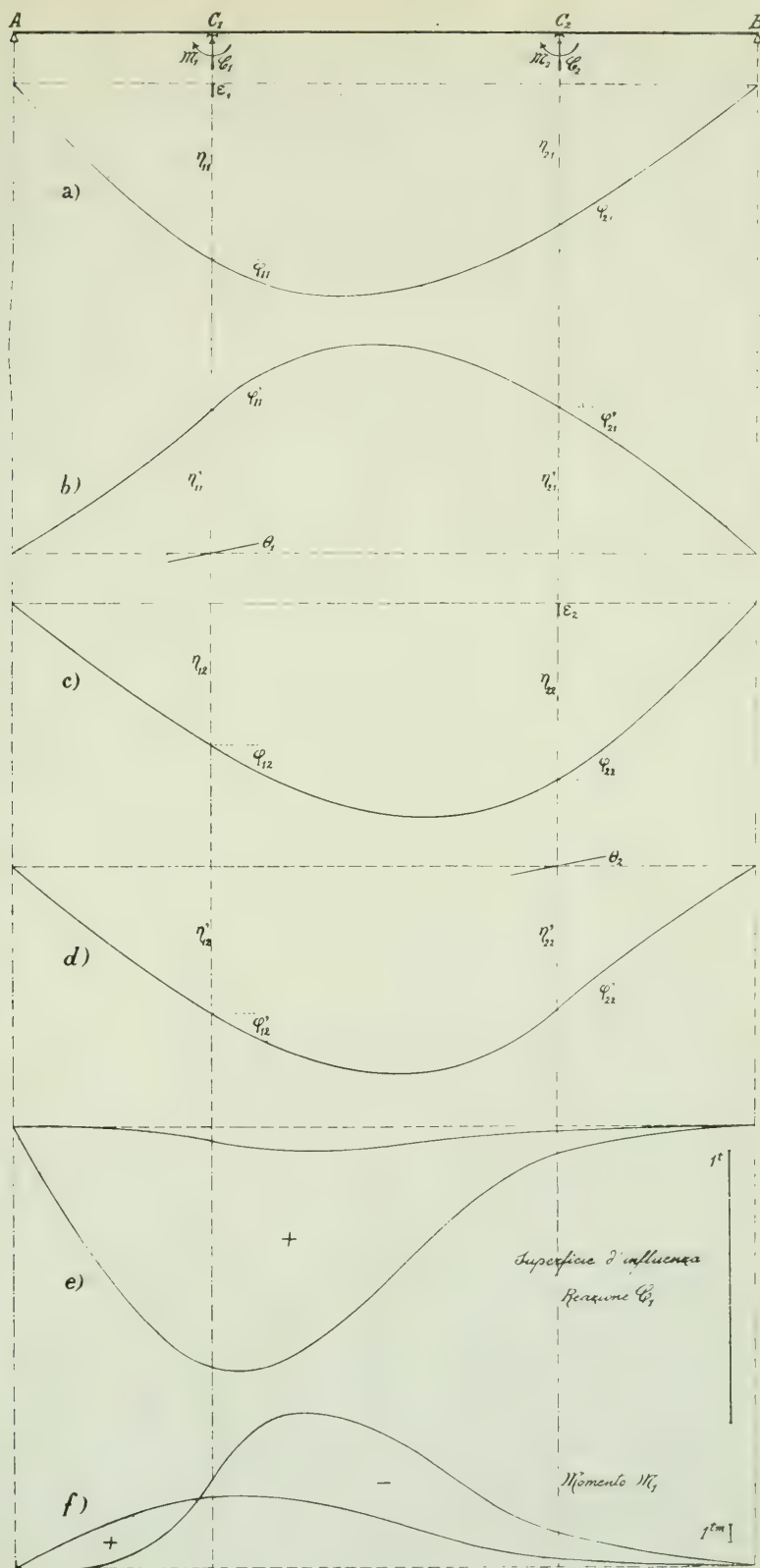
Ciò è già stato dimostrato, per le deformate relative alle varie sollecitazioni del tipo $\mathfrak{C}_r = -1$, nella mia precedente Memoria (*); può dimostrarsi per le altre deformate, relative alle sollecitazioni del tipo $\mathfrak{M}_r = -1$, nel modo seguente.

Liberata dai vincoli intermedi, la trave risulta staticamente determinata e, quando venga cimentata da un momento unitario negativo applicato alla sezione S distante di l dall'estremo sinistro A e di l' dall'estremo destro B, si deforma descrivendo, col suo asse geometrico, una certa linea elastica $A'''B'''$, la quale può considerarsi come composta di 2 tronchi distinti $S'''A'''$ ed $S'''B'''$, relativi ciascuno ai due corrispondenti tronchi SA ed SB di trave, obliquamente incastrati in corrispondenza della verticale di S e del resto liberi, sollecitati agli estremi da forze verticali, dirette l'una verso l'alto, l'altra verso il basso ed eguali entrambe in valore ad $\frac{1}{L}$, 1 essendo il valore assoluto del momento applicato ed L la distanza fra gli appoggi estremi A, B.

Si indichino pertanto colla lettera w_A quei pesi elastici che collegati con un poligono funicolare di distanza polare λ forniscono la linea elastica della trave supposta rigidamente incastrata nell'estremo B e cimentata all'altro estremo A da una forza unitaria diretta verticalmente dal basso all'alto.

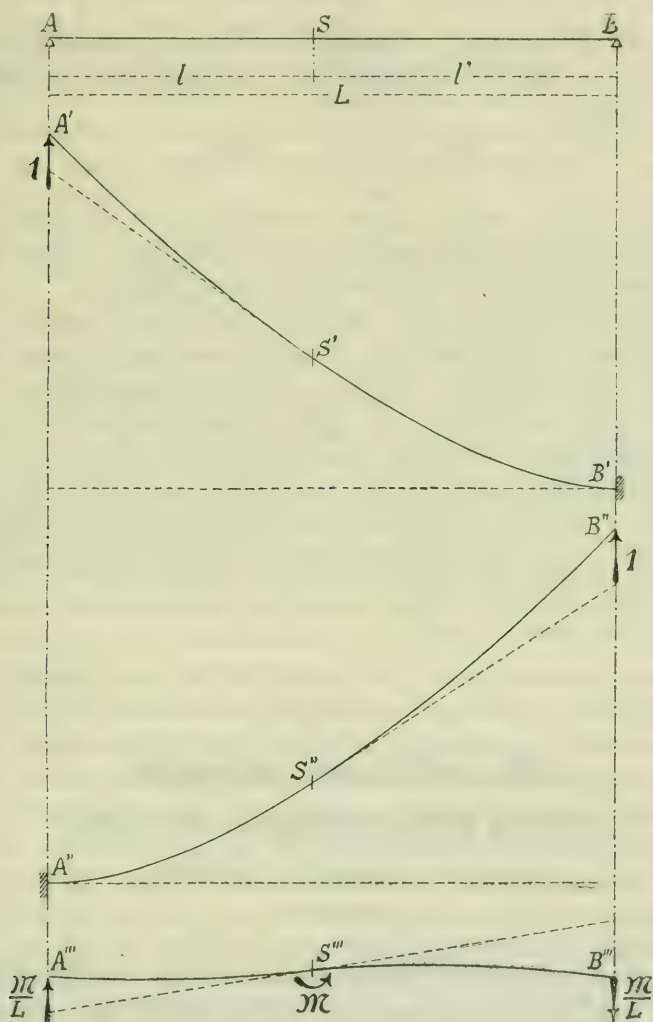
Similmente si indichino con w_B quei pesi elastici che collegati con un poligono funicolare di distanza polare ancora eguale

(*) Cfr. § 10 e fig. 3.

Tip. Vincenzo Bona – Torino. (64284)

a λ dànno la linea elastica della stessa trave, supposta però incastrata in A e caricata nel modo detto in B.

La similitudine esistente fra i tronchi sopra considerati $S'''A'''$ ed $S'''B'''$ della linea elastica $A'''B'''$ ed i rami loro cor-

rispondenti $S'A'$ ed $S''B''$ delle due linee elastiche ausiliarie $A'B'$ ed $A''B''$ non richiede dimostrazione; essa ci permette di concludere che la linea elastica cercata può essere rappresentata in disegno da un poligono funicolare di distanza polare λ, col-

legante, nei due tratti AS ed SB, rispettivamente dei pesi elastici della forma

$$\frac{1}{L} w_A \qquad e \qquad -\frac{1}{L} w_B$$

o, ciò che fa lo stesso, collegante addirittura gli stessi pesi elastici w_A e w_B purchè si proiettino da distanze polari rispettivamente eguali a

$$\lambda L \qquad \text{ed a} \qquad -\lambda L$$

L essendo qui, occorre appena avvertirlo, non già una vera grandezza fisica, ma soltanto un numero astratto, misura della lunghezza della trave nella prescelta unità lineare.

Le linee elastiche $A'B'$ ed $A''B''$ della figura vennero tracciate a solo scopo dimostrativo; in pratica esse non occorrono mai.

La sola conoscenza dei pesi elastici fondamentali w_A e w_B, anzi, in generale, di una sola parte di essi, permette di tracciare, l'una dopo l'altra, le linee elastiche delle fig. *a*), *b*), *c*), *d*).

È anzi assai agevole constatare che gli stessi pesi W e W', che hanno servito pel tracciamento delle superfici d'influenza *e*) ed *f*), altro non sono che combinazioni lineari di quei medesimi pesi elastici fondamentali.

Torino, Dicembre 1910.

Sulla mobilità degli ioni positivi prodotti nella ossidazione del rame.

Nota del Dr. ADOLFO CAMPETTI.

1. In un lavoro pubblicato qualche tempo fa (*Sulla dispersione dell'elettricità in varii gas a temperatura elevata*, " Atti della R. Accademia di Torino „, 1907) avevo, tra le altre osservazioni, fissato approssimativamente la temperatura a cui una lamina di rame riscaldata nell'aria comincia ad emettere ioni positivi, senza però determinare la mobilità di questi ioni: scopo principale della presente nota è di completare in questa parte

il lavoro precedente, nei limiti di precisione che la variabilità nelle condizioni del fenomeno consente.

Al tempo stesso però debbo in questa nota fare alcune osservazioni a proposito di una memoria del Reboul (*), nella quale sono contenute alcune affermazioni che sono in evidente contradizione con quello che si ammette generalmente (Vedasi ad esempio *Stark - Die Elektricität in Gasen*) su tale questione non solo, ma anche coi risultati delle mie esperienze sopra citate, delle quali pure il Reboul nella sua memoria mostra di avere preso conoscenza.

Nel lavoro in questione, il Reboul, dopo aver riassunte e discusse molte delle esperienze precedenti, e in particolare quelle di Wilson e Richardson relative all'emissione di cariche positive e negative dai metalli a temperatura elevata ed aver discusso l'ipotesi di Richardson, secondo la quale l'emissione di cariche positive da metalli riscaldati in presenza di un gas senza azione chimica su di essi sarebbe dovuta a gas occlusi nel metallo, studia con apposite esperienze l'emissione di cariche positive da metalli facimente ossidabili, come il rame od il ferro, riscaldati nell'aria, adoperando cioè come corpo emittente un filo di rame o di ferro riscaldato elettricamente e teso lungo l'asse di un cilindro metallico che può essere posto in comunicazione col suolo ovvero con un elettrometro.

Il Reboul trova in particolare che l'emissione delle cariche positive a una determinata temperatura decresce col tempo più o meno rapidamente a seconda della temperatura e della natura del filo; il filo, cioè, prova, per usare la sua espressione, una specie di *fatica*. Questa diminuzione di emissione col tempo *è molto più rapida per un filo di rame scaldato nell'aria che per un filo di rame scaldato alla stessa temperatura nell'anidride carbonica*. Fin qui niente è da osservare contro questi risultati, poichè un filo di rame nell'aria, dopo pochi istanti dall'inizio del riscaldamento, si copre di uno strato di ossido che protegge l'interno del filo da un'ulteriore ossidazione, mentre per temperature non troppo elevate la superficie del filo rimane completamente inalterata nell'anidride carbonica.

(*) Reboul, *Phénomènes thermo-électriques et électro-capillaires dans les gas*, " Journal de Physique ", 1908.

In appresso però il Reboul asserisce (nè bene si comprende su quali esperienze si basi per tale affermazione) che *scaldando i metalli nell'anidride carbonica si arresta la ossidazione, ma non si arresta la emissione di cariche positive*, *che è quasi così intensa come nell'aria.* Ora sta bene che a temperatura elevata l'emissione di cariche positive da un filo di rame appaia circa tanto intensa nell'aria quanto nell'anidride carbonica, perchè a tale temperatura la superficie emittente del filo è (quando si trovi nell'aria) effettivamente una superficie di ossido di rame: per conseguenza quello che effettivamente confrontiamo sono la emissione di una superficie di ossido di rame nell'aria con la emissione di una superficie di rame nell'anidride carbonica, vale a dire, di due superficie sulle quali il gas ambiente non ha alcuna azione chimica e di cui per conseguenza l'emissione di cariche elettriche è non identica (poichè anche la natura e lo stato fisico della superficie ha un'influenza) ma molto prossima a quella di una superficie di platino alla stessa temperatura: se non che la sopracitata affermazione del Reboul non cessa per questo di essere completamente erronea per quanto riguarda il periodo di ossidazione, come già risulta dalle mie esperienze sopra citate, nelle quali del resto si manifesta un comportamento analogo a quello già riscontrato, fra gli altri, dal Richardson, per l'emissione di metalli riscaldati in presenza di gas aventi su di essi un'azione chimica.

Tuttavia, dovendo nuovamente disporre un apparato per la misura della velocità degli ioni positivi emessi durante l'ossidazione del rame, ho creduto opportuno di premettere alcune nuove esperienze di confronto tra l'emissione di una lamina di rame nell'aria durante il periodo di ossidazione e la emissione alla stessa temperatura in un'atmosfera di anidride carbonica o di azoto. Alle esperienze però conviene far precedere una breve descrizione dell'apparecchio usato in tutte le determinazioni.

2. L'apparecchio consisteva essenzialmente di un tubo di vetro (*resistenzglas*) del diametro di circa 6 centimetri e lungo circa 60 centimetri, di cui la parte mediana, per una lunghezza di 20 centimetri, poteva essere riscaldata mediante una stufa elettrica a resistenza, di modo che (come risultò anche dalle prove fatte) almeno per una lunghezza di 10 centimetri, la tem-

peratura del tubo e del gas in esso contenuto poteva ritenersi come uniforme: la temperatura si misurava direttamente mediante un termometro a mercurio confrontato con un campione tarato dal *Reichsanstalt*. Un estremo del tubo terminava con due tubulature di cui una, quella centrale, era attraversata dal cannello del termometro e dall'asticella di sostegno di un elettrodo circolare di platino del diametro di 3 centimetri, l'altra serviva alla introduzione del gas. L'altro estremo del tubo era chiuso mediante un tappo smerigliato pure munito di due tubulature, una laterale per la corrente gassosa ed una centrale attraverso alla quale poteva scorrere un'asticella di platino (isolata mediante un cilindretto di ambra) portante un disco di platino di diametro pari al precedente. Contro questo elettrodo di platino veniva fissato mediante alette sottilissime un disco di rame di 2,5 centimetri di diametro (area 4,90 cent. quadrati): la corona circolare lasciata scoperta di questo elettrodo funzionava sino ad un certo punto come anello di guardia per mantenere una discreta uniformità nel campo elettrico tra la lastra di rame e la porzione affacciata dall'altro elettrodo, posto in comunicazione col suolo.

L'elettrodo isolato era poi in comunicazione con un elettroscopio a foglie di alluminio con lettura a riflessione (costruito da Spindler e Hoyer), strumento che, pur avendo capacità non troppo elevata, permette di misurare i potenziali con esattezza sufficiente per queste esperienze. I gas (aria, anidride carbonica, azoto) da introdurre nel tubo erano disseccati prima sopra una larga superficie di acido solforico, poi attraverso tre tubi contenenti il primo cloruro di calcio, il secondo nuovamente acido solforico (sferette di vetro bagnate di acido solforico), il terzo anidride fosforica: l'anidride fosforica apparve, come è noto, preferibile per l'essiccamento al sodio metallico, perchè questo, appena ricoperto da uno strato di ossido, ha un'azione estremamente lenta per assorbire l'ultimo residuo di vapore acqueo.

L'anidride carbonica si otteneva per l'azione dell'acido cloridrico puro sul marmo e veniva lavata attraverso una soluzione di bicarbonato sodico; l'azoto, riscaldando in un pallone una mescolanza a volumi uguali di soluzione satura di cloruro di ammonio e di soluzione al 20 % di nitrito sodico puro e lavando

poi attraverso ad acqua e soluzione di solfato ferroso. Con esperienze preliminari venne riscontrato che l'anidride carbonica e l'azoto ottenuti in queste condizioni non trasportavano con sè alcuna carica elettrica, nè presentavano sensibile ionizzazione, come accade di frequente pei gas recentemente preparati.

Per le misure di dispersione si poteva allora procedere in due modi: ad esempio scaldare prima la parte centrale del tubo contenente aria od altro gas, quindi far avanzare l'elettrodo di rame, prima tenuto nella parte fredda del tubo, sino alla zona riscaldata e, dopo caricato con una pila secca, esaminare la caduta di potenziale all'elettroscopio: se non che con questo metodo si andava incontro a due errori; in primo luogo la lastra di rame impiegava un tempo non trascurabile prima di assumere la temperatura del gas nella parte centrale del tubo e quando l'uguaglianza di temperatura si poteva credere raggiunta, la lastra, se circondata da aria, era già ricoperta da ossido di rame e perciò l'ossidazione era a questo punto o molto debole e solo negli strati più profondi, o praticamente cessata del tutto. Oltre a ciò la caduta di potenziale che si osserva in questo caso dopo messa a posto e caricata la lastra di rame è dovuta, nei primi istanti specialmente, non solo agli ioni che si producono alla superficie del metallo, ma anche a tutti quelli che si sono formati in quello spazio per il contatto del gas colle pareti calde del tubo: l'emissione quindi nei primi istanti è abbastanza intensa anche con elettrodo di platino e qualunque sia il gas.

Messo dunque da parte questo metodo, si trovò più conveniente di procedere così. Per confrontare l'emissione della lastra di rame nell'anidride carbonica e nell'aria oppure nell'azoto e nell'aria, prima di riscaldare il tubo ed essendo già l'elettrodo di rame nella sua posizione definitiva davanti all'elettrodo di platino in comunicazione col suolo, si faceva attraversare per lungo tempo il tubo da una corrente di anidride carbonica o di azoto ben secchi: si portava quindi il gas alla temperatura richiesta e si determinava la dispersione dalla lastra di rame: in tutte le esperienze eseguite tra le temperature di 250° e 500° si constatò che la caduta di potenziale era con grande approssimazione la medesima, come se la dispersione avvenisse da una lamina di platino: esaminando la lamina in queste condizioni, si trova la sua superficie, come è naturale, perfettamente inalterata.

Se allora, mantenendo costante la temperatura, si introduce lentamente nel tubo una corrente di aria secca, questa, attraversando zone del tubo via via più calde, assume, quando è giunta in contatto degli elettrodi, la temperatura stessa che era mantenuta prima in quella regione (come risulta, del resto, dall'osservazione del termometro): allora, se l'elettrodo di rame è carico positivamente, la caduta di potenziale aumenta con grande rapidità e si mantiene costante per alcuni minuti, finchè, cioè, l'ossidazione è limitata alla zona superficiale della lamina. Rimane dunque nuovamente confermato che *una lamina di rame durante il periodo di ossidazione emette cariche positive.*

Lo stesso procedimento può essere adoperato per una determinazione approssimata della velocità degli ioni prodotti in queste condizioni, quando mediante i dati dell'esperienza si calcoli la intensità di corrente, corrispondente alla saturazione, prodotta durante l'emissione di tali ioni tra le due lamine affacciate. A tale scopo però converrà premettere le seguenti considerazioni teoriche.

3. Supponiamo che SS e $S'S'$ siano due lastre metalliche affacciate della stessa area, di cui una, ad esempio SS, sia mantenuta a potenziale costante ed uguale a V_0 (ad esempio pel fatto di essere in comunicazione permanente con uno dei poli di una batteria di accumulatori, di cui l'altro polo è a terra), mentre l'altra $S'S'$ è posta a terra attraverso ad un galvanometro molto sensibile: per tal modo la differenza di potenziale delle due lastre è uguale a V_0; supponiamo poi che dalla superficie di una delle due lastre vengano emessi ioni di un sol segno e sia I la corrente che per la presenza di questi ioni si stabilisce tra le due lastre e viene quindi misurata dal galvanometro. Se si indica con K la velocità assunta da tali ioni quando la caduta di potenziale è di un Volt per centimetro, la velocità alla distanza x della lastra SS sarà data da $-K\frac{dV}{dx}$ e perciò, se σ è l'area delle lastre, n il numero di ioni per centimetro cubo ed e la carica di ciascuno di essi, sarà evidentemente:

$$I = -\sigma K \frac{dV}{dx} ne.$$

Ma l'equazione $\Delta^2 V = -4\pi\rho = -4\pi ne$, che nel nostro caso si riduce a $\frac{d^2V}{dx^2} = -4\pi ne$, ci permette di eliminare ne dall'espressione prima data per I, ottenendo così:

$$I = \frac{K\sigma}{4\pi} \frac{dV}{dx} \frac{d^2V}{dx^2}$$

che si può scrivere:

$$I = \frac{2}{8\pi} K\sigma \frac{dV}{dx} \frac{d^2V}{dx^2}$$

od anche:

$$2 \frac{d^2V}{dx^2} \frac{dV}{dx} = \frac{8\pi I}{K\sigma}$$

e di qui con una prima integrazione:

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 = \frac{8\pi I}{K\sigma} x + C$$

essendo C il valore che assume $\left(\frac{dV}{dx}\right)^2$ per $x = 0$, cioè a contatto della lastra emittente.

La costante di integrazione C non può dunque essere in alcun caso uguale a zero: però, se la ionizzazione ha origine non nel gas, ma a contatto della lastra e se questa ionizzazione è molto intensa, cioè, è molto grande il numero di ioni prodotti nell'unità di tempo e ci si accontenta di un risultato approssimato, siccome in tal caso la caduta di potenziale a contatto della lastra è molto piccola, si può senza notevole errore ritenerla uguale a zero e perciò l'equazione precedente si riduce a:

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 = \frac{8\pi I}{K\sigma} x$$

ossia:

$$\frac{dV}{dx} = -\sqrt{\frac{8\pi I}{K\sigma}} \cdot \sqrt{x}$$

dove abbiamo preso per il radicale il segno $-$, perchè il potenziale diminuisce col crescere di x.

Una seconda integrazione darà quindi:

$$V = -\sqrt{\frac{8\pi I}{K\sigma}} \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C'.$$

Ma per $x=0$, $V=V_0$, onde $C'=V_0$; e siccome per $x=d$ distanza fra le due lastre $V=0$, risulta infine:

$$V_0^2=\frac{8\pi I}{K\sigma}\cdot\frac{4}{9}\,d^3$$

da cui:

$$K=\frac{32}{9}\,\frac{\pi I d^3}{\sigma V_0^2}=11{,}7\,\frac{id^3}{V_0^2} \qquad (1)$$

indicando con i la intensità di corrente per unità di area della lastra emittente.

4. Il metodo di determinazione di K fondato sull'uso della formula (1) fu adoperato dal Rutherford (*) per determinare la mobilità degli ioni positivi emessi da una lamina di platino incandescente: egli ottenne però con questo metodo per la mobilità valori dello stesso ordine di grandezza, ma un po' minori di quelli ricavati con altri metodi, per esempio con quello dell'inversione periodica del senso del campo elettrico; trovando in generale per K valori tanto minori, quanto maggiore è la distanza tra la lamina emittente e la lamina ad essa affacciata posta in comunicazione col suolo. Questo disaccordo, tuttavia non molto rilevante, tra i risultati ottenuti nei varii casi e di fronte ai valori ricavati per altra via, non dipende, come il Rutherford stesso osserva, da un difetto del metodo o dalle premesse teoriche che conducono alla formula (1); ma ha la sua origine nel fatto che nelle esperienze di Rutherford gli ioni si muovevano in uno spazio a temperatura non costante e precisamente decrescente della lamina arroventata verso la lamina fredda in comunicazione col suolo e per conseguenza, siccome la mobilità diminuisce coll'abbassarsi della temperatura, si capisce benissimo come si trovino mobilità minori per le esperienze eseguite con lastre a distanza maggiore.

Questo inconveniente non era invece da temere nelle presenti esperienze, ove la temperatnra era uniforme in tutti i punti del campo: la formula (1) è quindi adatta a calcolare con grande approssimazione le mobilità degli ioni formati durante l'ossidazione del rame, purchè la differenza di potenziale agente

(*) RUTHERFORD, *Discharge of electricity from glowing platinum and the velocity of the ions*, " Phys. Rev. ,, 1901.

sia sufficientemente elevata per raggiungere la corrente di saturazione e la temperatura sia abbastanza alta, perchè si abbia una abbondante produzione di ioni positivi a contatto della lastra di rame e si possa ritenere senza errore sensibile come nulla la caduta di potenziale alla superficie del rame: per questa ragione, per quanto la produzione di ioni cominci, insieme all'ossidazione, già alla temperatura di 250°, si trovò opportuno di eseguire le esperienze per la mobilità alla temperatura di 500°: a questa temperatura e data la circostanza, risultante dalle esperienze eseguite, che la mobilità degli ioni è molto bassa, le condizioni imposte per la formula (1) si possono ritenere verificate.

Per la intensità I della corrente tra le due lastre si prese un valore medio durante 15″, determinando la caduta di potenziale durante questo tempo del sistema dispersore (lastra ed elettroscopio) e detraendone quella che si sarebbe avuta, alla stessa temperatura, tra due lastre di platino e nota la capacità di questo sistema. Tale capacità fu determinata per confronto con un condensatore cilindrico di Gerdien tarato dal *Reichsanstalt* e risultò di 0,0000234 microfarad per la distanza di un centimetro tra le due lastre e di 0,0000237 microfarad, quando tale distanza era di centimetri 0,7; se allora la caduta di potenziale è espressa in Volt, la intensità della corrente viene data in Ampère 10^{-6}.

Il valore di K fu prima determinato in centimetri per secondo, corrispondentemente alla caduta di potenziale di una unità elettrostatica per centimetro; a tale scopo I deve essere espresso in unità elettrostatiche, moltiplicando cioè le intensità in Ampère per $3.10^{10}.10^{-1} = 3.10^{9}$ e moltiplicando la differenza di potenziale in Volt per $\frac{1}{3.10^2}$; la velocità in centimetri per secondo corrispondente alla caduta di potenziale di un Volt per centimetro si ottiene poi subito dividendo il valore precedentemente ottenuto per 300: indicheremo con K_e le mobilità, quando ci si riferisca alle unità elettrostatiche e con K quando ci si riferisca alle unità elettromagnetiche.

Diamo per disteso il calcolo per una esperienza, riferendo i risultati di tutte le determinazioni nella tabella che segue, nella quale V_m indica in Volt il potenziale medio del sistema dispersore durante 15″, ΔV la caduta di potenziale durante

questo tempo, i la intensità di corrente per unità di superficie in Ampère, d la distanza fra le due lastre in centimetri.

Calcolo della prima esperienza.

Potenziale medio $V_m = 218$ Volt; ΔV in $15'' = 19$ Volt; capacità del sistema disperdente $c = 0{,}0000234$ microfarad; distanza tra le lastre $d = 1$ centimetro; superficie σ della lamina di rame $= 4{,}9$ centimetri.

Risulta quindi:

$$I = \frac{0{,}0000234 \,.\, 19.10^{-6}}{15} = 2{,}96.10^{-11} \text{ Ampère}$$

e quindi:

$$i = \frac{I}{\sigma} = 6{,}03.10^{-12} \text{ Ampère}$$

e perciò in unità elettrostatiche:

$$i = 1{,}81.10^{-2}.$$

Si ottiene perciò:

$$K_e = 0{,}384 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

e in conseguenza:

$$K = 0{,}0013 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

Num. d'ordine delle esperienze	V_m	ΔV	i	d	c	K_e	K
I[a]	218	19	$6{,}03.10^{-12}$	1	0,0000234	0,383	0,0013
II[a]	181	21	$6{,}69.10^{-12}$	1	0,0000234	0,614	0,0021
III[a]	224	22	$7{,}00.10^{-12}$	1	0,0000234	0,423	0,0014
IV[a]	210	39	$13{,}9.10^{-12}$	0,7	0,0000237	0,465	0,0016
V[a]	198	36	$11{,}6.10^{-12}$	0,7	0,0000237	0,437	0,0015

Si ottiene dunque come valor medio:

$$K = 0{,}0016 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

nè le divergenze ottenute dal valor medio devono sembrare troppo grandi, tenuto conto delle difficoltà di evitare in modo assoluto le correnti di convezione nel gas, malgrado la posizione orizzontale del tubo e la soddisfacente costanza della temperatura: d'altronde gli altri metodi, come quello dell'inversione del campo, sarebbero difficilmente applicabili a questo caso, poichè per essi si richiede che le condizioni di emissione di ioni si mantengano identiche per un tempo abbastanza lungo, il che non era possibile nelle presenti esperienze.

Per quanto dunque il valore precedentemente ottenuto dalla mobilità possa essere affetto da errore non del tutto trascurabile, anche per causa dell'imperfetta uniformità del campo tra le due lastre, siccome si può essere sicuri che come ordine di grandezza quella è certamente la mobilità media degli ioni prodotti, possiamo intanto affermare che " *gli ioni prodotti nell'ossidazione del rame appartengono alla categoria dei grossi ioni* ".

Possiamo anche confrontare la mobilità calcolata per questi ioni con quella che si può calcolare alla stessa temperatura per gli ioni prodotti nell'aria dai raggi Röntgen.

Secondo le esperienze di Philipps (*) risulta che la mobilità degli ioni positivi prodotti nell'aria alla pressione ordinaria dai raggi Röntgen è 1,39 a 285° assoluti e 2,00 a 411° e risulta pure che in quest'intervallo la mobilità cresce circa proporzionalmente alla temperatura assoluta. Se, in mancanza di altri dati in proposito, si ammette che l'incremento lineare di mobilità colla temperatura sussista ancora al di sopra di 411°, risulterebbe che a 500°, cioè a 773° assoluti, la mobilità degli ioni positivi prodotti nell'aria a pressione normale dai raggi Röntgen sarebbe circa 3,78; la mobilità calcolata nel nostro caso sarebbe dunque, come ordine di grandezza, un po' inferiore a $\frac{1}{2000}$ di quella spettante agli ioni prodotti dai raggi Röntgen alla stessa temperatura.

(*) Philipps, " Proceedings of the R. Soc. of London ", 1906, 1907.

Questo risultato, che potrebbe sembrare poco attendibile se costituisse un fatto isolato, è invece in ottimo accordo, anche quantitativo, colle esperienze di E. Bloch e L. Bloch (*) relative alla mobilità degli ioni prodotti sia per il gorgogliar dell'aria attraverso a particolari soluzioni, sia per l'ossidazione lenta del fosforo. Nel primo caso si ottengono ioni la cui mobilità è dell'ordine di grandezza di $\frac{1}{3000}$ di centimetro, nel secondo, e precisamente durante la seconda fase di ossidazione, gli ioni dei due segni prodotti hanno mobilità comprese tra $\frac{1}{300}$ e $\frac{1}{3000}$ di centimetro, ma il più spesso prossima a $\frac{1}{1000}$ di centimetro. E siccome alla temperatura ordinaria la mobilità media degli ioni positivi e negativi prodotti nell'aria dai raggi Röntgen è circa 1,6, si vede che gli ioni prodotti nella ossidazione del rame hanno (tenuto conto della differenza di temperatura) mobilità circa uguali a quelle dei grossi ioni osservati nelle esperienze di L. ed E. Bloch. Anzi, secondo E. Bloch, questi grossi ioni costituirebbero una classe a parte di ioni, caratterizzati dalla piccola mobilità e che devono la loro grande massa a particelle solide e vapor d'acqua condensato cui restano uniti. Nelle esperienze sull'ossidazione del rame la massa che è unita agli ioni non può essere certamente vapor d'acqua condensato, perchè le determinazioni erano eseguite in aria secca e a temperatura elevata: ma se si pon mente al fatto che la lamina di platino affacciata a quella di rame appare, dopo l'esperienza, pur senza perdere il suo aspetto lucente, leggermente imbrunita, sembra molto verisimile che le masse che ingrossano gli ioni positivi prodotti alla superficie del rame siano particelle estremamente sottili di ossido che si distaccano e allontanano dalla lamina insieme agli ioni, durante l'azione chimica alla sua superficie.

5. Riassumendo dunque:

a) *È stata determinata la mobilità degli ioni positivi prodotti durante l'ossidazione del rame in aria secca a 500° e trovata uguale a 0,0016* $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ *all'incirca.*

(*) E. Bloch, " Journal de Physique „, 1904; " C. R. „, 1903. — L. Bloch, " C. R. „, 1907. — L. ed E. Bloch, " C. R. „, 1908.

b) *Gli ioni prodotti in questo processo appartengono dunque, per mobilità, alla categoria dei grossi ioni, quali si formano per l'ossidazione lenta del fosforo* e rimane quindi dimostrato che:

c) *Ioni di massa molto elevata possono, per particolari azioni chimiche, formarsi ed esistere anche a temperature abbastanza elevate.*

Torino. Istituto di Fisica dell'Università.
Gennaio 1911.

L'Accademico Segretario
CORRADO SEGRE.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 29 Gennaio 1911.

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. RODOLFO RENIER
SOCIO ANZIANO

Sono presenti i Soci: Pizzi, Stampini, Brondi, Baudi di Vesme e De Sanctis Segretario. — È scusata l'assenza dei Soci Boselli Presidente dell'Accademia, Manno Direttore della Classe, Carle, Ruffini, Sforza, Einaudi.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente, 15 gennaio 1911.

Si comunica una lettera della signora Camilla Jellinek che ringrazia per le condoglianze fattele dall'Accademia in occasione della morte del prof. Giorgio Jellinek, nostro Socio straniero.

È pure data comunicazione di una lettera del Socio Ruffini in cui ringrazia il Presidente delle affettuose parole rivoltegli a nome dell'Accademia in occasione della sventura che l'ha colpito.

Si legge una circolare dell'Università Fredericiana di Cristiania che invita l'Accademia a partecipare alle feste centenarie della Università stessa, che si celebreranno nei giorni 5 e 6 del prossimo settembre.

Il Socio Stampini presenta il *Discorso letto in Macerata il 21 settembre 1910 in occasione delle onoranze centenarie al*

Dr. Matteo Ricci, del Socio corrispondente Cosimo Bertacchi (Macerata, 1910) e ne illustra ampiamente, con grandi elogi, il contenuto.

Il Socio Renier presentando con parole d'encomio il volume *La prosa di Galileo per saggi criticamente disposti ad uso scolastico e di coltura* di I. Del Lungo e A. Favaro (Firenze, Sansoni, 1911), mentre plaude al felice compimento della edizione nazionale delle Opere di Galileo, esprime il voto che il Ministero della P. I. voglia provvedere ad una edizione economica delle opere stesse. La Classe unanime fa suo questo voto e delibera su proposta del Socio Stampini di comunicarlo alle maggiori Accademie del Regno, invitandole ad associarvisi.

L'Accademico Segretario
Gaetano De Sanctis.

PROGRAMMA DEI PREMI

DI

FONDAZIONE VALLAURI

PEI

Quadrienni 1911-1914 e 1915-1918.

L'Accademia delle Scienze di Torino annuncia che, in esecuzione delle disposizioni testamentarie del Socio Senatore Tommaso Vallauri, ha stabilito un premio da conferirsi *a quel letterato italiano o straniero che nel quadriennio decorrente dal 1° gennaio 1911 al 31 dicembre 1914, avrà stampato la migliore opera critica sopra la letteratura latina.*

Similmente ha stabilito un altro premio da conferirsi *a quello scienziato italiano o straniero che nel quadriennio decorrente dal 1° gennaio 1915 al 31 dicembre 1918 abbia pubblicato colle stampe l'opera più ragguardevole e più celebre su alcuna delle scienze fisiche*, interpretando questa espressione di scienze fisiche nel senso più largo.

Ciascuno di questi premi sarà di lire italiane **ventiseimila** nette (Lire it. **26.000**). fatta riserva soltanto per il caso che abbia a mutare il reddito delle cartelle di rendita italiana.

I premi saranno conferiti un anno dopo le rispettive scadenze.

Essi non potranno mai essere assegnati ai Soci nazionali dell'Accademia, residenti e non residenti.

Le opere, che verranno inviate all'Accademia perchè siano prese in considerazione per il premio, non saranno restituite. Non si terrà alcun conto dei manoscritti.

Torino, 1° gennaio 1911.

Il Presidente dell'Accademia
Paolo Boselli.

Il Segretario
della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali
C. Segre.

Il Segretario
della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
G. De Sanctis.

PROGRAMMA

PER IL

XVIII PREMIO BRESSA

La Reale Accademia delle Scienze di Torino, uniformandosi alle disposizioni testamentarie del Dottore Cesare Alessandro Bressa ed al programma relativo pubblicatosi in data 7 Dicembre 1876, annunzia che col 31 Dicembre 1910 si chiuse il Concorso per le scoperte e le opere scientifiche fatte nel quadriennio 1907-1910, al quale concorso erano chiamati Scienziati ed Inventori di tutte le nazioni.

Contemporaneamente essa Accademia ricorda che, a cominciare dal 1° Gennaio 1909, è aperto il Concorso per il diciottesimo premio Bressa, a cui, a mente del Testatore, saranno ammessi solamente **Scienziati ed Inventori italiani**.

Questo concorso ha per iscopo di premiare quello Scienziato italiano, che durante il quadriennio 1909-1912, " a giudizio " dell'Accademia delle Scienze di Torino, avrà fatto la più in- " signe ed utile scoperta, o prodotto l'opera più celebre in fatto " di scienze fisiche e sperimentali, storia naturale, matema- " tiche pure ed applicate, chimica, fisiologia e patologia, non " escluse la geologia, la storia, la geografia e la statistica „.

Questo Concorso verrà chiuso col 31 Dicembre 1912.

La somma destinata al premio, dedotta la tassa di ricchezza mobile, sarà di lire **9200** (novemila duecento).

Chi intende presentarsi al concorso dovrà dichiararlo, entro il termine sopra indicato, con lettera diretta al Presidente dell'Accademia ed inviare l'opera con la quale concorre. L'opera

dovrà essere stampata; non si terrà alcun conto dei manoscritti. Le opere presentate dai Concorrenti, che non venissero premiati, non saranno restituite.

Nessuno dei Soci nazionali, residenti o non residenti, dell'Accademia Torinese potrà conseguire il premio.

L'Accademia dà il premio allo Scienziato che essa ne giudica più degno, ancorchè non si sia presentato al concorso.

Torino, 1° gennaio 1911.

Il Presidente dell'Accademia
PAOLO BOSELLI.

Il Segretario della Giunta
L. CAMERANO.

PREMI DI FONDAZIONE GAUTIERI

L'Accademia Reale delle Scienze di Torino conferirà nel 1911 un premio di fondazione Gautieri all'opera di Letteratura, Storia letteraria, Critica letteraria, che sarà giudicata migliore fra quelle pubblicate negli anni 1908-1910. Il premio sarà di L. 2500, e sarà assegnato ad autore italiano (esclusi i membri nazionali residenti e non residenti dell'Accademia) e per opere scritte in italiano.

Gli autori, che desiderano richiamare sulle loro pubblicazioni l'attenzione dell'Accademia, possono inviarle a questa. Essa però non farà restituzione delle opere ricevute.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 5 Febbraio 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. LORENZO CAMERANO
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: NACCARI, Direttore della Classe, SALVADORI, D'OVIDIO, JADANZA, GUARESCHI, GUIDI, FILETI, MATTIROLO, GRASSI, FUSARI, BALBIANO e SEGRE, Segretario. — Scusa l'assenza il Socio PARONA.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Su proposta del Presidente la Classe invia condoglianze al Socio BRONDI per la morte della madre.

Il Presidente comunica l'invito della R. Università Fredericiana di Christiania per le feste commemorative del 1° centenario dalla sua fondazione, il 5 e 6 settembre prossimo.

Sono giunte le seguenti pubblicazioni in omaggio:

dal Socio straniero F. R. HELMERT, *Ueber die Genauigkeit der Dimensionen des Hayfordschen Erdellipsoids*;

dal Socio corrispondente J. BOUSSINESQ: *Sur les principes de la mécanique et leur applicabilité à des phénomènes qui semblent mettre en défaut certains d'entre eux*.

Il Socio GRASSI offre in dono la nuova edizione dei suoi *Principii scientifici dell'Elettrotecnica*, e similmente il Socio MATTIROLO il suo opuscolo *Il Colus hirudinosus Caval. et Sich. nella Flora di Sardegna*.

Il Socio NACCARI presenta per la solita pubblicazione le *Osservazioni meteorologiche fatte nell'anno 1910 all'Osservatorio della R. Università di Torino*, dal Dr. B. RAINALDI.

Per la stampa negli *Atti* il presidente CAMERANO presenta le seguenti sue Note:

Le " Ocapia „ del Museo Zoologico di Torino;

Osservazioni sullo stambecco del Baltoro nei monti del Karakoram e su quello del Lahul.

Il Socio MATTIROLO, anche per incarico del collega PARONA, riferisce sulle due Memorie presentate nella scorsa seduta, l'una della Dott.ª Giulia GIARDINELLI, *Sul valore sistematico del tegumento seminale delle Vicieae (D. C.) italiane*, l'altra del Dr. A. CASU, *Lo Stagno di S.ta Gilla (Cagliari) e la sua vegetazione.* Entrambe le relazioni sono favorevoli all'accoglimento delle Memorie nei volumi accademici; e di entrambe si accolgono ad unanimità le conclusioni.

Pure con votazione unanime si delibera la stampa fra le *Memorie* della 2ª Parte del lavoro del Socio GUARESCHI: *Francesco Selmi e la sua opera scientifica*, presentata alla Classe dall'Autore.

Infine il Socio MATTIROLO presenta una Memoria del Dr. G. GOLA: *Le Avene piemontesi della Sez. Avenastrum Koch.* Vengono incaricati di riferire su di essa i Soci MATTIROLO e CAMERANO.

LETTURE

Osservazioni sullo Stambecco del Baltoro nei Monti del Karakoram e su quello del Lahul.

Nota del Socio LORENZO CAMERANO

(Con 1 Tavola).

Col nome di Stambecco d'Asia, *Capra sibirica* Meyer, si designano dagli Autori le numerose forme di stambecco che abitano le regioni montagnose di un larghissimo tratto di paese nell'Asia centrale.

Le cognizioni che si hanno intorno agli stambecchi asiatici, per ciò che si riferisce al valore tassonomico delle numerose variazioni che essi presentano nella forma e nel colore, sono tutt'ora incertissime.

Scarso è il materiale stato raccolto e che si trova conservato nei Musei, e spesso esso è privo di indicazioni precise della località dove è stato ucciso l'animale. Ad esempio, sopra 129 paia di corna elencate e misurate da Rowland Ward (1), 77 non portano altra indicazione che " India „ o " Imalaia „, o non hanno indicazione; più di 40 hanno la sola indicazione " Kashmir „ e di 8 solo si conosce con maggior precisione la località.

Pochissimi sono gli esemplari in pelle completi stati descritti e che si trovano nelle collezioni, come si può vedere anche da recenti pubblicazioni (2).

(1) *Horn measurements and weights of the Great Game of the World*, London, 1892.

(2) T. Noack, *Centralasiatische Steinböcke*, " Zool. Anzeig. „, 1902, pagina 622. — *Steinböcke des Altaigebietes*, " Idem „, 1903, pag. 381. — *Zur Säugethierfauna des Tian-Schan*, " Idem „, 1903, pag. 650. " Zool. Anzeig. „, 1903.
— T. Bentham, *An Illustrated Catalogue of the Asiatic Horns and Antleres in the collection of the Indian Museum*, Calcutta, 1908.
— R. Lydekker, *The Game Animals of India, Burma, Malaya and Tibet*, London, Rowland Ward, 1907.
— Ludwig Ritter u. Lorenz von Liburnau, *Zur Kenntnis der Steinböcke Innerasiens*, " Denksc. Mathem. Naturwiss. Klasse „, K. Akad. Wiss, Vienna, vol. LXXX, 1906.

Ne segue che, nella maggior parte dei casi, riesce cosa incertissima il valutare l'importanza delle differenze di forma delle corna e dei crani e il metterle in rapporto colle variazioni di colore degli individui delle varie località.

Ne segue pure che molto incerto appare, per ora, il valore tassonomico di molte sottospecie o varietà state recentemente descritte.

In queste condizioni di cose è materiale prezioso per lo studio dello Stambecco d'Asia, quello del quale si conosce la località precisa di provenienza. Tali sono i due cranî colle corna raccolti nel bacino del Baltoro da S. A. il Principe Luigi di Savoia Duca degli Abruzzi nel suo ultimo viaggio di esplorazione nei Monti del Karakoram (1) e da lui donati al R. Museo Zoologico di Torino.

Nè meno utile per lo studio è il cranio colle corna del Lahul che il Dott. Filippo de Filippi, compagno nella spedizione di S. A. il Duca degli Abruzzi, ha pure donato al Museo di Torino.

Nelle pagine che seguono è lo studio dei sopradetti esemplari, ai quali va aggiunto quello di un cranio colle corna, che precedentemente il signor Pelitti di Simla aveva pure donato al Museo. Quest'ultimo esemplare è del Kaschmir, ma non è nota la località precisa di provenienza.

* * *

Secondo le ultime ricerche sono state descritte dello Stambecco d'Asia le forme seguenti:

1. *Capra sibirica typica* Meyer (Monti Sayansk.).
2. „ „ *fasciata* Noack. (Bia-Altai).
3. „ „ *altaica* Schinz (Irtisch-Altai).
4. „ „ *lydekkeri* Rothschild (Katutay e Thian-Schan).
5. „ „ *hagenbecki* Noack. (Kobdo-Altai).

(1) Viaggio di esplorazione nei Monti del Karakoram. – Conferenza letta da S. A. il Principe Luigi Amedeo di Savoia Duca degli Abruzzi, in Torino, 16 febbraio 1910. — Supplemento alla " Rivista del C. A. I. „, vol. XXIX, n. 1, gennaio 1910.

6. *Capra sibirica sibiricae affinis* Noack (Monti al sud del lago Issyk Kul).
7. „ „ *merzbacheri* Leisewitz (Parte centrale del Thian-Schan).
8. „ „ *almasyi* Lorenz von Liburnau (Thian-Schan).
9. „ „ *dauvergnei* Sterndale (Kaschmir occidentale).
10. „ „ *sacin* Blyth (Imalaia).
11. „ „ *wardi* Lydekker (Baltistan).
12. „ „ *transalaiana* (Trans Alai).
13. „ „ *alaiana* Noack (Tashkent).
14. „ „ *pedri* Lorenz von Liburnau (Gilgit).

Se si consultano i lavori recenti di Lydekker e di Lorenz von Liburnau sopra citati, che in modo particolare si sono occupati dello studio dello Stambecco d'Asia, ed anche quelli di Noack (1), di Rothschild (2), di Leisewitz (3), ecc., si vede come le diagnosi delle sottospecie o varietà sopra indicate siano tutt'ora molto incerte e come la loro designazione sia da ritenersi provvisoria. Allo stato del materiale conosciuto, non è ancora possibile affrontare la questione di un aggruppamento delle sottospecie state descritte per lo Stambecco d'Asia in varie specie distinte.

Le differenze che gli Autori indicano per distinguere le varie forme sopra enumerate riguardano: 1° il sistema di colorazione; 2° la forma delle corna.

Per alcune delle forme in questione le differenze nel sistema di colorazione sono spiccate e sono forse in rapporto con determinate località (4); per altre la cosa è ancora molto incerta, come già si è accennato.

Io ho potuto recentemente, studiando una serie di oltre duecento cranî colle corna, determinare il campo di variazione

(1) " Zool. Anzeig. „, XXV, pag. 622, 1902 e XXVI, pag. 381 seg., 1903.
(2) " Novit. Zool. „, VII, pag. 277, tav. II, 1900.
(3) " Zool. Anzeig. „, XXIX, pag. 654, 1906.
(4) Confr. anche, oltre i lavori sopra citati: R. Lydekker, *Note on the Kashmir Ibex* (*Capra sibirica sacin*), " Proc. Zool. Soc. „, Londra, 1901, I, pag. 91 seg.

di queste parti nello Stambecco delle Alpi (1), e giungere alle conclusioni seguenti:

" Nei limiti di variazione delle corna degli stambecchi " maschi si possono riconoscere due forme predominanti: 1° una " forma *crassa* in cui le corna stesse sono grosse, e sopratutto " hanno molto sviluppata la faccia laterale esterna; sono pre- " valentemente poco incurvate e poco divaricate; il loro peri- " metro è, sopratutto alla base, schiettamente quadrangolare " con spigoli superiori ben spiccati; 2° una forma *gracilis* in cui " le corna stesse sono meno grosse, hanno meno ampia la faccia " laterale esterna; sono prevalentemente con curvatura assai " pronunciata e sono per lo più assai divaricate fra loro; il loro " perimetro, sopratutto alla base, può essere schiettamente qua- " drangolare o può presentarsi con lati più o meno tondeggianti. " Le corna dell'una e dell'altra forma possono giungere alle " maggiori dimensioni ,,.

Io ho in modo particolare notato che negli Stambecchi delle Alpi si possono distinguere " una forma molto incurvata ed una forma relativamente assai poco incurvata collegate fra loro da forme intermedie ,,; variabile pure è il grado di torsione delle corna o in tutta la loro lunghezza, o soltanto nella loro regione apicale; la stessa cosa si dica della loro divergenza.

Se si esaminano le misure delle corna date dal Rowland e dal Lydekker (2), anche tenendo conto soltanto di quelle del Kashmir, o di località ben accertate, che io riporto ridotte in misure decimali, si vede che variazioni analoghe a quelle delle corna dello Stambecco delle Alpi si incontrano pure nelle corna dello Stambecco d'Asia. Alla stessa conclusione si giunge considerando i lavori del Lorenz e degli altri Autori sopra citati.

(1) L. Camerano, *Ricerche intorno allo Stambecco delle Alpi*, " Memorie R. Accad. Sc. di Torino ,, Ser. II, vol. LVI, 1906, con 7 tavole.

(2) Opere citate.

Località	Lunghezza totale	Circonferenza alla base	Distanza da apice ad apice delle corna
Kashmir	cent. 125,67	cent. 25,79	cent. 116,64
„	„ 119,33	„ 26,65	„ 73,63
„	„ 117,10	„ 26,02	„ 50,78
„	„ 115,80	„ 22,84	„ 23,77
„	„ 115,51	„ 26,65	„ 38,72
„	„ 115,18	„ 24,10	„ 56,48
„	„ 111,87	„ 26,02	„ 63,78
„	„ 109,80	„ 25,79	„ 68,86
„	„ 106,94	„ 24,40	„ 52,95
„	„ 105,64	„ 27,28	„ 56,48
„	„ 105,64	„ 25,39	„ 53,62
„	„ 105,35	„ 24,40	„ 40,05
„	„ 104,75	„ 26,02	„ 51,71
„	„ 104,75	„ 24,10	„ 84,09
„	„ 104,40	„ 26,65	„ 32,01
„	„ 104,09	„ 25,39	„ 67,90
„	„ 102,82	„ 25,39	„ 55,88
„	„ 101,87	„ 21,57	„ 64,06
„	„ 101,56	„ 26,02	„ 45,05
„	„ 101,19	„ 26,65	„ 47,25
„	„ 99,02	„ 22,85	„ 65,64
„	„ 97,41	„ 24,11	„ 47,59
„	„ 94,57	„ 25,70	„ 46,63
„	„ 94,25	„ 21,24	„ 34,26
„	„ 92,95	„ 23,16	„ 57,11
„	„ 91,61	„ 23,16	„ 62,82
„	„ 84,71	„ 24,68	„ 72,35
„	„ 83,78	„ 22,85	„ 51,41
Gilgit	„ 138,03	„ 26,02	„ 63,47
„	„ 135,19	„ 26,65	„ 51,41
„	„ 123,13	„ 24,74	„ 87,58
Baltistan	„ 125,41	„ 26,02	„ 24,11
„	„ 114,88	„ 24,40	„ 62,82
Ladak	„ 114,25	„ 26,65	„ 73,63
„	„ 111,71	„ 25,39	„ 86,32
Astor	„ 114,25	„ 26,65	„ 66,01
„	„ 99,65	„ 23,78	„ 62,19

Non credo perciò, allo stato delle nostre cognizioni, sia possibile dare speciale e prevalente importanza alle differenze

sopradette, che presentano le corna dei maschi delle varie sottospecie o varietà state descritte; mentre probabilmente hanno maggior valore differenziale le modificazioni della colorazione e del sistema di macchiettatura, e le differenze che le corna presentano nel sistema generale di sviluppo dei loro nodi.

Neppure per la distinzione delle sottospecie darei, per ora, speciale importanza ad alcune variazioni che si osservano nei crani dei pochi esemplari stati figurati e negli esemplari che ho sott'occhio, e che riguardano la maggiore o minore inclinazione dei frontali, la forma della sutura fronto-nasale, la forma dei nasali, poichè tali sorte di variazioni ho osservato assai spiccate nel numerosissimo materiale da me studiato dello Stambecco delle Alpi (1). Più importanti appaiono essere altre differenze dei crani, come la grandezza relativa delle cavità orbitarie, la distanza fra i fori sopraciliari, ecc.

* * *

I due cranî colle corna raccolti da S. A. il Duca degli Abruzzi nel bacino del Baltoro nel gruppo del Karakoram, nel Baltistan, io credo si possano probabilmente riferire alla *Capra sibirica* sub spec. *wardi* descritta dal Lydekker (2). Essi hanno una notevole rassomiglianza nella loro forma generale con quelli figurati dal Darrah nel suo libro: *Sport in the Highlands of Kashmir* (3):

" The Balti ibex ", dice il Lydekker, *C. sibirica wardi*, " is a well-defined race, characterised by its dark colour, and " the large white saddle, separated only by a narrow dark band " from the white neck-patch. In point of size the saddle is in- " termediate between the relatively small one of *C. sibirica* " *lydekkeri* and the large one of *C. sibirica sacin*. The horns

(1) L. Camerano, op. cit.

(2) Lydekker, *Game of India*, pag. 101, 1900. — *The Game animals of India*, pag. 115, fig. 16, 1907.

(3) Londra, Rowland Ward, 1898, pag. 149 e 165. Una delle figure del Darrah è pure riportata dal Lydekker nel suo volume: *Wild Oxen, Sheep et Goats of all Lands*, Londra, Rowland Ward, 1898, pag. 279.

" are not unlike those of the Thian-Shan race, but stouter, " shorter, and narrower in transverse section „.

Uno dei due esemplari (che indicherò colla lettera *A*) raccolti nel bacino del Baltoro, quello di maggior lunghezza, è pure rassomigliante a quelli raccolti dal Principe Pedro d'Orleans a Chakerkot Nala presso Gilgit, per i quali il Lorenz ha proposto provvisoriamente il nome di *C. sibirica petri*. A questo proposito il Lydekker dice: " For the Gilgit ibex, which has " very slender horns, Dr. von Lorenz propose the provisional " name of *C. sibirica petri*, after Prince Pedro of Orleans, but " it cannot yet be defined „ (1).

L'esemplare sopra detto del Baltoro ha appunto le corna lunghe e relativamente sottili, e rassomiglia un poco a quelle della *C. sibirica petri* figurate dal Lorenz (2).

L'altro esemplare del bacino del Baltoro (che indicherò colla lettera *B*) ha corna meno incurvate e più grosse verso la base.

Ora, tenendo conto delle osservazioni sopra fatte intorno alle variazioni delle corna fra esemplari della stessa località, sorge il dubbio se gli esemplari di Gilgit e quello *A* del Baltoro non siano che i rappresentanti della forma di corna *gracilis* di una identica sottospecie, vale a dire della *C. sibirica wardi* del Baltistan, alla quale appartiene pure l'esemplare *B* del Baltoro, rappresentando questo la forma *crassa*.

(1) Lydekker, *Game animals of India*, Londra, 1907, pag. 119.
(2) Lorenz von Liburnau, *Steinböcke Innerasiens*, op. cit., tav. II, fig. 9.

	Bacino del Baltoro A	Bacino del Baltoro B	Lahul	Kashmir
	Misure in metri			
Età dell'animale al quale appartennero le corna	anni 10 a 11	anni 10 a 11	anni 10 a 11	anni 8 a 9
Lungh. del corno alla base dei nodi . .	0,945	0,843	0,863	0,790
„ „ „ lungo la curva sui nodi	1,000	0,905	0,915	0,865
„ „ „ „ „ inferiore	0,895	0,690	0,715	0,675
„ „ „ della corda	0,525	0,440	0,435	0,475
Distanza della curvatura inferiore dalla corda a 1/4 della lunghezza . . .	0,150	0,200	0,165	0,150
Idem a 1/2 „ „ . . .	0,220	0,150	0,218	0,190
Idem a 3/4 „ „ . . .	0,215	0,185	0,235	0,175
Diametro massimo trasversale alla base del corno	0,054	0,057	0,056	0,058
Idem antero posteriore	0,072	0,084	0,078	0,079
Idem trasversale a 1/4 della lunghezza	0,054	0,050	0,050	0,045
Idem antero post. „ „ „	0,080	0,079	0,075	0,074
Idem trasversale a 1/2 „ „	0,043	0,037	0,034	0,038
Idem antero post. „ „ „	0,074	0,071	0,068	0,071
Idem trasversale a 3/4 „ „	0,025	0,030	0,023	0,027
Idem antero post. „ „ „	0,060	0,061	0,055	0,058
Circonferenza alla base del corno (1) .	0,230	0,240	0,225	0,235
Distanza delle corna fra loro a metà della loro lunghezza	0,210	0,265	0,375	0,260
Idem a 3/4 della loro lunghezza . . .	0,425	0,380	0,470	0,380
Idem all'apice	0,550	0,505	0,600	0,430

Le figure unite a questo lavoro mostrano lo sviluppo e l'andamento dei nodi e la configurazione generale delle corna. Richiamo l'attenzione del lettore sulle spiccate differenze che passano fra i due esemplari raccolti nel bacino del Baltoro per ciò che riguarda la curvatura generale delle corna e il diverso rapporto alla base dei diametri trasversali e antero posteriori delle corna stesse.

(1) Misure prese non sul nodo. Le misure prese sul nodo sono le seguenti: *A* m. 0,240, *B* m. 0,250, Lahul m. 0,237, Kashmir m. 0,265.

* * *

L'esemplare del Lahul deve riferirsi alla stessa forma degli esemplari del Baltoro? Il Prof. Filippo de Filippi, il gentile donatore al Museo dell'esemplare in discorso, mi scrive: " Ho acquistato il paio mandatole nel Lahul, fra il Ladak e la provincia di Kulu, circa 300-350 miglia più a sud del Karakoram, perchè il Residente inglese mi disse che l'Ibex del Lahul era diverso da quello dell'Alto Imalaia. A quanto ricordo, mi disse che il rapporto fra la circonferenza (alla base) del corno e la lunghezza totale era diverso, e diversa la divergenza massima, o distanza delle punte fra loro ".

Intorno a questo carattere è da osservarsi quanto segue: Nei due esemplari del Baltoro e in quello del Lahul si hanno le misure seguenti espresse in valori assoluti e in 360^mi^ somatici (1):

	Baltoro	Lahul	Baltoro	Lahul
Lungh. tot. sui nodi	m. 1,000-0,905	m. 0,915	360-360	360
Circonfer. alla base sui nodi	m. 0,240-0,250	m. 0,237	86-99	92
Distanza delle corna ai loro apici . . .	m. 0,550-0,505	m. 0,600	198-201	236

Nell'esemplare del Lahul il rapporto fra la circonferenza (alla base) del corno e la sua lunghezza totale ha valore intermedio fra quelli dei due esemplari del Baltoro. Maggiore è invece la distanza delle corna fra loro agli apici; ma anch'essa, tenuto conto delle sopra riferite osservazioni sul variare della divergenza delle corna degli stambecchi, non ha, da sola, speciale importanza.

Si considerino in proposito anche i dati seguenti che presentano gli esemplari di Gilgit, Ladak, Astor e del Baltistan riferiti dal Lydekker, che io riduco in 360^mi^ somatici per renderli comparabili ai precedenti:

	Gilgit	Ladak	Astor	Baltistan
Lunghezza totale	360-360-360	360-360	360	360-360
Circonf. alla base	68- 71 -72	84-82	84	76-77
Distanza delle corna agli apici	166-137-256	232-279	208	70-197

(1) L. Camerano, *Lo studio quantitativo degli organismi e il coefficiente somatico*, " Boll. Mus. Zool. e Anat. Comp. di Torino ", vol. XV, n. 375, 1900

Da essi appaiono differenze notevolissime per ciò che riguarda la divergenza delle corna in esemplari della stessa località.

Nelle corna dell'esemplare del Lahul si notano tuttavia altre differenze, come si può vedere dalle figure unite a questo lavoro. I nodi sono in generale meno sviluppati che non negli esemplari del Baltoro, sopratutto per i sei anelli di accrescimento annuali verso la base, che sono i più recenti, tanto che in complesso le corna dell'esemplare del Lahul, per il modo di comportarsi dei nodi, hanno una notevole rassomiglianza con quelle dello Stambecco europeo, e a questa specie si rassomigliano pure per la maggior convessità delle faccie interna ed esterna, sopratutto verso la base. Per questi caratteri l'esemplare del Lahul si scosta da quelli del Baltoro e da quello del Kashmir sopra indicati e, per quanto posso giudicare dalle figure date dal Lorenz e da altri, anche dalle altre sottospecie state descritte dello Stambecco d'Asia.

Il cranio dell'esemplare del Lahul è anche diverso da quelli del Baltoro e del Kashmir per alcuni caratteri.

I quattro cranî degli esemplari sopra descritti hanno le principali misure indicate nello specchietto a pag. 14 e 15.

Dallo specchietto delle misure si vede che il cranio dell'esemplare del Lahul ha proporzioni per varie parti diverse da quelle dei cranî del Baltoro e del Kashmir. — La distanza fra i fori sopraciliari è notevolmente minore nel primo che non negli altri; mentre è maggiore in esso la lunghezza dalla *crista occipitalis* alla radice dei nasali, minore è pure la larghezza massima del frontale agli apici anteriori e sono spiccatamente maggiori i diametri massimi trasversale ed antero posteriori dell'orbita.

Quest'ultimo carattere ed il primo, cioè la distanza fra i fori sopraciliari, meritano speciale considerazione. Nei 150 cranî dello Stambecco delle Alpi da me studiati (1) risultò che le variazioni del diametro antero posteriore e del diametro trasversale dell'orbita, fra individui di pari età, sono più notevoli nei cranî giovani che non negli adulti o nei vecchi. In questi ultimi, ad

(1) L. Camerano, op. cit.

esempio, per il diametro massimo antero posteriore si hanno i valori estremi seguenti (espressi in 360^mi somatici e prendendo per misura base, come nel caso dei cranî studiati in questo lavoro, la distanza fra i fori sopraciliari) 232-261, 225-253, 226-231, 214-219. Questo carattere, come si vede, varia entro limiti ristretti nello Stambecco delle Alpi. È possibile che la cosa avvenga pure nello Stambecco d'Asia. Ora, mentre i due esemplari del Baltoro e quello del Kashmir variano poco a questo riguardo fra loro, 237-259, quello del Lahul si scosta notevolmente da essi col valore di 347, presenta cioè una notevole maggior lunghezza. Analogamente si osserva per il diametro trasversale dell'orbita. Ne consegue un'orbita proporzionalmente più grande nell'esemplare del Lahul.

Il cranio dell'esemplare del Lahul presenta pure, carattere degno di considerazione, tenuto conto che esso è adulto, una spiccata minor distanza fra i fori sopraciliari.

Considerando le differenze delle corna, la notevole maggior grandezza dell'orbita, la minor distanza dei fori sopraciliari del cranio e le differenze di dimensioni di altre sue parti che da esse dipendono, credo si possa ritenere che l'esemplare del Lahul è diverso da quelli del Baltoro e da quello del Kashmir e dalle sottospecie dello Stambecco d'Asia fino ad ora state descritte.

Per maggior chiarezza, e in attesa di dati intorno al sistema di colorazione dello stambecco del Lahul, credo opportuno indicare provvisoriamente questa forma col nome di *Capra sibirica* sub spec. *filippii*.

	Distanza fra i fori sopraciliari.	Lunghezza del cranio dal margine anteriore del *foramen magnum* alla punta dell'intermascellare.	Lunghezza del cranio dalla *crista occipitalis* alla radice dei nasali.	Spessore del cranio fra l'apice posteriore della sutura med. dei palat. e il punto medio della radice dei nasali.	Lunghezza della sutura bifrontale.	Lunghezza del parietale nel mezzo.	Lunghezza dell'occipitale.	Lunghezza massima dei nasali.	Dal margine posteriore del foro sottorbitario al margine dell'orbita.	Lunghezza della sutura palatina dei mascellari.
								Misure assolut		
Cranio dell'individuo *A* del bacino del Baltoro . . .	68	260	149	76	118	—	—	97	76	55
Cranio dell'individuo *B* del bacino del Baltoro. . .	62	245	154	86	110	57	75	102	78	63
Cranio dell'individuo del Lahul	55	—	157	82	112	55	71	103	74	—
Cranio dell'individuo del Kashmir	70	258	154	83	118	56	77	102	85	64
								Misure espresse		
Cranio dell'individuo *A* del bacino del Baltoro. . .	360	1376	788	402	619	—	—	514	402	291
Cranio dell'individuo *B* del bacino del Baltoro. . .	360	1422	894	499	639	331	435	592	453	366
Cranio dell'individuo del Lahul	360	—	1028	537	733	360	465	674	484	—
Cranio dell'individuo del Kashmir	360	1327	792	427	607	288	396	525	437	329

(1) Fino all'apice del lacrimale.

Lunghezza massima dell'intermascellare.	Distanza fra l'apice posteriore dell'intermascellare e il foro sopraciliare.	Lunghezza della sutura mediana dei palatini.	Minima distanza fra le basi dei nuclei ossei delle corna.	Massima larghezza del frontale alla base dei nuclei ossei delle corna.	Massima larghezza del frontale fra i margini esterni delle orbite.	Massima larghezza del frontale agli apici anteriori.	Massima larghezza del parietale alla sutura fronto-parietale.	Massimo diametro bi-temporale.	Larghezza massima dei nasali.	Larghezza bi-mascellare fra i *tuboera maxillaria*.	Larghezza massima dei palatini riuniti.	Diametro massimo antero posteriore dell'orbita.	Diametro massimo trasversale dell'orbita.	Lunghezza massima del lacrimale.	Larghezza massima del lacrimale.	Lacuna fra il frontale, il lacrimale e il nasale — Lunghezza massima.	Idem — Larghezza massima.
espresse in millimetri.																	
97	93	34	20	117	154	55	93	105	40	89	50	49	45	58	21	24 (1)	2
110	76	—	25	118	155	39	92	118	31	83	45	44	45	51	21	20 (1)	2
—	87	33	25	115	151	35	92	103	32	88	49	53	50	65	20	22 (1)	2
111	81	30	28	124	163	47	88	113	39	83	48	46	47	68	20	26	2
n 360mi somatici.																	
514	492	180	106	619	815	291	492	556	212	471	265	259	238	307	111	127	11
639	441	—	145	685	900	226	534	685	180	482	261	255	261	296	122	116	12
—	569	216	164	653	988	229	602	674	209	576	321	347	327	425	131	144	13
571	417	154	144	638	838	242	453	581	201	427	247	237	242	350	103	134	10

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 3, 8. Corna dell'esemplare *A* del bacino Baltoro, *Capra sibirica*, sub spec. *wardi* Lyd.
„ 2, 7. „ „ *B* „ „ „
„ 4, 6. „ „ del Lahul, *Capra sibirica*, sub spec. *filippii* Camer.
„ 1, 5. „ „ del Kashmir, *Capra sibirica*, sub specie *wardi* Lyd. (?).
„ 9. Perimetro delle sezioni in grandezza naturale dell'astuccio corneo delle corna (ottenuto colla modellatura in creta) dell'esemplare del Kashmir.
„ 10. Idem dell'esemplare *B* del Baltoro.
„ 12. Idem dell'esemplare *A* del Baltoro.
„ 11. Idem dell'esemplare del Lahul, *Capra sibirica*, sub specie *filippii* Camer.

In queste tre ultime figure la linea esterna più scura indica il perimetro del corno alla base, quella punteggiata, a metà della lunghezza del corno, e quella più sottile interna, a 3/4 della lunghezza del corno.

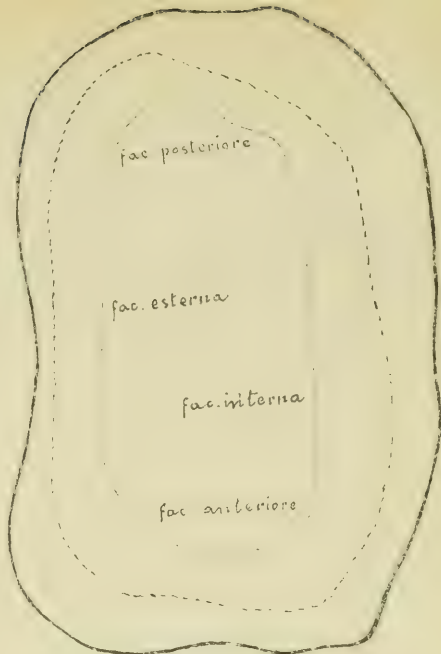
Le “ Ocapia ” del Museo Zoologico di Torino.

Nota del Socio LORENZO CAMERANO.

(Con 1 Tavola).

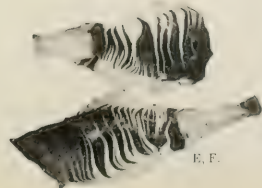
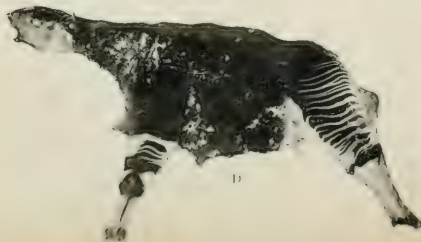
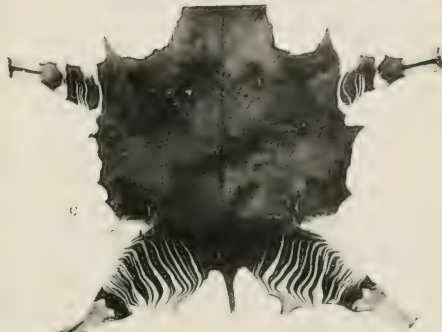
Recentemente Ray Lankester ha pubblicato l'atlante della sua monografia intorno all'Ocapia (1). In esso è disegnato o fotografato il materiale, che presentemente posseggono i varii Musei, riguardante il prezioso animale.

Vi sono indicati i Musei seguenti d'Europa: Museo Britannico, Museo di Storia naturale di Parigi, Museo di Edimburgo, Museo Tervueren, Museo di Madrid, Museo di Lisbona, Museo

(1) *Monograph of the “ Okapi „*, Atlas of 48 Plates. Londra (“ Trustees of the British Museum „), 1910. Il testo, come annunzia lo stesso Autore, uscirà più tardi.

fac posteriore
fac. esterna
fac. interna
fac anteriore
10
7
fac posteriore
faccia esterna.
fac anteriore
12

Off. Fototecnica Ing. Molfese Torino

B
B
E, F.

Off. Fototecnica Ing. Molfese Torino

di Stocolma, Museo di Anversa, Museo di Carlsruhe, Museo di Roma, Museo Civico di Genova, Museo privato di Tring di Walter Rothschild.

Dei varii esemplari, oggi ancora poco numerosi, conservati nei musei sopradetti, sono date figure in modo da rendere possibile lo studio comparativo della macchiettatura caratteristica.

Molte incertezze si hanno tuttora intorno al valore tassonomico dei caratteri che presentano gli esemplari oggi conosciuti; incerti pure sono i caratteri differenziali dei sessi, per ciò che riguarda la presenza, la mancanza o il vario sviluppo degli " ossicones " del capo e quelli che si riferiscono alle differenze di colorazione. Ciò proviene non solo della scarsità del materiale, ma anche perchè spesso non si è sicuri che gli scheletri stati studiati si riferiscano a determinate pelli; dice il Ray Lankester: " The very late appearance of the ossicones in " the Okapi is a generic character, and possibly applies to " the female as well as the male. At present we do not really " know any characters indicating the sex of skins or skulls " of Okapi ".

Veramente notevole risulta dagli esemplari conosciuti il variare della macchiettatura caratteristica della specie, tanto che Ray Lankester così conchiude: " At the same time I must " emphasise the fact that I have not been able to find any " records of the presence or absence of such variations in a " series of specimens of any other wild mammal occurring in a " limited area such as that inhabited by the Okapi and I am " unable to say (without further examination of series of the " Kind not easily to be brought together — say, of a species " of Antelope, or of *Bos*, or other such Pecorine genus) that " Okapi is really exceptional in the amount of individual va" riation which specimens of it present ".

In questa condizione di cose credo utile, come contributo alla conoscenza dell'Ocapia, descrivere e figurare gli esemplari di cui è recentemente venuto in possesso il Museo Zoologico di Torino.

Il materiale del Museo di Torino consiste in 2 (*A* e *B*) esemplari adulti montati; in una pelle (*C*) di individuo adulto mancante della testa; di una mezza pelle (*D*) di individuo non adulto (la pelle è stata tagliata longitudinalmente a metà del

dorso, il Museo ha la metà sinistra); di due (*E*, *F*) pezzi di pelle della regione posteriore zebrata.

Da queste pelli nessun carattere sicuro si può trarre per la determinazione del sesso. L'esemplare *A* venne considerato come maschio in base alla figura 78 dell'opera del Lydekker *The Game animals of Africa* (1), e del precedente lavoro sull'Okapia del Ray Lankester (2), ed alla relativa descrizione, sia per il colore della parte chiara del capo, sia per il fatto che la pelle appariva con due tagli circolari sul capo nel luogo degli " ossicones ", mentre l'altro esemplare *B* venne considerato come femmina in base alla figura 80 della stessa opera, per la colorazione notevolmente più chiara del capo e per l'assenza degli ossiconi, come appariva dalla pelle intiera della parte superiore del capo. Le due figure citate rappresentano due esemplari del Museo Britannico.

Il Lydekker a loro proposito dice, pag. 375 (op. cit.): " This " specimen, which is hornless, was subsequently proved to be " a female by the arrival of skulls, skins and skeletons of the " male, which is invariably horned ". Ray Lankester nel lavoro più recente del 1910 sopra ricordato, mette in dubbio la costante presenza degli " ossicones " nei maschi e la costante loro mancanza nelle femmine: " The rare absence, egli dice, of ossi- " cones in a truly adult specimen may be due, not to sex, but " to individual variation "; quindi per ora rimane dubbiosa la determinazione del sesso nei due esemplari *A* e *B* sopra indicati.

Il colore del dorso, dei fianchi e del collo nei due esemplari *A* e *B* è bruno scuro. Le parti chiare del capo lo sono notevolmente di più nell'esemplare *B* che non nell'esemplare *A*, e nell'esemplare *B* sono pure maggiormente estese le striscie bianche sulle zampe anteriori, sulle posteriori e sulla parte posteriore del corpo.

L'esemplare *B* per lo sviluppo delle striscie bianche si avvicina agli esemplari figurati dal Ray Lankester (3), tav. 30,

---

(1) Londra, Rowland Ward, 1908.

(2) Ray Lankester, *On Okapia, a new Genus of Giraffidae from Central Africa*, " Trans. Zoolog. Soc. London ", XVI, N. 6, 1902.

(3) *Monograph of the Okapi*, Op. cit.

figg. 1-2 e tav. 45, fig. 1, all'esemplare figurato nella tav. 32, figg. 1-2, a quello della tav. 33, fig. 1, a quello della tav. 34, fig. 1.

L' esemplare *A* invece presenta una maggior estensione delle striscie nere sulle bianche, come negli esemplari figurati nelle tavole 45, fig. 2; tav. 46, fig. 2; tav. 29, fig. 1.

La pelle *C*, mancante del capo e quasi completa nel resto, è di color bruno nero molto scuro con aspetto vellutato; la striatura bianca è relativamente poco sviluppata e si avvicina a quella dell'esemplare *A*, e in particolar modo all'esemplare figurato del Lydekker a tav. 34, fig. 2.

Così pure si dica nel suo complesso per il sistema di zebratura della pelle *D* e dei pezzi di pelle *E* e *F*.

Allo stato presente delle nostre cognizioni nulla di sicuro si può dire intorno al valore tassonomico delle numerose variazioni che si osservano nel sistema di zebratura dei vari esemplari. Si può osservare che sono frequenti le assimmetrie nelle estremità anteriori e posteriori, assimmetrie che si trovano pure nelle Zebre, sebbene in grado minore, anche nella disposizione delle striscie nere e chiare e nel relativo loro sviluppo.

Relazione sulla Memoria della D.ssa Giulia Giardinelli: *Sul valore sistematico del tegumento seminale delle* Vicieae (DC) *italiane.*

La Memoria presentata dalla Dottoressa Signorina Giulia Giardinelli per la pubblicazione nei volumi accademici, intorno alla quale ci venne dato l'incarico di riferire, è frutto di lungo e paziente lavoro condotto con somma diligenza sopra un ricchissimo e vario materiale, messo insieme mercè la cortese cooperazione dei principali Orti botanici.

I risultati ottenuti dall'A., quali riassumeremo brevemente nelle linee generali, ci concedono di poter affermare che questo lavoro (attentamente seguito da uno di noi) non sarà inutile al progresso della scienza.

L'A. si è occupata della sistemazione delle specie italiane, comprese nella numerosa tribù delle *Vicioidee*, fra le Leguminose; in cui si annoverano specie di piante nelle quali si nota una desolante affinità di caratteri morfologici, che si ac-

centua, massime nei semi, ove l'analogia strutturale tanto morfologica che anatomica è grandissima.

Ora è noto che, a lato di semi che hanno un valore alimentare notevole per l'elevato contenuto proteico (*Pisum*, *Cicer*, *Ervum*, *Lens*) si incontrano fra le Vicioidee semi dotati invece di proprietà tossiche più o meno gravi. Tra questi ultimi vanno specialmente annoverati i semi della *Vicia augustifolia* Reich., quelli della *V. hirsuta* Gray, e della *V. macrocarpa* Moris.

Meno studiati, ma non meno pericolosi sono pure i principi tossici contenuti in molti *Lathyrus* (*L. aphaca* Linn., *L. clyenenum* Linn., *L. sativus* Linn.) ai quali si devono alcune intossicazioni croniche note sotto il nome complessivo di *Latirismi*.

Vista l' importanza di poter diagnosticare le Vicioidee, quando non si hanno a disposizione altro che semi, o ancora frammenti assai piccoli di essi, come nelle crusche o nelle farine, la Signorina Giardinelli ha cercato di studiare attentamente la struttura sottile del tegumento seminale, allo scopo di poterne dedurre un mezzo pratico di riconoscimento delle differenti specie del gruppo; per quanto ha rapporto alle specie della Flora italiana e di quelle vicine.

Questo esame, pazientemente eseguito, condusse l'A. alla elaborazione di una chiave analitica fondata appunto sulla struttura anatomica del tegumento seminale, che nelle Vicioidee è costituito, come è noto, da tre strati distinti, rispettivamente noti coi nomi di: *cellule malpighiane* (strato esterno); di *cellule a colonna* (strato medio); e di *cellule profonde* (strati interni).

Le differenze più notevoli fra specie e specie risultarono in massima dalla considerazione delle cellule del 1° strato, ovverosia dalle cellule malpighiane, che si dimostrarono varie nelle loro terminazioni, nella conformazione del lume cellulare, nello inspessimento delle membrane, nella distribuzione dei materiali di pigmentazione, ecc., minuziosamente descritti e registrati per ciascuna delle specie.

La tavola analitica che riassume i risultati ottenuti nel corso del lavoro è poi seguita da un'altra chiave sussidiaria alla prima, fondata invece sui caratteri morfologici esterni dei semi.

Mercè questi due elementi tassonomici riuscirà d'ora in avanti praticamente possibile la determinazione esatta delle specie, *colla sola considerazione dei semi*, ciò che era impossi-

bile ad effettuarsi finora. Il lavoro della Signorina Giardinelli ad un valore scientifico indiscutibile, aggiunge quello altresì di una importante praticità.

La vostra Commissione è quindi lieta, mentre rileva i meriti dello studio compiuto con indefesso amore dall'A., di proporne la pubblicazione nei volumi accademici.

Una tavola nella quale sono riprodotti da microfotografie (eseguite dall'A.) i particolari anatomici più interessanti osservati, accompagna l'accurato lavoro di ricerca eseguito nel Laboratorio dell'Istituto botanico dell'Università torinese.

Torino, 31 gennaio 1911.

C. F. Parona.
O. Mattirolo *relatore.*

Relazione sul lavoro del Dr. A. Casu dal titolo: *Lo Stagno di S^ta^ Gilla (Cagliari) e la sua vegetazione.*

Il Dr. Angelo Casu presenta con questa Memoria la seconda parte del suo lavoro sullo Stagno di Cagliari e sulla sua vegetazione, e l'egregio Autore non ha delusa l'aspettativa del lettore lasciatagli colla prima parte, della quale questa è anche maggiore per mole e per comprensione. Il lavoro attuale è, come il primo, corredato di una tavola topografico-botanica. Il Casu divide questa parte in diversi capitoli; preceduta da acute e geniali osservazioni sull'evoluzione ecologica dello Stagno, viene presentata l'enumerazione delle specie ivi crescenti e che egli distribuisce in *zone* (*palustre, stagnale, sommersa*), fermandosi ad illustrare le diverse particolarità ecologiche delle *igrofite marine* e delle *igrofite comuni*, discorrendo dell'azione del mare e dei torrenti su di esse, del sottosuolo, ecc.; tutto ciò in rapporto colla distribuzione dei vegetali dello Stagno in dette zone. L'Autore mette in luce insomma tutte le determinanti fisiche dello stato attuale dello Stagno, dovute essenzialmente all'azione antagonistica fra mare e torrenti.

Il Casu viene poi alle conclusioni; le quali, convien dirlo subito, sono in alcuni punti di tale interesse, da costituire, a parer nostro, un nuovo acquisto per la scienza biologica dei vegetali, nè si potrà meglio giudicare di questo valore che riassumendo in breve le conclusioni stesse dell'Autore.

Emerge anzitutto dalle osservazioni e dalle raccolte fatte dal Casu, che il gruppo delle piante *igrofite marine* si localizza, naturalmente, nella parte meridionale dello Stagno, mentre le *igrofite comuni* sono limitate alla parte settentrionale circondata da fiumi e torrenti. Che nella zona intermedia cresce una mescolanza di piante le quali possono o no vivere e perdurare, in quanto *possono o non possono* adattarsi ad un ambiente *anisotonico* a quello che loro è naturale (3°,6 B. mare; O. B. fiume).

Che nella zona di contatto tra l'acqua marina e la dolce, le *igrofite marine non si adattano e periscono non tollerando l'azione idrolitica delle soluzioni ipotoniche diluite*, e così esse *sono del tutto scomparse*, oppure vivono ridotte a vegetare nella parte dello Stagno più a sud, dove solo nelle stagioni delle pioggie o delle piene, la tonicità salina discende al disotto del *minimum da esse richiesto.*

Che le piante di fiume *si adattano meglio* in causa della buona *nutrizione* in cui esse si trovano, sul fondo limaccioso dello Stagno, la quale ne *aumenta la resistenza fisiologica alle soluzioni ipertoniche* (adattamento fisiologico); ed anche perchè, in questo caso, la grande quantità di sale assorbito stimola e provoca la *fioritura* e la *fruttificazione anticipandola*; venendo così le piante sottratte all'azione delle più forti concentrazioni saline che mano mano si determinano nella stagione estiva (adattamento ecologico).

Ed è qui, a nostro parere, dove le intelligenti, pazienti, e, diciamolo pure, faticose osservazioni del Casu sulla fioritura di diverse specie appartenenti ai Generi *Potamogeton*, *Myriophyllum*, *Najas*, ecc., che egli ha seguìto passo passo, lo hanno, a nostro giudizio, condotto ad un risultato che fa testo, che è la reale dimostrazione di un fatto di adattamento, verificabile quandochessia da uno studioso.

Il grado di adattamento (dimostra l'Autore) varia da specie a specie; il *Potamogeton pectinatus* resiste per il primo alle forti concentrazioni saline; vengono poi, in ordine decrescente, i *Myriophyllum*, i *Najas* ed il *Potamogeton natans*, ecc., le quali specie avanzano nello Stagno a distanze gradatamente minori, ed altre finalmente che non si allontanano quasi dalla foce del fiume dove la salinità estiva non supera i 0,05 B.

Interessantissima un'ultima osservazione riguardante la *tar-*

diva germinazione dei semi e *l'accrescimento lento*, fattori *sfavorevoli* alle igrofite marine, le quali vengono soffocate dalle *igrofite comuni* portate dal fiume verso il mare dove esse compaiono ancora qua e là sporadiche e disseminate. L'influenza dei fiumi spostandosi verso il sud dello Stagno si è però solo in certo modo sovrapposta a quella del mare, perchè nella zona esterna le piante *alicole* (Salicornia, ecc.) costituiscono delle vaste praterie alternantisi colle *igrofite comuni*.

Da questo breve riassunto delle principali cose contenute nella Memoria del Dr. Casu, è facile dedurre, come già si disse, la sua importanza. Il Casu è preciso, incisivo, senza esitazioni od incertezze; i fatti rilevati gli dànno in mano la risposta categorica ai problemi che egli si propone, e là dove l'ipotesi è indispensabile, egli ne usa con moderazione e con riserbo, conscio della difficoltà dell'induzione e della complessità dei quesiti.

Concludiamo, a nostra volta: come tutti i lavori d'indole monografica fatti con cura, con amore e con fine ricerca, questo del Dr. Casu segna un indiscutibile passo nella storia ecologica dei vegetali, ed è un esempio raro di pertinacia e di costanza.

Col progresso attuale dei metodi d'indagine e colla divisione del lavoro in tutti i rami dello scibile umano, non è ormai più concesso ad un botanico di sperare nella fortuna e nella comprensione Linneana. Ognuno porta alla grande fabbrica scientifica la sua pietra più o meno buona, più o meno ben lavorata. Questa del Dr. Casu è di tal consistenza e di tal fattura da resistere alle ingiurie del tempo e della critica, ed è consolante, in questi tempi, il vedere un uomo nel quale la modestia delle aspirazioni non bastò a frenare l'inquieta foga e l'entusiasmo della ricerca, intesa a strappare ad una regione interessantissima della bella Sardegna, i segreti della sua natura.

I sottoscritti non esitano perciò a proporre agli onorevoli colleghi l'accettazione del lavoro per la stampa nelle *Memorie*.

C. F. Parona.
O. Mattirolo *relatore*.

L'Accademico Segretario
Corrado Segre.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 12 Febbraio 1911.

PRESIDENZA DEL COMM. RODOLFO RENIER
SOCIO ANZIANO

Sono presenti i Soci: Ruffini, Stampini, Einaudi, Schiaparelli e De Sanctis Segretario. — È scusata l'assenza dei Soci S. E. Boselli, Presidente dell'Accademia, Manno, Direttore della Classe, Carle, D'Ercole, Sforza, Brondi e Baudi di Vesme.

È letto ed approvato il verbale dell'adunanza precedente, 29 gennaio 1911.

Il Presidente ricorda il lutto che ha colpito il Socio Brondi e comunica che la Presidenza credette rendersi interprete del sentimento di tutti i Colleghi inviando al Brondi a nome dell'Accademia le più vive condoglianze.

Si comunica una lettera del Senatore Isidoro Del Lungo, Socio corrispondente, che si rallegra della deliberazione presa dalla nostra Accademia per la edizione popolare delle opere di Galileo.

Il Socio Stampini fa omaggio all'Accademia di un esemplare a stampa del manifesto, da lui scritto in lingua latina, per il prossimo Congresso internazionale degli allievi ingegneri in Torino.

Il Presidente presentando il volume del Socio Graf, *L'anglomania e l'influenza inglese in Italia nel secolo XVIII* (Torino,

Loescher, 1911), dall'Autore offerto in omaggio all'Accademia, propone che la Classe, nel ringraziare pel dono, esprima calorosamente al Graf il suo compiacimento per la salute migliorata. La proposta è accolta con voto unanime. Ruffini, associandosi alle parole del Presidente, rileva la grande importanza che il lavoro poderoso del Graf ha non solo per la Storia letteraria, ma anche per la Storia civile d'Italia.

Il Socio Einaudi presenta per l'inserzione negli *Atti* uno scritto del Dr. Cesare Jarach, intitolato: *Gli effetti di una imposta generale ed uniforme sui profitti*, e dà un cenno del suo contenuto.

Pure per gli *Atti* il Socio De Sanctis offre una nota del Dr. Luigi Pareti su *Zama*.

A nome del Socio Sforza assente, il Presidente presenta per le *Memorie* una monografia dello Sforza stesso intitolata: *Il testamento di un bibliofilo e la famiglia Farsetti di Venezia.*

La Classe, presa cognizione dello scritto, ne delibera con pienezza di voti segreti la inserzione nelle *Memorie* accademiche.

LETTURE

Gli effetti di una imposta generale ed uniforme sui profitti.

Nota del Dr. CESARE JARACH.

Nella teoria della traslazione delle imposte, alla imposta generale ed uniforme sui redditi netti delle imprese è toccata la sorte di essere trattata dalla massima parte degli autori quasi di sfuggita, sia per la considerazione pratica che una imposta veramente generale ed uniforme non è attuabile, sia perchè si son ritenuti molto semplici i fenomeni cui essa, attuata, darebbe luogo. Da tutti poi si negò la possibilità di traslazione se non in lunghi periodi in paesi dove il saggio del profitto sia ridotto al minimo, oppure in particolarissime ed eccezionali circostanze.

La pratica difficoltà di colpire effettivamente tutti i redditi netti delle imprese in modo uniforme non esime lo studioso dall'obbligo di esaminare le conseguenze di un caso teorico tanto più importante in quanto alla sua attuazione il legislatore tende con crescente, insistente diligenza sia con le imposte generali sui redditi di ricchezza mobile, sia con le imposte generali sul reddito. La complessità degli effetti che crediamo, contrariamente all'opinione generale, discendano da una tale imposta, ci ha indotti a studiare l'argomento e ad esporre il risultato del nostro studio (1). Il quale, lo diciamo subito, ci ha

(1) Che gli effetti di un'imposta generale ed uniforme siano più complessi che generalmente non si creda, fu veduto ed affermato da J. S. Mill: “ Si vede da queste considerazioni che gli effetti di una tassa sui profitti “ sono molto più complessi, più svariati ed in qualche modo più incerti, “ che non lo hanno comunemente supposto gli scrittori che trattarono tale “ subbietto „. J. S. Mill, *Principii di Economia politica* (“ Biblioteca dell'Economista „, serie 1ª, vol. XII), pag. 989.

indotti nella persuasione che, nonchè essere conseguenza eccezionale, quella della traslazione è la conseguenza normale di una imposta che percuota uniformemente tutti i profitti delle imprese.

La argomentazione dalla quale la maggior parte degli autori concludono non esser possibile la traslazione di un'imposta uniforme su tutti i redditi netti delle imprese, riposa sul fatto che, non essendovi disparità di trattamento fra le varie industrie, non vi ha stimolo nè possibilità per i capitalisti di trasferire i loro capitali da un investimento ad un altro. “ Sic- “ come tutti i capitalisti ne sarebbero ugualmente tocchi, non “ vi sarebbe motivo per l'uomo impegnato in una specie qua- “ lunque di produzione di trasferire i capitali ad un'altra „. Così conclude Giacomo Mill (1), e con altrettanta rigidità concludono nello stesso senso Mac Culloch (2), Esquirou de Parieu (3). Helferich (4), Wagner (5), Seligman (6).

(1) *Elementi di Economia politica* (“ Biblioteca dell' Econ. „, serie 1ª, vol. V), pag. 803.

(2) “ Un'imposta proporzionata ai netti profitti, ottenuti da coloro che “ siano impegnati in qualunque ramo d' industria, cadrà esclusivamente sui “ profitti, purchè sia equamente collocata..... Egli è evidente che niuno in “ tal modo potrebbe lusingarsi di sfuggire all' imposta mutando occupa- “ zione, e quindi essa non potrebbe esser ragione di alcun trasferimento di “ capitale da un'industria all'altra; nè potrebbe generare alcun mutamento “ nell'offerta e dimanda delle merci, o nel loro prezzo monetario „. *Trattato sui principii e sui pratici effetti delle imposte e del debito pubblico* (“ Biblioteca dell'Econ. „, serie 2ª, vol. X), pag. 53.

(3) “ Se la fortuna mobile della nazione potesse venire colpita da una “ imposta analoga all'*income-tax* britannica o alle contribuzioni sulla pro- “ prietà che si riscuotono nell'America settentrionale, i capitalisti non po- “ trebbero rigettarne il contraccolpo su coloro che tolgono ad imprestito o “ sui consumatori, se non in quanto trovino nel paese vicino modi di im- “ piegare i capitali, vantaggiosi abbastanza per compensare la maggiore “ difficoltà di sorveglianza e la spesa dei trasporti di danaro „. *Trattato delle imposte* (“ Bibl. dell'Econ. „, serie 2ª, vol. IX), pag. 51.

(4) “ Pongasi che venga fatto, ciò a cui non si riescirà mai perfetta- “ mente, di stabilire una imposta nella ragione esatta, poniamo, del 10 % “ su ogni reddito. Ognuno avrà il suo reddito ridotto del 10 % e dovrà “ ridurre di altrettanto o i suoi consumi o i suoi risparmi „. L'autore nota giustamente che questa riduzione ha delle ripercussioni, inquantochè se

NB. *Il seguito della nota* (4) *e* (5) *e* (6) *a pag. seg.*

Invero non si può negare che, ove l'imposta sia congegnata in modo così perfetto da colpire il profitto netto del capitale e solo questo, detratta ogni quota di rischio, non può avvenire alcuna migrazione di capitali da un impiego all'altro. Per ottenere il risultato di colpire effettivamente il profitto netto, l'imposta dovrebbe fissarsi per ciascuna specie di industria o sul profitto medio realizzato in un periodo tale che in esso si sia esaurito tutto il ciclo delle probabilità, o soltanto su quella somma residuale che risultasse dalla detrazione dal profitto lordo annuo di una quota indicante, per le esatte esperienze del passato, il rischio inerente a ciascuna specie di produzione. È il primo metodo che in pratica si segue di preferenza. Ma convien dire che esso è così rozzamente applicato da non potersi affermare che raggiunga lo scopo voluto di commisurare l'imposta all'effettivo profitto netto. Forma infatti materia imponibile il profitto medio ottenuto in un breve periodo di tempo

---

pure alla riduzione dei poteri d'acquisto dei contribuenti corrispondesse un'eguale espansione degli acquisti da parte dello Stato, le domande non sarebbero più quelle che altrimenti si sarebbero avute, e vi sarebbero quindi economie danneggiate più di altre dall'imposta. *Teoria generale dell'imposta* nel *Manuale dello Schönberg* (" Biblioteca dell' Econ. ", serie 3ª, vol. XIV, parte 1ª), pag. 382.

(5) " Una imposta su tutte le industrie (professioni) veramente *uniforme* " — quale appunto non esiste — certo sarebbe, di regola, irriversibile, in " quanto, colpendo essa egualmente tutti i profitti d'intrapresa, il trasporto, " a scopo di riversione, dell'attività d' intrapresa e dei capitali da un' in- " dustria ad un'altra, non gioverebbe a nulla ". *Teoria speciale delle imposte* nel *Manuale dello Schönberg* (" Bibl. dell'Econ. ", serie 3ª, vol. XIV, parte 1ª), pag. 539.

(6) " Se i profitti rappresentano l'eccedenza sul costo di produzione, " un' imposta generale su questa eccedenza non può influire sul costo di " produzione, il prezzo non può essere alterato ed il consumatore non può " essere colpito. È sul produttore che incide l' imposta immediatamente e " definitivamente ". *Traslazione ed incidenza delle imposte* (" Bibl. dell'Econ. ", serie 5ª, vol. XVI), pag. 235.

Non è ben chiaro se l'autore intenda includere nel costo di produzione l'interesse del capitale e perciò escludere dalla tassazione le imprese marginali che non realizzano, dedotte le spese di esercizio e le quote di ammortamento e di rischio, se non l'interesse del capitale ed il salario dell'imprenditore. In questo caso la sua conclusione è esatta, altrimenti non si può affermare che l'imposta non influisca sul costo di produzione.

eguale per tutte le industrie (1): ed è troppo chiaro non esser uguale per tutte le industrie il periodo nel quale si esauriscono tutte le possibilità favorevoli e sfavorevoli ad una determinata produzione. Chè anzi per una stessa industria esso varia assai facilmente colle modificazioni rapide e multiformi che subisce l'ambiente nel quale l'industria si svolge.

Comunque, sia che l'imposta non abbia con alcun congegno particolare provveduto a tener conto dei rischi inerenti alle varie specie di produzione, sia che i congegni non siano adeguati allo scopo cui tendono, ne consegue che vi sarà motivo ed interesse, nell'ipotesi di industrie in concorrenza fra loro, ad abbandonare quei campi d'impiego dove i rischi sono più elevati per investire in quelli ove lo siano meno, fino a che questo processo non abbia ricondotti i profitti netti all'eguaglianza (2).

Ma queste osservazioni, fatte per amore di precisione, non toccano punto la verità della conclusione teorica, per la quale si postula un'imposta capace effettivamente di colpire il profitto netto.

La rigida asserzione della impossibilità che si trasferisca un'imposta generale ed uniforme sui redditi netti delle imprese è stata da alcuni autori temperata nel senso che tale incidenza inevitabile sugli imprenditori è soltanto l'effetto immediato di una tale imposta. In un lungo periodo di tempo e là dove il saggio del profitto tenda al minimo, potrà diminuire l'accumulazione in confronto di quella che sarebbe stata se i profitti non si fossero abbassati, e di conseguenza potrà in tutto od in

(1) Così, ad esempio, la nostra imposta di ricchezza mobile colpisce i profitti industriali e commerciali medii verificatisi in un quadriennio (art. 1 e 2 della legge 2 maggio 1907).

(2) Se infatti due industrie che rendano egualmente il 5 % netto, perchè ugualmente aperte agli investimenti del capitale, corrono rischi ammontanti rispettivamente all' 1 ed al 2 % del capitale, e sono colpite con una aliquota eguale del 10 % sul profitto lordo, che sarà per una industria del 6 %, per l'altra del 7 %, rimarrà alla prima, dopo pagata l'imposta, un profitto del 5,40 %, all'altra un profitto del 6,30 %; detratta la quota di rischio, alla prima industria rimarrà un profitto netto del 4,40 %, alla seconda del 4,30 %. In questa condizione di disparità l'origine di migrazioni dei capitali, tendenti a ricondurre l'eguaglianza.

parte l'imposta trasferirsi sui consumatori. Tale è la conclusione dello Stuart Mill (1), tale quella del Pescatore (2) e del Graziani (3).

Ciò che non ci pare esatto in questa correzione alla troppo

(1) *Principii di Economia politica* (" Bibliot. dell'Econom. ", serie 1ª, vol. XII), pag. 987: " Una tassa sui profitti deve almeno nel momento cadere su di quello che la paga..... una tassa generale ed uguale su tutti i profitti non influirebbe sui prezzi generali, e cadrebbe, almeno nel primo momento, sui capitalisti soltanto "; e a pag. 988: " L'effetto reale di una tassa sui profitti è di far sì che il paese possegga, in un dato tempo, un capitale più piccolo e un prodotto accumulato minore ", e ciò perchè anche nei paesi che non accumulano tanto presto da esser sempre a breve distanza dallo stato stazionario, sembra impossibile che se il capitale pure vi si accumula, la sua accumulazione non venga in qualche modo ritardata dalla sottrazione di una parte dei suoi profitti " (pag. 989). Se ciò avviene, da ultimo " la tassa cade sul lavoratore o sul proprietario " (pag. 988).

(2) *Logica delle imposte*, pag. 214 (citato nel Manuale dello Schönberg, in " Bibliot. dell'Econom. ", serie 3ª, vol. XIV, parte 1ª, pag. 382): " Sorge però un'eccezione a questa regola [della impossibilità della traslazione] quando una straordinaria abbondanza di capitali ne riducesse i profitti a segno da venir meno lo stimolo del risparmio e dell'impiego. Se in tale condizione sopraggiungesse una tassa sui profitti, che nella fatta ipotesi non possono più sopportare diminuzione, allora o si dovrebbero tosto aumentare i prezzi per risarcire i profitti e impedire la consumazione improduttiva e la emigrazione dei capitali, oppure avvenendo tale consumazione ed emigrazione, l'accrescimento dei prezzi succederebbe come conseguenza della scemata produzione ".

Il Pescatore ha intraveduto gran parte delle conseguenze più importanti dell'imposta sui profitti; si sarebbe ancor più avvicinato al vero se quella che afferma esser regola avesse detta eccezione e viceversa, come sarà in seguito dimostrato.

(3) " La parte dell'imposta sul reddito la quale colpisce i profitti si ripercuote, a lungo andare, anche se generale, almeno nei paesi vecchi dove essi tendono al minimo ed in quei periodi nei quali la capitalizzazione è efficace. Infatti l'imposta assottigliando i profitti, impedisce un'accumulazione che sarebbesi verificata senza tale loro decrescimento... Quindi sugli operai e sui proprietari di terre si rimbalza una parte dell'imposta generale sul reddito collocata nominalmente sopra gli imprenditori ". — *Di alcune questioni intorno alla natura e agli effetti economici delle imposte* (in " Studi Senesi ", vol. II, 1889), pag. 230.

In questo gruppo di autori può porsi anche il Seligman, perchè se egli non parla di ritardata accumulazione trattando dell'imposta sui profitti, ne parla a proposito dell'imposta sul capitale (Cfr. loc. cit., pag. 211).

assoluta conclusione degli autori sopra citati, è la circostanza ritenuta necessaria, perchè la traslazione si avveri, di un periodo relativamente lungo, dimodochè si possa distinguere una prima fase in cui l'imposta incide sugli imprenditori ed una seconda in cui essi sono riusciti a liberarsene. Nella prima fase si avrebbe una diminuzione del saggio del profitto, e gli autori che ammettono questa possibilità, non hanno considerato da che cosa dipenda il saggio del profitto sul mercato, nè se gli elementi da cui dipende fossero capaci di reagire immediatamente all'azione dell'imposta. Se avessero esaminato il problema da questo punto di vista, la loro conclusione, ci pare, sarebbe stata diversa, come cercheremo di mostrare.

Prima però occorre accennare ad alcune teorie affatto particolari sostenute da singoli autori.

Il Ricardo ha esaminato il problema dal punto di vista dei fenomeni di circolazione; ammesso che un'imposta sui profitti produrrebbe una elevazione di tutti i prezzi nel caso che “ la miniera che ci fornisce il danaro esistesse nel paese me- “ desimo e continuasse ad esser libera da ogni imposta „, nega invece che lo stesso fenomeno possa aver luogo quando la moneta sia una merce non prodotta in paese. “ I prezzi di tutte “ le merci non potrebbero elevarsi, giacchè un tale effetto “ non può aver luogo, senza che avvenga un aumento della “ quantità del danaro, aumento che non è sperabile se non in “ cambio di merci più care „ (1). In nota però l'autore soggiunge: “ Fatte ulteriori riflessioni, io dubito se maggior quan- “ tità di danaro sia d'uopo per far circolare la medesima quan- “ tità di merci, qualora i loro prezzi si elevassero per effetto “ delle imposte, e non per difficoltà di produzione „. Senza entrare in questa questione, che non importa qui di risolvere, ciò che si doveva indagare e dimostrare era appunto se dopo l'imposta la quantità di merci prodotta rimanesse la stessa che si sarebbe avuta quando l'imposta non fosse intervenuta. Affermato che rimanga la stessa, è già dato per dimostrato ciò che si doveva dimostrare, che cioè i produttori non abbiano in alcun modo cercato di sottrarsi all'imposta.

(1) *Principii di Economia politica* (“ Bibl. dell'Econ. „, serie I, vol. XI). pag. 492.

In un modo tutto speciale ha considerato il problema il Pantaleoni. Supposto un mercato " unicamente costituito dai " prodotti d'industrie soggette alla libera azione della concor-" renza „, egli rigetta come fallaci così la conclusione della " traslazione necessaria ed indiscutibile „, come quella della traslazione impossibile.

Secondo la sua opinione, per rispondere al quesito bisogna considerare le condizioni reciproche della domanda e del prezzo del prodotto. " Può la domanda consistere, p. e., in 1000 con-" sumatori, di cui uno solo non sia capace e non abbia la voglia " di pagare un prezzo più elevato, verbi gratia, di α, mentre " gli altri 999 formano una scala di crescente intensità di bi-" sogno e capacità di soddisfazione, e può darsi che data questa " condizione della domanda, il prezzo effettivo a cagione della " eccedente e concorrente offerta, venga a stare o inferiore od " uguale ad α, o per la eccedente e concorrente dimanda mag-" giore ad α. Suppongasi ora un'imposta in questi tre casi. È " chiaro che se l'imposta aggiunta al prezzo non raggiunge α, " la dimanda resterà perfettamente la medesima quale era " prima dell'imposta, mentre la concorrenza non ridurrà più i " produttori al prezzo anteriore all'imposta, ma bensì a quel " nuovo prezzo che copre l'aumentato prezzo di produzione. " Perciò ritengo nel dato caso necessaria ed inevitabile la tra-" slazione intera dell'imposta „ (1).

La conclusione cui giunge il Pantaleoni è vera soltanto nel caso che la domanda del bene di cui si tratta sia perfettamente rigida. Allora avverrà appunto che fino a che il prezzo non raggiunga e superi α, al quale soltanto è disposto a consumare quello fra tutti i possibili consumatori che sborserebbe per il bene in questione il più basso prezzo, la domanda non muterà affatto col mutare del prezzo. Ma il caso di domanda perfettamente rigida è puramente teorico.

Proseguendo il ragionamento, il Pantaleoni alla ipotesi ora considerata fa seguire l'ipotesi opposta: " Per contrario, se sup-" poniamo che il prezzo effettivo precedente all'imposta già ec-" ceda α, sicchè vi è una domanda di merce senza efficacia sul

(1) Pantaleoni M., *Teoria della traslazione dei tributi* (Roma, Tipografia Adolfo Paolini, 1882), pagg. 119-120.

" prezzo, e immaginiamo ora un'imposta che venga ad accre-
" scere il costo di produzione, è chiaro che un rialzo di prezzo
" aumenta la dimanda latente e restringe il consumo, mentre
" l'immobilità di esso implica una diminuzione di profitti, ri-
" guardo ai quali sarà questione di fatto il sapere se la con-
" correnza non li abbia già ridotti al minimo oltre il quale
" cessa la spinta alla produzione, oppure no, benchè conside-
" rando che la maggior parte dei consumatori sono anche pro-
" duttori, dovrebbesi trattare nel primo caso di una condizione
" eccezionale di regresso economico universale „.

Se abbiamo bene interpretato il pensiero dell'A., questo si potrebbe così parafrasare: Nelle condizioni postulate di domanda e di prezzo, se i profitti sono ridotti al *minimum*, cessando la spinta alla produzione, questa diminuisce e vi è traslazione (Poichè nè il Pantaleoni, nè altri degli autori citati sopra tiene conto della influenza sul saggio del profitto del risparmio pronto all'investimento nel momento in cui l'imposta sopravviene a perturbare l'equilibrio economico, non resta, per spiegarsi la diminuzione di produzione, che l'ipotesi del consumo improduttivo di una parte dei capitali già investiti, quale è fatta esplicitamente da alcuni degli autori citati sopra. L'ipotesi dell'emigrazione dei capitali all'estero non è evidentemente da considerarsi, perchè allora il problema non presenta alcuna difficoltà: basta che la riduzione del profitto che conseguirebbe all'imposta sia maggiore della valutazione che si fa dei maggiori rischi ed incomodi degli impieghi stranieri, perchè l'emigrazione avvenga.): se i profitti non sono ridotti al *minimum*, devesi avverare una riduzione del saggio dei profitti, incidendo l'imposta esclusivamente su di questi.

Concludendo, escluso quel caso assai singolare e di valore meramente teorico, che forma la prima parte del ragionamento pantaleoniano, la conclusione cui esso giunge non è diversa da quella presentata dal Mill, dal Pescatore, dal Graziani, ecc.

*
* *

La quale non ci pare sia accettabile come quella che non considera l'azione dei fattori onde il fenomeno della determinazione del profitto dei capitali trae la sua spiegazione. Che cosa avviene infatti nel momento in cui la imposta sui profitti interviene come fatto nuovo nell'ambiente economico?

In quel momento una certa massa di capitali è investita nelle varie industrie e trae rimunerazioni diverse nella misura, con fenomeni di rendite positive e negative, o di sopraprofitti e sottoprofitti. Il valore di questi capitali si determina colla capitalizzazione al saggio corrente dell'interesse del *profitto netto*, o altrimenti colla capitalizzazione del *profitto lordo* al saggio corrente del profitto per ciascuna delle industrie.

Accanto alle imprese costituite esistono, per così dire, delle imprese *in fieri*; esiste cioè una massa di redditi che, se non intervenisse l'imposta, si distribuirebbe in una certa proporzione fra i consumi presenti e i consumi futuri, fra il consumo ed il risparmio. La parte da destinarsi al risparmio si può considerare, come è noto, composta di successive dosi aventi un costo crescente, rappresentato dalla differenza fra la utilità che si potrebbe trarre dal consumo presente di esse e quella, scontata al momento presente, dei consumi futuri cui esse potranno esser destinate.

È noto pure, e lo ripetiamo solo perchè il ragionamento non presenti lacune, che per una prima parte del risparmio di un individuo o di una collettività può quella differenza essere negativa; può cioè avvenire ed avviene di regola che per una certa quantità di risparmio l'utilità scontata dei consumi futuri superi l'utilità dei consumi immediati cui quella ricchezza potrebbe destinarsi. È il risparmio che si farebbe quand'anche non ci si potesse ripromettere di impiegarlo per trarne un interesse. Succede poi quella parte del risparmio per cui l'accennata differenza di utilità diviene positiva, e successivamente crescente, di guisa che la quantità del risparmio è determinata dalla possibilità di colmare col frutto dell'impiego di esso quella differenza per l'ultima dose, di coprire cioè il costo marginale del

risparmio. A rendimento maggiore dell'impiego del capitale corrisponde per conseguenza la destinazione a risparmio di una quantità maggiore di reddito. Ma solo fino ad un certo punto. Giunge un punto, così per i singoli individui come per una collettività, a partire dal quale, per quanto s'accresca la rimunerazione del risparmio, questo non s'accresce più: perchè il risparmio si estendesse oltre quel limite, si sarebbe obbligati a rinunciare a quel minimo di consumi che ciascun individuo ritiene indispensabile per sè, data la classe sociale cui appartiene, la sua indole, le sue aspirazioni, ecc. Anche per l'avaro, per il quale il risparmio è una passione e trova la propria soddisfazione in sè stesso, esiste questo limite; esso è rappresentato da quel punto oltre il quale un maggior risparmio significherebbe la rinuncia al minimo di consumo necessario all'esistenza, se il suo reddito non è ottenuto col lavoro, oppure, se esso è frutto della sua attività, importerebbe una diminuzione di produttività tale che la possibilità di nuovi risparmi ne sarebbe diminuita in misura maggiore.

Ciò posto, i vari investimenti aperti al risparmio presentano ciascuno una produttività decrescente, ferme restando le condizioni tecniche della produzione, per quantità crescenti di risparmio in essi investiti. È la legge generale dei prezzi decrescenti per quantità crescenti di consumo la causa di quel fatto, anche quando non intervenga la circostanza della inaumentabilità di qualche fattore della produzione. Ed il risparmio si distribuisce fra questi investimenti in modo che sia uguale per tutti la produttività; si ripartisce cioè fra vecchie imprese desiderose di estendersi ed imprese nuove nei vari rami di produzione, in modo che da tutti si ricavi uno stesso frutto netto, che, messo in rapporto al valore del risparmio, indica appunto il saggio *netto* del profitto ed il saggio dell'interesse.

È solo dal rapporto fra i nuovi risparmi ed il loro frutto previsto che quel saggio si determina, poichè i nuovi risparmi hanno un valore proprio indipendente dal loro frutto, potendo essi venir destinati, invece che all'investimento, al consumo, mentre i capitali già investiti non hanno un valore di per sè, ma solo per la capitalizzazione del loro frutto netto al saggio corrente dell' interesse. È evidente infatti il circolo vizioso in cui ci si muoverebbe se si intendesse per saggio del profitto il

rapporto fra il frutto dei capitali investiti ed il loro valore, quando non si può determinare questo valore altrimenti che capitalizzando il frutto a quel saggio.

Che al risparmio nuovo tocchi una stessa rimunerazione, o meglio che una stessa rimunerazione si possa prevedere per esso al momento della formazione di questo risparmio, qualunque sia l'investimento al quale s'intende destinarlo, è chiaro, poichè non è a favore del risparmio nuovo che possano formarsi (o prevedersi possibili) rendite od extraprofitti. Se questo risparmio si impiega in imprese vecchie che vogliano estendersi, i proprietari di queste assicurano a sè esclusivamente gli extraprofitti e le rendite prevedibili dalla gestione di quelle imprese (è qui la genesi del sopraprezzo sulle azioni di nuova emissione nelle società per azioni). Nè altrimenti se si impieghi a costituire imprese nuove: il possessore od i possessori del fattore non riproducibile (o difficilmente riproducibile) che dà origine alle rendite, assicurano a sè le rendite stesse, elevando il prezzo di quel fattore di una somma eguale al valore capitalizzato delle rendite. È solo nel corso della vita di un'impresa che i capitali investitivi colla previsione di ritrarne esclusivamente il saggio del profitto, possono veder costituirsi a loro favore delle rendite (1).

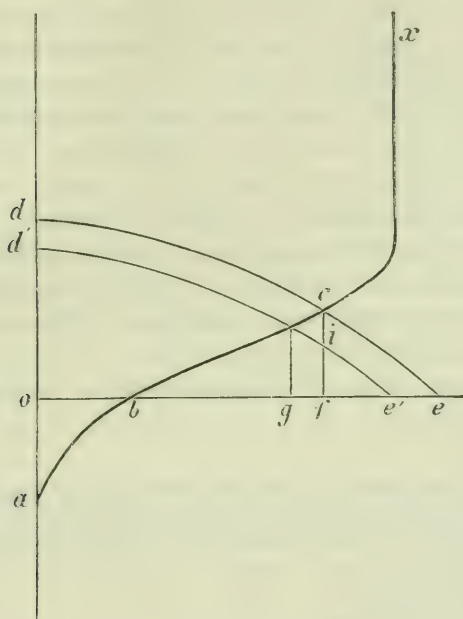
Nè tragga in inganno il fatto che lo stesso possessore del fattore non riproducibile può investire in esso i proprii risparmi: è lecito all'analisi economica immaginare per questi casi che il possessore del fattore non riproducibile abbia attinto al mercato dei capitali le somme necessarie a gerire la sua impresa rimunerandole al saggio corrente del profitto, ed abbia a sua volta versato nel mercato dei capitali i proprii risparmi.

Si possono quindi rappresentare in un diagramma come segue la curva del costo del risparmio e quella della produttività degli investimenti ad esso aperti.

Data una curva del costo del risparmio *ax* ed una curva dei rendimenti *de*, è chiaro che si risparmierà *of* e che ciascuna

(1) Naturalmente prescindiamo, come si deve fare in teoria, dal caso in cui il nuovo risparmio possa da alcuni esser applicato a produzioni promettenti alto profitto, perchè altri risparmiatori non vi accedano per ignoranza.

unità di risparmio avrà una rimunerazione *cf* eguale per tutte e sufficiente appena a compensare il costo dell'ultima unità di risparmio.

Intervenga ora l'imposta, fissa o proporzionale al profitto. Essa abbasserà la curva dei rendimenti, e la nuova curva sarà nel primo caso parallela alla *de*, nel secondo disterà dalla *de* di segmenti differenti rappresentanti una stessa frazione delle ordinate corrispondenti ai vari punti dell'ascissa, ma continuerà

ad avere un andamento decrescente. Suppongasi per semplicità un'imposta fissa *dd′*. Essa ha per effetto di ridurre la quantità del risparmio da *of* ad *og*, cioè la quantità *gf* invece che al risparmio verrà destinata al consumo, e per conseguenza il saggio netto del profitto invece di abbassarsi della quantità *ci* eguale alla imposta, si abbassa in misura minore.

L'imposta dunque si trasferisce in una certa misura (vedremo poi su chi), perchè la produzione essendo minore di quanto

non sarebbe stata senza l' imposta, toccherà così ai nuovi (1), come ai vecchi capitali una rimunerazione maggiore (2).

L'imposta non si trasferirebbe affatto quando la curva della produttività degli investimenti intersecasse quella del costo del risparmio nel tratto verticale (così da concedere al risparmiatore non solo la nota *rendita del risparmiatore*, rendita differenziale, ma anche una rendita marginale), e la imposta non abbassasse la curva dei rendimenti tanto da far cadere il nuovo punto d'intersezione fuori del tratto verticale. Ciò significa che, sia perchè si tratti di un paese nuovo, ove il risparmio non abbia potuto con lunga e continua accumulazione costituire una larga massa di capitali, sia perchè profonde e larghe rivoluzioni tecniche abbiano permesso di abbassare notevolmente i costi di produzione di una gran parte dei prodotti, i capitali vecchi e nuovi siano così scarsi rispetto agli investimenti da mantenere la curva della produttività di questi molto elevata. Oppure significa un tenore di vita così elevato e rigidamente irriducibile ed un così scarso spirito di previdenza, che assai presto ogni aumento di rimunerazione del risparmio perda efficacia sulla quantità della sua produzione ; o l'una e l'altra cosa insieme.

L'esser evidentemente queste condizioni piuttosto eccezio-

(1) Per i capitali nuovi in un certo senso, simile a quello che si adotta parlando della traslazione delle imposte sul prodotto lordo di una o di alcune industrie, si può dire che la traslazione avvenga integralmente, poichè il rendimento, dopo l'imposta, compensa il costo marginale di produzione del risparmio più l'imposta.

(2) Si potrebbe obbiettare che la rimunerazione minore del risparmio, conseguente all'imposta, potrebbe stimolare a risparmiare di più. Si entra così nel campo della economia dinamica. Non è escluso che ciò possa avvenire, per quanto si tratti, secondo autorevoli osservatori dei fatti economici, di una possibilità molto problematica. Lo S. Mill considera solo la possibilità che l'imposta funzioni come uno stimolo ai miglioramenti della produzione, non come uno stimolo a risparmiare di più; chè anzi afferma che l'effetto dell'imposta è di far sì che il paese dopo un certo tempo possegga un capitale minore che non avrebbe avuto senza l'imposta (cfr. loc. cit., pag. 988). Il Bastable (*Public Finance*, 3ª ediz., libro III, capit. II, § 3. Macmillan and Co., London, 1903) discute efficacemente e pone in dubbio anche la possibilità che l'imposta agisca da stimolo all'attività industriale e ai miglioramenti nella tecnica produttiva.

nali, giustifica l'asserzione che sia norma la possibilità della traslazione, eccezione l'impossibilità (1).

A queste conclusioni si potrebbe opporre che la massa dei capitali investiti è così grande in confronto della massa di risparmio pronto all' investimento esistente in un qualsiasi momento, che la curva della produttività degli investimenti potrebbe considerarsi quasi una retta orizzontale per piccoli tratti corrispondenti alla contrazione del risparmio in seguito all' introduzione dell'imposta. È certo che la curva della produttività degli investimenti del risparmio non può fare che un angolo piccolo colla orizzontale; essa tuttavia è discendente e dalla sua maggiore o minore inclinazione dipenderà che il nuovo saggio del profitto sia più o meno vicino a quello corrente prima dell'imposta. Alla teoria non importa stabilire la misura, bensì la tendenza ad avverarsi della traslazione e la possibilità che avvenga.

Su chi avverrà la traslazione? Sarebbe troppo semplicistico affermare soltanto che essa avviene sui consumatori, perchè una minor produzione di beni, dipendente da una minor produzione di risparmio, rialza i prezzi di tutti i prodotti. Se ci si limitasse a questo, il fenomeno della traslazione sarebbe in larga misura apparente, poichè una gran parte della popolazione essendo produttrice, ciascuno pagherebbe bensì più cari i beni che dovesse acquistare, ma venderebbe altresì a maggior prezzo quelli che egli producesse. Giustamente osserva il Pantaleoni che in questo caso dovrebbesi trattare di una condizione di regresso econo-

(1) Non è stata fatta esplicita menzione del mercato dei prestiti a cui una parte del risparmio viene rivolta, perchè la considerazione di esso non avrebbe condotto a mutare nulla delle conclusioni cui si è pervenuto trascurandolo. Infatti considerando la curva della produttività degli investimenti, come curva composta della domanda dei prestiti e della produttività degli investimenti industriali, o l'interesse sui prestiti è colpito da una imposta uguale a quella che percuote i profitti ed allora non v'è nulla da aggiungere a ciò che è detto nel testo; o esso è libero da imposta ed allora, in concomitanza alla contrazione del risparmio, avverrà una redistribuzione di esso fra i due mercati (dei prestiti e degli investimenti industriali), la quale agevolerà il processo di traslazione di cui è parola nel testo.

mico universale (1). Il fenomeno di traslazione che invece effettivamente avviene è assai più complesso: accanto alla incidenza non apparente su una parte della classe dei consumatori, v'è una altrettanto effettiva ed importante incidenza sulle classi che dispongono dei fattori di produzione, all'acquisto dei quali il risparmio è rivolto. È evidente infatti che, mentre un maggior consumo dipendente da una minor produzione di risparmio determina un aumento dei prezzi dei beni diretti, una minore quantità di risparmio determinerà un ribasso nei prezzi dei beni strumentali necessari a metter in atto una estensione delle imprese esistenti o la creazione di nuove imprese (2). Senonchè per i beni strumentali riproducibili il ribasso sarà solamente temporaneo; sulle imprese destinate alla loro produzione, infatti, l'investimento del nuovo risparmio avverrà solo in misura da assicurare anche ad esse, in seguito, un profitto uguale a quello spettante al capitale nuovo investito nelle altre produzioni. Al contrario, deve essere assai più lungamente permanente sulla classe operaia l'effetto della traslazione su di essa di una parte dell'imposta: permanente in modo assoluto se quella classe si adatti ad una riduzione del suo tenor di vita; in un lungo periodo di tempo transitorio, se essa nella lotta contro la necessità di ridurre il proprio tenor di vita, riesca a ridurre la natalità. I coefficienti di produzione, sui quali l'incidenza avverrà

(1) È evidente per chi ha seguito il nostro ragionamento, che si tratterebbe di regresso rispetto a quella condizione potenziale che si sarebbe avuta senza l'imposta; non già di regresso rispetto ad una condizione effettivamente esistente prima dell'imposta, poichè non si tratta già per noi di distrazione di capitali vecchi dalla produzione per consumarli, ma di minor risparmio nuovo destinato alla produzione.

(2) Si potrebbe notare che, se tale ribasso avviene, mutano tutti i calcoli preventivi della classe capitalistica ed imprenditrice: a prezzi inferiori dei beni strumentali tornerà remuneratrice una estensione della produzione, benchè determini una riduzione dei prezzi dei prodotti. Ed è indubitabile che la riduzione del risparmio relativamente a ciò che sarebbe stato senza l'imposta, non sarà così grande come quella raffigurata nel diagramma, ove la curva dei rendimenti rimasta uguale nel suo andamento ed abbassata soltanto parallelamente a se stessa, indica un costo di produzione costante. Tuttavia una riduzione avverrà: altrimenti non ne seguirebbe la diminuzione dei prezzi dei beni strumentali e si avrebbe una produzione di risparmio rimunerato in misura inferiore al suo costo marginale.

definitivamente senza possibilità di reazione, sono invece la terra ed, in genere, tutti i fattori di produzione e le circostanze non riproducibili o difficilmente riproducibili: i privilegi, le congiunture, le clientele, le organizzazioni, tutti insomma i beni o le circostanze la cui disponibilità assicuri il godimento di *rendite*. Così il capitale nella reazione contro una nuova imposta generale ed uniforme sui profitti riesce ad impedire che il saggio netto del profitto si abbassi nella stessa misura dell'imposta a spese, in definitiva, dei consumatori non produttori, dei salariati e di coloro che godono rendite. Cade quindi anche la conseguenza che discendeva dalla generalmente affermata impossibilità di traslazione, quella cioè che il valore dei capitali (beni strumentali riproducibili) esistenti in un paese e, più largamente, il valor capitale delle imprese non varierebbero in seguito alla istituzione di una imposta generale ed uniforme sui profitti, questa abbassando il saggio del profitto e di conseguenza elevando il saggio di capitalizzazione nella proporzione in cui fosse diminuito il reddito netto dei capitali e delle imprese.

Zama.

Nota di LUIGI PARETI.

I.

Non intendo colle presenti note che di toccare alcuni punti fondamentali intorno alla battaglia di Zama, e alle questioni connesse. E in primo luogo m'interessa esporre alcune considerazioni generali sul luogo della battaglia stessa (1).

Si suole ormai considerare come accertata, a ragione, l'esistenza di almeno due città aventi il nome di Zama; ed invero, non fosse altro, la cosa è provata dagli epiteti di *maior* o μείζων, e di *regia* (2) che si fanno variamente seguire a tal nome nei documenti; epiteti che non trovano altra spiegazione plausibile oltre quella della pluralità di Zame. In questi ultimi tempi si

(1) Gli studi principali su questo tema sono, com'è noto, quelli di: Zielinski, *Die letzten Jahre des zweiten pun. Krieges*, Leipzig, 1880, p. 73 sgg.; Mommsen, " Hermes ", XX, 144 sgg. (= *Ges. Schriften*, IV, 36 segg.); Tissot, *Géographie comparée de l'ancienne Afrique*, II, p. 571 sgg.; Köhn, *De pugna apud Zamam commissa*, Diss. Halle, 1888; Lehmann, *Der letzte Feldzug des hannibalischen Krieges*, " N. Jahrb. f. Phil. ", Suppl. 21, p. 527 sgg.: Matzat, *Röm. Zeitrechn.*, p. 160 sgg.; G. Schmidt, " Rh. Mus. ", 44, p. 397 sgg., e suppl. I al *C. I. L.*, VIII, n. 16442 e 12018; Wittinghausen, " Wiener Studien ", 19, p. 282 sgg.; Delbrück, *Gesch. der Kriegskunst*, I², 382 sgg. Molto interessante è pure la notizia preliminare di J. Kromayer, in " Anzeiger der ph.-hist. Kl. der K. Ak. der Wissensch. ", 14 ottobre 1908, n. 19, Vienna. — Noto una volta tanto, che uso, per non generar confusioni, le forme che pei nomi delle località si trovano di solito nelle carte militari francesi.

(2) Zama maior in *C. I. L.*, VIII, suppl. I, n. 16442 = " Eph. ", V, 1473; μείζων in Tolemeo, IV, 3, 33. Zama regia in *C. I. L.*, VI, 1686, Tavola Peutingeriana, etc.

è anche fissata la posizione in cui le due città sarebbero esistite, in base a due iscrizioni (1): l'una sarebbe stata dov'è attualmente la località di Djiama, l'altra più ad oriente a Sidi Ahmor Djedidi. Varie però furono le identificazioni, poichè non si accordano i moderni su quale delle due fosse la *maior*, quale la *minor*; e poi su quale delle due sia stata la *regia*; giacchè se alcuni stabiliscono l'uguaglianza: Zama maior = Z. regia; altri invece pongono Zama regia = Z. minor.

Quanto alla posizione di Zama maior credo si possa consentire unicamente nel porre Djiama nel suo territorio: la cosa par provata dal fatto che nell'iscrizione suddetta trovata a Djiama, pare si legga ancora parte dell'epiteto maior, nel nesso MA; e anche la notizia così poco usufruibile di Tolemeo su Ζάμα μείζων non impedisce la posizione di Zama maior in quei dintorni (2). Per chi accetti a dirittura che Zama maior fosse a Djiama ne consegue, secondo l'opinione comune, che a Sidi Ahmor Djedidi doveva esservi l'altra Zama, la *minor*. Per Zama regia se si sta alla Tavola Peutingeriana, la dovremmo porre secondo l'interpretazione moderna intorno a Djiama, vale a dire corrisponderebbe alla *maior*. Ma qui una prima difficoltà, che fu già notata da più d'uno: Zama regia è indubbiamente quella di cui si parla a proposito di Giugurta e di Giuba: è una città forte numidica. Ma le notizie che di essa ci fornisce Sallustio, secondo cui si tratta di *oppidum, in campo situm, magis opere quam natura munitum... nullius idoneae rei egens, armis virisque opulentum* (3), non si accordano in nessun modo colla posizione tutt'altro che

(1) *C. I. L.*, VIII, suppl. I, n. 16442, trovata a Djiama; e 12018, trovata a Sidi Ahmor Djedidi.

(2) Tolemeo, IV, 3, 33, dà per Zama μείζων la posizione 34°, 20°-28°; per Tucca 34° - 29°,50; per Musti 33°,40 - 27°,30. Ma, come bene osservò il Kiepert presso Mommsen, " Hermes ", XX, p. 144 n. 4, se in tal modo Zama si troverebbe a nord-est di Musti, d'altra parte Tolemeo pone per tutta quella regione erroneamente il vero nord ad ovest, il vero est a nord; ne risulta che in realtà Zama μείζων doveva trovarsi a sud-est di Musti, il che si accorda all'incirca colla posizione della regione in cui è Djiama.

(3) Sallustio, *Giugurt.*, 57. Vitruvio, VIII, 24, ci dice che Giuba l'aveva cinta di duplice muro. Disgraziatamente la notizia di Vitruvio stesso secondo cui Zama distava 20 miglia da Ismuc, non ci aiuta, essendo ignota la posizione di quest'ultima città.

in pianura di Djiama (1). Ma la conseguenza che si derivò da questo contrasto, vale a dire che Zama regia non può corrispondere a Zama maior, ossia a Djiama, e quindi dev'esser uguale a Sidi Ahmor Djedidi, è parecchio arbitraria, perchè oltre tutto nessuna delle notizie fornite da Sallustio su Zama regia, ch'era città in pianura, in luogo non forte per natura, e abbastanza grande, si può accordare colla posizione di Sidi Ahmor Djedidi (2). Da ciò, anche senza quanto diremo in seguito, risulta evidente che come Zama regia non era precisamente a Djiama, così non va neppur cercata a Sidi Ahmor Djedidi.

Col che non credo però ancora in nessun modo dimostrato che di Zame ve ne siano state tre, vale a dire la *regia*, la *maior* e quella di Sidi Ahmor Djedidi; perchè l'unico argomento addotto come prova dell'esistenza in questi luoghi di città col nome di Zama, può in realtà addursi solamente come prova che e Djiama e Sidi Ahmor Djedidi eran nel *territorio di città di nome Zama*. E così abbiamo aperta la possibilità di trovare la posizione vera di Zama regia al di fuori di Djiama e di Sidi Ahmor Djedidi (3). Ma dove va essa cercata precisamente? Il suo nome stesso, come quelli di Hippo regius, Bulla regia, Thimida regia, Musuni regiani (4), ecc., prova che fu parte del regno numidico,

(1) Basta vedere una carta particolareggiata della regione, ad esempio la *Carte de Reconnaissance*, tav. VIII (la parte riprodotta dal Wittinghausen nello studio citato è dalla vecchia edizione, ma può bastare). Non altrimenti dicono i visitatori del luogo. Cfr. Cagnat, *Rapport sur une mission en Tunisie*, " Arch. d. Miss. ", serie III, vol. 14, pag. 179: " Djama est situé à " l'extrémité septentrionale du Djebel Massoudj, sur un mamelon élevé de " 850 mètres... et entouré lui-même de tous côtés d'éminences à peu près " de la même hauteur... Ces collines sont creusées elles-mêmes de grands " ravins perpendiculaires ". Si veda lo schizzo senza pretese che unisco.

(2) Si vedano le carte, e Tissot, " Arch. d. Miss. ", serie III, vol. 10, p. 313: " Sidi Ahmor Djedidi... occupe à peu près le centre d'un vaste " triangle, dont le sommet est formé par le massif montagneux des Ouled " Ayar, le Djebel Bargou et le Djebel Bellota; le terrain, très-relevé à " l'ouest, s'abaisse graduellement vers l'est par une série d'ondulations et " présente l'aspect général d'un plateau assez accidenté ". Si vedano anche in Cagnat, o. c., p. 15, le notizie che escludono che vi sia mai stata una città considerevole.

(3) Si tratta di circa 30 miglia romane, ossia di circa chilom. 44 $^1/_2$.

(4) Sui Musuni regiani si veda " Comptes rend. ", 1909, 91 sgg.

e questo ci è d'altronde detto dalle fonti (1). Quindi noi dovremmo *a priori* pensare che Zama regia fosse a occidente, verso la Numidia propriamente detta. Allo stesso paiono portare le notizie di Sallustio, da cui risulta che alla Zama in questione Mario raggiunse Metello dopo esser stato a Sicca; e che dopo fallito l'assedio, Metello *ab Zama discedit, et in his urbibus, quae ad se defecerant* (dopo la battaglia sul Mutchul, tra le quali per un certo tempo era stata anche Sicca) *satisque munitae loco aut moenibus erant, praesidia imponit, ceterum exercitum in provinciam, quae proxuma est Numidiae hiemandi gratia conlocat* (2). Si intende dunque che Zama doveva esser più all'interno dei confini della provincia romana, almeno nella stessa posizione relativa alla provincia romana di Sicca, e delle altre città dei confini defezionate a Metello. Chi osservi una carta particolareggiata di quella regione vedrà che vi abbondano le rovine di centri antichi, e che non scarseggiano le località in pianura, quale doveva essere quella di Zama regia.

Dal fatto dell'esistenza di una Zama maior, non credo sia lecito in alcun modo dedurre che una città omonima abbia mai voluto chiamarsi col nome di Zama *minor*. D'altra parte l'iscrizione che ci parla di Zama regia, non ci dà punto l'epiteto di maior, e quindi non è provato con ciò solo che tale iscrizione si riferisca alla città nelle cui epigrafi l'epiteto di maior compare. Il nome ufficiale di Zama regia si presenta unicamente in una tessera di patronato del 322 d. Cr., trovata a Roma (3): *Colonia Aelia Hadriana Aug. Zama Regia.* Ora gli epiteti specifici di *Aelia Hadriana* e di *Regia* non ci sono documentati dall'iscrizione frammentaria, ma reintegrata in modo indiscutibile, di Djiama (4), che invece ha l'epiteto di maior: [*col.*] *Aug. Zam. Ma*|[*i*]*o*[*r d*]*evota numi*[*ni* | *maie*]*statique ei*|[*u*]*s* | [*m.*] *p.....*

Nè le iscrizioni favoriscono meglio l'identificazione, contro cui già dicemmo, di Zama regia con Sidi Ahmor Djedidi; poichè

(1) Cfr. Strabone, XVII, 829 ... κατέσπασται δὲ καὶ Ζάμα τὸ τούτου (di Giuba I) βασίλειον ὑπὸ Ῥωμαίων. Sallustio, *Giugurt.*, 56: *Romanus imperator... urbem magnam, et in ea parte, qua sita erat, arcem regni, nomine Zamam, statuit oppugnare.*

(2) Sallustio, *Giugurt.*, 56-61.

(3) *C. I. L.*, VI, 1686.

(4) *C. I. L.*, VIII, suppl. 16442.

quella trovatavi che pure è dei tempi immediatamente successivi ad Adriano (1), ed in cui ci aspetteremmo quindi tanto più l'epiteto di *Aelia Hadriana*, non ha altro che... IIvir . qq . *coloniae Zamensis*... Dalle iscrizioni conosciute dunque non possiamo aspettare nulla, che ci aiuti a fissare la posizione di Zama regia.

Per non separare Zama regia da Djiama si addusse la notizia della Tavola Peutingeriana (2), ma qualunque sia la spiegazione che si dà dell'itinerario in quel punto, è chiaro che se si lascia il testo com'è non corrisponde la distanza di dieci miglia da Assures, perchè la distanza tra Zanfour e Djiama, anche in linea retta, è di oltre 27 chilometri.

Che se *Zama regia* faceva parte della Bizacena (3), ciò non basta punto a porla più ad est di quel che crediamo, perchè pochissimo si sa con precisione sui confini della Bizacena, e quel poco porta tuttavia ad allargare i confini che le si solevano assegnare: così a nord, lungo la costa, si sa ora che oltre ad Horrea Coelia, anche Segermes faceva parte della Bizacena, e che il confine tra questa e la provincia proconsolare era tra Segermes e Pupput (4). E tuttavia il trovarsi Zama regia nella Bizacena, se non ci impedisce di porla più ad ovest di quel che si soglia, conferma però quanto supponemmo, che cioè fosse probabilmente più a sud della via Sicca-Naraggara.

E per porre Zama regia più a est di quel che supponiamo si oppongono anche altri fatti. Già notammo come il nome stesso la connetta colla Numidia; si può dir di più: ch'essa doveva essere fuori dei confini dell'*Africa vetus*. Ora per i confini tra l'Africa vetus e la Numidia in quelle parti noi sappiamo, che alla Numidia appartenevano Sicca, Assures, la località moderna di Auitta, nel centro della pianura di El-Ghorfa, e Aquae Regiae; mentre alla provincia d'Africa spettavano l'oppidum Ucitanum, Musti e Thacia: il confine dunque doveva a un dipresso seguire il Tassa, e poi forse il Merguellil. Invece si suole dire in genere che il confine faceva sotto Thacia una punta fino alla Siliana, ma in realtà ciò si basa unicamente sulla posizione di Zama

(1) *C. I. L.*, VIII, suppl. 12018.

(2) Vedi ad es. Mommsen, l. c.

(3) Cfr. *C. I. L.*, VIII, p. XVIII.

(4) Vedi ad es. Pauly-Wissowa, *R.-Enc.*, III, 1115.

regia che si vuol porre a Djiama; mentre non abbiamo alcun motivo di non valerci invece all'opposto della direzione naturale del confine per cercare ad ovest la posizione di Zama.

Già vedemmo le notizie su Zama regia per la guerra Giugurtina: vediamo ora quelle che ci sono date dal *De bello Africo* intorno ai fatti del 46 av. Cr. Ci vien detto (1) che il re Giuba, dopo la sconfitta di Tapso, fuggito con Petreio *interdiu in villis latitando tandem nocturnis itineribus confectis in regnum pervenit atque ad oppidum Zamam, ubi ipse domicilium, coniuges, liberosque habebat, quo ex cuncto regno omnem pecuniam carissimasque res comportaverat quodque inito bello operibus maximis muniverat, accedit.* È chiaro da questo passo che per andare da Tapso a Zama la via era lunga e che la città, oltre ad essere in posizione molto forte, non doveva trovarsi vicina al cuore del territorio romano, se era l'ultimo rifugio del re di Numidia.

Ciò posto, veniamo ad esaminare le notizie sulla posizione della Zama di cui si parla per la II guerra Punica. Stando a Polibio (2), Annibale dopo che da Adrumeto fu giunto a Zama, e furono tornati gli spioni inviati al campo romano, mandò un araldo da Scipione per chiedergli un abboccamento, ma il console romano rispose che avrebbe scelto poi il tempo ed il luogo adatto. Due giorni dopo giunse Massinissa, con il quale congiuntosi Scipione, mosse verso Margaron ed accampò, e poi mandò ad avvisare Annibale ch'era pronto per l'abboccamento. Annibale si avvicinò col suo esercito fino a trenta stadî dal campo romano, e si fermò su di una collina. Seguì l'abboccamento, e fallito questo si venne alla battaglia ecc. Nel racconto di Polibio una parte, quella degli spioni, non è fededegna, ma non v'è il motivo di porre in dubbio tutto il resto, compreso pure che Annibale abbia cercato di far pace coi Romani dopo che li vide uniti con Massinissa (3). Ora da Polibio risulterebbero le seguenti notizie: che quando Annibale era accampato a Zama, Scipione non era a troppo grande distanza, a occidente o a nord, tanto è vero che già nelle fonti di Polibio in base a ciò si inventò la storiella

(1) *De bello Africo*, 91.

(2) Polibio, XV, 5 sgg.

(3) Su di ciò vedasi Lehmann, o. c. Anche i patti che sarebbero stati proposti non hanno nulla di incredibile.

degli spioni; che non fu Scipione il quale all'ultimo momento marciò verso Massinissa, ma fu Massinissa che raggiunse Scipione dove questi era accampato (1); che dopo tale congiungimento, da una parte Scipione andò verso Margaron, dall'altra Annibale arrivò a 30 stadî da Scipione, vale a dire che dalle mosse di entrambi risultò un avvicinamento; e che quindi la mossa di Scipione fu da nord a sud, o da ovest a est; quella di Annibale da sud a nord, o da est a ovest.

Le conseguenze sono evidenti: se tra il luogo ove accampò Scipione e Zama dov'era Annibale, prima dell'arrivo di Massinissa, non v'era una troppo forte distanza, meno doveva esserne tra Zama stessa e Margaron; perchè si deve dedurre la mossa di Scipione verso il territorio di Margaron. Dunque Zama doveva esser poco lontana dal luogo ove accampò Scipione, vale a dire a sud, o ad est del territorio della località detta da Polibio Μάργαρον. E qui credo sia il caso di invertire il ragionamento fatto dagli ultimi studiosi della questione, vale a dire di cercare di determinare la posizione di Zama, da quella della località ove si venne a battaglia, e non questa da quella. Si presenta infatti nettamente una questione di metodo. Mentre in Polibio si legge Μάργαρον, i codici di Livio ci dànno variamente, vale a dire quelli di una famiglia *Narcara* o *Naggara* e il Puteano, che rappresenta un'altra tradizione, ha *Naraggara* (2). Gli studiosi più recenti conservarono sommo rispetto alla tradizione manoscritta, per tali libri pessima, di Polibio, a dispetto della Liviana; ma basta il confronto delle lezioni liviane per concludere che il loro archetipo doveva avere un nome iniziantesi con *Na...*, e terminante in *-ara*; e però un nome abbastanza discordante dal Μάργαρον di Polibio, e accordantesi invece col *Naraggara* del codice Puteano. Movendo da ciò si può con sicurezza affermare che Livio leggeva in Polibio *Naraggara*; e poichè l'esistenza di una città di tal nome è sicura, com'è certo che doveva essere di importanza secondaria (il che fa escludere si

(1) Polibio, XV, 5, 12 sgg. Τῇ δ'ἐπαύριον [della risposta di Scipione all'araldo] ἧκε Μασαννάσας ..... ὃν ἀποδεξάμενος ὁ Πόπλιος ..... ἀνέζευξε, καὶ παραγενηθεὶς πρὸς πόλιν Μάργαρον, κατεστρατοπέδευσε κ.τ.λ.

(2) Per le varianti di Livio si veda l'edizione Weissenborn-Müller, vol. VI, II (1899), p. 195.

tratti di una sostituzione autoschediastica di Livio al nome che trovava nella sua fonte Polibio), e d'altra parte nulla prova l'esistenza di una città di nome Μάργαρον, mentre il suo nome non discorda tanto da poter supporre che si tratti di due luoghi diversi — cosa da escludersi d'altronde *a priori*, essendo Polibio stesso fonte di Livio —; ne deriva evidentemente che dobbiamo dal testo di Livio correggere la lezione corrotta di Polibio. Una volta chiarito che la battaglia avvenne sicuramente non lungi da una città di Naraggara, per noi che non conosciamo che un'unica città di tal nome (1) e che non diamo come conosciuta *a priori* la posizione di Zama, ma che anzi la stiam cercando, risulta chiaramente da scartare la supposizione del Mommsen che vi sia stata un'altra Naraggara presso a Djiama (2); ma deduciamo da tutto quel che dicemmo, che la Zama in questione, era non molto lontana da Naraggara, e precisamente a sud o ad est del territorio di tale città.

Anche prima di proseguire nella dimostrazione si può stabilire una equazione tra Zama regia e la Zama presso cui accampò Annibale; equazione che ci porterà a porre Zama regia come presso Sicca, così non molto lontano da Naraggara, e quindi probabilmente a sud o sud-est di queste due città. Ed ora vediamo se tale ipotesi sulla posizione di Z. Regia si possa confermare. In primo luogo è chiaro che essa si accorda molto bene colla notizia di Polibio (3) sulla posizione di Zama rispetto a Cartagine: αὕτη δ' ἔστι πόλις, ἀπέχουσα Καρχηδόνος ὡς πρὸς τὰς δύσεις ὁδὸν ἡμερῶν πέντε, poichè la località che noi stabilimmo per ipotesi verrebbe a trovarsi in realtà ad occidente vero di Cartagine, mentre e Sidi Ahmor Djedidi è quasi del tutto a mezzodì di quella città, e anche Djiama non ne è che a sud-sud-ovest. Quanto alla distanza di cinque giorni da Cartagine, evidentemente si adatta ad una località presso Sicca Veneria, poichè tra Sicca e Cartagine per la via comune non v'erano che circa

---

(1) Naraggara si deve molto probabilmente identificare colla località moderna di Sidi-Youcef, benchè secondo lo Schmidt essa sia identificata con la località un po' più a nord di Ksiba Mraou. Si veda Tissot, *Géogr. Comp.*, II, p. 379 sgg.

(2) Mommsen, "Hermes", XX, p. 155; Tissot, o. c., II, 583.

(3) Polibio, XV, 5, 3. Cfr. Livio, XXX, 29, 2.

125 miglia (1). Anche altre notizie sparse nelle fonti ci portano agli stessi risultati. È chiaro che la Zama in questione, famosa per la battaglia di Annibale, se era la stessa di Giugurta e Giuba, doveva esser ben conosciuta agli scrittori della tarda repubblica e del primo impero. Per me quindi non è dubbio che alcune delle notizie che troviamo anche negli altri scrittori all'infuori di Polibio, si debbono prendere in esame, e se ne deve tener conto, fino a prova contraria. E così mi pare che quando Livio in luogo della concisa frase di Polibio a proposito della marcia di Annibale, ov'è solo detto: προῆλθε, καὶ κατεστρατοπέδευσε περὶ Ζάμαν (2), scrive (3): *magnis itineribus Zamam contendit*; si figurava Zama parecchio lontana da Adrumeto. E per la ritirata di Annibale, se Polibio dice solo ch'egli fuggì con pochi cavalieri κατὰ τὸ συνεχὲς ποιούμενος τὴν ἀναχώρησιν, e Livio ci ripete tali notizie (si badi d'altronde al κατὰ τὸ συνεχές), Appiano, la cui narrazione ha tanti elementi nuovi, tra cui alcuni hanno aspetto di fededegni, dice (4) che Annibale postosi in fuga riparò a Θῶν, dove non si fermò, proseguendo per Adrumeto: σταδίους δ' ἀνύσας ἐς τρισχιλίους, δύο νυξί τε καὶ ἡμέραις, ἧκεν ἐς πόλιν ἐπὶ θαλάσσης Ἀδρυμητόν; e Cornelio Nepote (5) dice: *pulsus* (*incredibile dictu*) *biduo et duabus noctibus Hadrumetum pervenit*, *quod abest ab Zama circiter m. p. trecenta.* Ora i 3000 stadi di Appiano corrispondono a circa 360 miglia e son forse la distanza secondo l'autore tra il campo di battaglia ed Adrumeto, mentre le 300 m. di Nepote dànno la distanza da Zama ad Adrumeto.

Qualunque sia il punto dove avvenne la battaglia, è certo che le due cifre sarebbero esagerate moltissimo se Zama regia fosse stata a Sidi Ahmor Djedidi; mentre naturalmente diven-

---

(1) La distanza tra Cartagine e Sicca Veneria, secondo la tavola Peutingeriana, facendo lo scambio necessario delle distanze tra Siguese e Sicca, con quelle tra Sicca e Naraggara, risulta di 124 miglia; secondo l'itinerario d'Antonino essa è di 118 o 120 miglia. Presso Sicca si trovarono due cippi migliarî colle cifre CXVII e CXXI. Cfr. Tissot, o. c., II, p. 374 sgg.

(2) Polibio, XV, 5, 3.

(3) Livio, XXX, 29, 1.

(4) Polibio, XV, 15, 3; Livio, XXX, 35; Appiano, *Lib.* [8], 47.

(5) Corn. Nepote, *Annib.*, 6.

tano tanto meno esagerate, quanto più a ovest poniamo il luogo della battaglia e la posizione di Zama.

Alcuni moderni sarebbero disposti a credere che in realtà Annibale accampasse presso Djiama, e che invece la battaglia avvenisse verso Naraggara: negano essi infatti che nelle fonti antiche ricorra mai la notizia esser avvenuta la battaglia presso Zama: ma ciò è invece detto da Nepote (1) e da Appiano (2). Dunque se alcune fonti ci portano a porre la battaglia presso Margaron = Naraggara, ed altre presso Zama, abbiamo un'altra conferma di quanto vedemmo in base ad argomenti indipendenti, vale a dire della non forte distanza tra le due città.

Ed è qui il caso di notare un altro punto capitale per ribadire l'idea che la battaglia sia avvenuta non lungi dal territorio di Naraggara, anzichè presso Djiama, o Sidi Ahmor come vogliono i sostenitori della lezione Μάργαρον di Polibio. Infatti sul luogo in cui avvenne la battaglia abbiamo non solo la sicurezza ch'era in pianura (ci fermeremo su questi punti più tardi), ma anche in certe condizioni, che ci descrivono le fonti, di fronte alla presenza di acqua bevibile. Uno studioso recente, e ben dotto in simili ricerche, il Kromayer, dopo un'accurata visita dei luoghi escluse che la battaglia possa esser successa nelle vicinanze di Djiama, o di Sidi Ahmor, come pure ch'essa sia avvenuta nella pianura di Zouarim (come fu proposto movendo da una identificazione del tutto discutibile della Κίλλα di Appiano, con i Chellenses Numidae) (3); mentre, come vedremo in seguito, tali condizioni si trovano a sud di Naraggara e di Sicca (4).

(1) Corn. Nepote. *Annib.*, 6: *Post id factum* [*Hannibal*] *paucis diebus apud Zamam cum eodem* [*Scipione*] *conflixit, etc.*

(2) In un punto della narrazione di Appiano, riferentesi ai fatti precedenti a quelli che ci interessano, si ha la notizia (*Lib.* 36): τῶν δ'αὐτῶν ἡμερῶν 'Αννίβου καὶ Σκιπίωνος ἱππομαχία γίγνεται περὶ Σάμον [corr. Ζάμαν], ἐν ᾗ Σκιπίων ἐπλεονέκτει κ.τ.λ. Credo anch'io che qui si tratti di una dittografia dovuta a contaminazione di fonti. Che la battaglia sia stata detta ἱππομαχία si intende in quanto chè in realtà la cavalleria per l'appunto decise delle sorti dei due eserciti.

(3) Tissot, " Eph. epigr. „, V, 372; *Géogr. comp.*, II, 583.

(4) Il Kromayer, o. c., p. 10 dell'estr., scrive: " Es liessen sich nämlich " mit Zuhilfenahme dieses Umstandes [= die Wasserverhältnisse] die Ge- " genden der beiden Zama und der Ebene der Zouarim ausscheiden, da die

II.

Prima di vedere se si può fissar meglio la posizione di Zama regia, del campo di battaglia, e delle località di cui ci parla Appiano, diamo uno sguardo alle conseguenze che deriverebbero dalla nostra ipotesi all'intendimento della strategia e delle mosse di Scipione e di Annibale. Io credo che risulterà parecchio più chiaro lo svolgimento della guerra.

Per la marcia di Scipione sappiamo positivamente che proveniva dalle vicinanze di Utica, e che si diede ad assoggettare le città, mentre mandava legati a Massinissa informandolo delle cose e παρακαλῶν ἀθροίζειν δύναμιν ὡς πλείστην καὶ συνάπτειν αὐτῷ κατὰ σπουδήν (1). Qui sono chiaramente espressi gli scopi di Scipione; e li troviamo raggiunti più tardi, quando al momento della battaglia, unitosi a lui Massinissa con 6000 fanti e 4000 cavalli, Scipione muove verso Margaron = Naraggara, vale a dire si avvicina ad Annibale per favorire lo scontro, anzi per renderlo inevitabile. Quale sia stata la via seguita da Scipione nella sua marcia non è detto dalle fonti; ma giacchè conosciamo bene il punto di partenza, e possiamo stabilire che al momento in cui si congiunse con Massinissa era a ovest, o a nord di Naraggara, non è difficile riconoscerla date le condizioni locali, e le intenzioni di Scipione; tanto più che a quanto pare Massinissa erasi impadronito della Numidia settentrionale, e di qui doveva muovere per raggiungere i Romani.

Scipione doveva evidentemente seguire la via più breve e più comoda per favorire il congiungimento con Massinissa; d'altra parte non poteva naturalmente internarsi troppo lungi dalla costa (vale a dire dalla flotta) donde poteva aver aiuti (2). Ora v'è una via che risponde a tutte queste condizioni, e più alla

---

" Nachfragen bei den Eingeborenen nach den perennierenden und trink-
" baren Quellen — es gibt hier anch eine grosse Zahl salziger — ergaben,
" dass hier die Wasserverhältnisse nirgends mit den von Polybios für die
" Schlacht geforderten stimmen ".

(1) Polibio, XV, 4.

(2) Per lo studio delle vie di comunicazione si veda lo studio fondamentale del Tissot, *Géogr. comp.*, etc., specialmente il vol. II, *passim*.

necessità continua di aver acqua per l'esercito, la via da Cartagine a Cirta, dapprima lungo la grande arteria del Bagradas: Scipione a parer mio deve averla percorsa fino alla confluenza del Mutchul, e poi deve aver seguito quest'ultimo fino presso Naraggara. In principio di quest'ultimo tratto, congiuntosi con Massinissa, scese al sud contro Annibale.

Egli aveva necessariamente da assoggettare le città che trovava sul suo percorso, per il doppio motivo, di mettere nel miglior modo a profitto il tempo che doveva trascorrere prima che Massinissa fosse pronto per unirsi con lui; e per prepararsi un sicuro ritorno sia in caso di vittoria che di sconfitta. Il bacino del Bagradas disseminato di città, era quello che meglio si prestava sotto tutti gli aspetti. Delle città conquistate da Scipione non ci vien conservato il nome tranne per una delle ultime, che va quindi ricercata a nord di Naraggara: Πάρθον, che Scipione avrebbe presa, secondo Appiano (1), prima di avvicinarsi ad Annibale.

Annibale, al dire sempre di Polibio (2), mosse da Adrumeto e si recò a Zama. Quando ciò sia avvenuto vedremo più innanzi: per ora interessa notare che le fonti non ci dicon nulla di azioni compiute durante tale marcia, ma che nel loro insieme ci lasciano supporre che Annibale muovesse verso una meta precisa (3). Poco dopo la battaglia di Zama fu, com'è noto, sconfitto dai Romani il rivale di Massinissa: Vermina, il quale era accorso, in ritardo, per porger aiuto ai Cartaginesi. Par chiaro che lo scopo di Annibale era doppio: avvicinarsi alla Numidia anch'egli come Scipione per unirsi con Vermina (come Scipione con Massinissa), e impedire allo stesso tempo il congiungimento dei nemici. Egli, e per il punto di partenza, e per quello di arrivo, vale a dire la Numidia bassa (4), doveva certamente tenersi al

---

(1) *Lib.*, 39. Probabilmente Πάρθον corrisponde a qualcuna delle numerose rovine della valle del Mutchul.

(2) XV, 5.

(3) Si noti d'altronde che Polibio ci descrive le stimolazioni da parte dei Cartaginesi; e che la marcia di Annibale attraverso a territorio proprio doveva necessariamente esser molto più veloce di quella di Scipione.

(4) Si deve infatti supporre che Vermina, dopo la riconquista da parte di Massinissa del nord della Numidia con Cirta, si fosse ritirato all'interno.

sud della marcia di Scipione. Nè l'uno nè l'altro generale voleva attaccar battaglia prima del congiungimento col proprio alleato numida. La tradizione ci rappresenta Annibale restìo all'azione e desideroso di conchiuder tregua con Scipione, e si ferma a ricamare sull'invio di spioni, e sulle trattative di abboccamento prima della battaglia. Si può molto facilmente dimostrare la falsità di tali notizie: resta però il fatto che Annibale deve aver tentato di venir a patti, quando vide che Scipione s'era già unito con Massinissa, e s'era avvicinato per obbligarlo a battaglia campale, prima dell'arrivo di Vermina.

Ponendo con noi Zama non lungi da Naraggara e Sicca, e a sud o sud-est di tali località, si intendono molto bene le mosse di Annibale: colle sue marcie era già riuscito a raggiungere, come Scipione, la frontiera della Numidia, nella speranza di unirsi con Vermina prontamente, e di impedire l'unione di Scipione e Massinissa. Ma quando per la maggior velocità di Massinissa la congiunzione dei nemici fu operata e Scipione con rapida mossa scese verso di lui per obbligarlo a battaglia, egli si vide naturalmente a mal partito e cercò di venire a patti. Ma questi furono resi impossibili da Scipione e così avvenne lo scontro tra i due eserciti, scontro che fu un disastro per Annibale, data la sua inferiorità in cavalleria.

Le cose si intendono dunque assai bene, se poniamo Zama nella posizione da noi supposta, mentre riescon abbastanza difficili da spiegare colla teoria comune. Male si intende infatti come Scipione, che doveva spingersi ad occidente se voleva unirsi con Massinissa, scendesse invece verso mezzogiorno, allontanandosi grandemente dalla costa. Nè meglio si intende come si voglia ammettere che Scipione, per un momento vicino a Djiama, o a Sidi Ahmor, dov'era Annibale, d'un tratto si spingesse fino a Naraggara per unirsi con Massinissa, mentre proprio Polibio dice all'opposto che fu Massinissa a venire dov'era Scipione, e che insieme mossero fin presso Μάργαρον = Naraggara, mossa questa diretta ad avvicinarli ad Annibale. Come poi Annibale si fermasse dapprima a Djiama invece di proceder verso la Numidia, o come si lasciasse sfuggire innanzi Scipione fino presso a Naraggara non si riesce veramente ad accordare con quanto sappiamo della sua valentia strategica.

Allo stesso risultato, vedemmo, portano le notizie sulla ritirata di Annibale dopo la sconfitta, fino ad Adrumeto.

III.

Si può specificare meglio sulle posizioni di Zama regia, e del campo di battaglia? Incominciamo da quest'ultimo, raccogliendo le notizie d'indole più particolare, che ci danno le fonti, accanto alle generali che già esaminammo. Si tratta adunque di caratterizzare e identificare la pianura intorno a Naraggara, in cui si venne a battaglia, perchè si combattè sicuramente in pianura, come prova l'andamento della battaglia, decisa dalla cavalleria, e come richiedevano d'altronde due degli elementi formanti gli eserciti: la cavalleria e gli elefanti. Ed anche le fonti confermano esplicitamente questo primo punto.

Polibio (1), descrivendoci il luogo presso a Μάργαρον, dove accampò Scipione, dice: πρός τε τἄλλα τόπον εὐφυῆ καταλαβόμενος, καὶ τὴν ὑδρείαν ἐντὸς βέλους ποιησάμενος, cosa ripetuta anche da Livio (2). Dunque il campo romano non solo era in buona posizione, ma era vicinissimo a un corso d'acqua; e perchè tal campo era al margine della pianura dove si combattè, ed è naturale che tra gli eserciti non dovesse esservi un fiume, si può concludere che Scipione pose il campo al di là, vale a dire a sud o ad est di un corso d'acqua. Ora da quanto già vedemmo sulla campagna in genere, vale a dire sulla posizione relativa delle due marcie, risulta chiaramente che Annibale doveva accamparsi a est, o a sud di Scipione: lasciando di mezzo la pianura. Ci soccorre Polibio dicendo che Annibale si avvicinò fino a trenta stadi da Scipione, e κατεστρατοπέδευσε πρός τινα λόφον, ὃς τὰ μὲν λοιπὰ πρὸς τὸν παρόντα καιρὸν ὀρθῶς ἔχειν ἐδόκει, τὴν δ' ὑδρείαν ἀπωτέρω μικρὸν εἶχε· καὶ πολλὴν ταλαιπωρίαν ὑπέμενον οἱ στρατιῶται περὶ τοῦτο τὸ μέρος (3). E anche Livio afferma: *Hannibal tumulum a quattuor milibus inde, tutum commodumque alioqui, nisi quod longinquae aquationis erat*, *cepit* (4). Il col-

(1) Polib., XV, 5, 14.
(2) Livio, 30, 29, 9.
(3) Polib., XV, 6, 2.
(4) Livio, 30, 29, 10.

loquio di Annibale e Scipione avvenne essendo entrambi andati εἰς τὸ μέσον (1). Dunque par chiaro che i Cartaginesi accamparono dalla parte opposta della pianura, vale a dire a sud o a est, a quattro miglia di distanza da Scipione, dove sorgeva un colle; e che l'accampamento era abbastanza lontano da un corso d'acqua.

Come la distanza tra i due accampamenti di quattro miglia, ci permette di farci un concetto della larghezza della pianura, così abbiamo ancora in Polibio e Livio notizie che ci permettono, per quanto vagamente, di farci un concetto della estensione della pianura nell'altro senso, e cioè in lunghezza. Dice infatti Polibio (2) che gli elefanti furono cacciati εἰς τὸν ἔξω τόπον τῶν στρατοπέδων, e che più tardi (3) i mercenari dei Cartaginesi furono spinti a ποιεῖσθαι τὴν ἀποχώρησιν ἐπὶ τὰ κέρατα καὶ τὰς ἐκ τούτων εὐρυχωρίας. Le stesse cose ripete Livio, che in quest'ultimo punto dice: ... *densatis ordinibus in cornua vacuumque circa campum extra proelium eiecere* (4). Dunque la pianura doveva estendersi ai due fianchi degli eserciti, i quali erano d'altra parte posti naturalmente in posizione parallela agli accampamenti. E che la pianura fosse estesa prova anche il fatto dell'inseguimento da parte della cavalleria romana di quella cartaginese (5); come pure l'assalto ai Cartaginesi a tergo da parte della cavalleria romana di ritorno (6).

Tutte queste notizie adunque sulla posizione del campo di battaglia si deducono da Polibio e da Livio. Appiano ce ne dà alcune corrispondenti a queste, ed alcune altre nuove. E così nella descrizione dei precedenti della battaglia dice: Πόλις δγ γὺς'ἐ[al luogo dei parlamentari fra Scipione e Annibale] ἦν Κίλλα, καὶ παρ' αὐτὴν λόφος εὐφυὴς ἐς στρατοπεδείαν. Tale colle sperava occupare Annibale, ma lo prevenne Scipione; e così l'esercito cartaginese ἀποληφθεὶς ἐν πεδίῳ μέσῳ καὶ ἀνύδρῳ, διετέλει τὴν νύκτα πᾶσαν ὀρύσσων φρέατα. Il giorno dopo seguì

---

(1) Polib., XV, 6, 3.
(2) Polib., XV, 12, 4.
(3) Polib., XV, 13, 10.
(4) Livio, 30, 34, 8.
(5) Polib., XV, 12.
(6) Polib., XV, 14.

la battaglia (1). Lasciando stare tutta la descrizione spettacolosa della stupidità di Annibale, resta il fatto che la collina che secondo le altre fonti si dice occupata da Scipione, secondo Appiano viene posta nelle vicinanze di una città di Κίλλα: che anche in Appiano la battaglia si combattè in una pianura, della quale si dice ancora ch'era senz'acqua.

Vediamo dunque se in base a queste notizie delle fonti si può riuscire a fissare la posizione della pianura dove avvenne la battaglia. Ora una pianura nelle vicinanze di Naraggara, che sia abbastanza ampia, ed abbia a nord o a ovest un fiume con acqua d'estate, non può essere che ad est del Mellag, vale a dire dell'antico Mutchul. Quanto poi alla scelta tra le varie pianure rispondenti a tale prima condizione, si devono escludere le posizioni troppo a sud, risultanti troppo lontane da Naraggara, e che non sono al nord, o nord-ovest della via seguita da Annibale. A tali condizioni corrispondono le località comprese tra il Mellag e la linea formata dall'O[d]. Remel, risalendo poi l'O[d]. Tine. La tesi verrebbe riconfermata ove si ammettesse quanto credo molto probabile a proposito della città di Κίλλα, che secondo Appiano era vicina al colle su cui pose gli accampamenti Scipione: e cioè che non si tratti che di una confusione dei codici per Σίκκα. (Si badi che il C lunato può dar luogo facilissimamente ad un K, come dal K deriva facilmente il Λ; e che tanto ΚΙΛΛΑ che CΙΚΚΑ hanno cinque lettere, ed hanno in comune lo Ι e l'A nella stessa posizione). Per questo quindi ritengo esser avvenuta la battaglia nella pianura tra l'O[d]. Tine e l'O[d]. Remel. Se si pone il campo di battaglia nelle vicinanze immediate di Sicca, ne deriva naturalmente qualche conseguenza importante per la posizione di Zama regia, che già secondo quanto vedemmo doveva essere vicino a Sicca. Qui ci può forse aiutare un esame della tavola Peutingeriana. Essa tavola dà tra l'altro questo itinerario:

(1) App., *Lib.* [VIII], 40.

Assures
| X
Zama reigia
XX
Seggo
X
Avula
VII
Autipsidam
| VI
Uzappa
| VII
Manange
| XIII
Aggar
XIIII
Aquas Regias.

I punti fissi di tale itinerario sono Assures = Zanfour; Uzappa = Ksour Abd el Melek; Aquae Regiae = Hr. Babuscha. Per noi quindi, fissata Uzappa, la parte che ci interessa è quella tra Assures e tale città. Secondo le distanze date dalla tavola, per quella tal via tra Assures e Uzappa v'era almeno una distanza di 53 miglia [10 + 20 + 10 + 7 + 6], ossia di 78 $^1/_2$ chilometri. È chiaro quindi che non si può trattare di una via retta tra le due città, perchè in tal caso si poteva ottenere tutt'al più una quarantina di chilometri.

D'altra parte un punto ha da restar fisso, fino a prova contraria, e cioè la distanza di 10 miglia (= 15 km. c.) tra Assures e Zama regia, il che porta ad escludere ancora l'identificazione di quest'ultima con Djiama. Ora una città a dieci miglia da Assures ed in pianura non può trovarsi che o nella pianura che si stende a est, o in quella che si stende a ovest di Zanfour. Qui sorge una nuova discussione, in cui devono entrare questi altri elementi: nella tavola Peutingeriana alla parte di via che abbiam riprodotto precedono queste altre distanze prima di Assures:

Altuburos
| XVI
Altessera
| X
Assures

ed Altuburus corrisponde a quanto pare a Medeina (1). Inoltre la città di Seggo che vien posta a 20 miglia da Zama regia, fu identificata con rovine presso Henchir Seggo sulla Siliana (2); ma non bisogna dimenticare che si ha un Dj. Zeggiou al nord di Maktar. Ora se noi poniamo Zama regia nella pianura a ovest di Assures, noi dovremmo immaginare una via Zanfour-Ksour-Souk el Djemaa-Maktar-El Ksour [Uzappa] per avere un complesso di 53 miglia. Ciò combinerebbe abbastanza bene per un lato: Zama verrebbe a trovarsi in pianura tra Zouarine e Ksour, Seggo sarebbe ricordata da Dj. Zeggiou; ma d'altra parte si deve obbiettare che non si intende senza ricorrere a soluzioni sofistiche come mai la via oltre Assures tornasse indietro nello stesso senso del tratto precedente da Altuburus; inoltre difficilmente si intenderebbero le cifre denotanti una distanza di 23 miglia tra Seggo e Uzappa. Se invece poniamo Zama regia nella pianura a est di Assures le difficoltà scompaiono: le dieci miglia tra Assures e Zama regia portano a un dipresso alla località di Seba Biar dove si trovarono numerose rovine; le venti miglia tra Zama regia e Seggo posson appunto portare a Henchir Seggo sulla Siliana, lungheggiando il corso dell'O. Massouge, e di là la via può aver risalito la Siliana fino a Uzappa.

In base a ciò noi verremmo a identificare col Kromayer (3) Zama regia con Seba Biar. Tutto quanto dicemmo finora sulla posizione di Zama regia in pianura, in vicinanza di Sicca, sul confine della Numidia, si accorda con la posizione di Seba Biar. D'altra parte la distanza tra Seba Biar e Djiama di soli 17 kilometri circa, le iscrizioni, le quali provano con sicurezza che Djiama era nel territorio di una Zama; l'epiteto *maior* o μείζων che fa supporre l'esistenza di due sole Zama, inducono a credere che appunto Djiama fosse nel territorio di Zama regia, posta a Seba Biar. Ne risulta quindi che Zama regia è una stessa cosa con Zama maior. Ciò concorda d'altronde col fatto

---

(1) Tissot, *Géogr. comp.*, II, 455.567.816.

(2) Ibid., p. 571.574.583.584.

(3) Op. cit., p. 9 dell'estr. Non conosco naturalmente ancora i motivi per cui il Kromayer venne a questa identificazione. Egli scrive soltanto: " Von hier [da Djiama] ging es dann weiter über Seba Biar, das wahrscheinlich " das wirkliche Zama regia ist, nach Zanfour, etc. "

che da Sallustio, da Strabone e dal *Bellum Africum* risulta che Zama regia era una grande città, il che non permetterebbe di intendere facilmente come ad altra città fuor di Zama regia spettasse il titolo di maior (1).

IV.

Ed ora vediamo qualche poco la cronologia della spedizione di Scipione. Bene so quanto sia discutibile, tanto più in questo momento, qualsiasi determinazione cronologica di un singolo fatto della storia romana della seconda metà del terzo secolo, data la molteplicità di sistemi generali proposti per tale periodo. Si tratta naturalmente, per chi voglia precisare una singola data, di dichiarare a quale sistema generale si attenga. E così io dichiaro di parteggiare per la teoria che il calendario romano di quel periodo abbia in massima corrisposto all'astronomico. Quel ch'io mi propongo è appunto di dimostrare tal cosa per l'anno 552 a. u. c.

Quali sono le notizie cronologiche conservateci dalle fonti? e come si devono intendere? Per la partenza di Scipione da Utica prima della spedizione finita colla battaglia di Zama, un'utile notizia è conservata da Zonara (2), in un racconto ben conciso degli avvenimenti: ...ὁ γὰρ Σκιπίων, δείσας μὴ ἐπειχθεὶς ὁ Νέρων τῶν αὐτοῦ πόνων τὴν εὔκλειαν σφετερίσηται, τοῦ ἔαρος ἐπιλάμψαντος ἐπὶ τὸν Ἀννίβαν ἐχώρησε, μαθὼν ὅτι τὸν Μασινίσσαν ἐνίκησε. Dunque Scipione si sarebbe mosso al principio della buona stagione; poniamo nell'aprile. Ancora secondo un altro dato di Zonara dovremmo poter fissare, secondo l'anno astronomico, la data della battaglia, poichè questa sarebbe seguita ad un eclisse di sole (3): συνέβαλον οὖν οἱ μὲν Ῥωμαῖοι συντεταγμένοι καὶ πρόθυμοι, Ἀννίβας δὲ καὶ οἱ Καρχηδόνιοι ἀπρόθυμοί τε καὶ καταπεπληγμένοι, καὶ δι' ἕτερα καὶ ὅτι καὶ ὁ ἥλιος σύμπας ἐξέλιπεν. ἐκ γὰρ τῶν ἄλλων καὶ τοῦτο οὐκ αἴσιόν τι προμηνύειν σφίσιν ὁ Ἀννίβας ὑπώπτευσεν. L'eclisse in questione

(1) Sallustio, *Giug.*, 57; Strab., 17, p. 829; *Bell. Afr.*, 91.
(2) Zonara, IX, 14, P. I, 441 C.
(3) Zonara, IX, 14, P. I, 442 C.

fu identificata con quella del 19 ottobre 202, in modo che questo sarebbe un *terminus post quem* per la battaglia (1).

Un altro dato si trova in Livio, riferentesi ad un fatto posteriore, vale a dire alla sconfitta data dai Romani al Numida Vermina, accorso in aiuto dei Cartaginesi. Tal fatto sarebbe avvenuto *Saturnalibus primis*, ossia il 17 dicembre secondo il calendario romano (2). E Livio ci fornisce ancora altri dati, là dove ci parla dei timori dei Romani, prima che giungessero le notizie delle vittorie, e dopo giunte quelle della *rebellio Carthaginiensium* (3). Sarebbero accaduti infatti oltre tutto in un certo lasso di tempo una quantità di prodigi, per l'uno dei quali sono fornite notizie cronologiche: *inter quae etiam aquarum insolita magnitudo in religionem versa; nam ita abundavit Tiberis, ut ludi Apollinares circo inundato extra portam Collinam ad aedem Erycinae Veneris parati sint. ceterum ludorum ipso die subita serenitate orta pompa duci coepta ad portam Collinam revocata deductaque in circum est, cum decessisse inde aquam nuntiatum esset.* Ora i ludi Apollinari si celebravano in quei tempi il 13 luglio del calendario romano: dunque allora si era già dopo la *ribellione* dei Cartaginesi, e prima delle notizie delle vittorie (4).

Ancora prima di queste ultime pone Livio altri fatti (5); il console Claudio partito da Roma, subì una grave tempesta tra i porti Cosano e Loretano, e riparò a Populonia fin che si calmasse la tempesta, poi passò all'Elba, di qui in Corsica, e poi in Sardegna, dove una seconda tempesta recò gravi danni alla flotta: *ita vexata ac lacerata classis Carales tenuit. ubi dum subductae reficiuntur naves, hiems oppressit. circumactumque anni tempus, et nullo prorogante imperium privatus Ti. Claudius classem Romam reduxit.*

La notizia della vittoria di Zama fu, al dir di Livio (6), portata a Roma da Lelio; il quale pare, dal racconto, partito

(1) Per questa eclissi si veda specialmente: Th. v. Oppolzer, "Hermes", XX, 318-320; Kugler, "Z. B. M. G.", 56, 1902.

(2) Livio, 30, 36, 8.

(3) Livio, 30, 38.

(4) Livio nel capitolo citato raccoglie tutte insieme le notizie dei prodigi del 202.

(5) Livio, 30, 39.

(6) Livio, 30, 36, 3.

dall'esercito prima della mossa dei Romani su Cartagine, della sconfitta di Vermina, e delle trattative di pace coi Cartaginesi. Fatte queste trattative di pace, e stabilite le *indutiae Carthaginiensibus... in tres menses*, furono mandati a Roma insieme coi legati cartaginesi L. Veturio Filone, M. Marcio Ralla e L. Scipione (1). E Livio stesso ci dà notizie cronologiche sull'arrivo a Roma di tale ambasceria (2): quando essi furon giunti, L. Veturio espose i fatti al Senato, e si decretarono delle supplicazioni per tre giorni. *Legatis Carthaginiensium et Philippi regis — nam ii quoque venerant — petentibus, ut Senatus sibi daretur, responsum iussu patrum ab dictatore est consules novos iis senatum daturos esse. comitia inde habita.* E sull'epoca in cui cadde l'entrata in carica dei nuovi consoli, Livio poco prima ha dato queste altre notizie (3), dopo di aver parlato delle tempeste in cui incorse il console Claudio: *M. Servilius, ne comitiorum causa ad urbem revocaretur, dictatore dicto C. Servilio Gemino in provinciam est profectus... saepe comitia indicta perfici tempestates prohibuerunt; itaque cum pridie idus Martias veteres magistratus abissent, novi suffecti non essent, res publica sine curulibus magistratibus erat.* Dunque le tentate elezioni erano avvenute durante l'infierire della cattiva stagione.

Ed ora esaminiamo i fatti stessi accaduti per valutare il tempo che devono aver occupato. È chiaro, anche se non ce lo dicesse Zonara, che Scipione partì dalla sua base d'azione Utica al principio di una campagna: poniamo nell'aprile astronomico. Partendo egli mandò ad avvisare Massinissa di raccoglier forze, ed unirsi con lui. Nè Massinissa poteva far ciò in poco tempo, quindi Scipione si dette a conquistare le città lungo tutta la via che doveva condurlo alla congiunzione con l'alleato. Ora se con tale conquista giunse fino verso Naraggara, come dice Polibio, μετὰ βίας ἀνδραποδιζόμενος, καὶ φανερὰν ποιῶν τὴν ὀργὴν ἣν εἶχε πρὸς τοὺς πολεμίους (4), è chiaro che non si tratta di un periodo breve di tempo. Fu questa indubbiamente una spedizione che richiese tre o quattro mesi. E così si era al colmo

(1) Livio, 30, 38.
(2) Livio, 30, 40.
(3) Livio, 30, 39.
(4) Polib., XV, 4, 2.

dei calori estivi. D'altra parte in una campagna in tale regione una cosa è di prima necessità, vale a dire una sosta nel mezzo dell'estate, se non si vuol decimare gravemente l'esercito; e noi possiamo supporre che così abbia fatto anche Scipione, e cioè che siasi trattenuto in qualche assedio, o in qualche accampamento forse dalla metà di luglio alla metà di settembre. Col diminuire dei calori avrà ripreso le operazioni.

Da quel che ci dicono le fonti sulla marcia di Annibale, si vede ch'essa doveva esser ben diversa da quella di Scipione. In primo luogo essa dovette incominciare parecchio dopo quella dei Romani, quando cioè questi s'eran già impadroniti di numerose città. Dice Polibio (1): οἱ δὲ Καρχηδόνιοι, θεωροῦντες τὰς πόλεις ἐκπορθουμένας, mandarono ad Annibale invitandolo a non temporeggiare, e a cominciare l'azione. Solo dopo alcuni giorni egli si sarebbe mosso da Adrumeto. Per me par chiaro che Annibale tardò a muoversi per congiungersi con Vermina, appunto perchè, dopo saputa la mossa di Scipione, avrà dovuto intavolare accordi col Numida, e più che tutto perchè i calori eccessivi gli avranno proibito di porsi impunemente in una spedizione verso l'interno, così sprovvisto di acque. Se Annibale mosse da Adrumeto col diminuire del calore, vale a dire circa la fine di settembre, per giungere a Zama, e poi per il tempo trascorso nelle ultime mosse e nelle trattative, dovremmo porre nella seconda metà di ottobre la battaglia, precisamente intorno ai giorni in cui accadde l'eclisse del 19 ottobre, di cui dice Zonara. Con ciò non voglio punto entrare in tutte le discussioni che si fecero intorno a questa eclisse, in difesa, o contro il dato di Zonara; poichè per me credo sia fuor di via tanto chi cerca di sostenere con Zonara che i Cartaginesi videro tale eclisse, come chi lo nega; come fuor di via credo sia chi si appiglia a quel σύμπας di Zonara che non si attaglia ad un' eclisse parziale, perchè tale inesattezza ricorre altre volte. Per me invece la cosa si deve ridurre in questi termini: si pose da qualche fonte, cui risale Zonara, in relazione l'eclisse del 19 ottobre 202 colla battaglia di Zama, appunto perchè la data tramandata per quest'ultima non impediva tale avvicinamento; e

(1) Polib., XV, 5, 1.

si pose l'eclisse tra i prodigi che avevano spaventato i Cartaginesi, appunto perchè tale eclisse era avvenuta qualche poco prima della battaglia. Con ciò fisseremmo la sconfitta di Annibale verso là fine di ottobre del 202.

Cosa avvenne dopo la battaglia? Annibale fuggì ad Adrumeto, e di qui si recò a Cartagine (1). Scipione espugnò ancora gli accampamenti nemici, e poi mosse verso il mare, mentre gli giungeva la notizia dell'arrivo di Lentulo con navi di vettovaglie (2). Giunto ad Utica mandò Lelio a Roma, e si mosse per mare contro Cartagine, mentre Cn. Ottavio vi moveva per terra. Dopo l'invio dell'ambasceria cartaginese, Scipione e Ottavio ritornano ad Utica, donde escono in seguito per porre il campo a Tunisi. Durante quest'ultimo tragitto giunge la notizia della sconfitta di Vermina (3). È chiaro che se anche Scipione agì colla massima velocità non potè trascorrere meno di un mese tra la vittoria di Zama e la mossa su Cartagine. Sicchè se la battaglia di Zama fu circa alla fine di ottobre, la mossa su Cartagine dovrebbe spettare al novembre o dicembre. La notizia di Livio sulla sconfitta di Vermina accaduta *Saturnalibus primis* = 17 dicembre, proverebbe dunque la corrispondenza approssimativa dei mesi romani cogli astronomici.

In seguito, i Romani pongono il loro campo ad Utica, dove arrivano gli ambasciatori dei Cartaginesi, per concluder pace, cui è propenso anche Scipione perchè tra l'altro lo spinge l'*expectatio successoris venturi ad paratam alterius labore ac periculo finiti belli famam* (4); e si propongono i patti ai Cartaginesi, che tornano dai loro a riferire. Questi deliberano, e spediscono una nuova ambasceria a Scipione. Dopo di che furono date *indutiae Carthaginiensibus in tres menses*, vale a dire pel tempo necessario per inviare a Roma le notizie e riceverne la ratificazione della pace: partono allora infatti per Roma ambasciatori romani e cartaginesi (5). Vedemmo come a questi ultimi chiedenti di parlare si rispondesse di attender la nomina dei nuovi con-

(1) Polib., XV, 15; Livio, 30, 35.
(2) Livio, 30, 36.
(3) Livio, 30, 36.
(4) Livio, 30, 36, 10.
(5) Livio, 30, 38.

soli: dunque siamo alla fine dell'anno romano. Tutte queste cose devono aver portato via più di due mesi: dal dicembre veniamo al febbraio o al marzo. Anche qui l'anno romano camminerebbe a un dipresso insieme coll'anno astronomico.

I fatti dunque a me paion tali da occupare tutto lo spazio di tempo tra l'aprile 202 (partenza di Scipione) e il febbraio 201 (arrivo dei legati cartaginesi a Roma). Senonchè si diedero delle ricostruzioni ben diverse in base a varî sistemi cronologici. Convinto come sono che uno qualsiasi di questi sistemi ha diritto di esser accolto, solo quando e in quanto concilî *tutti* i singoli dati della tradizione; credo di aver il diritto di esaminare appunto un caso singolo, per vedere se tale conciliazione esiste.

Vediamo dunque come vengano a disporsi i fatti secondo gli studiosi che credono esser stato in quei tempi il calendario romano in ritardo di fronte all'astronomico.

Quali sono le notizie che starebbero per tale teoria, per il 552? L'unica che si può addurre è la notizia che riferimmo sulla inondazione del circo durante i ludi Apollinari, che cadevano il 13 luglio romano e che il Matzat (1) fisserebbe al 2 marzo in base alla norma delle inondazioni del Tevere. Una prima obbiezione d'indole generale è che se si sta alla norma delle inondazioni dovremmo invece pensare all'autunno. Ma vi è di più. In Livio si parla dell' inondazione del circo come di un prodigio: dunque essa deve essere avvenuta tutt'altro che all'epoca consuetudinaria delle piene del Tevere, perchè allora il prodigio sarebbe stata cosa ben consueta. In secondo luogo dalla descrizione stessa fatta da Livio dell'avvenimento, vale a dire che il circo sarebbe nello stesso giorno stato inondato e evacuato dalle acque, consegue che non si può trattare di inondazione dovuta alle pioggie continuate primaverili (o autunnali), ma che si tratta di pioggie torrenziali subitanee, quali accadono nei mesi estivi. In base a ciò non credo vi sia nessun motivo di porre nel marzo del 202, con uno spostamento di quattro mesi, i ludi Apollinari: oltre tutto bisognerà non pren-

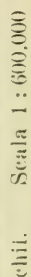
(1) Matzat, *Röm. Zeitrechn.*, p. 165, n. 6. Si badi però che l'affermazione del Nissen, *Ital. Landesk.*, I, 323, sulla norma delle piene del Tevere non corrisponde rigorosamente al vero, poichè è provato statisticamente che le maggiori piene accadono nell'autunno, e non nella primavera.

dere poi alla lettera tutte le mirabolanti notizie sui prodigi in genere.

Inoltre, se vi fosse stato un simile spostamento del calendario romano, facendo equivalere il marzo 553 al dicembre 202, dovremmo respingere il dato di Zonara sull'eclisse, giacchè è impossibile, se si pone la battaglia di Zama alla fine di ottobre astronomico, che tra tale epoca e il principio di dicembre, in cui dovremmo porre l'arrivo dell'ambasceria a Roma, avessero potuto aver luogo tutti i fatti che successero, tanto più che in tal caso la sconfitta di Vermina, che pure accadde ai Saturnali ossia al 17 dicembre romano, sarebbe accaduta nell'agosto astronomico, prima della battaglia di Zama. Ed anche quando si sia rinunziato al dato dell'eclisse non si sarà ottenuto molto, poichè dobbiamo pure porre la sconfitta di Vermina un mese almeno dopo di quella di Annibale: ma allora resta troppo poco tempo per le azioni di Scipione dall'aprile fino a Zama.

In conclusione credo che per l'anno 552 abbiamo molti motivi per negare uno spostamento regressivo del calendario. Maggior motivo ancora credo possiamo avere per non accogliere la teoria opposta, dello spostamento in avanti di oltre quattro mesi, in modo da stabilire, come fu fatto recentemente (1), l'equazione: dicembre (*saturnalibus*) 552 = aprile (τοῦ ἔαρος ἐπιλάμψαντος) 201. È assolutamente impossibile infatti, per chi si renda conto dei movimenti dei due eserciti, di ammettere che la partenza di Scipione da Utica e la vittoria su Vermina siano così vicine da poter stabilire un sincronismo tra i due fatti. Giacchè si dovrebbe ammettere che nel corso di un mese Scipione abbia percorsa tutta la valle del Bagradas e del Mutchul, impadronendosi delle città; abbia avvisato Massinissa al momento della partenza e con lui, che aveva messo insieme 10.000 uomini, si sia unito, e vinto Annibale, e tornato a Utica, e poi fatta la mossa su Cartagine, e poi ritornato ancor a Utica, abbia infine avuta la notizia della sconfitta di Vermina! A questa impossibilità di indole generale si aggiunga che si deve toglier di mezzo la notizia sull'eclisse, che porta ben lungi dall'aprile 201; e che si deve considerare errato il dato di Livio

(1) Varese, *Cronol. Romana*, I, p. 55.

Off. Fototecnica Ing. Molfese. Torino

secondo cui Claudio fu sorpreso dall'inverno, ricorrendo al comodo ma alquanto arbitrario presupposto degli " *spostamenti di stagione* „ erronei nelle fonti.

In conseguenza, vista l'inconciliabilità delle teorie moderne sugli spostamenti del calendario romano, sì in avanti che indietro colle notizie delle fonti; e visto invece come tutte queste notizie si concilîno e si colleghino senza gravi difficoltà ove si ammetta un funzionamento a un dipresso regolare del calendario, non dubito di considerare come giusto anche in questo caso tale sistema, che, secondo quel che ritengo, si può dimostrare anche per i tempi precedenti.

L'Accademico Segretario
GAETANO DE SANCTIS.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 19 Febbraio 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. LORENZO CAMERANO
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Naccari, Direttore della Classe, D'Ovidio, Spezia, Peano, Jadanza, Foà, Guidi, Fileti, Parona, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Fusari e Segre Segretario.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Il Presidente comunica la lettera del Socio Brondi, colla quale ringrazia per le condoglianze inviategli.

Il Socio corrispondente Celoria ha inviato in omaggio le due seguenti pubblicazioni dell'Osservatorio di Brera:

Celoria, *Sull'eclisse di Luna del 16 novembre 1910*;

Gabba e Volta, *Osservazioni della cometa 1910* α *e della cometa di Halley*.

Il Socio Mattirolo offre in dono una sua Nota intitolata: *Chenopodium amaranticolor* Cost. et Reyn., nuovo succedaneo dello Spinacio.

Vengono accolti per gli *Atti* i seguenti lavori:

P. Pizzetti, *Sopra il calcolo teorico delle deviazioni del Geoide dall'Ellissoide*, inviato dall'autore, Socio corrispondente dell'Accademia;

N. Jadanza, *Sopra alcuni sistemi composti di due lenti e sul livello di H. Wild costruito dalla casa Zeiss in Jena*;

N. Jacoangeli, *Dimostrazione geometrica della regola di Bessel,* presentata dal Socio Jadanza (*);

S. Dezani, *Contributo allo studio dell'Antipepsina*, presentato dal Vice-presidente Camerano;

C. F. Parona, *Le Rudiste del Senoniano di Ruda sulla costa meridionale dell'isola di Lissa*;

F. Giolitti e F. Carnevali, *Sulla cementazione degli acciai al nichelio,* I., presentato dal Socio Guidi;

G. Pagliero, *Resto nella formola di Lubbock*, presentato dal Socio Peano.

Il Socio Mattirolo, incaricato col collega Camerano di riferire intorno alla Memoria del Dr. G. Gola, *Le Arene piemontesi della Sez. Avenastrum* Kock, legge la sua relazione favorevole all'accoglimento della Memoria tra i volumi accademici. Queste conclusioni vengono approvate all'unanimità.

(*) Comparirà in un prossimo fascicolo.

LETTURE

Sopra il calcolo teorico delle deviazioni del Geoide dall'Ellissoide.

Nota del Socio corrispondente PAOLO PIZZETTI

In una Nota, pubblicata nel 1896 negli *Atti* di questa R. Accademia (¹), ho mostrato come la formola di Stokes che esprime le *deviazioni lineari* del Geoide dall'Ellissoide per mezzo delle *anomalie della gravità*, si possa stabilire senza ricorrere allo sviluppo della funzione potenziale dell'attrazione terrestre per potenze negative del raggio vettore del punto potenziato.

Riprendo ora lo stesso argomento per più ragioni; innanzi tutto per porre bene in evidenza quale sia l'ordine di grandezza dei termini trascurati in quel calcolo, per dimostrare poi come la formola di Stokes possa essere giustificata senza l'impiego delle *funzioni sferiche*, e finalmente per mostrare come la importante formola di Helmert (²), che lega l'anomalia di gravità, la deviazione lineare e l'eccesso o difetto di massa in una località terrestre, si possa dedurre da quello stesso sistema di formole fondamentali che conducono alla formola di Stokes.

1. Preliminari geometrici ed ipotesi fondamentali. — Sia S una superficie d'equilibrio terrestre, che supporremo poco diversa da una sfera, il cui centro O sia un punto dell'asse della rotazione terrestre, e il raggio sia a.

Assumiamo nello spazio coordinate polari aventi per origine O, per asse polare il detto asse di rotazione, e chiamiamo θ

(¹) " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", vol. XXXI, adunanza 31 maggio 1896.

(²) *Die Math. u. phys. Theorieen der höheren Geodäsie*, Bd. II, pag. 259, Leipzig, 1884.

(colatitudine) l'angolo che il raggio vettore fa colla direzione Nord dell'asse polare, w la longitudine.

L'equazione della S potrà scriversi:

$$(S) \qquad \frac{1}{r} = \frac{1}{a}(1 + \alpha t)$$

dove α indichi una costante molto piccola, e t una funzione delle θ, w, che dovremo supporre finita e continua insieme colle sue derivate 1[e], per le note proprietà delle superficie d'equilibrio. Poniamo $\log(1 + \alpha t) = F$ scrivendo la (S) nella forma:

$$(1) \qquad \log r = \log a - F.$$

Sia ds un elemento lineare qualunque della S; dalla (1) si avrà:

$$(2) \qquad \frac{dr}{ds} + r \cdot \frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{d\theta}{ds} + r \cdot \frac{\partial F}{\partial w} \frac{dw}{ds} = 0.$$

D'altra parte, rispetto al triedro trirettangolo, formato, nel punto generico (r, θ, w), dalle tangenti alle linee coordinate nel considerato sistema di coordinate polari, i coseni direttori dell'elemento ds sono:

$$\frac{dr}{ds}, \qquad r\frac{d\theta}{ds}, \qquad r \operatorname{sen}\theta \frac{dw}{ds}.$$

La (2) dimostra quindi che i coseni direttori λ, μ, ν della normale alla superficie S stanno fra loro nei rapporti:

$$: : 1 : \frac{\partial F}{\partial \theta} : \frac{1}{\operatorname{sen}\theta} \frac{\partial F}{\partial w}.$$

Quindi posto:

$$P = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial F}{\partial \theta}\right)^2 + \frac{1}{\operatorname{sen}^2\theta}\left(\frac{\partial F}{\partial w}\right)^2}$$

e assunta come direzione positiva della normale la *interna*, vogliamo dire quella che fa angolo ottuso col raggio vettore, si avrà:

$$(3) \qquad \lambda = \cos(rn) = -\frac{1}{P}.$$

Si consideri ora una superficie S_1 pochissimo diversa dalla S, ossia tale che, essendo r_1 il raggio vettore del punto di essa nella direzione (θ, w), l'equazione della S_1 possa scriversi nella forma:

$$(S_1) \qquad \frac{1}{r_1} = \frac{1}{a}(1 + \alpha t + \beta u)$$

dove β è una costante piccolissima e u è una novella funzione delle θ, w.

Come è noto, ad una data ipotesi intorno alla natura di una superficie di equilibrio (esterna), corrispondono espressioni teoricamente determinate per la funzione potenziale (esterna) dell'attrazione terrestre e, quindi, per la gravità. Si vuol ricercare, con calcolo approssimato, quali alterazioni subiscano quella funzione potenziale e la gravità superficiale quando dalla ipotesi espressa dalla formola (S) si passi alla ipotesi (S_1), o, in altri termini, quando alla superficie S, come ipotetica superficie di equilibrio, si sostituisca la S_1.

In questo calcolo noi riterremo trascurabili i termini dell'ordine di

$$\alpha\beta, \qquad \beta^2, \qquad \beta\omega^2$$

(ove ω è la velocità angolare del moto diurno) e quelli d'ordine superiore. Per venire al caso pratico, in cui la S rappresenti il consueto *ellissoide di riferimento* di eccentricità e, noi ammettiamo trascurabili, oltrechè le quantità del 2° ordine rispetto alle anomalie locali, considerate come piccole di 1° ordine, anche i prodotti di queste anomalie per e^2 ovvero per ω^2. *Non esigiamo invece*, come si fa nelle ordinarie teorie di Clairaut e di Stokes, *che siano trascurabili i termini in* e^4, $e^2\omega^2$, ω^4, ecc. O, in altre parole, gli scostamenti fra l'ellissoide di riferimento e la sfera non si esigono tanto piccoli da poterne trascurare i quadrati; si suppongono invece tanto piccole le anomalie da studiare (deviazioni fra Geoide ed Ellissoide) che, in tutti i coefficienti pei quali esse vengono moltiplicate, sia lecito trascurare l'effetto dello schiacciamento terrestre.

Ciò posto, chiamando n_1 la normale interna alla superficie S_1, avremo, analogamente alla (3):

$$\cos(rn_1) = -\frac{1}{P_1}$$

dove

$$P_1 = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial F_1}{\partial \theta}\right)^2 + \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \theta}\left(\frac{\partial F_1}{\partial w}\right)^2},$$

$$F_1 = \log(1 + \alpha t + \beta u).$$

Ora si ha:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \theta}\right)^2 = \frac{\alpha^2}{(1+\alpha t)^2}\left(\frac{\partial t}{\partial \theta}\right)^2$$

$$\left(\frac{\partial F_1}{\partial \theta}\right)^2 = \frac{1}{(1+\alpha t)^2}\left(1 - \frac{2\beta u}{1+\alpha t} + ..\right)\left\{\alpha^2\left(\frac{\partial t}{\partial \theta}\right)^2 + 2\alpha\beta\frac{\partial t}{\partial \theta}\frac{\partial u}{\partial \theta} + \beta^2\left(\frac{\partial u}{\partial \theta}\right)^2\right\}$$

Nell'ordine d'approssimazione prefissato si ha dunque (s'intende, per dati valori di θ e di w):

$$\left(\frac{\partial F_1}{\partial \theta}\right)^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial \theta}\right)^2,$$

e similmente:

$$\left(\frac{\partial F_1}{\partial w}\right)^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial w}\right)^2$$

e quindi $P = P_1$. Vale a dire che, detti A ed A_1 i due punti in cui uno stesso raggio vettore incontra le superficie S ed S_1, si ha, nel nostro ordine d'approssimazione, pei punti A ed A_1:

$$\cos(rn) = \cos(rn_1). \tag{4}$$

2. Differenza fra le funzioni potenziali corrispondenti alle due ipotesi S ed S_1. — Sia M la massa totale terrestre che supponiamo conosciuta e indichiamo con:

$$\frac{M}{r} + \alpha V \tag{5}$$

la espressione della f.^e potenziale esterna della attrazione terrestre nella ipotesi (S), e con:

$$\frac{M}{r} + \alpha V'$$

l'analoga espressione nella ipotesi (S_1). Saranno V, V' funzioni

armoniche dello spazio esteriore, la 1ª alla S, la 2ª alla S_1. Usando gli indici s, s' per indicare i valori superficiali, avremo:

$$(6)\quad \begin{cases} \text{sulla } S: & f\frac{M}{r} + \alpha f V_s + \frac{\omega^2 r^2}{2}\,\text{sen}^2\theta = c \\ \text{sulla } S_1: & f\frac{M}{r_1} + \alpha f V'_s + \frac{\omega^2 r_1^2}{2}\,\text{sen}^2\theta = c \end{cases}$$

dove f indica la costante dell'attrazione e i secondi membri sono costanti che, per ora, riteniamo *eguali*, supponendo che le due differenti forme che si paragonano della superfieie d'equilibrio corrispondano ad uno stesso valore della funzione potenziale terrestre. Ciò equivale, come vedremo, a supporre che il valore medio della anomalia della gravità superficiale sia nullo. (Nel nº 6 diremo anche quali modificazioni subiscano i calcoli successivi quando si faccia l'ipotesi più generale che la costante c abbia valori *differenti* nelle due formole (6)).

Siano, come sopra si è detto, A ed A_1 i due punti in cui il semiraggio (θ, w) uscente dall'origine delle coordinate incontra le superficie S, S_1. La distanza AA_1 è, nella nostra approssimazione, espressa da:

$$r_1 - r = -\alpha\beta u.$$

Il valore della funzione V' nel punto A potrà dunque scriversi:

$$V_s' = V_{s'}' + (r - r_1)\left(\frac{\partial V'}{\partial r}\right)_{s'} + \dots = V_{s'}' + \alpha\beta u\left(\frac{\partial V'}{\partial r}\right)_{s'} + \dots$$

per modo che, trascurando, come si è detto, i termini in $\alpha\beta$, potrà nella 2ª delle (6) porsi V_s' in luogo di $V_{s'}'$, vale a dire *nelle formole* (6) *i valori delle funzioni* V, V′ *potranno considerarsi come entrambi relativi ad uno stesso punto* A *della* S.

Allora sottraendo l'una dall'altra le (6) avremo:

$$(7)\qquad \frac{M\beta u}{a} + \alpha\,(V_s' - V_s) = 0$$

(giacchè, per quanto si è stabilito, s'intende trascurabile la differenza $\omega^2\,(r_1^2 - r^2)$ che è dell'ordine di $\omega^2\beta$).

I valori, sulla superficie S, della funzione armonica $\alpha(V - V')$ sono dunque piccoli dell'ordine di β. Tali si manterranno dunque per tutto lo spazio esterno ad S. Potremo porre pertanto:

$$\alpha(V' - V) = \beta v,$$

e la (7) diverrà:

$$\frac{M\beta}{a} u + v_s = 0, \tag{8}$$

dove v è funzione armonica nello spazio esterno alla S.

3. Anomalie della gravità. — La componente della gravità g secondo il raggio vettore, nella ipotesi (S), si ottiene derivando parzialmente rispetto ad r la espressione:

$$f\frac{M}{r} + \alpha f V + \frac{\omega^2 r^2}{2} \operatorname{sen}^2\theta.$$

Avremo quindi, sulla superficie S:

$$g_s \cos(rn) = -f\frac{M}{r^2} + \alpha f\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)_s + \omega^2 r \operatorname{sen}^2\theta. \tag{9}$$

E similmente nella ipotesi (S_1):

$$g_{s'} \cos(r_1 n) = -f\frac{M}{r_1^2} + \alpha f\left(\frac{\partial V'}{\partial r}\right)_{s'} + \omega^2 r_1 \operatorname{sen}^2\theta. \tag{10}$$

Sottraendo (9) da (10) ed osservando che

$$\frac{1}{r_1^2} = \frac{1}{r^2} + \frac{2\beta u}{a^2} + \ldots$$

abbiamo, a meno di termini in $\beta\omega^2$, β^2, $\beta\alpha$:

$$g_{s'} \cos(r_1 n) - g_s \cos(rn) = -2f\frac{M\beta u}{a^2} + \alpha f\left(\frac{\partial V'}{\partial r}\right)_{s'} - \alpha f\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)_s. \tag{11}$$

Il 1° membro può scriversi:

$$(g_{s'} - g_s)\cos(rn) + g_{s'}\left\{\cos(r_1 n) - \cos(rn)\right\}.$$

Il 2° termine di questa espressione è trascurabile, in causa della (4). Con ragionamento analogo a quello tenuto a proposito delle formole (6), possiamo, sempre a meno di termini in $\alpha\beta$, sostituire nella (11), $\left(\frac{\partial V'}{\partial r}\right)_s$ in luogo di $\left(\frac{\partial V'}{\partial r}\right)_{s'}$, sicchè la (11) diverrà:

$$(g_{s'} - g_s)\cos(rn) = -2f\frac{M\beta u}{a^2} + \beta f\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_s .$$

Questa relazione dimostra che le differenze fra i valori superficiali della gravità nelle due ipotesi (a parità di valori di θ e w) sono dell'ordine di β, com'era da aspettarsi. D'altra parte $\cos(rn)$ differisce dall'unità negativa di quantità dell'ordine di α^2. Quindi nella nostra approssimazione:

$$(12) \qquad g_{s'} - g_s = 2f\frac{M\beta u}{a^2} - \beta f\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_s .$$

Le relazioni (8) e (12) legano fra loro gli scostamenti lineari $(-a\beta u)$ fra le superficie S ed S_1 e le anomalie della gravità superficiale che indicheremo con Δg ponendo:

$$g_{s'} - g_s = \Delta g .$$

Ora è importante osservare come, nel grado di approssimazione che ci siamo prefissati (n° 1), nelle ricerche relative alle funzioni u, v, Δg in base alle formole (8) e (12), sarà lecito trascurare gli scostamenti fra la superficie S e la sfera Σ di raggio a, per modo che potremo ritenere che i valori delle funzioni v_s, $\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_s$, nelle formole stesse si riferiscano alla sfera anzichè alla superficie S.

4. Alcune proprietà della funzione v. — Se indichiamo con W la funzione potenziale dell'attrazione della massa terrestre sopra un punto il cui raggio vettore sia R, si ha, per R crescente all'infinito: $\lim . WR = M$. Quindi, quando si ponga, come abbiamo fatto,

$$W = \frac{M}{R} + \alpha V,$$

sarà $\lim . RV = 0$. E similmente, per l'altra funzione V' introdotta nei paragrafi precedenti, $\lim . RV' = 0$.

Ne segue:

$$\lim_{R=\infty} . Rv = 0. \tag{13}$$

Osserviamo ancora che, se l'origine dei raggi vettori è il centro della massa terrestre, dovrà essere, per R crescente all'infinito:

$$\lim . (R^2 W - RM) = 0. \tag{14}$$

Infatti, sviluppando in serie la W per potenze negative del raggio vettore, si ha nel modo notissimo:

$$W = \frac{M}{R} + \frac{1}{R^2}\int_M (\alpha\xi + \beta\eta + \gamma\zeta)\, dM + \frac{K}{R^3}, \tag{15}$$

dove K è una quantità che si mantiene finita quando R cresce indefinitamente; α, β, γ sono i coseni di direzione del raggio R; ξ, η, ζ sono le coordinate dell'elemento generico di massa dM. Se l'origine delle coordinate coincide col centro di massa, l'integrale nella (15) si annulla e la (14) risulta evidente.

Poste successivamente per W le due espressioni:

$$\frac{M}{R} + \alpha V, \qquad \frac{M}{R} + \alpha V',$$

si ha dalla (14):

$$\lim . VR^2 = \lim . V'R^2 = 0,$$

e quindi:

$$\lim_{R=\infty} . vR^2 = 0. \tag{16}$$

Si chiami ora θ l'angolo che il raggio vettore R di un punto generico P dello spazio esterno alla considerata sfera Σ di raggio a fa con una direzione fissa. Le tre espressioni:

$$\frac{1}{R}, \qquad \frac{\cos\theta}{R^2}, \qquad R\cos\theta$$

sono funzioni armoniche del punto P. Applichiamo la formola di Green:

$$\int_S \left(U \frac{\partial V}{\partial n} - V \frac{\partial U}{\partial n} \right) dS = \int_\tau (V \Delta_2 U - U \Delta_2 V) d\tau \tag{17}$$

allo spazio τ compreso fra la sfera Σ e una sfera concentrica di raggio arbitrariamente grande, e poniamo dapprima:

$$U = \frac{1}{R}, \qquad V = v.$$

Avremo dalla (17):

$$\frac{1}{a} \int_\Sigma \frac{\partial v}{\partial n} d\Sigma + \frac{1}{a^2} \int_\Sigma v \,.\, d\Sigma = 0, \tag{18}$$

giacchè gli analoghi integrali per la sfera di raggio infinito si annullano in forza della (13). Ora, in forza della stessa (13), v può considerarsi come funzione potenziale di un *corpo di massa nulla*. Quindi:

$$\int_\Sigma \frac{\partial v}{\partial n} d\Sigma = 0,$$

e dalla (18):

$$\int_\Sigma v \,.\, d\Sigma = 0. \tag{19}$$

Poniamo in secondo luogo nella (17):

$$U = \frac{\cos\theta}{R^2}, \qquad V = v,$$

sarà $\frac{\partial U}{\partial n} = -\frac{2\cos\theta}{a^3}$ (sulla Σ) e quindi:

$$\frac{1}{a^2} \int_\Sigma \cos\theta \,.\, \frac{\partial v}{\partial n} d\Sigma + \frac{2}{a^3} \int_\Sigma \cos\theta \,.\, v \,.\, d\Sigma = 0. \tag{20}$$

Poniamo finalmente nella (17):

$$U = R \,.\, \cos\theta, \qquad V = v,$$

sarà $\frac{\partial U}{\partial n} = \cos\theta$ (sulla Σ), epperò:

$$a \int_{\Sigma} \cos\theta \frac{\partial v}{\partial n} d\Sigma - \int_{\Sigma} \cos\theta \,.\, v \,.\, d\Sigma = 0. \tag{21}$$

Anche nelle (20) e (21) non figurano gli integrali relativi alla sfera di raggio infinito, perchè in forza della (16), per R infinito, v diventa infinitesimo come $\frac{1}{R^p}$ e $\frac{\partial v}{\partial n}$ infinitesimo come $\frac{1}{R^{p+1}}$, dove $p > 2$. Le (20) (21) paragonate dànno:

$$\int_{\Sigma} v \,.\, \cos\theta \,.\, d\Sigma = 0\,, \qquad \int_{\Sigma} \frac{\partial v}{\partial n} \cos\theta \,.\, d\Sigma = 0.$$

Concludendo, e tenuto conto delle osservazioni fatte alla fine del n° 3, le funzioni u, v, Δg sono legate dalle quattro relazioni seguenti:

$$\frac{Mu}{a} + v_{\Sigma} = 0\,, \tag{I}$$

$$2f\beta \frac{Mu}{a^2} - \beta f \left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_{\Sigma} = \Delta g\,, \tag{II}$$

$$\int_{\Sigma} v \,.\, d\Sigma = 0\,, \tag{III}$$

$$\int_{\Sigma} v \,.\, \cos\theta \,.\, d\Sigma = 0\,, \tag{IV}$$

dove Σ è la sfera di raggio a avente centro nel centro di massa della Terra, e dove v è funzione armonica dello spazio esterno a questa sfera e θ l'angolo che il raggio vettore dell'elemento $d\Sigma$ fa con una direzione fissa arbitraria.

Aggiungiamo ancora che le (I) e (II), moltiplicate per $d\Sigma$, oppure per $\cos\theta \,.\, d\Sigma$, ed integrate, dànno, tenuto conto delle precedenti formole:

$$\int_{\Sigma} \Delta g \,.\, d\Sigma = 0\,, \qquad \int_{\Sigma} \cos\theta \,.\, \Delta g \,.\, d\Sigma = 0. \tag{V}$$

La prima di queste dipende dall'ipotesi fatta che le costanti nei secondi membri delle equazioni (6) siano eguali fra loro. Che se, più generalmente, le supponessimo diverse, le for-

mole precedenti si modificano soltanto in ciò che alle (I) e (V) vengono sostituite le seguenti:

$$\frac{Mu}{a} + v_{\Sigma} = h, \qquad \int_{\Sigma} \Delta g \,.\, d\Sigma = 8\pi f \beta a h.$$

5. Determinazione della funzione u per mezzo della Δg. Formola di Stokes. — Come indicai nella citata Nota del 1896, la eliminazione della funzione incognita v fra le equazioni (I) e (II) avviene molto facilmente coll'uso delle funzioni sferiche. Si ottiene allora la espressione di u proporzionale all'integrale:

$$(22) \qquad \int_{\Sigma} \Delta g \sum_{2}^{\infty} \frac{2n-1}{n-1} P_n \,.\, d\Sigma$$

che può facilmente trasformarsi nella espressione definitiva di Stokes. Ma restano a dimostrare la legittimità degli sviluppi in serie e la esistenza dell'integrale (22) nel quale la funzione sotto il segno diventa infinita in un punto del campo d'integrazione. Queste dimostrazioni sono state date dal Dott. Signorini in una Nota pubblicata recentemente nei Rendiconti dell'Accademia dei Lincei [1].

Ma l'uso degli sviluppi in serie può essere evitato. Si osservi infatti che eliminando la funzione u fra (I) e (II) si ottiene la equazione:

$$(23) \qquad \frac{2}{a} v_{\Sigma} + \left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_{\Sigma} = -\frac{\Delta g}{f\beta}$$

per modo che la v resta determinata dalla condizione di essere funzione armonica all'esterno della sfera Σ, e di soddisfare, in superficie, alla (23), nonchè alle (III) e (IV) (n° 4). Il problema di determinare una funzione armonica che sulla superficie di una sfera soddisfaccia ad una condizione del tipo:

$$\alpha v - \beta \frac{\partial v}{\partial r} = \xi ,$$

---

[1] Signorini, *Sulla formola di Stokes che serve a determinare la forma del Geoide*, " R. Acc. Lincei ", 5 febbraio 1911. Debbo avvertire che nella citata mia Nota del 1896 sono, per mia inavvertenza, varii errori di scrittura e in particolare nella espressione dell'integrale (22) (pag. 11 della detta Nota) ho scritto $\cos\frac{\gamma}{2}$ in luogo di $\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}$ e dimenticato un fattore $3\cos\gamma$ nell'ultimo termine.

dove ξ è funzione assegnata dei punti della sfera, è stato risoluto dal Prof. DINI [1], per lo spazio *interno* alla sfera, e coll'uso di sviluppi in serie; ma è ugualmente facile, seguendo la via da lui indicata, risolvere il problema per lo spazio *esterno* e senza uso di serie. Osserviamo, nel caso presente, che la funzione:

$$U = 2v + r\frac{\partial v}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 v) \tag{24}$$

è funzione armonica dello spazio esterno, quando tale sia la v e che i valori di essa U alla superficie della sfera sono:

$$U_{\Sigma} = -\frac{a}{f\beta}\Delta g.$$

Quindi, se A è il punto della sfera al quale si riferisce il valore Δg dell'anomalia, P il punto generico dello spazio esterno a distanza r dal centro O, γ l'angolo AOP, ρ la distanza AP data da

$$\rho^2 = a^2 + r^2 - 2ar\cos\gamma,$$

sarà, per la notissima formola di POISSON, il valore di U in P dato da

$$U = -\frac{r^2 - a^2}{4\pi f\beta}\int_{\Sigma}\frac{\Delta g}{\rho^3}\,d\Sigma.$$

Per maggior semplicità di scrittura delle seguenti formole, supponiamo, per il momento, che la Δg sia zero su tutta la sfera salvo nei punti dell'elemento $d\Sigma$ intorno al punto A considerato, e poniamo:

$$\delta = \frac{\Delta g}{4\pi f\beta}\,d\Sigma\,;$$

sarà:

$$U = -\frac{(r^2 - a^2)}{\rho^3}\,\delta,$$

e quindi, per la (24):

$$\frac{\partial}{\partial r}(r^2 v) = \frac{a^2 r - r^3}{\rho^3}\,\delta.$$

---

[1] DINI, *Sulla integrazione dell'equazione* $\Delta_2 u = 0$, " Annali di Matematica „ di Milano, 2ª serie, Tom. V, 1871-73.

Coll'integrazione, rispetto ad r, del 2° membro, si ottiene facilmente:

$$r^2 v = \left\{ \frac{2r^3}{\rho} - 3\rho - 3a \cos\gamma \log(r - a\cos\gamma + \rho) \right\} \delta + \Xi ,$$

quindi:

$$(28) \quad v = \left\{ \frac{2}{\rho} - \frac{3\rho}{r^2} - \frac{3a\cos\gamma}{r^2} \log(r - a\cos\gamma + \rho) \right\} \delta + \frac{\Xi}{r^2} ,$$

dove Ξ è funzione soltanto delle coordinate angolari che fissano la direzione del raggio vettore del punto generico P. Ma poichè, è chiaro, la v deve dipendere unicamente da r e da γ (angolo AOP), dovrà essere Ξ funzione soltanto di γ, e poichè, d'altra parte, $\frac{\Xi}{r^2}$ dev'essere funzione armonica all'esterno della sfera, dovrà essere Ξ funzione sferica di 1° grado e quindi:

$$\Xi = A\cos\gamma \qquad (A = \text{costante}).$$

Sostituendo in (28) e ponendo ivi $r = a$, $\rho = 2a \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2}$ per ottenere i valori superficiali di v abbiamo finalmente:

$$(29) \quad v_\Sigma = \frac{\delta}{a} \left\{ \frac{1}{\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}} - 6 \operatorname{sen}\frac{\gamma}{7} - 3\cos\gamma \log\left(2a \operatorname{sen}\frac{\gamma}{2} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + 2a \operatorname{sen}\frac{2\gamma}{2}\right) \right\} + \frac{A}{a^2}\cos\gamma .$$

Il valore della costante A si determina colla condizione (IV), ossia:

$$(30) \qquad \int_\Sigma v_\Sigma \cos\theta \,.\, d\Sigma = 0 ,$$

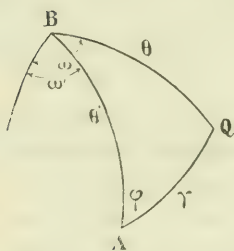
ove θ è la distanza angolare del punto Q della sfera cui si riferisce il valore v_Σ, da un punto fisso, abitrario, B della sfera.

Ora colle notazioni in figura si ha:

$$\cos\theta = \cos\gamma \,.\, \cos\theta' + \operatorname{sen}\gamma \,.\, \operatorname{sen}\theta' \cos\varphi ,$$

e la (30) potrà scriversi:

$$(31)\qquad \cos\theta' \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} v_{\Sigma} \cos\gamma \,.\, \mathrm{sen}\,\gamma \,.\, d\gamma + \mathrm{sen}\,\theta' \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} v_{\Sigma}\, \mathrm{sen}^2\gamma \,.\, \cos\varphi \,.\, d\varphi = 0 \,.$$

Il 2° integrale è nullo. Quanto al 1° osserviamo che:

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos\gamma \,.\, \mathrm{sen}\,\gamma}{\mathrm{sen}\,\frac{\gamma}{2}}\, d\gamma = \frac{4}{3}\,;$$

$$\int_0^{\pi} \cos\gamma \,.\, \mathrm{sen}\,\frac{\gamma}{2} \,.\, \mathrm{sen}\,\gamma \,.\, d\gamma = -\frac{4}{15}\,;$$

$$\int_0^{\pi} \cos^2\gamma \,.\, \log\left(2a\,\mathrm{sen}\,\frac{\gamma}{2} + 2a\,\mathrm{sen}^2\,\frac{\gamma}{2}\right) \mathrm{sen}\,\gamma \,.\, d\gamma = -\frac{2}{15} + \frac{2}{3}\log 2a;$$

$$\int_0^{\pi} \cos^2\gamma \,.\, \mathrm{sen}\,\gamma \,.\, d\gamma = \frac{2}{3}\,.$$

Quindi la (31) dà, quando per v_{Σ} si sostituisca l'espressione (29):

$$\frac{\delta}{a}\left(\frac{20}{3}\,\pi - 4\pi \log 2a\right) + \frac{4}{3}\,\pi\,\frac{A}{a^2} = 0\,,$$

donde:

$$A = -\,a \,.\, \delta\,(5 - 3\log 2a).$$

Introducendo nella (29) abbiamo finalmente:

$$(32)\qquad v_{\Sigma} = \frac{\delta}{a}\left\{\frac{1}{\mathrm{sen}\,\frac{\gamma}{2}} - 5\cos\gamma - 6\,\mathrm{sen}\,\frac{\gamma}{2} - 3\cos\gamma \log\left(\mathrm{sen}\,\frac{\gamma}{2} + \mathrm{sen}^2\frac{\gamma}{2}\right)\right\}$$

Abbiamo, per comodità di scrittura, supposta la funzione Δg diversa da zero nei soli punti dell'elemento $d\Sigma$ nell'intorno di un punto A. Supponendo ora la Δg generalmente diversa da zero su tutta la superficie della sfera, porremo nel 2° membro della (32) in luogo di δ la sua espressione:

$$\frac{\Delta g \,.\, d\Sigma}{4\pi f \beta}$$

e integreremo quindi il 2° membro della (32) su tutta la sfera, o su quella porzione di sfera per la quale la Δg è differente da zero. Avremo così:

$$(33) \qquad v_{\Sigma} = \frac{1}{4\pi f \beta a} \int_{\Sigma} H \,.\, \Delta g \,.\, d\Sigma \,,$$

dove per semplicità si è posto:

$$(34) \quad H = \frac{1}{\operatorname{sen} \frac{\gamma}{2}} - 5 \cos\gamma - 6 \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2} - 3 \cos\gamma \log\left(\operatorname{sen} \frac{\gamma}{2} + \operatorname{sen}^2 \frac{\gamma}{2}\right).$$

e dove l'angolo γ, lo ricordiamo, è la distanza angolare dell'elemento $d\Sigma$ dal punto al quale si riferisce il cercato valore di v_{Σ}.

Si ha d'altra parte [formola (I) del n° 4]:

$$u = -\frac{a}{M} v_{\Sigma}$$

e, nel nostro ordine d'approssimazione, lo scostamento normale N fra le due superficie S, S_1 si può porre uguale a $-a\beta u$ (se si stabilisce che N sia positivo laddove S_1 è esterna ad S ossia $r_1 > r$). Quindi:

$$(35) \qquad N = \frac{a^2\beta}{M} v_{\Sigma} = \frac{a}{4\pi f M} \int_{\Sigma} H \,.\, \Delta g \,.\, d\Sigma \,.$$

È questa la formola di Stokes semplificata nell'ipotesi che è espressa dalla formola (n° 4):

$$\int_{\Sigma} \Delta g \,.\, d\Sigma = 0 \,.$$

6. — Se ora facciamo la ipotesi più generale che i secondi membri delle equazioni (6) differiscano per una costante che indicheremo con $f\beta h$, il calcolo precedente si modifica come segue. Alle (I) e (V) del n° 4 vanno sostituite, come già si osservò, le seguenti:

$$\frac{Mu}{a} + v_{\Sigma} = h \,, \qquad \int_{\Sigma} \Delta g \,.\, d\Sigma = 8\pi f a \beta h \,.$$

con che la (23) si cangia nella:

$$\frac{2}{a} v_\Sigma + \left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_\Sigma = -\frac{1}{f\beta}(\Delta g - h')$$

ove h' è una costante data da:

$$h' = \frac{2hf\beta}{a} = \frac{1}{4\pi a^2}\int_\Sigma \Delta g \,.\, d\Sigma. \tag{36}$$

Alla (35) va poi sostituita la:

$$N = \frac{a^2\beta}{M}(v_\Sigma - h) = \frac{a^2\beta}{M} v_\Sigma - \frac{a}{8\pi f M}\int_\Sigma \Delta g \,.\, d\Sigma.$$

Quanto al v_Σ esso sarà espresso dalla (33) ove si ponga $\Delta g - h'$ in luogo di Δg. Osservando allora che:

$$\int_\Sigma H \,.\, d\Sigma = a^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi H \,.\, \mathrm{sen}\,\gamma \,.\, d\gamma = -4\pi a^2$$

si ha:

$$\frac{a^2\beta}{M} v_\Sigma = \frac{a}{4\pi f M}\int_\Sigma H(\Delta g - h')\, d\Sigma = \frac{a}{4\pi f M}\int_\Sigma H \,.\, \Delta g \,.\, d\Sigma + \frac{a^3 h'}{fM} =$$

$$= \frac{a}{4\pi f M}\left\{\int_\Sigma H \,.\, \Delta g \,.\, d\Sigma + \int_\Sigma \Delta g \,.\, d\Sigma\right\}$$

(in virtù della (36)).

Quindi finalmente alla (35) va sostituita la

$$N = \frac{a}{8\pi f M}\int_\Sigma \Delta g \,.\, d\Sigma + \frac{a}{4\pi f M}\int_\Sigma H \,.\, \Delta g \,.\, d\Sigma\,, \tag{37}$$

dove H è dato dalla formola (34).

7. Equazione di Lagrange relativa alla funzione potenziale di una stratificazione superficiale sferica. — Allo scopo di ottenere la formola di Helmert che lega le deviazioni lineari del Geoide dall'Ellissoide (o, più generalmente, da una supposta superficie di riferimento) colle anomalie di gravità e colle irre-

golarità locali di massa, premettiamo la dimostrazione di una formola di LAGRANGE [1].

Sia v la funzione potenziale dovuta ad una distribuzione superficiale sopra una sfera di raggio a; D la densità in un punto A della sfera; si deve dimostrare che

$$v_{\Sigma} + 2a\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_{\Sigma} = -4\pi a D, \tag{38}$$

dove v_{Σ} è il valore di v in A, e $\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_{\Sigma}$ è il limite cui tende la derivata $\frac{\partial v}{\partial r}$ presa secondo il raggio vettore quando il punto, dall'esterno, si approssima indefinitamente ad A.

Per dimostrare la (38), il modo più semplice è quello di cercare, con metodo analogo a quello tenuto nel n° 5, una funzione v armonica dello spazio esterno alla sfera Σ di raggio a, la quale, insieme colla sua derivata normale, debba, sulla superficie Σ, soddisfare alla equazione:

$$v_{\Sigma} + 2a\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_{\Sigma} = -4\pi a D, \tag{38}$$

dove D è una certa funzione assegnata dei punti della sfera. Per questo osserviamo che, posto:

$$X = v + 2r\frac{\partial v}{\partial r} = 2\sqrt{r}\frac{\partial}{\partial r}(v\sqrt{r}),$$

la X è funzione armonica dello spazio esterno alla sfera, e che della X sono assegnati, per la (38), i valori superficiali. Per la formola di Poisson avremo dunque:

$$2\sqrt{r}\frac{\partial}{\partial r}(v\sqrt{r}) = -(r^2 - a^2)\int_{\Sigma}\frac{D}{\rho^3}\,d\Sigma. \tag{39}$$

[1] “ Journal de l'École polytechnique ”, T. VIII. La dimostrazione di Lagrange suppone che la densità superficiale D ammetta la derivata secondo ogni direzione nel punto che si considera. Per la storia e la bibliografia relativa a questa equazione, veggasi: TODHUNTER, *A history of the math. theories of Attraction, etc.*, vol. II, chap. XXX, p. 253 e seg.

Ora si verifica facilmente che, posto al solito

$$\rho^2 = a^2 + r^2 - 2ar\cos\gamma .$$

si ha:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\sqrt{r}}{\rho}\right) = \frac{a^2 - r^2}{2\rho^3\sqrt{r}} .$$

Quindi la (39) può scriversi:

$$\frac{\partial}{\partial r}(v\sqrt{r}) = \frac{\partial}{\partial r}\left\{\sqrt{r}\int_{\Sigma}\frac{D}{\rho}\,d\Sigma\right\}$$

e integrando:

$$v = \int_{\Sigma}\frac{D}{\rho}\,d\Sigma + \frac{\xi}{\sqrt{r}} .$$

dove ξ è funzione dei soli angoli (θ, ω) che fissano la direzione del raggio vettore. Se si pone la condizione che la v sia una funzione potenziale, essa dovrà a distanza infinita divenire infinitesima come $\frac{1}{r}$, e perciò occorre che la ξ sia nulla, sicchè la funzione armonica v dello spazio esterno che, in superficie, soddisfa alla (38) non è altro che la funzione potenziale esterna di una distribuzione superficiale sferica con densità generica D. L'equazione di Lagrange è così dimostrata. Com'è noto, affinchè la derivata $\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_{\Sigma}$ esista nel punto A, occorre che, in quel punto, la densità D non solo varii con continuità, ma ammetta il rapporto incrementale finito, in ogni direzione, ossia che, detto D' il valore della densità in un punto B la cui distanza da A sia l, si abbia:

$$\left|\frac{D' - D}{l}\right| < h ,$$

dove h è una quantità finita.

8. Formola di Helmert. — Ritornando alle ipotesi dei numeri 2 e 3, ammettiamo che gli scostamenti fra la superficie S_1 (Geoide) e la S (superficie di riferimento) e le conseguenti anomalie della gravità siano dovute ad un sistema di eccessi e difetti di massa rappresentabili con uno strato superficiale di densità variabile (positiva o negativa) D distribuito sopra la superficie S, o, ciò che è lo stesso, nel nostro ordine di appros-

simazione — poichè nel calcolo delle anomalie facciamo astrazione dallo schiacciamento terrestre (cfr. n° 1) — sulla sfera Σ di raggio a.

Poichè nei n[i] 2 e seguenti si è indicata con βv quella parte della funzione potenziale dell'attrazione, cui sono dovute le anomalie, varrà la formola (38) ove a v si sostituisca βv. Allora:

$$\beta\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_{\Sigma} = -2\pi D - \frac{\beta}{2a}\, v_{\Sigma}.$$

Ed eliminando v e la sua derivata fra questa e le (I) e (II):

$$\frac{3fM\beta u}{2a^2} - \Delta g = -2\pi f D.$$

D'altra parte lo scostamento normale N fra le due superficie S, S_1 è, nel nostro ordine d'approssimazione, espresso da $-a\beta u$. Quindi l'ultima formola può scriversi:

$$\frac{3}{2} fM \frac{N}{a^3} + \Delta g = 2\pi f D_0. \tag{40}$$

Introduciamo in questa relazione, il che qui può farsi con sufficiente precisione, la gravità media superficiale G, mediante le formole approssimate:

$$G = \frac{fM}{a^2} = \frac{4\pi}{3} af \,.\, \theta_m ,$$

dove θ_m è la densità media terrestre. Avremo dalla (40):

$$\Delta g = \frac{3}{2}\,\frac{G}{a}\left(\frac{D_0}{\theta_m} - N\right). \tag{41}$$

Se finalmente la densità D_0 dello strato ideale perturbante si rappresenta numericamente collo spessore H di uno strato solido di densità assegnata θ, si porrà $D_0 = H\theta$ e si avrà dalla (41) la formola di HELMERT.

Come risulta dal precedente calcolo, questa formola esige, dal punto di vista analitico, che la densità D, nell'intorno del punto che si considera, non solo varii con continuità, ma ammetta un rapporto incrementale finito in tutte le direzioni. Dal punto di vista pratico, questa limitazione non ha importanza,

perchè, quando in una località terrestre si vogliono mettere in rapporto le anomalie (lineari, angolari o gravimetriche) del Geoide con supposte irregolarità locali di massa, si ammette tacitamente che tali irregolarità *abbiano una certa estensione in ogni direzione intorno alla verticale del punto che si considera.* Con questa ipotesi la detta condizione analitica può ritenersi senz' altro verificata.

Sopra alcuni sistemi composti di due lenti e sul livello di H. Wild costruito dalla Casa Zeiss in Jena.

Nota del Socio NICODEMO JADANZA

I.

Un sistema composto di due lenti convergenti infinitamente sottili situate alla distanza Δ l'una dall'altra, sarà convergente ed avrà il 2° fuoco fuori del sistema se, indicando con φ_1 e φ_2 le distanze focali delle due lenti M ed N che lo compongono, si avrà:

$$\Delta < \varphi_1$$

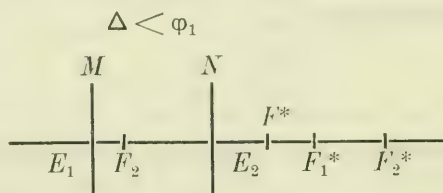



Fig. 1.

In tal caso (si suppone che i raggi luminosi incontrino prima la lente M e poi la N) il secondo fuoco F^* del sistema composto sarà dato dalla nota formola [1]:

$$F^* = F_2^* - \frac{\varphi_2^2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta}$$

---

[1] È bene avvertire che le lettere cogl'indici 1 e 2 indicano elementi appartenenti alla prima ed alla seconda lente; quelle senza indice indicano elementi appartenenti al sistema composto. Le lettere maiuscole F, F_1 ... indicano allo stesso tempo i punti e le loro coordinate.

dalla quale si deduce facilmente:

$$F^* = F_1^* - \frac{(\varphi_1 - \Delta)^2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} \tag{1}$$

e quindi il punto F^* si trova nell'interno del segmento $E_2 F_1^*$.

Ponendo $F_1^* - F^* = k$, sarà:

$$\frac{(\varphi_1 - \Delta)^2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} = k.$$

Ad ogni valore di k corrisponde un valore di Δ dato dalla equazione di 2° grado:

$$\Delta^2 - (2\varphi_1 - k)\,\Delta + \varphi_1^2 - k\,(\varphi_1 + \varphi_2) = 0 \tag{2}$$

le cui radici sono sempre reali. E poichè deve essere sempre $\Delta < \varphi_1$, l'unica radice utile è:

$$\Delta = \varphi_1 - \frac{k}{2}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4\varphi_2}{k}}\right]. \tag{3}$$

La espressione della distanza focale del sistema composto, cioè:

$$\varphi = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{\varphi_2 + \frac{k}{2}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4\varphi_2}{k}}\right]}$$

mostra che φ è sempre *minore* di φ_1. Potremo porre:

$$\varphi = \frac{n}{n+1}\,\varphi_1 \tag{4}$$

se sarà $\frac{k}{2}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4\varphi_2}{k}}\right] = \frac{\varphi}{n}$, ossia se

$$\varphi_2 = n(n+1)k.$$

Volendo che φ sia poco differente da φ_1 converrà dare ad n valori piuttosto grandi, specialmente quando k è piccolissimo: sarà allora $\Delta = \varphi_1 - \frac{\varphi_2}{n}$ anch'esso poco differente da φ_1.

Si può introdurre la distanza D dell'oggetto dalla lente M e per ogni valore di D calcolare Δ in modo che la immagine dell'oggetto si formi sempre alla distanza k da F_1^*. Basta ricordare la formola:

$$\Delta = \frac{D\varphi_1}{D - \varphi_1} + \frac{x\varphi_2}{x - \varphi_2}$$

dove D è la distanza dell'oggetto dalla prima lente ed x la distanza della immagine di esso dalla seconda lente. Ponendo in evidenza k sarà:

$$x = \varphi_1 - \Delta - k$$

e quindi:

$$\Delta = \frac{D\varphi_1}{D - \varphi_1} + \frac{(\varphi_1 - \Delta - k)}{\varphi_1 - \Delta - k - \varphi_2} \cdot \varphi_2$$

donde si deduce la equazione di 2° grado:

$$\Delta^2 (D - \varphi_1) - \Delta [(D - \varphi_1)(\varphi_1 - k) + D\varphi_1] + \tag{5}$$
$$+ D[\varphi_1^2 - \varphi_1\varphi_2 - \varphi_1 k] + (D - \varphi_1)[\varphi_1\varphi_2 - \varphi_2 k] = 0$$

la quale dà appunto il valore di Δ, cioè la distanza che debbono avere le due lenti affinchè l'immagine dell'oggetto si trovi sempre alla distanza k da F_1^*.

Si ottengono i valori particolari seguenti:

Per $D = \infty$:

$$\Delta = \varphi_1 - \frac{k}{2}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4\varphi_2}{k}}\right]$$

che è quello dato dalla (3).

Per $D = \varphi_1$, l'equazione (5) diventa di 1° grado e si ha:

$$\Delta = \varphi_1 - \varphi_2 - k. \tag{6}$$

Per $D = 0$ si ottiene:

$$\Delta^2 - \Delta(\varphi_1 - k) + \varphi_2(\varphi_1 - k) = 0$$

e

$$\Delta = \frac{\varphi_1 - k}{2}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{4\varphi_2}{\varphi_1 - k}}\right]. \tag{7}$$

Affinchè quest'ultimo valore sia reale dovrà essere:

$$\frac{4\varphi_2}{\varphi_1 - k} \leqq 1$$

e quindi:

$$\varphi_2 \leqq \frac{\varphi_1 - k}{4}. \tag{8}$$

Questi ultimi risultati (6) e (7) mostrano che è sempre possibile costruire un obbiettivo composto di due lenti che, applicato ad un cannocchiale astronomico, lo rende atto a guardare oggetti a differenti distanze da *zero* all'*infinito*. Col semplice movimento della seconda lente si ottiene che la immagine si formi sempre ad una distanza k dal secondo fuoco della prima lente.

Un cannocchiale cosiffatto fu costruito la prima volta da Ignazio PORRO nel 1854 e fu da lui chiamato *Cannocchiale panfocale* (1).

La seconda lente N di cui è formato l'obbiettivo di tale cannocchiale deve avere una distanza focale che sodisfi alla (8).

Se si desidera conoscere la posizione del 2° punto principale del sistema composto corrispondente ad ogni valore di D, sarà sufficiente calcolare prima il valore di Δ e quindi quello dell'ascissa di E^* mediante la formola:

$$E^* = E_1 + \Delta \frac{\varphi_1 - \Delta}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta}. \tag{9}$$

In particolare si ottiene:

Per $D = \infty$, ricordando le (3) e (4):

$$E^* = E_1 + \frac{\Delta}{n+1} = E_1 + \frac{1}{n+1}\left[\varphi_1 - \frac{\varphi_2}{n}\right]. \tag{10}$$

Per $D = \varphi_1$, ricordando la (6):

$$E^* = E_1 + \Delta \frac{\varphi_2 + k}{2\varphi_2 + k} = E_1 + \frac{\Delta}{2} \cdot \frac{\varphi_2 + k}{\varphi_2 + \frac{k}{2}} \tag{11}$$

(1) Cfr. *Misura della base trigonometrica eseguita sulla via Appia per ordine del Governo Pontificio nel 1854-55 dal* P. ANGELO SECCHI D.C.D.G. A pagina 55 di quel volume si legge:

“ L'apparato ottico del microscopio è di una costruzione speciale e
“ nuova, detta dall'inventore *panfocale*, perchè può variarsi la lunghezza
“ del suo foco da pochi centimetri all'infinito, e da microscopio trasformarsi
“ in telescopio. L'invenzione di questo pezzo è veramente degna dell'alta
“ riputazione che gode l'autore, e può dirsi un nuovo passo importante
“ fatto fare all'ottica applicata alle misure, onde col medesimo strumento
“ abbiamo potuto vedere le fasce di Giove e i suoi satelliti, e leggere le
“ graduazioni della tesa in decimi di millimetro a un decimetro di distanza
“ dall'obiettivo, ed osservare qualsiasi oggetto a qualunque distanza „.

che, per la piccolezza di k, può ridursi alla forma più semplice:

$$(12) \qquad E^* = E_1 + \frac{\Delta}{2} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - k}{2} .$$

In questo caso sarà:

$$\varphi = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{2\varphi_2 + k} = \frac{\varphi_1}{2} \cdot \frac{\varphi_2}{\varphi_2 + \frac{k}{2}}$$

ovvero, approssimativamente:

$$(13) \qquad \varphi = \frac{\varphi_1}{2} .$$

La distanza focale dell'obbiettivo composto tende a diventare *metà* della distanza focale dell'obbiettivo semplice.

Per $D = 0$:

Ponendo:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 - k}{4}$$

sarà:

$$\Delta = \frac{\varphi_1 - k}{2}$$

e quindi:

$$(14) \qquad E^* = E_1 + \frac{\varphi_1}{3} \cdot \frac{1 - \frac{k^2}{\varphi_1^2}}{1 + \frac{k}{3\varphi_1}} .$$

In questo caso sarà:

$$\varphi = \frac{\varphi_1}{3} \cdot \frac{1 - \frac{k}{\varphi_1}}{1 + \frac{k}{3\varphi_1}}$$

o, approssimativamente:

$$\varphi = \frac{\varphi_1}{3} .$$

La distanza focale dell'obbiettivo composto tende a diventare la *terza parte* della distanza focale dell'obbiettivo semplice.

Lo spostamento del punto E^* cresce col diminuire di φ_2, sicchè se si desidera che tale spostamento non sia troppo grande conviene dare a φ_2 valori non molto differenti da φ_1.

Lo specchio seguente mostra ad evidenza i valori di φ, Δ ed $E^* - E_1$ convenienti al sistema composto di cui si parla alle diverse distanze nella ipotesi di

$$\varphi_2 = \frac{9}{10}\varphi_1 \quad \text{e} \quad k = \frac{\varphi_1}{40}.$$

D	φ	Δ	$E^* - E_1$
∞	$0{,}847\ \varphi_1$	$0{,}837\ \varphi_1$	$0{,}138\ \varphi_1$
$1000\ \varphi_1$	$0{,}84\ \varphi_1$	$0{,}83\ \varphi_1$	$0{,}159\ \varphi_1$
$100\ \varphi_1$	$0{,}83\ \varphi_1$	$0{,}81\ \varphi_1$	$0{,}174\ \varphi_1$
$20\ \varphi_1$	$0{,}78\ \varphi_1$	$0{,}75\ \varphi_1$	$0{,}217\ \varphi_1$
φ_1	$0{,}493\ \varphi_1$	$0{,}075\ \varphi_1$	$0{,}507\ \varphi_1$

Esso mostra che se un tale sistema si adopera come obbiettivo di cannocchiale astronomico e si rinunzia a guardare oggetti molto vicini:

la distanza focale del sistema diminuisce di $0{,}067\ \varphi_1$.

lo spostamento della seconda lente è di $0{,}087\ \varphi_1$,

lo spostamento di E^* è di $0{,}079\ \varphi_1$.

L'ingrandimento del cannocchiale diminuisce di 0,08 del valore primitivo.

II.

È facile vedere che se si pone un oggetto reale davanti ad una lente convergente infinitamente sottile in un punto A tale

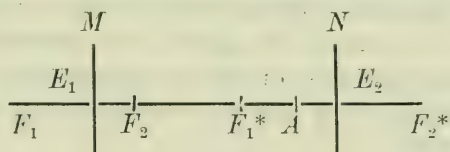



Fig. 2.

che la distanza di esso dalla lente sia $= \frac{\varphi}{n+1}$ (φ essendo la distanza focale della lente), la lente dà di quell'oggetto un'immagine virtuale situata ad una distanza dalla lente $= \frac{\varphi}{n}$.

Volendo un sistema composto di due lenti M ed N tale che la immagine di un oggetto reale qualunque, data dal sistema, si formi sempre alla distanza $\frac{\varphi_2}{n}$ dalla seconda lente, è necessario che la immagine dell'oggetto data dalla prima lente si formi alla distanza $\frac{\varphi_2}{n+1}$ dalla seconda lente.

Dalla relazione:

$$\frac{1}{D-\Delta}+\frac{1}{\Delta-\frac{\varphi_2}{n+1}}=\frac{1}{\varphi_1}$$

nella quale D rappresenta la distanza dell'oggetto dalla seconda lente e Δ la distanza delle due lenti si ottiene la equazione di 2° grado:

$$(15)\qquad \Delta^2-\Delta\left(D+\frac{\varphi_2}{n+1}\right)+D\frac{\varphi_2}{n+1}+\varphi_1\left(D-\frac{\varphi_2}{n+1}\right)=0$$

la quale darà il valore di Δ conveniente ad ogni valore di D. Essa ha le radici reali quando è:

$$D>4\varphi_2+\frac{\varphi_2}{n+1}.$$

Supposta soddisfatta tale condizione si otterrà:

$$(16)\qquad \Delta=\varphi_1+\frac{\varphi_2}{n+1}+\frac{\varphi_1^2}{D-\frac{\varphi_2}{n+1}}+\frac{2\varphi_1^3}{\left(D-\frac{\varphi_2}{n+1}\right)^2}+\dots$$

La (16) mostra che quanto più vicino è l'oggetto, tanto più si deve allontanare la lente M.

È quindi possibile costruire un sistema composto di due lenti tale che le immagini di oggetti diversamente lontani vadano a formarsi nello stesso punto A in prossimità della seconda lente (nell'interno); ciò si ottiene spostando la prima lente rispetto alla seconda.

Quando $D=\infty$, poichè $\Delta=\varphi_1+\frac{\varphi_2}{n+1}$, si avrà:

$$\varphi=\frac{n+1}{n}\varphi_1$$

e quindi $\varphi>\varphi_1$; quanto più grande è n tanto più si accosta a φ_1.

Ponendo nella (16) una volta $D = 1000\,\varphi_1$ ed un' altra $D = 20\,\varphi_1$ si ottengono i due valori approssimati di Δ:

$$\Delta = \varphi_1 + \frac{\varphi_2}{n+1} + \frac{\varphi_1}{1000}$$

$$\Delta = \varphi_1 + \frac{\varphi_2}{n+1} + \frac{\varphi_1}{20}$$

i quali mostrano lo spostamento della lente M per ottenere che le immagini dei diversi oggetti si formino sempre alla stessa distanza dalla lente N.

Indicando con φ' e φ'' i valori di φ quando $D = 1000\,\varphi_1$ e quando $D = 20\,\varphi_1$ si ottengono i valori seguenti:

$$\varphi' = \varphi + \frac{\varphi^2}{1000\,\varphi_2}$$

$$\varphi'' = \varphi + \frac{\varphi^2}{20\,\varphi_2}.$$

La posizione del secondo punto principale di questo sistema composto si ottiene mediante la formola:

$$E^* = E_2 - \frac{\varphi_2 \Delta}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta}.$$

Nello specchio seguente sono calcolati i valori di φ, Δ ed $E_2 - E^*$ in funzione della distanza focale della seconda lente, che è quella che rimane fissa, supponendo $\varphi_1 = \frac{9}{10}\,\varphi_2$ ed $n = 40$.

D	φ	Δ	$E_2 - E^*$
∞	$0{,}9225\,\varphi_2$	$0{,}9244\,\varphi_2$	$0{,}9475\,\varphi_2$
$1000\,\varphi_1$	$0{,}9233\,\varphi_2$	$0{,}9253\,\varphi_2$	$0{,}9493\,\varphi_2$
$20\,\varphi_1$	$0{,}9650\,\varphi_2$	$0{,}9694\,\varphi_2$	$1{,}0417\,\varphi_2$

Le considerazioni svolte nei numeri I e II permettono la costruzione di un sistema composto di due lenti che può servire da obbiettivo di un cannocchiale astronomico nelle due posizioni *diretta* ed *invertita*; ognuna delle due lenti si può trovare in prossimità dell'oculare.

Un tale cannocchiale si può chiamare: *cannocchiale a visuale reciproca.*

III.

Un cannocchiale astronomico a visuale reciproca può essere anche costruito in un altro modo, come ora diremo.

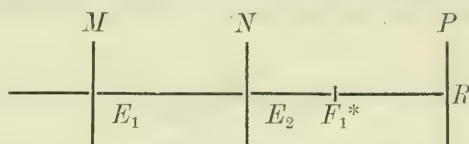



Fig. 3.

Le due lenti M ed N sono, la prima *convergente* di distanza focale φ_1, la seconda *divergente* di distanza focale $-\varphi_2$, e sono situate alla distanza $E_1 E_2 = \Delta$ tale che sia:

$$\Delta < \varphi_1 . \tag{17}$$

La immagine di un oggetto che trovasi alla distanza D dalla lente M (a sinistra) si formerà ad una distanza x dalla seconda lente N (a destra) data dalla equazione:

$$\Delta = \frac{D\varphi_1}{D - \varphi_1} - \frac{x\varphi_2}{\varphi_2 + x} \tag{18}$$

ossia:

$$x = \frac{D\varphi_1 - \Delta (D - \varphi_1)}{D(\varphi_2 + \Delta - \varphi_1) - \varphi_1 (\varphi_2 + \Delta)} \varphi_2 . \tag{19}$$

La immagine sarà reale se sarà:

$$\varphi_2 + \Delta > \varphi_1 \qquad \text{e} \qquad D > \frac{\varphi_2 + \Delta}{\varphi_2 + \Delta - \varphi_1} \varphi_1 . \tag{20}$$

e quindi, in ogni caso, $D > \varphi_1$.

Codesta immagine si formerà ad una distanza $E_1R = L$ dalla lente M se $x = L - \Delta$, cioè se

$$L - \Delta = \frac{D\varphi_1 - \Delta(D - \varphi_1)}{D(\varphi_2 + \Delta - \varphi_1) - \varphi_1(\varphi_2 + \Delta)}\varphi_2,$$

donde si deduce la equazione di 2° grado:

$$\Delta^2(D - \varphi_1) - \Delta[L(D - \varphi_1) + D\varphi_1] + \\ + \varphi_1\varphi_2(L + D) + LD(\varphi_1 - \varphi_2) = 0. \tag{21}$$

Quando $D = \infty$ sarà:

$$\Delta^2 - \Delta(\varphi_1 + L) + \varphi_1\varphi_2 + L(\varphi_1\varphi_2) = 0 \tag{22}$$

donde si otterrà il valore di Δ conveniente al caso in cui R sia il 2° fuoco principale del sistema composto delle due lenti M ed N.

Ponendo $L = \varphi_1 + 2\lambda$ nelle precedenti equazioni ed indicando con Δ_D e Δ_∞ le radici della (21) e della (22) si ottiene facilmente:

$$\Delta_D = \frac{1}{2}\left[\varphi_1 + 2\lambda + \frac{\varphi_1}{1 - \frac{\varphi_1}{D}} - \sqrt{\left(\varphi_1 + 2\lambda - \frac{\varphi_1}{1 - \frac{\varphi_1}{D}}\right)^2 + 8\varphi_2\lambda - \frac{4\varphi_2\varphi_1^2}{D - \varphi_1}}\right]$$

$$\Delta_\infty = \varphi_1 - \lambda\left[\sqrt{1 + \frac{2\varphi_2}{\lambda}} - 1\right]. \tag{24}$$

I valori di Δ debbono essere positivi, dunque, nel primo caso dovrà essere:

$$2\lambda < \frac{\varphi_1^2\left[\frac{1}{1 - \frac{\varphi_1}{D}} + \frac{\varphi_2}{D - \varphi_1}\right]}{\varphi_2 - \frac{\varphi_1}{1 - \frac{\varphi_1}{D}}} \tag{25}$$

e nel secondo:

$$2\lambda < \frac{\varphi_1^2}{\varphi_2 - \varphi_1}. \tag{26}$$

Perchè la (25) sia possibile dovrà essere:

$$\varphi_2 > \frac{\varphi_1}{1 - \frac{\varphi_1}{D}}. \tag{27}$$

Un sistema cosiffatto avrà la sua distanza focale sempre maggiore della distanza focale φ_1 della lente M e se ne potrà calcolare il valore in ciascun caso mediante la formola:

$$(28) \qquad \varphi = \frac{\varphi_2}{\varphi_2 - (\varphi_1 - \Delta)} \varphi_1$$

sostituendovi il valore corrispondente di Δ calcolato mediante la (21) o la (22).

Il secondo punto principale E^* sarà sempre fuori del sistema (a sinistra della lente M), la sua ascissa si calcolerà mediante la formola:

$$(29) \qquad E^* = E_1 - \frac{\Delta(\varphi_1 - \Delta)}{\varphi_2 - (\varphi_1 - \Delta)}$$

ed il primo fuoco principale del sistema composto sarà dato dall'altra:

$$(30) \qquad F = F_1 - \frac{\varphi_1^2}{\varphi_2 - (\varphi_1 - \Delta)} .$$

Nel punto R in cui si formano le immagini degli oggetti diversamente lontani si mette il reticolo, il quale può anche essere inciso su di una lente della medesima distanza focale della lente M. Aggiungendo un oculare per ingrandire le immagini che vengono a formarsi sul reticolo si sarà ottenuto in altra maniera un cannocchiale a visuale reciproca.

Esempio numerico.

Date le due lenti M ed N le cui distanze focali sieno:

$$\varphi_1 = 0^m,15 ; \qquad \varphi_2 = -3\varphi_1$$

si può costruire un cannocchiale astronomico con cui si può vedere un oggetto alla distanza $D = 20\varphi_1 = 3^m,00$ e le immagini di tutti gli oggetti si formano alla distanza $= 0^m,19$ della lente M. Sarà $2\lambda = 0^m,04$ valore assoluto di $\varphi_2 = 0^m,45$.

Applicando le formole precedenti si ottengono i risultati seguenti:

$$\Delta_\infty = 0^m{,}0344 \qquad \Delta_3 = 0^m{,}0527$$

$$\varphi_\infty = 0\ {,}2019 \qquad \varphi_3 = 0\ {,}1914$$

$$E_\infty{}^* = E_1 - 0^m{,}0119 \qquad E_3{}^* = E_1 - 0^m{,}0145$$

$$F_\infty = F_1 - 0\ {,}0673 \qquad F_3 = F_1 - 0\ {,}0638.$$

IV.

L'idea di costruire i cannocchiali a visuale reciproca è dovuta al sig. Wild [1] che l'ha applicata ad un nuovo livello che da poco tempo è stato costruito dalla Casa Zeiss di Jena.

Il modo di funzionare del cannocchiale di codesto livello si vede nelle due figure seguenti:

Nella *posizione diretta* (fig. 4) M ed N sono le due lenti che formano l'obbiettivo composto del cannocchiale astronomico; R è

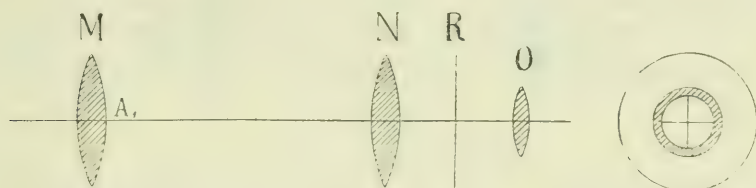



Fig. 4.

un vetrino fisso a faccie piane avente nel suo mezzo una circonferenza con due incisioni perpendicolari tra loro che costituiscono il reticolo; O è l'oculare a fuoco esterno.

Col movimento longitudinale della lente N le immagini degli oggetti diversamente lontani vengono a formarsi sul reticolo fisso; l'oculare O ingrandisce tali immagini.

Nella *posizione invertita* (fig. 5) il vetrino R si trova davanti la lente N e non è veduto attraverso al cannocchiale; sulla faccia interna della lente M in A_1 vi sono due incisioni che formano il nuovo reticolo. L'oculare è il medesimo, è stato tolto dalla prima posizione e messo in un foro centrale al coperchio dell'obbiettivo C che copre la lente fissa M.

[1] Cfr. *Zeitschrift für Instrumentenkunde* (Novembre 1909).

Col movimento longitudinale della lente N le immagini degli oggetti si vengono a formare sul nuovo reticolo fisso A_1.

Questo cannocchiale ha dunque due assi ottici (linee di collimazione), uno nella posizione diretta, l'altro nella posizione invertita.

Ciascuna linea di collimazione varia colla distanza dell'oggetto che si guarda, e tale variazione dipende da quella del secondo punto principale E^* del sistema obbiettivo.

Il cannocchiale ha un movimento di rotazione intorno al proprio asse di figura, e quindi se, a cannocchiale presso a poco orizzontale, si fanno due letture sopra una stadia situata ad una certa distanza, una in una certa posizione del cannocchiale, l'altra nella posizione che ha dopo la rotazione di esso di 180° intorno al proprio asse di figura; la *semisomma delle due letture*

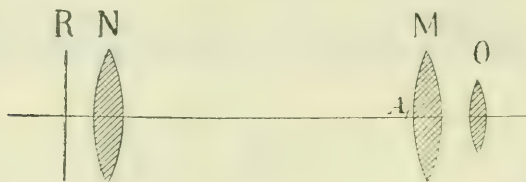



Fig. 5.

rappresenta la lettura che si farebbe sulla stadia coll'asse di figura. Questo nella *posizione diretta.*

Nella *posizione invertita* si possono fare due altre letture analoghe sulla medesima stadia, la semisomma di queste ultime rappresenta la lettura che si farebbe coll'asse di figura in questa nuova posizione. È evidente che se la inclinazione dell'asse di figura rispetto all'asse della livella è rimasta inalterata (cambiando soltanto di segno), la *media delle quattro letture* rappresenta la lettura esatta.

La livella del livello Zeiss è una *livella ad inversione*, avente cioè due assi, quale fu proposta dall'Amsler fin dal 1859.

Essa è attaccata al cannocchiale e può girare con esso intorno al suo asse longitudinale.

Per una più facile intelligenza supponiamo che la livella sia sotto il cannocchiale in modo che, quando questo gira intorno al suo asse di figura di 180°, essa si trova al disopra. Nella

prima posizione (a bolla centrata) è l'asse *superiore* della livella che è orizzontale, nella seconda posizione (a bolla centrata) è orizzontale l'asse *inferiore*. Per maggiore generalità supponiamo

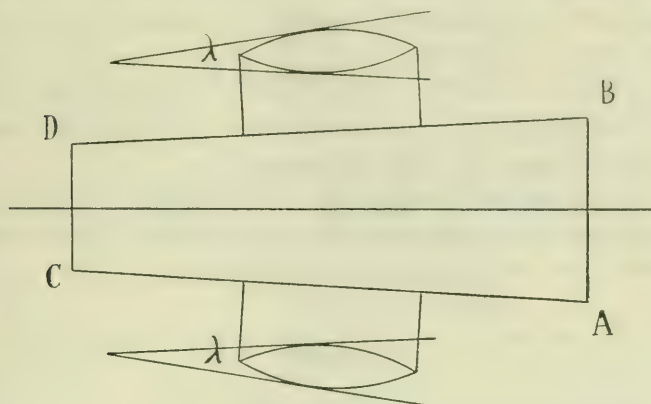



Fig. 6.

che i due assi della livella facciano tra loro un angolo λ; allora, supposto reso verticale l'asse verticale dello strumento, il sistema del cannocchiale e della livella si presenteranno come lo

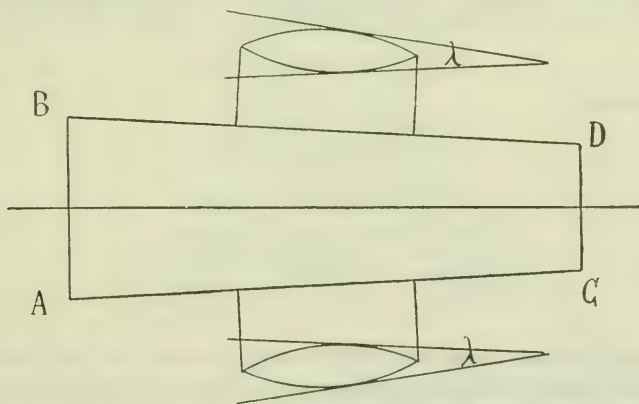



Fig. 7.

indica la fig. 6 nella posizione diretta e nel modo indicato dalla fig. 7 nella posizione invertita.

Nella fig. 6 se indichiamo con l la lettura vera, cioè quella che si farebbe coll'asse ottico coincidente coll'asse meccanico disposto orizzontalmente, e con a_1 ed a_2 quelle che si fanno

effettivamente sulla stadia quando la livella è nella 1ª posizione (livella sotto il cannocchiale) e nella 2ª posizione (livella sopra il cannocchiale), si avrà:

$$(31) \qquad \begin{cases} a_1 = l + D\,\mathrm{tg}\,u \\ a_2 = l - D\,\mathrm{tg}(u + \lambda) \end{cases}$$

dove D è la distanza a cui si trova la stadia ed u è l'angolo che l'asse di figura fa colla orizzontale.

Nella posizione invertita (fig. 7), indicando con a_3 ed a_4 le letture fatte sulla stadia nella 1ª e 2ª posizione della livella, si avrà:

$$(32) \qquad \begin{cases} a_3 = l - D\,\mathrm{tg}\,u \\ a_4 = l + D\,\mathrm{tg}(u + \lambda) \end{cases}$$

Sommando le (31) e (32) si ottiene:

$$(33) \qquad l = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4}.$$

La media delle 4 letture è adunque la lettura esatta (*).

Per la piccolezza degli angoli u e λ si può ritenere:

$$\mathrm{tg}(u + \lambda) = \mathrm{tg}\,u + \mathrm{tg}\,\lambda;$$

sarà quindi:

$$\frac{a_1 + a_2}{2} = l - \frac{D}{2}\,\mathrm{tg}\,\lambda$$

$$\frac{a_3 + a_4}{2} = l + \frac{D}{2}\,\mathrm{tg}\,\lambda$$

donde:

$$(34) \qquad \frac{a_3 + a_4}{2} - \frac{a_1 + a_2}{2} = D\,\mathrm{tg}\,\lambda.$$

Quest'ultima equazione dà l'errore dovuto al non parallelismo dei due assi della *livella a riversione*. Se si trova che tale errore è *praticamente* trascurabile, potremo ritenere:

$$(35) \qquad l = \frac{a_1 + a_2}{2}$$

(*) Questo metodo è preferibile a quello d'invertire la livella proposto fin dal 1892 dal sig. Adolfo Fennel (Cfr. *Zeitschrift für Vermessungswesen*, XXI Band, 1892, pag. 528 e seguenti).

e quindi: *adoperare il livello nella sola posizione diretta del cannocchiale.*

Si noti che il meccanico costruttore può sempre fare in modo che il punto d'intersezione dei due fili del reticolo fisso R sia un punto dell'asse di figura del cannocchiale; un secondo punto è dato sulla stadia dalla lettura esatta l, cosicchè rimettendo il cannocchiale nella posizione diretta e facendo nella prima posizione della livella la lettura l sulla stadia, l'asse di

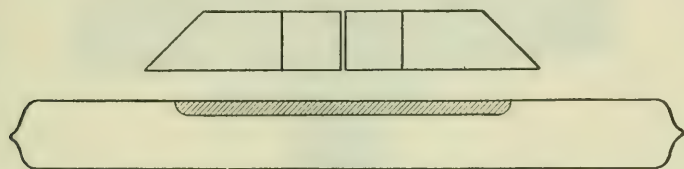



Fig. 8.

figura del cannocchiale sarà orizzontale. Se, stando il cannocchiale in questa posizione, si centra la bolla della livella, si sarà reso l'asse di questa parallelo all'asse meccanico del cannocchiale, e quindi l'istrumento perfettamente corretto.

La livella non è graduata, la sua bolla è osservata per mezzo di una ingegnosa disposizione di prismi senza che l'os-

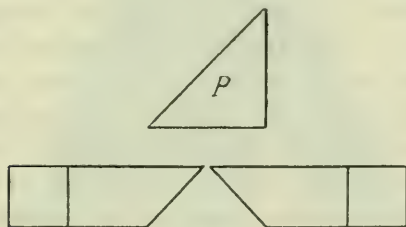



Fig. 9.

servatore si sposti dall'oculare. Il sistema dei prismi si vede in proiezione verticale nella fig. 8 ed in proiezione orizzontale nella fig. 9 insieme al prisma rettangolo P che manda all'occhio le immagini delle due estremità della bolla. Questa si dice centrata quando si vede nel modo indicato dalla fig. 10; mentre se si vede come nella fig. 11 l'estremo più vicino all'osservatore è più alto, e se si vede come nella fig. 12 tale estremo è più basso.

La mancanza della graduazione dell'arco direttore della livella, rende possibile un piccolo spostamento dell'asse della livella, e ciò si ottiene spostando longitudinalmente il sistema dei prismi.

Fig. 10. Fig. 11. Fig. 12.

V.

Le due figure (13 e 14) qui annesse, rappresentano il livello della *Casa Zeiss* in due posizioni differenti sul suo treppiede. Le tre viti C del basamento servono per centrare la bolla della livella sferica N. Il morsetto M serve per arrestare il movimento azimutale; ad esso corrisponde la vite micrometrica B per i piccoli movimenti azimutali. La vite A è la vite di elevazione che dà al cannocchiale piccoli movimenti in altezza; con essa si ha una facile e comoda regolarizzazione della bolla della livella cilindrica i cui estremi si vedono nel prisma F.

Il cannocchiale costruito colla lente divergente interna, ruota nell'anello K intorno al suo asse longitudinale ed il movimento è limitato da due arresti. Lateralmente al cannocchiale è fissata in modo regolabile la livella a inversione.

Per mantenere costante la lunghezza del cannocchiale, e quindi assicurare la completa ermeticità del tubo contro l'accesso della polvere e della umidità, i due obbiettivi sono montati invariabilmente. *La messa a fuoco* per le diverse distanze si fa per mezzo della lente divergente spostabile nell'interno del tubo del cannocchiale per mezzo del bottone W.

Il reticolo si mette alla visione distinta movendo l'oculare che è provveduto di apposita filettatura e di graduazione in diottrie.

La livella a inversione è disposta nella sua montatura *libera di sforzi di tensione* e racchiusa in un tubo di cristallo Q, per ripararla dalle variazioni di temperatura. L'astuccio E contiene

la combinazione dei prismi che produce due immagini delle due estremità della bolla a contatto l'una dell'altra; esse, per mezzo del prisma girevole *F* possono essere osservate stando tanto dalla parte dell'obbiettivo, quanto dalla parte dell'oculare del cannocchiale. La bolla della livella è fortemente illuminata dal disotto per mezzo dello specchio *J*. Per centrare la bolla bi-

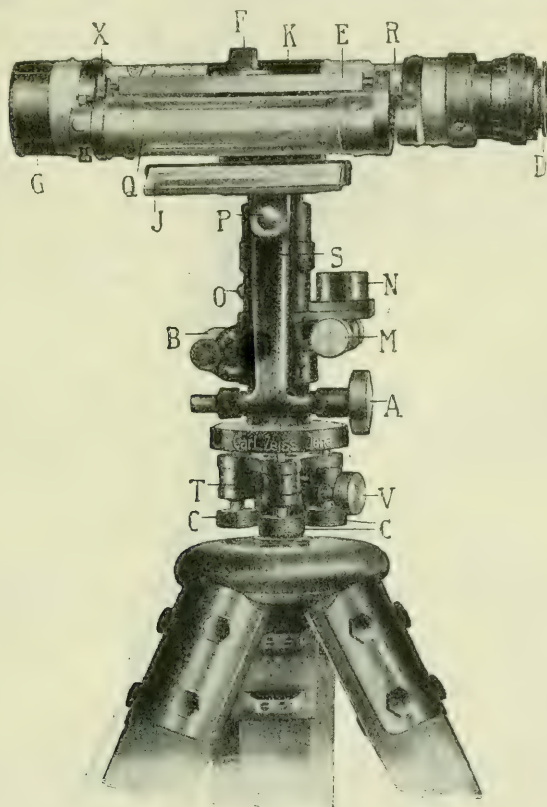



Fig. 13.

sogna con la vite di elevazione *A* portare a coincidenza le due metà della bolla della livella.

Si chiama *prima posizione* quella che ha l'istrumento quando la livella è a sinistra dell'osservatore che ha l'occhio all'oculare del cannocchiale; *seconda posizione* quando la livella è a destra.

Per poter facilmente e sicuramente accertare anche i piccoli errori della livella a inversione e quindi regolare comple-

tamente lo strumento da un solo punto di stazione, il cannocchiale può essere adoperato in *posizione invertita*. A questo scopo si leva l'oculare *D*, si introduce nell'apertura *H* del coperchio dell'obbiettivo e si applica quindi insieme a questo sull'estremità del cannocchiale che porta l'obbiettivo. Si gira di 180° il prisma *F* e, dopo aver messo a fuoco col bottone *W*, si può

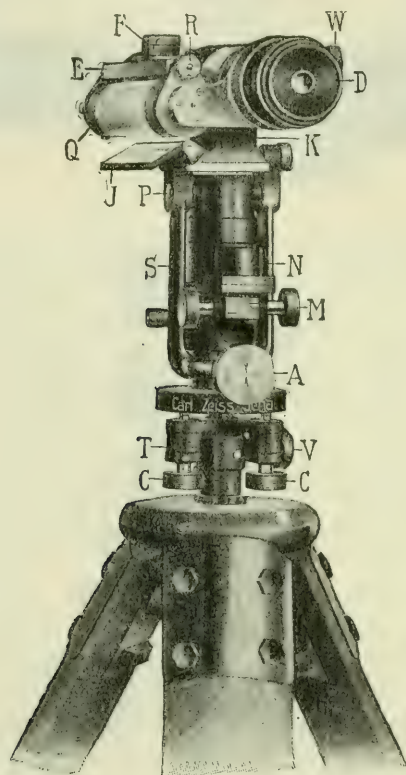



Fig. 14.

leggere la stadia allo stesso modo come nelle due prime posizioni del cannocchiale. *La media delle quattro letture fatte in questo modo è* (come è stato dimostrato) *la lettura esatta*. Si rimetta il cannocchiale nella prima posizione e si legga sulla stadia la lettura esatta *l*; quindi si guardi nel prisma *F* lo stato della bolla. Se questa è centrata l'istrumento è perfettamente regolato; se non è centrata, si allenti il morsetto *R* e si sposti

l'astuccio E del prisma movendo la rotella X fino a che i due estremi della bolla coincidano.

Corretto l'istrumento la livellazione si esegue facendo ciascuna volta due letture sulla stadia nella *prima* e nella *seconda* posizione dello strumento. Se si è constatato che per diverse distanze le due letture fatte sulla stadia nella prima e nella seconda posizione sono eguali, allora l'istrumento si può adoperare nella sola *prima* posizione.

Per maggiore comodità il reticolo del cannocchiale è provvisto di tre fili orizzontali; il rapporto diastimometrico conveniente ai fili estremi è 100.

Il rapporto diastimometrico K è espresso mediante la distanza focale φ dell'obbiettivo di un cannocchiale semplice astronomico e della distanza s tra i fili estremi del reticolo mediante la relazione:

$$K = \frac{\varphi}{s}.$$

Nel caso attuale, essendo φ variabile con D avremo valori diversi di K per φ_∞ e φ_D. I due valori corrispondenti saranno

$$K_\infty = \frac{\varphi_\infty}{s}, \quad K_D = \frac{\varphi_D}{s}.$$

Assumendo i valori dati nell'esempio precedente e ritenendo $K_\infty = 100$, si otterrà:

$$K_3 = \frac{0,1914}{0,002019} = 94,8.$$

Sicchè dovrebbe conchiudersi che il livello ZEISS, come distanziometro non è sufficientemente esatto.

Il sig. PASINI CLAUDIO, Assistente di Geometria pratica alla Scuola degli Ingegneri di Padova, che ha studiato il detto livello, dice (*):

Data la minore esattezza che in una livellazione si richiede nella misura delle distanze, molte volte anche non necessaria, il

(*) Vedi: "Atti del Collegio Veneto degl'Ingegneri" (Gennaio 1911): *Il nuovo livello*, H. WILD.

distanziometro in questione darà sempre risultati sufficienti, anche per piccole distanze, adoperando la formola:

$$D = 100\,S + 0^{m}.27$$

(S è la parte della stadia compresa tra i fili estremi del reticolo, D s'intende contata dal centro dell'istrumento).

Accettiamo quanto dice il Pasini, purchè le distanze che si vogliono misurare sieno sempre superiori a 10 metri.

Il tipo di livello che porta sull'anello entro cui rota il cannocchiale le indicazioni:

CARL ZEISS JENA, NR. 302
D. R. P. D. R. G. M.

ed a cui si riferiscono le fig. 12 e 13 ha le seguenti costanti date dal costruttore:

Diametro dell'obbiettivo . . .	27	mm.
Ingrandimento	20	volte
Sensibilità della livella . . .	10	secondi
Lunghezza del cannocchiale . .	200	mm.

Torino, Marzo 1911.

Contributo allo Studio dell'Antipepsina.

Nota I del Dott. SERAFINO DEZANI.

Nel Congresso russo di Medicina tenuto nel 1901 a Pietroburgo il Danilewski comunicava i risultati di alcuni suoi studi sull'esistenza negli strati epiteliali della mucosa gastrica del maiale di una sostanza capace di ritardare notevolmente l'azione proteolitica della pepsina. Questa sostanza che il Danilewski chiamò " antipepsina „ e che si trova anche nel muco che ricopre la superficie dello stomaco, può essere estratta dalla mucosa o dal muco con acqua acidificata a caldo. Essa non appartiene agli enzimi, poichè resiste ad una breve ebollizione: gli alcali la distruggono più facilmente che gli acidi. La sua azione si manifesta non solo contro la rapidità ma anche contro l'intensità d'azione della pepsina. L'origine dell'antipepsina spetta, secondo il Danilewski, solamente alla mucosa dello stomaco ed è un processo specifico: la quantità di questa sostanza pronta nel tessuto non è però grande, poichè essa viene separata col muco alla superficie della mucosa stessa.

In seguito l'antipepsina venne riscontrata in numerosi altri organi: nei reni, nel fegato, nella milza, nel cuore, nel siero sanguigno, ecc. Non ostante però gli studi successivi dell'Hensel, dello Schwarz, del Weinland, del Blum, del Sachs e di altri, le nostre cognizioni su questa sostanza sono ancora del tutto rudimentali. Noi ignoriamo ancora completamente la sua natura chimica e le condizioni della sua attività. Le poche notizie poi che gli autori citati ci danno sulle sue proprietà sono tra di loro assai discordi.

L'Hensel (1) scrive che l'antipepsina da lui ottenuta dalla mucosa gastrica del maiale non viene precipitata dalle sue soluzioni, nè dall'alcool, nè dall'acetato di piombo, nè dall'acido fosfowolframico. Lo Schwarz (2) invece afferma che l'antipepsina

(1) Maly's " Jahresbericht „, 1903, pag. 556.
(2) Id., id., 1905, pag. 452.

è precipitata dall'alcool: e per precipitazione frazionata il Weinland (1) ha per l'appunto ottenuta un'antipepsina assai attiva dal succo pressato degli ascaridi viventi nell'intestino e della mucosa gastrica del maiale. E mentre lo Schwarz sostiene che l'antipepsina non è diffusibile, il Blum (2) scrive che quella da lui studiata nel succo gastrico umano è — sebbene lentamente — dializzabile.

I punti però sui quali tutti questi autori vanno d'accordo sono i seguenti: l'antipepsina non può classificarsi tra i fermenti perchè essa resiste all'ebollizione: non è probabilmente una sostanza proteica, nè un'albumose, nè un sale inorganico; a differenza della pepsina non è assorbita dai colloidi. Queste sue qualità permettono di ritenere che essa non sia un derivato inattivo della pepsina, formatosi durante l'ebollizione dei succhi o degli estratti gastrici, per processi analoghi a quelli per cui dalla tripsina si ottiene per ebollizione una sostanza che agisce contro la digestione triptica stessa. Il Blum dal succo gastrico umano e lo Schwarz da quello del maiale hanno potuto infatti allontanare o rendere inattiva la pepsina senza ricorrere alla ebollizione, pure ottenendo sempre dei liquidi dotati di forte potere antipeptico. Anzi il Blum, ponendo nel succo gastrico, liberato dall'acido cloridrico, dell'albumina d'uovo coagulata e lasciando digerire alla temperatura di 0° per due giorni — (in queste condizioni la pepsina viene fissata dall'albumina) — potè ottenere dei succhi liberi dal fermento proteolitico che possedevano un potere antiproteolitico maggiore di quelli sottoposti all'ebollizione.

Tanto il Blum che lo Schwarz pensano tuttavia che esista un legame dissociabile tra fermento e antifermento, oppure che l'antipepsina non sia altro che un catalizzatore negativo.

Queste mie ricerche, al loro inizio, miravano direttamente a studiare un po' più da vicino la natura chimica dell'antipepsina. Ma alcuni fatti secondari, che mi parvero tuttavia

(1) Kochs " Jahresbericht „, 1903, pag. 564.
(2) " Zeitschr. f. Klin. Mediz. „, 58, pag. 505.

degni d'un attento esame, mi distolsero dallo scopo principale che io mi ero proposto. In questa mia prima nota pertanto io non riferirò che i risultati dei miei studî su alcune condizioni di attività dell'antipepsina.

Il materiale da me scelto nelle mie ricerche è rappresentato dal muco dello stomaco del maiale. La mucosa gastrica dell'animale ucciso di fresco viene lavata sotto un sottile getto d'acqua: in seguito con un cucchiaio se ne stacca accuratamente il muco. La quantità di questo è assai variabile da animale ad animale (20-100 gr.): la media è però di 50 gr. per mucosa. Il muco viene allora trattato con l'uguale quantità in peso di una soluzione di acido cloridrico al 0,35 %, agitando energicamente con una bacchettina di vetro per una diecina di minuti: dopo aver lasciato digerire il tutto per un'ora alla temperatura di 50-60°, si filtra.

Si ottiene così un liquido piuttosto denso, giallognolo, ora limpido, ora torbidiccio. Dà bene la reazione del biureto e del Millon: scaldato all'ebollizione, si mantiene limpido o tutt'al più dà un leggero inalbamento. Nella quasi totalità dei casi da me osservati esso ha dimostrato di non possedere alcun potere proteolitico. La sua densità varia tra limiti abbastanza ristretti. Riporto qui alcuni dati analitici di tre estratti diversi.

	1	2	3
Densità a +15°	1,016	1,010	1,014
Residuo ‰	23,60	19,26	21,76
Ceneri „	3.20	2,50	2,72

Le ceneri sono perfettamente bianche: esse reagiscono per Cl. S. P. Ca. Mg, Fe, Na, K.

Benchè questi estratti siano stati ottenuti con soluzione di ac. cloridrico 0,35 %, non si può in essi svelare la presenza dell'acido cloridrico libero nemmeno col reattivo di Guenzburg: l'acido è forse stato completamente fissato dagli albuminoidi dell'estratto. Usato tale e quale quest'estratto arresta completamente la digestione: addizionato però di nuovo acido cloridrico in modo da portarne il titolo a quello normale della digestione il suo potere antipeptico scema notevolmente pur mantenendosi ancora forte: esso si fa maggiormente manifesto

in seguito all'ebollizione. Nelle prove da me fatte col metodo del Mett, la diminuzione dell'azione della pepsina varia dal 40 al 60 %. Il saggio veniva fatto aggiungendo a 5 cm³ di estratto bollito ed addizionato di ac. cloridrico, 1/2 cm³ di una soluzione (2 %) di Pepsina preparata in laboratorio (1). Durata della digestione ore 16.

	mm. d'albumina disciolti
Controllo - 5 cm³ di HCl 0,30 % + pepsina	4,5
„ estratto N. 1 + „	2,7
„ „ N. 2 + „	1,9
„ „ N. 3 + „	2,2

Se l'estratto viene neutralizzato con idrato sodico, esso si intorbida fortemente, e dopo qualche tempo lascia depositare dei fiocchi bianchi. Il precipitato raccolto su filtro, lavato con poco alcool e seccato nel vuoto si presenta come una polvere perfettamente bianca. Nell'acqua si rigonfia senza sciogliersi: la soluzione avviene nell'acido cloridrico della digestione ed a moderato calore. Sciolto in parti eguali con pepsina del laboratorio produce una diminuzione del 30-40 % nella digestione. Bruciato lascia una notevole quantità di ceneri costituite quasi esclusivamente da Fosforo e Calcio.

Due dosaggi di Fosforo praticati su due precipitati d'origine diversa diedero come risultato 19,55 e 20,93 % di P_2O_5. L'avere in precedenti esperienze constatato che alcuni composti fosfoorganici producono un arresto quasi completo della digestione ed il riscontrare negli estratti del muco stomacale una discreta quantità di Fosforo e di Calcio, mi fecero sospettare che il precipitato ottenuto in queste condizioni potesse essere costituito dal sale calcico di un acido fosfoorganico. Analisi più rigorose mi convinsero che questa supposizione non ha ragione d'essere. Se il precipitato si tratta con acido acetico dil., si ottiene una soluzione che reagisce direttamente e assai intensamente per Fosforo e Calcio, mentre rimane indisciolta

(1) Giacosa e Dezani, " Atti R. Accad. delle Sc. di Torino „, vol. XLIV.

una sostanza bianchiccia difficilmente solubile anche negli acidi minerali diluiti, più solubile negli alcali. Le sue soluzioni danno le reazioni delle sostanze proteiche e dopo idrolisi riducono il liquido di Fehling; le sue ceneri non contengono fosforo, mentre reagiscono bene per lo zolfo: la sostanza è perciò da attribuirsi a mucina. I dosaggi di Fosforo nel precipitato liberato dalla mucina mi portarono alla conclusione che esso è costituito semplicemente da Fosfato di Calcio.

Non è però cosa facile avere questo prodotto esente da mucina. Occorre ridisciogliere il precipitato almeno due o tre volte in acido cloridrico diluito ed alcalinizzare poi fortemente con idrato sodico al 30 %, per tenere disciolta la mucina, che diversamente viene sempre trascinata meccanicamente dal precipitato di fosfato calcio. La soluzione in HCl va ancora ripetuta un paio di volte, operando poi la riprecipitazione con idrato ammonico.

Io ottenni a questo modo un prodotto bianchissimo, che portato alla fiamma appena appena annerì e seccato a peso costante dimostrò un contenuto di $P_2O_5 = 44{,}80\ \%$, mentre teoricamente il fosfato di calcio ne contiene 45,80.

La quantità di Fosfato puro che così si può ottenere varia da gr. 0,4 a 0,6 ‰ di estratto. La quantità di fosforo esistente nel muco è però notevolmente superiore a quella combinata col Calcio. La maggior parte di questo metalloide si trova nel muco sotto forma organica, di cui una frazione — solubile in alcool — è probabilmente di natura lecitinica. Degno di nota è il fatto che i composti fosforati che passano nell'estratto sono quasi completamente dializzabili (1). Del fosforo contenuto nel muco passa nell'estratto solamente la 6ª o la 7ª parte: circa la metà di questa esiste in combinazione col Calcio.

La tabella seguente dà i risultati analitici ottenuti da diversi muci e dagli estratti corrispondenti.

(1) Composti di natura lecitinica e dializzabili sono pure stati osservati dal Nenki nel succo gastrico normale, " Zeitschr. f. physiol. Chem. ", XXXII, 291.

	per $^{0}/_{00}$ di muco in peso			per $^{0}/_{00}$ di estratto in volume		
	gr.	gr.	gr.	gr.	gr.	gr.
P	1,38	1,42	1,40	0,21	0,26	0,20
CaO	—	0,56	0,50	—	0,40	0,36
P che si presume legato al Ca .	—	0,20	0,18	—	0,14	0,13

Calcolato il Calcio come tutto legato all'acido fosforico, il fosfato tricalcico verrebbe a trovarsi nel muco nella proporzione dell' 1 $^{0}/_{00}$ e negli estratti del 0,6-0,7 $^{0}/_{00}$. Il Fosforo legato al Calcio, mentre nel muco non rappresenta che la settima parte del Fosforo totale, negli estratti ne rappresenta più della metà.

. . .

Qual'è la funzione di questo fosfato di Calcio che costituisce da solo la quarta parte delle ceneri degli estratti?

Ho pensato anzitutto che a questo sale potesse attribuirsi un qualche valore antipeptico; ma le esperienze da me fatte al riguardo mi convinsero che il fosfato di calcio nella concentrazione in cui esiste nel muco e nell' estratto non può avere alcuna azione antiproteolitica. Bisogna ricorrere a soluzioni notevolmente più concentrate (5 $^{0}/_{00}$) per osservare un ritardo apprezzabile nella digestione.

Può invece questo composto avere una funzione di presenza per l'antipepsina, analoga a quella dei Co-enzimi?

Per rispondere a questa domanda occorreva eliminare questo sale dall'estratto, e verificare l' azione dell' estratto in queste condizioni e dopo l'aggiunta di nuove quantità di sale. Eliminare però il fosfato mediante precipitazione con idrato sodico era cosa non conveniente, perchè venivano a formarsi nel liquido quantità non trascurabili di cloruro sodico: e questo — come è noto — ha valore antipeptico.

Io ho perciò fatto ricorso alla dialisi: ho così potuto constatare che gli estratti dializzati perdono completamente la loro azione antiproteolitica e la riacquistano, sebbene non più com-

pletamente, in seguito all'aggiunta di fosfato di Calcio, così che questo venga a trovarsi nelle proporzioni di quelle preesistenti (0,6-0,7 $^0/_{00}$). Ma per osservare decisamente questo ritorno del potere antiproteolitico occorre dializzare a lungo (non meno di cinque o sei giorni), poichè l'aggiunta di fosfato di Calcio in quelle proporzioni agli estratti dopo soli due o tre giorni di dialisi non produce effetto alcuno.

Io mi sono chiesto se la spiegazione di questo fatto debba ricercarsi in una condizione di equilibrio fra l'antipepsina ed il fosfato di Calcio, per cui rotto l'equilibrio l'antipepsina non agisca più. Ed i risultati delle mie ricerche a questo riguardo hanno risposto affermativamente. Ammettendo che il fosfato di Calcio dializzi lentamente tanto che occorrano cinque o sei giorni perchè esso venga eliminato completamente, si capisce come coll'aggiunta di una quantità di fosfato nelle proporzioni accennate precedentemente — quantità che viene a sommarsi a quella ancora esistente nel liquido — l'antipepsina venga a trovarsi in presenza di un eccesso di questo sale e non possa più agire. Ma se nei primi giorni della dialisi si aggiungono quantità di fosfato minori di quelle accennate, è sempre possibile — procedendo per tentativi — ridare il potere antipeptico a quell'estratto nel quale la quantità di fosfato aggiunto sommata a quella ancora esistente ristabilisce l'equilibrio.

Certo quest'ipotesi dovrebbe poggiare su qualche dato sperimentale; ma, data la composizione assai complessa degli estratti, già dopo il secondo giorno della dialisi riesce impossibile svelare la presenza di fosfato di Calcio libero in essi: il che però non esclude che ve ne possa essere.

Noterò qui che traccie di Fosforo e di Calcio esistono ancora negli estratti dializzati per 10-12 giorni; naturalmente queste traccie non si possono dimostrare che dopo evaporazione di porzioni degli estratti e incinerimento del residuo. Bisogna ammettere che questo Fosforo sia esclusivamente di origine organica e che questo Calcio sia trattenuto fortemente da qualche sostanza proteica (1), ma che nè l'uno nè l'altro di questi due elementi residuali possano servire ai fini dell'*antipepsina*.

(1) Quantità di calcio non dializzabile si riscontrano pure nel siero sanguigno.

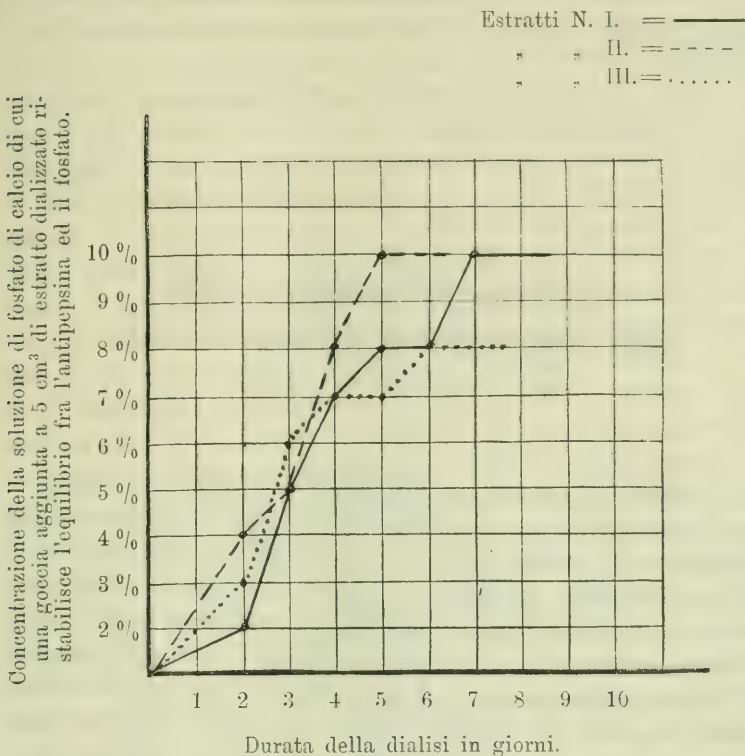
Io riporto qui dal mio diario una tabella dimostrativa di alcune delle numerose esperienze da me fatte. Come metodo di determinazione dell'azione antipeptica degli estratti io ho adottato il processo di Gruetzner. Questo processo fondato sulla digestione della fibrina colorata al carminio, permette di ben notare il ritardo che si ha nella digestione, poichè mentre nelle prove con solo acido cloridrico 0,30 $^0/_0$ il liquido si colora in rosso già pochi minuti dopo l'aggiunta della pepsina, nelle prove con gli estratti la colorazione non compare che dopo 15-20-30 minuti. Gli estratti sottoposti alla dialisi venivano esaminati giornalmente. A 5 cm^3 dei liquidi da saggiare portati a breve ebollizione io aggiungevo dopo raffreddamento *una* goccia di una soluzione di fosfato di Calcio in q. b. di acido cloridrico, *una* goccia di acido cloridrico conc. ($d = 1,18$) (1). *due* goccie di una soluzione all'1 $^0/_0$ di pepsina preparata in laboratorio e gr. 0,15 di fibrina. L'ordine delle esperienze era il seguente.

N. 1.	5 cm^3	di estratto (Controllo).					
N. 2.	„	„	dializzato.				
N. 3.	„	„	„	+	sol. di fosfato	di calcio	2 $^0/_{00}$
N. 4.	„	„	„	+	„	„	3 $^0/_{00}$
N. 5.	„	„	„	+	„	„	4 $^0/_{00}$
N. 6.	„	„	„	+	„	„	5 $^0/_{00}$
N. 7.	„	„	„	+	„	„	6 $^0/_{00}$
N. 8.	„	„	„	+	„	„	7 $^0/_{00}$
N. 9.	„	„	„	+	„	„	8 $^0/_{00}$
N. 10.	„	„	„	+	„ (2)	„	10 $^0/_{00}$

I varii tubi da saggi contenenti i varii liquidi da saggiare venivano posti in termostato, ed ogni cinque minuti si sottoponevano all'osservazione. Si notava così la prova in cui si aveva il maggior ritardo nella digestione; e si poteva così constatare come, dopo due giorni di dialisi il potere antipeptico ricom-

(1) L'acido viene così a trovarsi nelle proporzioni volute per una buona digestione.

(2) Nelle prove N. 9 e N. 10 la concentrazione del fosfato di calcio aggiunto, viene ad essere presso a poco la stessa degli estratti non dializzati.

pariva decisamente, ad es., nella prova n. 3, dopo tre giorni nella prova n. 5, dopo quattro giorni nella prova n. 8, ecc.

Una domanda degna pure di essere presa in considerazione era la seguente: a quale dei due joni in cui si scinde il fosfato di Calcio in soluzione è da ascriversi l'azione di presenza? — Le prove da me fatte sostituendo al fosfato di calcio o il fosfato di Sodio o il cloruro di Calcio diedero risultato completamente negativo.

Il fosfato di Calcio negli estratti da me studiati avrebbe dunque una funzione analoga a quella dei Co-enzimi. Ma poichè allo stato attuale dei nostri studi non possiamo ammettere l'esistenza di un fermento che resista all'ebollizione, occorre

ammettere che l'antipepsina sia una sostanza capace di formare col fosfato di Calcio un composto labile, già dissociabile mediante la dialisi e ricomponibile in seguito all'aggiunta di nuove quantità di quel sale nelle proporzioni di quello preesistente alla dialisi (1).

R. Laboratorio di Materia Medica e Jatrochimica
dell'Università. Torino.

Le Rudiste del Senoniano di Ruda sulla costa meridionale dell'isola di Lissa.

Nota del Socio C. F. PARONA.

I radiolitidi, che danno argomento a questa breve nota, mi furono comunicati in esame dal collega prof. A. MARTELLI, che li raccolse in occasione delle sue ricerche nell'isola di Lissa, sulla quale, com'è noto, pubblicò un interessante studio geografico e geologico (2). Il suo lavoro mi dispensa dall'intrattenermi sulla serie dei terreni, che costituiscono l'isola e che appartengono al Cretaceo, fatta eccezione di un lembo di Trias superiore sulla costa di Camisa, dei calcari eocenici sviluppati lungo la costa meridionale e dei depositi quaternarî. Osserverò soltanto, che il risultato dello studio delle rudiste gentilmente comunicatemi dimostra, che nell'isola il Senoniano ha maggior estensione di quella ammessa dal MARTELLI, essendo di età senoniana anche i calcari dell'*orizzonte superiore a radioliti* da lui attribuito al Turoniano superiore. Di guisa che il Turoniano superiore sarebbe invece rappresentato dall'orizzonte inferiore a radioliti ed ippuriti, e ne abbiamo una prova anche nel fatto, che l'A. accenna

(1) Vedansi a riguardo dell'importanza dei sali di calcio e dei composti organici di fosforo per l'azione di certi enzimi gli studî di Buchner und Antoni (" Hoppe-Seylers Zeitschr. ", 46), di Buchner und Klatte (" Biochem Zeitschr. ", 8), di Harden et Joung (" Bull. Pasteur ", 1905).

(2) A. MARTELLI, *Osservazioni geografico-fisiche e geologiche sull'Isola di Lissa*, " Boll. della Soc. Geogr. Ital. ", fasc. V, 1904.

alla presenza in questo stesso orizzonte degli ippuriti, dei quali il primo livello, l'inferiore, coincide appunto col Turoniano superiore, come confermano le recenti revisioni, che H. DOUVILLÉ e A. TOUCAS hanno fatto di questo gruppo di rudiste.

Le prime notizie sulle rudiste della Dalmazia sono di data abbastanza remota. Il FORTIS (1) fin dal 1771 osservò certi corpi fistulosi, interpretabili come avanzi di radiolitidi, nell'isola di Cherso ed Ossero, e pochi anni dopo diede il disegno di certi *ortocerati* (*cornu-vaccinum*) di Rogozniza, proponendo, poichè trattavasi di forme non diritte, ma incurvate, di sostituire per questi fossili, al nome di ortocerati, quello di *campilocerati*. Poco meno di un secolo dopo F. LANZA (2) accennò alle rudiste dei dintorni di Zara e di Sebenico, descrivendo e figurando parecchie forme da lui ritenute nuove, ma troppo imperfettamente per ciò che riguarda i caratteri veramente diagnostici; di guisa che i loro riferimenti ai generi ed alle specie ora ammesse e ben conosciute hanno soltanto il valore di probabilità. Eccettuato lo *Hippurites Traguriensis* Lanza, del Monte S. Elia presso Trau, che non è possibile interpretare nei suoi caratteri generici e specifici, le forme di Zara e di Sebenico costituiscono nell'insieme una fauna senoniana: *Hipp. cornu-vaccinum* Bronn, *H. sulcatus* Defr., *H. bioculatus* Lamk., *H. organisans* Montf., *Radiolites angeiodes* Pic. d. Lap. (con le *Rad. exagona* Lanza e *Rad. Baylei* Lanza probabilmente identificabili con *Rad. angeiodes*) sono infatti rudiste del Senoniano. Vi si accompagnano *Hipp. gigantea* Lanza (non d'Hombr. F.), *H. arborea* Lanza, *H. intricata* Lanza, e queste ultime due furono da BAYLE ritenute identiche alla *H. cornu-vaccinum*; se non che H. DOUVILLÉ riconobbe in un esemplare, fra quelli raccolti dal LANZA, la *H. gosariensis*, che sarebbe del Turoniano superiore.

(1) A. FORTIS, *Saggio di osservazioni sopra l'isola di Cherso ed Ossero* Venezia, 1771, pag. 106. — ID., *Viaggio in Dalmazia*, Venezia, 1774, I, pag. 177, tav. VII, fig. 12, 13, 14.

(2) FR. LANZA, *Essai sur les formations géognostiq. de la Dalmatie et sur quelques nouvelles espèces de Radiolites et d'Hippurites*, " B. S. G. d. Fr. ", (2), XIII, 1855, pag. 127, tav. VIII. — ID., *Sopra le formaz. geognost. della Dalmazia* (Appendice II a: *Viaggio in Inghilterra e nella Scozia*, ecc.), Trieste, 1860, pag. 285.

Nel 1889 lo Stache (1) distinse nel Cretaceo del versante dalmatico un gruppo inferiore, Urgoniano-Cenomaniano, ed un gruppo superiore a rudiste, rappresentante nell'insieme il Turoniano ed il Senoniano, riconoscendo in quest'ultimo tre orizzonti: il più basso con *Biradiolites lumbricalis* e *Praeradiolites Ponsianus* e però corrispondente al Turoniano, il medio a caratteri paleontologici non ben definiti, in quanto che insieme con forme turoniane (*Praeradiol. Ponsianus, Radiol. radiosus, Biradiol.* (*Durania*) *cornupastoris*) se ne citano altre santoniane (*Radiol. acuticostatus, Rad. squamosus*) e campaniane (*Hippur. cornu-vaccinum* e *H. organisans*), ed il superiore verisimilmente equivalente, secondo l'A., del Campaniano ed in parte del Santoniano superiore, a luoghi con *Praeradiol. Hoeninghausi*.

Più recentemente il Söhle (2) riferendo sulla geologia dell'isola di Lesina accennò pure alle rudiste, risultandogli che il Turoniano superiore vi è ben rappresentato da radiolitidi: dai *Radiol. irregularis* Sow. (*Agria*), *Rad. Ponsianus* d'Arch. (*Praeradiolites*), *R. socialis* d'Orb., *Rad. radiosus* d'Orb., *Rad. angulosus* d'Orb. (*Biradiolites*), *R. quadratus* d'Orb. (*Biradiol.*). Ma non manca il Senoniano, attestato dalla presenza di *Hipp. radiosus* Des M., *Sphaerulites angeiodes* Lmk. (*Radiol. angeiodes* Pic. d. Lap.), *Radiol. acuticostatus* d'Orb. (*Biradiolites*).

Altre notizie sui terreni a rudiste delle terre dalmatiche sono esposte nel lavoro del De Stefani sulla geotectonica delle regioni periadriatiche (3), e da esse risulterebbe la maggior estensione del Turoniano superiore, coi calcari a *Biradiolites lumbricalis*, in confronto dello sviluppo del Senoniano. Può darsi che più accurati studi sui fossili di questi calcari dimostrino, che il Senoniano non è meno e forse più sviluppato del Turoniano; ma a questo riguardo nulla io posso affermare.

Fra i campioni fossiliferi del Museo di Firenze, avuti gentil-

(1) G. Stache, *Die liburnische Stufe und deren Grenz-Horizonte*. Eine Studie über die Schichtenfolgen der cretacisch-eocänen oder protocänen Landbildungsperiode im Bereiche der Küstenländer von Oesterreich-Ungarn. " Abhandl. d. k. k. geol. Reichs. „, Wien, Bd. XIII, 1889, pag. 41.

(2) U. Söhle, *Geognostisch-palaeontologische Beschreibung der Insel Lesina*, " Jahrb. d. k. k. geol. Reichs. „, Wien, L Bd., 1900, (1901), pag. 33.

(3) C. De Stefani, *Géotectonique des deux versants de l'Adriatique*, " Ann. de la Soc. géol. de Belgique „, t. XXXIII, Mémoires, Liège, 1908, p. 209 (19).

mente in comunicazione dal collega De Stefani, ve ne sono due dei calcari marmorei bianco-cerei delle vicinanze di Zara, con fossili colorati da ocra rossa e raccolti dallo stesso De Stefani: l'uno comprende esemplari di un *Praeradiolites* probabilmente appartenente al *P. Boucheroni* (Bayle), l'altro un esemplare di *Bournonia* (?), che non mi risulta riferibile a forma conosciuta, e li riterrei l'uno e l'altro di età senoniana. Così dall'isola di Lagosta provengono diversi campioni, raccolti dal Martelli, di un calcare biancastro, zeppo di rudiste indeterminabili. Soltanto la parte marginale della valva inferiore di un radiolite è abbastanza conservata e parrebbe determinabile come *Radiolites radiosus* d'Orb. Se la determinazione è esatta, il calcare apparterrebbe al Turoniano superiore, ma il dato paleontologico è troppo incerto per esserne sicuri.

I radiolitidi della costa di Ruda in Lissa da me riconosciuti sono sette:

Praeradiolites Boucheroni (Bayle)
„ *Hoeninghausi* (Des M.)
Radiolites galloprovincialis Math.
„ *angeiodes* Picot de Lap.
Bournonia Bournoni (Des M.)
Durania Martellii n. f.
Lapeirousia Jouanneti (Des M.) (?)

È una fauna schiettamente senoniana, poichè anche la *Durania Martellii* è una n. f. che si ritrova in Puglia in calcari affatto simili ed insieme con rudiste d'età senoniana. Infatti in Puglia e nelle regioni attigue io già riconobbi il *Praeradiolites Hoeninghausi*, la *Bournonia Bournoni* e la *Lapeirousia Jouanneti*; di guisa che abbiamo da questi dati paleontologici una nuova conferma della corrispondenza nella serie del Cretaceo superiore sui due versanti, balcanico ed italico dell'Adriatico. La quale corrispondenza è, si può dire, integrata per il calcare senoniano di Ruda dall'identità nei caratteri litologici. La roccia di Ruda, come quelle di Cortemartina (Acquaviva), di Putignano nella Terra di Bari e di altri giacimenti dell'Appennino, è un calcare biancastro sempre poco compatto, poroso e, direi, caratteristico; ben diverso dai calcari marmorei e dalle lumachelle compatte prevalenti nel Turoniano. Si aggiunge inoltre che i caratteri micropaleontologici sono quelli dei depositi benthogenici, quelli

stessi già riconosciuti in altri calcari senoniani della Nurra in Sardegna, dell'Avellinese e delle Puglie; infatti il calcare di Ruda contiene, fra gli altri avanzi di organismi, non rari frustuli di un'alga calcare riferibile, a quanto sembra, al genere *Triploporella* ed una fauna a foraminiferi, non ricca di individui, ma abbastanza complessa per varietà di forme, caratterizzata in particolare dalle miliolidi trematoforate. Già ebbi occasione di accennare a questa faunula con miliolidi trematoforate (1), notandone l'importanza per lo studio del Cretaceo superiore; e non è senza interesse il segnalarne ora la presenza in quest'altro punto della regione mediterranea, ed in calcari del Senoniano superiore, com'è sicuramente dimostrato dalla loro fauna a rudiste.

CENNI DESCRITTIVI DEI RADIOLITIDI DI RUDA

1. Il genere *Praeradiolites* è rappresentato da due forme: l'uno appartiene al primo dei gruppi distinti da Toucas (2) ed è il *Praerad. Boucheroni*, l'altro è il tipo del secondo gruppo e cioè il *Praerad. Hoeninghausi*.

Praeradiolites Boucheroni (Bayle). Due esemplari di valva inferiore, incompletamente isolati dal calcare, ma abbastanza ben conservati nei caratteri della superficie esterna, e riconoscibili anche per quelli interni, presentando scoperta l'apertura e libero il lembo ampio che la circonda. La somiglianza colla valva figurata nel testo (fig. 13, pag. 32) da Toucas è manifesta, non solo per la situazione e conformazione dei seni S, E, ma anche per la lieve espansione, che il margine, in corrispondenza dei seni, presenta verso l'interno; per modo che in questa parte resta interrotto il regolare decorso subcircolare del margine stesso. Questa forma è indicata per il Maëstrichtiano.

Praeradiolites Hoeninghausi (Des Moul.). Due piccoli esemplari di valva inferiore, corrispondenti alla forma già

(1) C. F. Parona, *A proposito dei caratteri micropaleontol. di alcuni calcari mesozoici della Nurra in Sardegna*, " Atti della R. Accad. delle Sc. di Torino ", XLV, 1910.

(2) A. Toucas, *Études sur la classification et l'évolution des Radiolitidés*, " Mém. de la Soc. Géol. de Fr. ", Paléontologie, 1907-1909, vol. XIV, p. 28.

distinta da d'ORBIGNY come *Rad. dilatata*, e che da BAYLE (1) ed ora da TOUCAS (op. cit., pag. 34) è riunita al *Praer. Hoeninghausi*. Specialmente uno dei due, meglio conservato, presenta nelle dimensioni e nella conformazione una somiglianza quasi perfetta colle figure di d'ORBIGNY (2); di guisa che fa escludere ogni dubbio sull'esattezza del riferimento. È questo uno dei *Praeradiolites* più comuni e geograficamente più diffusi, e si trova nel Campaniano e nel Maëstrichtiano inferiore.

2. Gli esemplari di *Radiolites* sono abbastanza numerosi, una dozzina, tutti ridotti alla valva inferiore, più o meno profondamente erosa; uno soltanto conserva porzione della valva superiore. Sono riferibili al gruppo (TOUCAS) del *Radiolites angeiodes* e, colle riserve suggerite dal cattivo stato di conservazione, si possono ripartire fra le due forme *galloprovincialis* e *angeiodes*.

Radiolites galloprovincialis Math. - TOUCAS (op. cit., pag. 76, tav. XV, f. 1-5) riunisce sotto questo nome il *Radiol. galloprovincialis* Math. ed il *Rad. Lamarckii* Math. (3), considerando quest'ultimo come varietà del primo, a valva inferiore più corta e conica, anzichè cilindroide. Ora fra gli esemplari di Lissa sarebbero rappresentate le due forme. Non è il caso di insistere sulle fascie corrispondenti ai seni e sulla zona interposta, troppo mutilate da compressione ed erosione; ma la fisionomia è caratteristica, anche per la frequenza delle lamine embricate, regolarmente spaziate, fin dalla estremità o punto di attacco della valva, ciò che concorre a distinguere questo *Radiolites* dal *R. angeiodes*. Il *Rad. galloprovincialis* si trova nel Santoniano inferiore.

Radiolites angeiodes (Picot de Laper.). Numerosi sono anche gli esemplari riferibili a questa forma, assai diffusa nel Campaniano inferiore, al livello di passaggio dal Santoniano. Sono riconoscibili per l'incurvatura che generalmente presentano le valve inferiori, a lamine espanse, rare, embricate, largamente e irregolarmente spaziate, a margini pieghettati. In complesso

(1) BAYLE, *Nouv. observ. sur quelq. esp. de Rud.*, " Bull. S. G. de Fr. ,, XIV, 1856-57, pag. 657.

(2) D'ORBIGNY, Paléont. franç., Terr. crét., *Brachiopodes*, 1851, tav. 568.

(3) MATHERON, *Catal. d. Foss. d. Bouches-du-Rhône*, 1842, p. 121, tav. 7.

essi somigliano assai agli esemplari adulti figurati da Rolland de Roquan (1) sotto il nome di *Sphaerulites ventricosa* ed alla fig. 14 di Toucas (op. cit., p. 77, tav. XV).

3. Il genere *Bournonia* Fischer non fu conservato da Toucas nella sua monografia (op. cit., pag. 35) e la *Bourn. Bournoni* fu da lui attribuita al gen. *Praeradiolites* e compresa nel gruppo del *P. Hoeninghausi*. Ma più recentemente Douvillé (2) espose i motivi, che dimostrano l'opportunità di conservare il genere *Bournonia*, quale ramo ben caratterizzato, derivante, come il gen. *Biradiolites*, dal gen. *Eoradiolites* Douv.

Bournonia Bournoni (Des Moul.). È ben rappresentata da sei esemplari di valva inferiore, tutte ben sviluppate ed una di dimensioni notevoli. La mancanza della cresta legamentare permette di distinguere agevolmente questa forma dal *Praerad. Hoeninghausi*, dal quale nell'aspetto generale della conchiglia poco si differenzia, allorchè, come nel caso nostro, si tratta di esemplari sciupati dall'erosione. Sull'esemplare più piccolo, che è compreso parzialmente nel calcare, si presentano in sezione le fascie S, E in rilievo, come le descrive Douvillé, con sviluppo di coste accessorie.

La *Bournonia Bournoni* è propria degli orizzonti più recenti del Maëstrichtiano.

4. Fra i radiolitidi costati a zone sifonali costulate, il Douvillé distingue un gruppo di forme antico con cresta cardinale (*Sauvagesia*) ed un gruppo recente, prive di cresta cardinale, da lui distinto come genere nuovo col nome *Durania* (3). A questo genere appartiene la forma nuova di Lissa qui descritta.

Durania Martellii n. f. Fin dal 1900 notai fra i radiolitidi delle Puglie una forma singolare per l'eccezionale prominenza delle coste, e la confrontai col *Biradiolites angulosus* (d'Orb.) e col *Biradiol. trialatus* (Pir.). Essa mi si ripresenta fra le rudiste

(1) Rolland de Roquan, *Descr. d. Rudistes de Corbières*, 1841, tav. VIII.

(2) H. Douvillé, *Rudistes de Sicile, d'Algérie, d'Égypte, du Liban et de la Perse*, " Mém. d. la S. G. de Fr. ", Paléontologie, t. XVIII, 1910, pag. 24.

(3) H. Douvillé, *Sur la classification des Radiolitidés*, " Bull. S. G. de Fr. ", 4e sér., t. VIII, 1908, pag. 309.

di Lissa con un esemplare, sul quale si rilevano chiaramente i caratteri della sezione trasversale (fig. 1), per cui ora è possibile riconoscerne le caratteristiche essenziali, almeno per la valva inferiore, non conoscendosi la superiore, e le differenze colle varie forme alticostate del genere *Biradiolites*, al quale, come vedremo, non è da ascrivere.

Fig. 1 (grand. nat.).

La valva inferiore è cilindroide, molto allungata, ornata da poche coste longitudinali, otto o dieci, liscie o con qualche cordoncino, assai sporgenti e spesso in modo straordinario (1), come non si osserva in nessun altro radiolitide, provviste ad intervalli irregolari di espansioni, dirette in alto, più o meno prominenti e coincidenti colle lamine più espanse (2). Le fascie dei seni, o zone sifonali, sono ben individualizzate, ondulate o concave, percorse da costicine acute, per cui nelle sezioni trasverse esse risultano dentellate; quella anteriore *E* è più larga della posteriore *S* (fig. 1, 2). Il guscio, visto in sezione, appare costituito da uno strato sottile esterno compatto, color miele, e da uno strato bianco, più spesso interno, suddiviso in zone irregolari di calcare finissimamente reticolato e qua e là lacunoso.

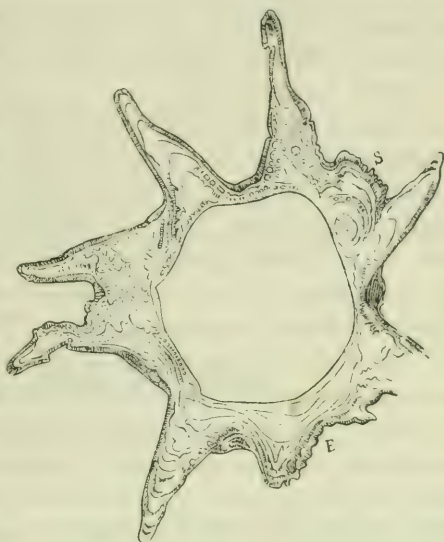



Fig. 2 (grand. nat.).

(1) C. F. Parona (in Virgilio, *Geomorfogenia della Prov. di Bari*, Trani, 1900, tav. III, figg. 4, 5, 6 *a*. — Id., *Sopra alcune Rudiste senoniane dell'Appenn. merid.*, " Mem. R. Acc. Sc. Torino ,, 1900, ser. II, t. L, tav. III, figg. 4, 5, 6 *a*.

(2) Parona, Mem. cit., 1900, tav. III, fig. 6 *b*.

specialmente lungo il margine interno ed alla base delle coste. Le due fascie sono separate da due coste simili a quelle, che si trovano sulla restante parte della valva, e ciascuna fascia si appoggia lateralmente alla costa attigua dell'interfascia, restando separata mediante un solco dalla costa esterna. Nessun indizio di cresta legamentare.

Per il carattere della costolatura sulle zone sifonali questa forma appartiene alle Sauvagesie e, come si è detto, secondo i concetti di Douvillé, al genere *Durania*, data la mancanza della cresta legamentare. Per ciò che riguarda poi i caratteri di affinità, fra le diverse specie riferite a questo genere, essa si avvicina in particolare ad una forma specificatamente indeterminata (1) (probabilmente *Sauvagesia Flicki* Toucas) (2) del Santoniano di Dra Hallouta, per quanto si può giudicare dai caratteri della sezione trasversale quali risultano dalla figura data da Douvillé. In questa *Durania* sp. le coste, sebbene meno accentuate e meno appuntite, nella disposizione e numero sono assai simili a quelle della forma di Lissa e specialmente a quelle di certi esemplari delle Puglie (fig. 2), anche per la tendenza alla concavità, che si osserva nelle zone sifonali: così che sarebbe giustificato il dubbio della identità specifica della *Durania Martellii* colla *Durania* sp. tunisina, se, oltre al carattere dello sviluppo assai maggiore delle coste, non risultasse, ch'essa manca di ogni traccia delle prominenze interne in corrispondenza ai due seni, quali si osservano nella *Durania* sp. Douvillé e nella *Sauvag. Flicki* Toucas.

5. Anche il gen. *Lapeirousia* Bayle non fu conservato da Toucas nella sua revisione dei radiolitidi, e le sue forme sono da lui considerate come sferuliti del gruppo dello *Sphaerulites foliaceus* (op. cit., pag. 50). Invece il Douvillé (op. cit., pag. 25) lo mantiene come genere nettamente connesso al gen. *Durania*, dal quale deriverebbe, e particolarmente caratterizzato dalla specializzazione delle aree sifonali e dallo sviluppo dei rigonfiamenti, che loro corrispondono all'interno.

(1) H. Douvillé, op. cit., 1910, pag. 27, fig. 30.
(2) A. Toucas, op. cit., 1909, pag. 84.

Lapeirousia Jouanneti (Des Moul.) (?). Sul pezzo di calcare al quale sta aderente uno degli esemplari da me riferiti al *Praeradiolites Boucheroni*, si osserva in sezione trasversa un piccolo esemplare di valva inferiore, che, per quanto permettono di assicurarsene le condizioni in cui si trova, presenta i caratteri di questa forma particolare del Maëstrichtiano superiore.

La riserva sul riferimento specifico è anche suggerita dalla possibilità, che questo piccolo esemplare appartenga invece alla forma di piccola statura, distinta da Toucas col nome di *Sphaerulites Perrinquierei* (1), del pari di età senoniana, ma di livello più basso.

Resto nella formula di Lubbock.

Nota del Dr. G. PAGLIERO.

Nella scienza attuariale si ha spesso da calcolare la somma di numerosi valori di una funzione. Ad es. posto $r = 1 + t$, ove t è il tasso d'interesse, e detto V_x il numero dei sopravviventi all'età x riferito al numero dei nati di un dato gruppo, secondo una determinata statistica, allora $\sum r^{-x} V_x$ variando x da $y + n$ in poi, tutto diviso per $r^{-y} V_y$, dà il valore attuale della pensione unitaria annua, differita di $n - 1$ anni, per una persona di età y.

Il calcolo diretto di una tale somma di prodotti è molto lungo; per abbreviarlo si costruiscono delle tavole speciali dette " *Tavole di commutazione* ". Ma, quando non esistono ancora le Tavole di commutazione relative ad una determinata statistica, ovvero relative ad un determinato tasso d'interesse, furono proposti dei procedimenti rapidi di approssimazione per il calcolo di dette somme.

Una delle formule più notevoli, molto usata nella scienza attuariale, esprime la somma:

$$(\alpha) \qquad f0 + f1 + f2 + \dots$$

(1) Toucas, op. cit., 1908, pag. 57, tav. X, fig. 1, 2. — H. Douvillé, op. cit., 1910, pag. 27, tav. I, fig. 7, 8.

mediante la somma dei termini corrispondenti ad indici multipli di un certo intero a (in pratica spesso $a=5$ od $a=10$), cioè mediante la somma:

$$(\beta) \qquad f0 + fa + f(2a) + \dots$$

più l' incremento di una serie infinita ordinata secondo le successive differenze della seconda successione moltiplicate per coefficienti numerici indipendenti dalla natura della funzione f, ma dipendenti dal numero a; l'incremento di questa serie è relativo al primo ed all'ultimo termine della variabile.

Ma il Lubbock, che espose per primo la formula in " Cambridge Philosophical Transactions „, a. 1830, pag. 323, e gli scrittori di trattati d'attuaria che l'hanno riportata chiamandola col nome dell'autore, non si sono mai occupati della convergenza della serie; inoltre, siccome la serie in pratica si tronca dopo pochi termini, dando un'approssimazione sufficiente, nessuno ha dato un'espressione pel resto.

Secondo l' " Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften „, la formula è ancora " *ohne Restglied* „.

Io mi propongo appunto in questa nota di esporre la formula del Lubbock, in modo da condurre ad un'espressione del resto.

Dimostrerò poi direttamente una nuova formula che si presenta come caso limite di quella del Lubbock col resto. Applicherò questa al calcolo del valore attuale di una pensione vitalizia, e l'una e l'altra al calcolo della somma dei reciproci dei quadrati dei numeri interi da 100 a 199.

I.

Per semplicità di scrittura, chiamo f_1 la funzione $f(ax)$ in cui varia x, cioè pongo:

$$f_1 x = f(ax).$$

Si ha la formula data da Mercator nel 1668 (*Formulario Mathematico* di Peano, tomo V, pag. 131):

$$f_1 x = f_1 0 + x\Delta f_1 0 + \frac{x(x-1)}{2!}\Delta^2 f_1 0 + \dots$$

la quale sussiste per x intero e positivo; il 2° membro è un polinomio finito.

Il Lubbock suppone in questa formula x fratto, precisamente della forma x/a, ove x è un intero, e nulla aggiunge sulla validità della formula. Io comincio col dare un'espressione del resto di questa formula.

Teorema.

$f \epsilon \mathrm{qFN}_0 \,.\, a, n \epsilon \mathrm{N}_1 \,.\, x \epsilon \mathrm{N}_0 \,.\, \supset .$

$fx - \Sigma \{ \mathrm{C}(x/a, r) \Delta^r [f(ax) \mid x] 0 \mid r, 0 \cdots n \} \;\epsilon\; \mathrm{C}(x/a, n+1) a^{n+1} \mathrm{Med}\, \Delta^{n+1} f ` \mathrm{N}_0$

" Indicando con f una quantità funzione dei numeri interi, cioè essendo

$$f0,\ f1,\ f2, \ldots$$

una successione infinita di quantità, se a ed n rappresentano due interi positivi, ed x è un intero positivo o nullo, allora la differenza fra il valore fx e la somma dei primi $n+1$ termini nello sviluppo colla formula di Mercator applicata alla funzione $f_1 x = f(ax)$ (cioè alla successione (β) sopra considerata), è una quantità che ha la forma del coefficiente del termine successivo, cioè $\mathrm{C}(x/a, n+1)$, moltiplicato per a^{n+1} e per un valore medio fra quelli assunti dalle differenze di ordine $n+1$ della funzione f (cioè della successione (α)) ".

Dimostrazione. Chiamo K la differenza fra fx ed i primi $n+1$ termini dello sviluppo secondo le Δ di $f_1 x$, divisa per $\mathrm{C}(x/a, n+1)$, cioè pongo:

$$fx = f_1 0 + \frac{x}{a} \Delta f_1 0 + \mathrm{C}\left(\frac{x}{a}, 2\right) \Delta^2 f_1 0 + \ldots$$
$$\ldots + \mathrm{C}\left(\frac{x}{a}, n\right) \Delta^n f_1 0 + \mathrm{C}\left(\frac{x}{a}, n+1\right) \mathrm{K}.$$

Considero ora la funzione di z:

$$gz = fz - f_1 0 - \frac{z}{a} \Delta f_1 0 - \mathrm{C}\left(\frac{z}{a}, 2\right) \Delta^2 f_1 0 - \ldots$$
$$\ldots - \mathrm{C}\left(\frac{z}{a}, n\right) \Delta^n f_1 0 - \mathrm{C}\left(\frac{z}{a}, n+1\right) \mathrm{K}$$

che è ciò che diventa il primo membro dell'eguaglianza prece-

dente quando si trasporti tutto nel primo membro, e si legga z al posto di x. Si ha:

$$gx = 0, \ g0 = 0, \ ga = 0, \ g(2a) = 0, \dots, g(na) = 0.$$

Se f, e quindi g, fosse una funzione reale di variabile continua, qui si potrebbe applicare $n+1$ volte il teorema di Rolle, e si troverebbe che la derivata d'ordine $n+1$ sarà nulla per un valore medio fra quelli considerati, cioè si ricaverebbe:

$$D^{n+1} fu - \frac{1}{a^{n+1}} K = 0$$

da cui si ha per K il valore $a^{n+1} D^{n+1} fu$, ove u è un valore medio fra i precedenti; si avrebbe così la formula di interpolazione per le differenze finite data dal Mercator nel 1668, come sopra si è detto, estesa da Newton nel 1686 a valori qualunque della variabile non necessariamente in progressione aritmetica, e completata con un resto dato da Cauchy. La dimostrazione precedente di questo resto è stata trovata contemporaneamente da Schwarz e da Stieltjes nel 1882 (vedi *Formulario Mathematico*, tomo V, pag. 306, 307).

Ma qui f è una successione di valori corrispondenti ai valori interi della variabile, e non si può parlare della derivata. Allora applicherò un teorema analogo a quello di Rolle, enunciato e dimostrato per la prima volta dalla Dott. Prof. M. Peyroleri nella sua nota " *Relazioni fra calcolo delle differenze e calcolo differenziale* „ (" Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino „, 13 giugno 1909), cioè:

" Se la funzione f ha n elementi nulli: $fa, fb, fc, \dots, fk$, ove $a < b < c < \dots < k$, lo 0 è un valore medio fra quelli assunti dalla successione $\Delta^{n-1} f$ per i valori da a a $k - n + 1$ „.

Segue che 0 è un valore medio fra quelli assunti dalla successione $\Delta^{n+1} g$ per i valori da 0 al più grande dei due numeri $x - n - 1$, $na - n - 1$; brevemente, 0 è un valore medio fra quelli assunti dalla successione $\Delta^{n+1} g$ da 0 in poi, ossia nel campo N_0:

$$0 \,\epsilon\, \mathrm{Med}\, \Delta^{n+1} g \text{`} N_0 .$$

Ma si ha:

$$\Delta^{n+1} gz = \Delta^{n+1} fz - \frac{1}{a^{n+1}} K$$

(perchè la differenza di ordine $n+1$ di un polinomio intero di grado $n+1$ è uguale al fattoriale di $n+1$ per il coefficiente del termine di grado più elevato), e quindi:

$$0 \,\epsilon\, \mathrm{Med}\left(\Delta^{n+1} f ` N_0 - \frac{1}{a^{n+1}} K\right)$$

da cui si ricava appunto:

$$K \,\epsilon\, a^{n+1} \,\mathrm{Med}\, \Delta^{n+1} f ` N_0 .$$

Il teorema è così dimostrato.

II.

Dimostro ora la formula di Lubbock, in modo che ne risulti il resto:

Nella formula ora dimostrata:

$$fx = f_1 0 + \frac{x}{a} \Delta f_1 0 + C\left(\frac{x}{a}, 2\right) \Delta^2 f_1 0 + \ldots + C\left(\frac{x}{a}, n\right) \Delta^n f_1 0 + \\ + C\left(\frac{x}{a}, n+1\right) a^{n+1} u$$

(ove, nell'ipotesi $x \leq na$, u è un valore medio fra quelli assunti dalla successione $\Delta^{n+1} f$ per i valori da 0 ad $na - n - 1$) faccio variare x da 0 ad $a - 1$, e sommo.

Poichè i coefficienti degli u hanno segno costante, la somma dei resti sarà eguale alla somma dei valori di $C(x/a, n+1)$, moltiplicata per a^{n+1} e per un valore medio degli u, cioè per un valore medio fra quelli della successione $\Delta^{n+1} f$ da 0 ad $na - n - 1$; quindi, indicando ancora con u un tale valore, si ha:

$$\Sigma fx = af_1 0 + \Delta f_1 0 \,\Sigma \frac{x}{a} + \Delta^2 f_1 0 \,\Sigma\, C\left(\frac{x}{a}, 2\right) + \ldots + \\ + \Delta^n f_1 0 \,\Sigma\, C\left(\frac{x}{a}, n\right) + a^{n+1} u \,\Sigma\, C\left(\frac{x}{a}, n+1\right)$$

ove i Σ si intendono estesi da 0 ad $a - 1$.

I coefficienti di $f_1 0$, $\Delta f_1 0$, $\Delta^2 f_1 0$, ..., $a^{n+1} u$ sono i coefficienti delle potenze di z nello sviluppo di:

$$1 + (1+z)^{\frac{1}{a}} + (1+z)^{\frac{2}{a}} + \ldots + (1+z)^{\frac{a-1}{a}} ;$$

ma questa somma vale, per z diverso da zero:

$$\frac{z}{(1+z)^{\frac{1}{a}}-1}$$

e la stessa eguaglianza sussiste ancora per z eguale a 0 se noi conveniamo che la funzione $z/[(1+z)^{1/a}-1]$, continua in tutto il campo reale da cui si escluda lo 0, assuma per z eguale a 0 il suo valore limite, a.

Dunque, posto:

$$g = \left(\frac{z}{(1+z)^{\frac{1}{a}}-1} \,|\, z, \mathrm{q} \sim \iota 0\right) \cup \iota(a;0),$$

cioè:

$$\begin{cases} gz = \dfrac{z}{(1+z)^{\frac{1}{a}}-1} & \text{per } z \text{ diverso da } 0 \\ g0 = a \end{cases}$$

segue che i coefficienti di $f0$, $\Delta f_1 0$, $\Delta^2 f_1 0$, ..., $a^{n+1}u$, sono le successive derivate di ordine 0, 1, 2, ..., $n+1$ della funzione gz in cui varia z, fatte per il valore 0 della variabile, e divise per i fattoriali di 0, 1, 2, ..., $n+1$; quindi:

$$\Sigma[f, 0\cdots(a-1)] = af_1 0 + \mathrm{D}g0 \times \Delta f_1 0 + \frac{1}{2!}\mathrm{D}^2 g0 \times \Delta^2 f_1 0 + \ldots +$$
$$+ \frac{1}{n!}\mathrm{D}^n g0 \times \Delta^n f_1 0 + \frac{1}{(n+1)!}\mathrm{D}^{n+1} g0 \times a^{n+1}u$$

cioè:

$$\Sigma[f, 0\cdots(a-1)] = af_1 0 + \Sigma\left(\frac{1}{r!}\mathrm{D}^r g0 \times \Delta^r f_1 0 \,|\, r, 1\cdots n\right) +$$
$$+ \frac{1}{(n+1)!}\mathrm{D}^{n+1} g0 \times a^{n+1}u.$$

Analogamente:

$$\Sigma[f, a\cdots(2a-1)] = af_1 1 + \Sigma\left(\frac{1}{r!}\mathrm{D}^r g0 \times \Delta^r f_1 1 \,|\, r, 1\cdots n\right) +$$
$$+ \frac{1}{(n+1)!}\mathrm{D}^{n+1} g0 \times a^{n+1}u_1,$$

$$\Sigma\,[f, (2a)\cdots(3a-1)] = af_1 2 + \Sigma\left(\frac{1}{r!}\,\mathrm{D}^r g0 \times \Delta^r f_1 2 \,|\, r, 1\cdots n\right) +$$
$$+ \frac{1}{(n+1)!}\,\mathrm{D}^{n+1} g0 \times a^{n+1} u_2\,,$$

etc.; essendo m un intero positivo si avrà:

$$\Sigma\,[(f, (ma-a)\cdots(ma-1)] = af_1\,(m-1) + \Sigma\left[\frac{1}{r!}\,\mathrm{D}^r g0 \times\right.$$
$$\left.\times\, \Delta^r f_1\,(m-1) \,|\, r, 1\cdots n\right] + \frac{1}{(n+1)!}\,\mathrm{D}^{n+1} g0 \times a^{n+1} u_{m-1}$$

ed u, u_1, u_2, ..., u_{m-1} indicano m valori medii fra quelli della successione $\Delta^{n+1} f$, precisamente:

$$u_r \,\epsilon\, \mathrm{Med}\,\Delta^{n+1} f` (ra)\cdots[(n+r)\,a - n - 1].$$

Sommando queste eguaglianze a membro a membro, osservando che:

$$\Delta^r f_1 0 + \Delta^r f_1 1 + \Delta^r f_1 2 + \ldots + \Delta^r f_1 (m-1) = \Delta^{r-1} f_1 m - \Delta^{r-1} f_1 0$$

e che la somma degli u si può porre sotto la forma mu, ove u indica un valore medio fra quelli della successione $\Delta^{n+1} f$ da 0 ad $(n+m-1)\,a - n - 1$, si ottiene:

$$(1) \qquad \Sigma\,[f, 0\cdots(ma-1)] = a\,\Sigma\,[f_1, 0\cdots(m-1)] +$$
$$+ \Sigma\left[\frac{\mathrm{D}^r g0}{r!}\,(\Delta^{r-1} f_1 m - \Delta^{r-1} f_1 0) \,|\, r, 1\cdots n\right] + m\,\frac{\mathrm{D}^{n+1} g0}{(n+1)!}\,a^{n+1} u.$$

È questa la formula di Lubbock completata col suo resto. Essa si può enunciare completamente in simboli così:

$$f \epsilon \mathrm{qFN}_0 \,.\, a, m, n \,\epsilon\, \mathrm{N}_1 \,.\, g = \left[\frac{z}{(1+z)^a - 1} \,\Big|\, z, \mathrm{q} \sim \iota 0\right] \cup \iota(a\,;\,0) \,.\, \mathrm{O}.$$

$$\Sigma\,[f, 0\cdots(ma-1)] - a\,\Sigma\,[f(ra) \,|\, \mathrm{r}, 0\cdots(m-1)] -$$
$$- \Sigma\left(\frac{\mathrm{D}^r g0}{r!}\,\{\Delta^{r-1}[f(ax) \,|\, x]m - \Delta^{r-1}[f(ax) \,|\, x]0\} \,|\, r, 1\cdots n\right)$$
$$\epsilon\; m\,\frac{\mathrm{D}^{n+1} g0}{(n+1)!}\,a^{n+1}\,\mathrm{Med}\,\Delta^{n+1} f` 0\cdots[(n+m-1)\,a - n - 1].$$

Se la funzione f si annulla per ogni valore della variabile a partire da ma, e quindi è pure nulla ogni differenza di f a partire da ma, allora nella (1) le prime due sommatorie si possono considerare estese da 0 ad ∞, e la formula stessa diventa:

$$(2) \qquad \Sigma(f, N_0) = a\,\Sigma(f_1, N_0) - \Sigma\left(\frac{D^r g0}{r!}\Delta^{r-1} f_1 0 \,|\, r, 1 \cdots n\right) + \\ + m\frac{D^{n+1}g0}{(n+1)!}a^{n+1}u\,.$$

III.

Le quantità $g0$, $Dg0$, $D^2g0/2!$, ..., cioè i coefficienti delle potenze di z nello sviluppo di gz, si possono ottenere col metodo dei coefficienti indeterminati.

Poichè:

$$gz = \frac{z}{(1+z)^{\frac{1}{a}} - 1} = \frac{z}{\frac{1}{a}z + C\left(\frac{1}{a}, 2\right)z^2 + C\left(\frac{1}{a}, 3\right)z^2 + \dots}$$

così, posto:

$$gz = A_0 + A_1 z + A_2 z^2 + \dots$$

segue:

$$(A_0 + A_1 z + A_2 z^2 + \dots)\left[\frac{1}{a} + C\left(\frac{1}{a}, 2\right)z + C\left(\frac{1}{a}, 3\right)z^2 + \dots\right] = 1$$

cioè:

$$A_0\frac{1}{a} + \left[A_1\frac{1}{a} + A_0 C\left(\frac{1}{a}, 2\right)\right]z + \left[A_2\frac{1}{a} + A_1 C\left(\frac{1}{a}, 2\right) + \\ + A_0 C\left(\frac{1}{a}, 3\right)\right]z^2 + \dots = 1$$

e quindi:

$$A_0\frac{1}{a} = 1$$

$$A_1\frac{1}{a} + A_0 C\left(\frac{1}{a}, 2\right) = 0$$

$$A_2\frac{1}{a} + A_1 C\left(\frac{1}{a}, 2\right) + A_0 C\left(\frac{1}{a}, 3\right) = 0$$

ecc., ecc. Di qui si ricavano successivamente A_0, A_1, A_2, etc.

Trascrivo dal Text-Book *de l'Institut des Actuaires de Londres* (deuxième partie, *Opérations viagères*) le espressioni di $A_1, \ldots, A_7$:

$$A_0 = g0 = a$$

$$A_1 = Dg0 = \frac{a-1}{2}$$

$$A_2 = \frac{D^2g0}{2\,!} = -\frac{a^2-1}{12a}$$

$$A_3 = \frac{D^3g0}{3\,!} = \frac{a^2-1}{24a}$$

$$A_4 = \frac{D^4g0}{4\,!} = -\frac{(a^2-1)(19a^2-1)}{720a^3}$$

$$A_5 = \frac{D^5g0}{5\,!} = \frac{(a^2-1)(9a^2-1)}{480a^3}$$

$$A_6 = \frac{D^6g0}{6\,!} = -\frac{(a^2-1)(863a^4-145a^2+2)}{60480a^5}$$

$$A_7 = \frac{D^7g0}{7\,!} = \frac{(a^2-1)(275a^4-61a^2+2)}{24192a^5}$$

Lo stesso Text-Book dà pure i valori numerici di $A_1, \ldots, A_7$ corrispondentemente ai valori 2, ..., 11 di a, cioè di A_0. Mi serviranno nelle applicazioni i valori di A per i valori 5 e 10 di a; sono i seguenti:

A_0	A_1	$-A_2$	A_3	$-A_4$	A_5	$-A_6$	A_7
5	2	0,4	0,2	0,1264	0,0896	0,068032	0,054080
10	4,5	0,825	0,4125	0,261113	0,185419	0,141028	0,112288

IV.

Osservazione. — Se nella (1) si pone $n = m = 1$, si ha:

$$f0 + f1 + \ldots + f(a-1) = af0 + A_1(fa - f0) + A_2a^2u$$

ove u è un valore medio fra quelli di $\Delta^2 f$ per i valori da 0 ad $a-2$.

Aggiungendo fa ai due membri, si ottiene:

$$f0 + f1 + \ldots + fa = (a - A_1)f0 + (1 + A_1)fa + A_2 a^2 u$$

e poichè $A_1 = (a-1)/2$, $A_2 = -(a^2-1)/(12a)$, segue;

$$f0 + f1 + \ldots + fa = (a+1)\frac{f0 + fa}{2} - \frac{a(a^2-1)}{12}u.$$

Si ha così il seguente teorema, enunciato nel " Formulario Mathematico „ a pag. 134, e dimostrato dalla Prof. Dott. Peyroleri nella Nota già citata:

$$a \epsilon N_0 \,.\, f \epsilon q F 0 \cdots a \,.\, \text{Ɔ}.$$

$$\Sigma(f, 0 \cdots a) - (a+1)\frac{f0 + fa}{2} \;\epsilon\; -C(a+1, 3)\frac{\text{Med}\,\Delta^2 f 0 \cdots (a-2)}{2}.$$

V.

Dovendo calcolare mediante la formula di Lubbock col resto la somma dei valori della funzione $D_x = r^{-x} V_x$ quando x varia fra due interi y e z, o da y in poi, occorre esprimere la differenza di ordine n di essa funzione mediante le differenze della sola V_x.

Si ha il seguente teorema, che si può dimostrare facilmente:

$$f \epsilon q F N_0 \,.\, c \epsilon Q \sim \iota 1 \,.\, x, n \epsilon N_0 \,.\, \text{Ɔ}.$$

$$\Delta^n (c^x f x \,|\, x) x = c^{x+n} \Sigma \left[C(n, r)\left(1 - \frac{1}{c}\right)^r \Delta^{n-r} f x \,|\, r, 0 \cdots n \right].$$

" Essendo f una quantità funzione dei numeri interi, c una quantità positiva diversa da 1, x un intero qualunque, allora la differenza di ordine n della funzione $c^x f x$, in cui varia x, per il valore x, vale:

$$c^{x+n}\left[\Delta^n f x + n\left(1 - \frac{1}{c}\right)\Delta^{n-1} f x + \frac{n(n-1)}{2!}\left(1 - \frac{1}{c}\right)^2 \Delta^{n-2} f x + \ldots + \right.$$

$$\left. + n\left(1 - \frac{1}{c}\right)^{n-1} \Delta f x + \left(1 - \frac{1}{c}\right)^n f x\right].$$

Applicando questo teorema alla funzione D_x, poichè $1 - r = 1 - (1 + t) = -t$, segue:

$$\Delta^n D_x = r^{-x-n} \sum [(-1)^r C(n, r) t^r \Delta^{n-r} V_x | r, 0 \cdots n].$$

Ho calcolato le differenze 1ᵉ, 2ᵉ, 3ᵉ, 4ᵉ dei valori di V_x dati dalla " Statistica Italiana " del 1901, per la popolazione maschile ($V_0 = 100000$, $V_{101} = 0$); le 1ᵉ sono naturalmente negative, le altre sono parte positive, parte negative, e, considerando le età da 7 anni in poi, si ha:

massimo valore assoluto delle $\Delta = 2008$
" " " " $\Delta^2 = 169$
" " " " $\Delta^3 = 60$
" " " " $\Delta^4 = 53$

Quindi, applicando la formula di Lubbock col resto per calcolare una somma di valori di $r^{-x}V_x$, conviene fermarsi alle differenze prime, cioè porre $n = 2$.

In tal caso il resto R è della forma:

$$ma^3 A_3 u$$

ove u è un valore medio fra quelli assunti dalla differenza 3ª di $r^{-x}V_x$ da y in poi, se $r^{-y}V_y$ è il primo termine della somma. Poichè, per la formula precedente, la differenza 3ª di $r^{-x}V_x$ è:

$$r^{-x-3} (\Delta^3 V_x - 3t\Delta^2 V_x + 3t^2 \Delta V_x - t^3 V_x)$$

segue che u è in valore assoluto minore di:

$$r^{-y-3} (60 + 3 \times 170t + 3 \times 2008t^2 + 100000t^3).$$

In particolare, se il tasso d'interesse è il 3,50 %, cioè $t = 0,035$, u è minore in valore assoluto di $90 (1,035)^{-y-3}$.

Ad esempio, calcolo la somma dei valori della funzione D_x da 51 anni in poi, applicando la formula (2).

Posto nella (2):

$$fx = D_{51+x}, \qquad a = 5, \qquad m = 10; \qquad n = 2$$

si ha:

$$D_{51} + D_{52} + D_{53} + \ldots = 5(D_{51} + D_{56} + D_{61} + \ldots) - A_1 D_{51} -$$
$$- A_2(D_{56} - D_{51}) + 1250 A_3 u$$

ove:

$$A_1 = 2, \qquad A_2 = -0{,}4, \qquad A_3 = 0{,}2,$$

ed u è compreso fra:

$$-90(1{,}035)^{-54} \qquad e \qquad 90(1{,}035)^{-54}$$

cioè fra -14 e 14.

Quindi il resto è compreso fra -3500 e 3500.

Mediante la tavola dei valori di r^{-x} e quella dei valori di V_x, si trova che il secondo membro, a meno del resto, è 124000 circa.

Dunque la somma cercata è 124000 più o meno una frazione di 3500:

$$\Sigma(D_x | x, 51 \cdots 100) = 124000 \pm \theta 3500.$$

Quindi il valore attuale della pensione annua unitaria differita di 32 anni per una persona di 18 anni, è:

$$\frac{\Sigma(D_x | x, 51 \cdots 100)}{D_{18}} = \frac{124000 \pm \theta 3500}{36207} = 3{,}4 \pm \theta 0{,}1$$

cioè è compreso fra 3,3 e 3,5.

L'approssimazione è più che sufficiente, se si tien conto della variazione che presentano le cifre di V_x dopo la prima, quando si confrontano le statistiche di varie nazioni, non solo, ma anche le statistiche di una stessa nazione nei varî censimenti.

Credo però utile di citare qui una formula data dal " Formulario Mathematico „ (pag. 131, prop. 3·4), che si presta benissimo al calcolo della somma di valori della funzione $r^{-x} V_x$. È la seguente:

$$a, b \varepsilon n \,.\, b > a \,.\, c \varepsilon Q \sim \iota 1 \,.\, f \varepsilon q F a \cdots b \,.\, \supset.$$

$$\Sigma[c^x fx | x, a \cdots (b-1)] = \frac{c^b fb - c^a fa}{c-1} - \frac{c}{c-1} \Sigma[c^x \Delta fx | x, a \cdots (b-1)].$$

Si dimostra così:

$$\Delta(c^x fx | x)x = c^{x+1}\Delta fx + fx\Delta c^x = cc^x\Delta fx + (c-1)c^x fx$$

da cui:

$$c^x fx = \frac{1}{c-1}\Delta(c^x fx | x)x - \frac{c}{c-1} c^x\Delta fx ;$$

facendo variare x da a a $b-1$, sommando, ed osservando che la somma delle differenze di $c^x fx$ vale $c^b fb - c^a fa$, si ottiene la proposizione enunciata.

Applicandola alla funzione $r^{-x}V_x$, poichè $r^{-1}/(r^{-1}-1) = = 1/(1-r) = -1/t$, si ha:

$$\Sigma[r^{-x}V_x | x, a \cdots (b-1)] = \frac{1}{t}(r^{-a+1}V_a - r^{-b+1}V_b) + + \frac{1}{t}\Sigma[r^{-x}\Delta V_x | x, a \cdots (b-1)].$$

Poichè la funzione V_x è nulla per ogni valore di x superiore all'età estrema della vita umana, si può scrivere:

$$\Sigma[r^{-x}V_x | x, a + N_0] = \frac{1}{t} r^{-a+1}V_a + \frac{1}{t}\Sigma[r^{-x}\Delta V_x | x, a + N_0]$$

ed applicando $n+1$ volte successivamente tale formula, risulta:

$$\Sigma[r^{-x}V_x | x, a + N_0] = \frac{r^{-a+1}}{t}\Sigma\left(\frac{1}{t^r}\Delta^r V_a | r, 0 \cdots n\right) + + \frac{1}{t^{n+1}}\Sigma(r^{-x}\Delta^{n+1}V_x | x, a + N_0).$$

Ripeto il calcolo di $\Sigma r^{-x}V_x$ variando x da 51 in poi, applicando questa formula per $n = 3$.

Si ha:

$$\Sigma(r^{-x}V_x | x, 51 + N_0) = \frac{r^{-50}}{t}(V_{51} + \frac{1}{t}\Delta V_{51} + \frac{1}{t^2}\Delta^2 V_{91} + + \frac{1}{t^3}\Delta^3 V_{51}) + \frac{1}{t^4}\Sigma(r^{-x}\Delta^4 V_x | x, 51 + N_0).$$

Supporremo sempre che sia $t = 0{,}035$, e che i valori di V_x

siano quelli dati dalla tavola della " Statistica Italiana „ del 1901. Maschi. In tali ipotesi si ha:

$$V_{51} = 51420$$

$$\Delta V_{51} = -745 \ldots\ldots \frac{1}{t}\Delta V_{51} = -21285$$

$$\Delta^2 V_{51} = -45 \ldots\ldots \frac{1}{t^2}\Delta^2 V_{51} = -36734$$

$$\Delta^3 V_{51} = 39 \ldots\ldots \frac{1}{t^3}\Delta^3 V_{51} = 909620$$

$$\text{Somma} = 903021$$

$$r^{-50} = 0{,}179053\ldots \qquad \frac{r^{-50}}{t} = 5{,}1158\ldots$$

e quindi:

$$4619000 < \frac{r^{-50}}{t}\left(V_{51} + \ldots + \frac{1}{t^3}\Delta^3 V_{51}\right) < 4620000 ;$$

Dobbiamo ora calcolare:

$$\frac{1}{t^4}\left(r^{-51}\Delta^4 V_{51} + r^{-52}\Delta^4 V_{52} + \ldots\right).$$

La somma fra parentesi si calcola abbastanza facilmente, perchè delle differenze quarte di V_{51}, V_{52}, ..., 4 sono nulle, 32 sono inferiori a 10 in valore assoluto e delle rimanenti la più grande in valore assoluto è -53. Prendendo i valori di r^{-x} con 6 cifre decimali ed in difetto, eseguendo i prodotti per le Δ^4 di V e sommando, si trova $-6{,}744627$; poichè la somma delle Δ^4 positive è 260 e la somma delle Δ^4 negative è -299, segue:

$$-6{,}745 < r^{-51}\Delta^4 V_{51} + r^{-52}\Delta^4 V_{52} + \ldots < -6{,}744$$

e quindi:

$$-4495000 < \frac{1}{t^4}\left(r^{-51}\Delta^4 V_{51} + r^{-52}\Delta^4 V_{52} + \ldots\right) < -4494000.$$

Dunque la somma cercata sta fra 4619000 — 4495000 e 4620000 — 4494000, cioè fra:

$$124000 \quad \text{e} \quad 126000$$

e quindi vale 125000 più o meno una frazione di 1000:

$$\Sigma(r^{-x}V_x|x, 51 + N_0) = 125000 \pm \theta\, 1000.$$

Le tavole di commutazione dànno:

$$\Sigma(r^{-x}V_x|x, 51 + N_0) = 125124.$$

VI.

Calcolo, come altro esempio, la somma dei reciproci dei quadrati dei numeri interi da 100 a 199 mediante la formula di Lubbock col resto dopo le differenze seconde. Posto nella (1):

$$fx = \frac{1}{(100 + x)^2}, \quad a = 10, \quad m = 10, \quad n = 3$$

si ha:

$$\begin{aligned}\frac{1}{100^2} + \frac{1}{101^2} + \ldots + \frac{1}{199^2} = 10\left(\frac{1}{100^2} + \frac{1}{110^2} + \ldots + \frac{1}{190^2}\right)& \\ + A_1\left(\frac{1}{200^2} - \frac{1}{100^2}\right)& \\ + A_2\left(\frac{1}{210^2} - \frac{1}{200^2} - \frac{1}{110^2} + \frac{1}{100^2}\right)& \\ + A_3\left(\frac{1}{220^2} - \frac{2}{210^2} + \frac{1}{200^2} - \frac{1}{120^2} + \frac{2}{110^2} - \frac{1}{100^2}\right)& \\ + 10^5 A_4 u&\end{aligned}$$

ove $A_1 = 4{,}5$, $A_2 = -0{,}825$, $A_3 = 0{,}4125$, $A_4 = -0{,}26\ldots$, ed u è un valore medio fra quelli assunti dalla differenza 4ª di $1/x^2$ per i valori da 100 in poi.

Ma la differenza 4ª di $1/x^2$ vale:

$$\frac{4!}{x(x+1)\ldots(x+4)}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \ldots + \frac{1}{x+4}\right)$$

quindi il resto è negativo e minore in valore assoluto di:

$$\frac{10^5 \times 0{,}3 \times 5\,!}{100^6} < 0{,}000004\,.$$

Con 6 cifre decimali, per difetto, e con errore minore di un'unità del 6° ordine, si trova:

$$\begin{aligned} \frac{10}{100^2} + \frac{10}{110^2} + \dots + \frac{10}{190^2} &= 0{,}005389 \\ A_1(\dots) + A_2(\dots) + A_3(\dots) &= -0{,}000351 \\ \text{somma} &= 0{,}005038 \end{aligned}$$

Dunque il 2° membro, a meno del resto, è compreso fra:

$$0{,}005037 \quad \text{e} \quad 0{,}005039$$

e poichè il resto è negativo e minore in valore assoluto di 4 unità del 6° ordine decimale, si conclude che la somma cercata è compresa fra:

$$0{,}005033 \quad \text{e} \quad 0{,}005039$$

cioè, con 5 cifre decimali, per difetto e con errore minore di un'unità del 5° ordine:

$$\sum \left(\frac{1}{x^2} \mid x, 100 \cdots 199 \right) = 0{,}00503\,.$$

VII.

Se nella (1) si sostituisce ad f la funzione $f\left(\frac{x}{a}\right)$ in cui varia x, si divide tutto per a, poi si passa al limite per a tendente ad ∞, si ottiene il valore dell'integrale:

$$(3) \qquad \begin{aligned} S(f, 0^{-}m) &= \Sigma\,[f, 0 \cdots (m-1)] + \\ &+ \Sigma\,[c_r(\Delta^{r-1} fm - \Delta^{r-1} f0) \mid r, 1 \cdots n] + mc_{n+1}u \end{aligned}$$

ove c_r è il limite di A_r/a per $a = \infty$, cioè è il coefficiente di z^r nello sviluppo di $z/\log(1+z)$, ed u è un valore medio fra quelli che assume la derivata di ordine $n+1$ di f nell'intervallo da 0 ad $m+n-1$.

I numeri c soddisfano alle condizioni:

$$c_0 = 1$$

$$c_1 - \frac{c_0}{2} = 0$$

$$c_2 - \frac{c_1}{2} + \frac{c_2}{3} = 0$$

etc., etc.

Dimostrerò questa formula per via diretta, senza che occorra supporre la continuità di f, la quale ipotesi invece è necessaria quando si ottenga la formula passando al limite in quella di Lubbock col resto. Inoltre la dimostrazione diretta dà una semplice espressione dei numeri c.

Siano n ed m due numeri interi positivi, e sia f una funzione definita assieme alla sua derivata di ordine $n+1$ in tutto l'intervallo continuo da 0 ad $n+m-1$. Allora, se x è un valore qualunque di tale intervallo, la formula d'interpolazione per le differenze finite data dal Mercator e completata col resto dato da Cauchy (I) ci dà:

$$fx = f0 + x\Delta f0 + C(x,2)\Delta^2 f0 + \ldots + C(x,n)\Delta^n f0 + C(x,n+1)D^{n+1}fz$$

ove z è un valore dell'intervallo considerato. Brevemente:

$$fx = f0 + \Sigma[C(x,r)\Delta^r f0 \mid r, 1 \cdots n] + C(x,n+1)D^{n+1}fz\,.$$

Integro fra i limiti 0 ed 1, e pongo:

$$c_r = S[C(x,r) \mid x, 0 \frown 1]\,.$$

Si avrà:

$$S(f, 0 \frown 1) = f0 + \Sigma(c_r \Delta^r f0 \mid r, 1 \cdots n) + c_{n+1}u$$

ove u indica un valore medio fra quelli di $D^{n+1}f$ nell'intervallo da 0 ad n.

Analogamente:

$$S(f, 1 \text{⌐} 2) = f1 + \Sigma\,(c_r \Delta^r f1 \,|\, r, 1 \cdots n) + c_{n+1} u_1$$
$$S(f, 2 \text{⌐} 3) = f2 + \Sigma\,(c_r \Delta^r f2 \,|\, r, 1 \cdots n) + c_{n+1} u_2$$

etc.;

$$S[f, (m-1) \text{⌐} m] = f(m-1) + \Sigma\,[c_r \Delta^r f(m-1) \,|\, r, 1 \cdots n] + c_{n+1} u_{m-1}$$

ove $u_r \epsilon \, \text{Med}\, D^{n+1} f ‘ \, r \text{⌐} (n+r)$.

Sommando queste eguaglianze a membro a membro, osservando che:

$$\Delta^r f0 + \Delta^r f1 + \ldots + \Delta^r f(m-1) = \Delta^{r-1} fm - \Delta^{r-1} f0$$

e che la somma degli u si può porre sotto la forma mu, ove u indica un valore medio fra quelli di $D^{n+1} f$ nell'intervallo da 0 ad $n + m - 1$, si ha appunto la (3).

La formula si può enunciare completamente in simboli così:

$$m, n \epsilon N_1 \,.\, f, D^{n+1} f \epsilon \, \text{q}\, F\, 0 \text{⌐} (m+n-1) : r \epsilon N_1 \,.\, \supset_r .\, c_r = S\,|\, C(x, r) \,|\, x, 0 \text{⌐} 1] : \supset .$$
$$S(f, 0 \text{⌐} m) - \Sigma\,[f, 0 \cdots (m-1)] -$$
$$- \Sigma\,[c_r (\Delta^{r-1} fm - \Delta^{r-1} f0) \,|\, r, 1 \cdots n] \;\epsilon\; m\, c_{n+1}\, \text{Med}\, D^{n+1} f ‘ \, 0 \text{⌐} (m + n - 1).$$

Essa ha molta analogia colla formula data da Eulero nel 1732 e da Mac Laurin nel 1742, detta formula di Eulero-Mac Laurin, completata col resto da Jacobi nel 1834, la seguente:

$$S(f, 0 \text{⌐} m) = \frac{1}{2} f0 + \Sigma\,[f, 1 \cdots (m-1)] + \frac{1}{2} fm +$$
$$+ \sum \left[(-1)^r \frac{B_r}{(2r)!} (D^{2r-1} fm - D^{2r-1} f0) \,|\, r, 1 \cdots (n-1) \right] +$$
$$+ S\,\{ \text{Bern}(x, 2n)\, \Sigma\,[D^{2n} f(r - x) \,|\, r, 1 \cdots m] \,|\, x, 0 \text{⌐} 1 \}.$$

In questa i coefficienti numerici $B_r / (2r)!$ sono i coefficienti di z nello sviluppo di $z / (e^z - 1)$, mentre in quella i coefficienti numerici c_r sono i coefficienti di z nello sviluppo di $z / \log(1+z)$.

I coefficienti c_r si calcolano facilmente; ad es.:

$$c_1 = \mathrm{S}[\mathrm{C}(x,1) \mid x, 0 \frown 1] = \mathrm{S}(x \mid x, 0 \frown 1) = \frac{1}{2}$$

$$c_2 = \mathrm{S}[\mathrm{C}(x,2) \mid x, 0 \frown 1] = \frac{1}{2} \mathrm{S}[x(x-1) \mid x, 0 \frown 1] =$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{12}$$

$$c_3 = \mathrm{S}[\mathrm{C}(x,3) \mid x, 0 \frown 1] = \frac{1}{6} \mathrm{S}[x(x-1)(x-2) \mid x, 0 \frown 1] =$$
$$= \frac{1}{6}\left(\frac{1}{4} - 1 + 1\right) = \frac{1}{24}$$

$$c_4 = \mathrm{S}[\mathrm{C}(x,4) \mid x, 0 \frown 1] = \frac{1}{24} \mathrm{S}[x(x-1)(x-2)(x-3) \mid x, 0 \frown 1] =$$
$$= \frac{1}{24}\left(\frac{1}{5} - \frac{3}{2} + \frac{11}{3} - 3\right) = -\frac{19}{720}$$

etc. Si può verificare che essi sono appunto i coefficienti dei termini di grado più elevato nelle espressioni di $A_1, A_2, \ldots$ (III).

Osservazione. Se nella formula ora dimostrata si pone $n = 1$, si ottiene il teorema:

$$m \,\epsilon\, \mathrm{N}_1 \,.\, f, \mathrm{D}^2 f \,\epsilon\, \mathrm{q\,F}0 \frown m \,.\supset .$$
$$\mathrm{S}(f, 0 \frown m) - \frac{1}{2} f0 - \Sigma[f, 1 \cdots (m-1)] - \frac{1}{2} fm$$
$$\epsilon - \frac{1}{12}\, m \,\mathrm{Med}\, \mathrm{D}^2 f \text{‘} 0 \frown m.$$

È questa la formula di quadratura detta dei trapezii.

VIII.

Calcolo la $\sum\left(\frac{1}{x^2} \mid x, 100 \cdots 199\right)$ colla formula (3), prendendo il resto dopo le differenze prime. Posto nella (3):

$$fx = \frac{1}{(100+x)^2}, \quad m = 100, \quad n = 2$$

si ha:

$$\sum\left(\frac{1}{x^2} \mid x, 100 \cdots 199\right) = \mathrm{S}\left(\frac{1}{x^2} \mid x, 100 \frown 200\right) -$$
$$- c_1\left(\frac{1}{200^2} - \frac{1}{100^2}\right) - c_2\left(\frac{1}{201^2} - \frac{1}{200^2} - \frac{1}{101^2} + \frac{1}{100^2}\right) - 100\, c_3 u$$

ove $c_1 = 1/2$, $c_2 = -1/12$, $c_3 = 1/24$ ed u è uno dei valori che assume la derivata 3ª di $1/x^2$ quando x varia da 100 a 201.

La derivata 3ª di $1/x^2$ vale $-4!\,x^{-5}$, quindi il resto è positivo, e minore di $1/100^4$.

Si ha poi:

$$S\left(\frac{1}{x^2} \mid x, 100 \cdots 200\right) = \frac{1}{100} - \frac{1}{200} = 0{,}005$$

$$c_1\left(\frac{1}{100^2} - \frac{1}{200^2}\right) \qquad = 0{,}0000375$$

$$-c_2\left(\frac{1}{100^3} - \frac{1}{101^3} - \frac{1}{200^3} + \frac{1}{201^3}\right) = 0{.}00000014\ldots$$

$$\text{somma} \qquad = 0{.}00503764\ldots$$

Dunque il valore di $\sum\left(\frac{1}{x^2} \mid x, 100 \cdots 199\right)$, a meno del resto, è compreso fra:

$$0{,}00503764 \quad \text{e} \quad 0{,}00503765$$

e poichè l'errore è positivo e minore di un'unità dell'ottavo ordine decimale, si conclude che tale somma è compresa fra:

$$0{,}00503764 \quad \text{e} \quad 0{,}00503766$$

cioè, con 7 cifre decimali, per difetto e con errore minore di un'unità del 7° ordine:

$$\sum\left(\frac{1}{x^2} \mid x, 100 \cdots 199\right) = 0{,}0050376\,.$$

Così, mentre colla (1), usando due ordini di differenze, si avevano solo le prime 5 cifre decimali della somma, la (3) ci dà 7 cifre decimali, pur tenendo conto delle sole differenze prime, e con un calcolo di gran lunga più rapido. Si può anzi affermare che l'ottava cifra od è 4 od è 5.

Sulla cementazione degli acciai al nichelio. I.

Nota di F. GIOLITTI e F. CARNEVALI.

(Con 1 Tavola).

In una serie di note, pubblicate nello scorso triennio (1), abbiamo studiato il processo della cementazione degli ordinari acciai al carbonio, proponendoci sopra tutto di determinare in qual modo varino — col variare delle condizioni nelle quali si compiono le cementazioni e gli ulteriori trattamenti ai quali l'acciaio cementato è sottoposto — la *concentrazione* e la *distribuzione* del carbonio nelle zone cementate.

Nelle numerose altre ricerche sperimentali — antecedenti alle nostre — delle quali è stato oggetto il processo della cementazione, i vari sperimentatori si sono proposti quasi esclusivamente due problemi: dei quali il primo ha per oggetto lo stabilire quale parte spetti nel processo della cementazione all'azione diretta del carbonio solido sul ferro, e quale, invece, ai gas carburanti: ed il secondo consiste nello studio delle relazioni che passano fra la *profondità* raggiunta dalle zone cementate e le condizioni (di tempo, di temperatura, di composizione del cemento,... ecc.) nelle quali si compie la cementazione. — Soltanto incidentalmente troviamo in due o tre di quei lavori (2) i risultati di alcune determinazioni di carbonio, eseguite sopra vari strati successivi di una stessa zona cementata: risultati i quali — se convenientemente completati e interpretati — avrebbero permesso di trarre qualche conclusione intorno alla

(1) V. " Gazzetta Chimica Italiana „; " Rendiconti della R. Accademia dei Lincei „; " Rendiconti della Società Chimica di Roma „; " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino „; " Rassegna Mineraria „, anni 1908-1910.

(2) V. ad esempio la classica memoria di R. Mannesmann (" Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleisses „, 1879), e l'interessante lavoro di Arnold (" The Journal of the Iron and Steel Institute „, 1898, II).

distribuzione del carbonio nelle zone cementate. — Invece, in nessuno dei lavori pubblicati anteriormente ai nostri, abbiamo trovato altra considerazione intorno alla distribuzione del carbonio nelle zone cementate, all'infuori della constatazione *puramente qualitativa* — ed ovvia *a priori* — che nelle zone cementate — qualunque siano le condizioni in cui esse sono state preparate — la concentrazione del carbonio va diminuendo a mano a mano che si procede dalla superficie agli strati più profondi.

Ora le nostre ricerche più recenti — che abbiamo citate poco fa — ci hanno permesso di stabilire: 1) Che la concentrazione e la distribuzione del carbonio nelle zone cementate possono variare entro limiti larghissimi col variare delle condizioni nelle quali si compie la cementazione (e specialmente colla natura del cemento, colla temperatura,... ecc.); col variare delle condizioni nelle quali si compie il primo raffreddamento del pezzo cementato; col variare dei successivi trattamenti termici ai quali il pezzo cementato viene sottoposto; ... ecc. — 2) Che le proprietà meccaniche dei pezzi cementati e temprati (ed in special modo la loro resistenza all'urto) dipendono assai più direttamente dalla concentrazione e dalla *distribuzione* del carbonio negli strati successivi delle loro zone carburate, che non dalla profondità della cementazione, o da ogni altra caratteristica. — 3) Che operando in determinate condizioni e usando cementi determinati, si possono ottenere zone cementate nelle quali — oltre alla profondità — la concentrazione e la distribuzione del carbonio sono tali da conferire al pezzo cementato le proprietà meccaniche che lo rendono meglio atto a compiere il lavoro al quale è destinato (1).

Ciò posto — e data l'importanza pratica dei primi risultati, i quali hanno già trovato larga applicazione nella tecnica — è evidente l'interesse di estendere le ricerche compiute sugli acciai al carbonio, agli acciai speciali; e sopra tutto a quelli attualmente più adoperati nelle industrie meccaniche. Tali ricerche — necessariamente lunghe e laboriose — abbiamo già iniziate

(1) Su questo punto abbiamo già raccolto un abbondante materiale sperimentale *tecnico*, che pubblicheremo in seguito.

fino da molti mesi addietro. — Di esse comunichiamo ora quella parte dei risultati che si riferisce alla cementazione degli acciai al nichelio, eseguita con cementi gassosi puri, sotto la pressione atmosferica ordinaria. — Questa serie di esperienze è parallela ad una delle prime serie di ricerche da noi eseguite sugli acciai al carbonio (1).

I risultati delle ricerche sulla cementazione degli acciai speciali appartengono a due classi nettamente distinte. — La prima di esse comprende i risultati atti a fornire indicazioni intorno all'andamento del processo della cementazione, *per sè stesso*: e ad essi si ricollegano tutte le considerazioni relative sia alla teoria che alla pratica della cementazione. — Il secondo gruppo comprende le deduzioni che possono trarsi intorno alla natura e alla costituzione degli acciai ternarî, in base all'osservazione delle zone cementate; nelle quali — variando il carbonio da punto a punto secondo una legge determinabile sperimentalmente — ci si presentano le strutture corrispondenti ad *intieri tratti continui* della porzione più interessante del diagramma del sistema ternario costituito dal ferro, dal carbonio e dal metallo " speciale „.

Riservandoci di far conoscere più tardi i risultati di questa seconda classe di osservazioni, ci limitiamo ad occuparci ora di quanto riguarda più direttamente l'andamento della cementazione degli acciai al nichelio.

Come materie prime, abbiamo adoperato acciai al nichelio, gentilmente fornitici dal Sig. Paul Girod. — Tali acciai — fabbricati al forno elettrico Girod, nelle officine della " Compagnie des Forges et Aciéries Électriques Paul Girod „ di Ugine — avevano le seguenti composizioni:

1) *Acciaio* A): che distingueremo in seguito come acciaio al 2 % di nichelio:

Nichelio	2,03 %
Carbonio	0,10 %
Silicio	0,26 %
Manganese	1,38 %

(1) Giolitti e Carnevali, " Gazz. Chimica ital. „, 1908, II, pgg. 309-351

2) *Acciaio* B): che indicheremo in seguito come acciaio al 3 % di nichelio:

Nichelio	2,92 %
Carbonio	0,11 %
Silicio	0,035 %
Manganese	1,34 %

3) *Acciaio* C): che indicheremo in seguito come acciaio al 5 % di nichelio:

Nichelio	5.02 %
Carbonio	0.118 %
Silicio	0,20 %
Manganese	1,53 %

4) *Acciaio* D): che indicheremo in seguito come acciaio al 25 % di nichelio:

Nichelio	24,92 %
Carbonio	0,17 %
Silicio	0.10 %
Manganese	3.46 %

5) *Acciaio* E): che indicheremo in seguito come acciaio al 30 % di nichelio:

Nichelio	29,80 %
Carbonio	0,06 %
Silicio	0,10 %
Manganese	1,35 %

Tutti questi acciai non contenevano che tracce di zolfo e di fosforo.

Come cementi gassosi adoperammo successivamente l'etilene e l'ossido di carbonio puri: le precedenti esperienze (1) avendo dimostrato che le cementazioni ottenute con essi costituiscono i " tipi „ ai quali possono riferirsi i risultati ottenuti mediante

(1) V. Giolitti e Carnevali, loc. cit.

molti altri gas carburanti. — Adottammo — sia per la preparazione e la purificazione dei gas, che per l'esecuzione delle cementazioni — dispositivi sperimentali completamente analoghi a quelli già descritti nelle note precedenti (1): talchè stimiamo superfluo darne qui la descrizione. — Accanto ai cilindretti di acciaio al nichelio — delle solite dimensioni di 10 mm. di diametro per 100 mm. di lunghezza — collocammo sempre nella camera di cementazione un cilindretto di acciaio dolce al carbonio, della seguente composizione:

Carbonio	0,06 %
Silicio	0,04 %
Manganese	0,37 %
Zolfo	0.02 %
Fosforo	0.02 %

L'esame microscopico — e talora l'analisi chimica — di questo cilindretto, ci permise di controllar sempre — in base ai risultati delle numerosissime esperienze eseguite precedentemente sullo stesso acciaio — l'andamento normale delle cementazioni.

Compiuta la cementazione, lasciammo raffreddare lentamente i cilindretti nel forno stesso: poi — dopo averli opportunamente rettificati — ne tagliammo, al tornio, una serie di strati coassiali dello spessore di *due decimi* di millimetro ciascuno. — Raccolto a parte il materiale costituente ciascuno strato, vi determinammo il carbonio per pesata, col metodo di Corleis, separando prima il ferro mediante la soluzione di cloruro doppio di rame e potassio. — In generale facemmo due determinazioni per ogni strato.

Il taglio degli strati successivi non presentò alcuna difficoltà allorchè l'acciaio costituente gli strati stessi apparteneva ad una delle serie estreme degli acciai al nichelio: la serie degli acciai perlitici o quella degli acciai a ferro γ (poliedrici). Ciò che accadde — naturalmente — per gli acciai al 2 e al 3 % di nichelio, che si mantengono perlitici anche ai tenori di carbonio più elevati raggiunti nelle zone cementate; e per gli acciai

(1) V. sopratutto la nota or ora citata.

al 25 e al 30 % di nichelio, nei quali il ferro γ si presenta anche pei bassi tenori di carbonio. — Al più, le zone più carburate dell'acciaio al 2 % e al 3 % di nichelio e quelle meno carburate dell'acciaio al 25 % di nichelio, possono presentare le strutture " miste „ caratteristiche delle due " zone di transizione „ del diagramma di Guillet (1).

In modo differente si comporta l'acciaio al 5 % di nichelio; il quale — secondo il diagramma di Guillet — nelle zone a tenore di carbonio inferiore al 0,85 % è perlitico: nelle zone in cui il tenore di carbonio varia da 0,85 a 1,05 % ha struttura mista; mentre pei tenori di carbonio superiori ad 1,05 % è martensitico, e quindi fragile ed inattaccabile agli utensili più duri. — E realmente i cilindretti di acciaio al 5 % di nichelio cementati con etilene — nei quali, come fra breve vedremo, il tenore di carbonio degli strati superficiali supera l'1,1 % — risultarono costituiti da martensite pura, e del tutto inattaccabili agli utensili più duri. — Senonchè, sottoponendo le provette — immerse nella polvere di carbone, in ambiente chiuso — ad un prolungato riscaldamento a 600° seguito da un raffreddamento lentissimo (circa 100° C. all'ora), giungemmo a conferire la struttura " mista „ (ferro α, perlite e martensite) (2), e quindi a rendere attaccabili all'utensile, gli strati esterni di quei cilindretti, nei quali (come fra breve vedremo) la concentrazione del carbonio supera l'1,1 %.

Ci limitiamo, per ora, a constatare questo fatto, sul quale — e su altri analoghi — avremo occasione di ritornare in seguito. Facciamo, però, notare fin d'ora che esso conduce ad un sensibile spostamento della linea di demarcazione fra gli acciai perlitici e gli acciai martensitici (almeno nella regione degli acciai ipereutectici) del diagramma di Guillet: almeno quando questo voglia intendersi riferito agli acciai al nichelio

(1) V. Guillet. *Les aciers spéciaux*, I, pag. 44 e segg. (Paris, V^ve^ Dunod édit., 1904).

(2) Ci serviamo qui dell'indicazione di struttura data dal Guillet. — È evidente — in base alla regola delle fasi — che una tale costituzione non può ancora corrispondere ad uno stato di equilibrio completo, ma presuppone delle persistenti differenze di concentrazione delle soluzioni solide di formazione primaria.

nelle condizioni quanto più è possibile prossime a quelle dell' equilibrio *completo*. Chè per le ordinarie velocità di raffreddamento, le nostre osservazioni confermano pienamente quelle del Guillet.

Ciò posto, riferiamo senz'altro i risultati delle determinazioni di carbonio eseguite sugli strati successivi dei varî acciai, cementati in condizioni diverse. Per maggior chiarezza raccogliamo i risultati in quattro serie, ciascuna delle quali si riferisce a cementazioni eseguite in uguali condizioni. I dati numerici relativi a ciascuna cementazione sono poi rappresentati, nel solito modo, in un diagramma " concentrazione-profondità " (1).

Iª Serie.

Cementazioni eseguite facendo passare a 950° durante *cinque ore* litri 16 ½ di *ossido di carbonio*, sopra *cinque* cilindretti di acciaio (2).

a) Acciaio al 3 %₀ di nichelio (Fig. 1).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio %		
		1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0.2	0,37	0,40	0,385
3	0,6	0,26	0,24	0,250
5	1,0	0,196	—	0,196

(1) La linea orizzontale tratteggiata, tracciata in ogni diagramma, indica la concentrazione iniziale del carbonio nell'acciaio sottoposto alla cementazione.

(2) Le cementazioni eseguite con ossido di carbonio forniscono strati carburati assai più profondi di quanto non parrebbe risultare dalle analisi qui riferite: ciò che si può facilmente constatare mediante l'esame microscopico. — Ma negli strati più profondi, la *concentrazione* del carbonio è costantemente *molto bassa* (come abbiamo già dimostrato in precedenti pubblicazioni, per gli acciai al carbonio; e come l'esame microscopico conferma per gli acciai al nichelio), talchè per tali strati le *variazioni* di tale concentrazione divengono molto piccole, e cessano dal presentare qualsiasi interesse pratico. — È questa la ragione per la quale abbiamo limitato — per queste cementazioni — le nostre analisi ai primi strati.

b) Acciaio al 5 %₀ di nichelio (Fig. 2).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio % 1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	0,23	—	0,23
2	0,4	0,19	—	0,19
4	0,8	0,11	0.17	0,14

c) Acciaio al 30 % di nichelio (Fig. 3).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio % 1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	0,15	0,13	0,140
2	0,4	0,16	0.15	0,155
3	0,6	0,088	0.078	0,083

L'analisi del primo strato superficiale dell'acciaio dolce al carbonio, cementato nelle stesse condizioni, diede il 0,40 %.

IIª Serie.

Cementazioni eseguite facendo passare a 1050°, durante *cinque* ore, sedici litri e mezzo di ossido di carbonio sopra *tre* cilindretti d'acciaio.

a) Acciaio al 3 % di nichelio (Fig. 4).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio % 1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	0,35	0,35	0,35
2	0,4	0,215	—	0,215
4	0,8	0,11	0,14	0,125

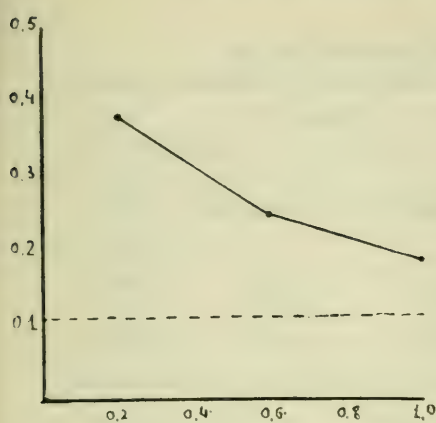



Fig. 1 (Iª Serie - *a*).

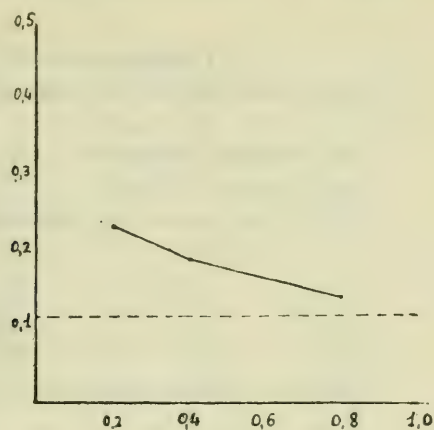



Fig. 2 (Iª Serie - *b*).

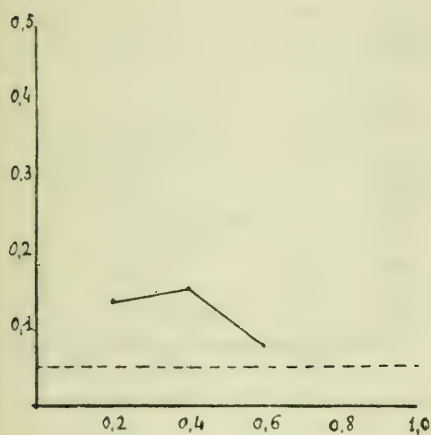



Fig. 3 (Iª Serie - *c*).

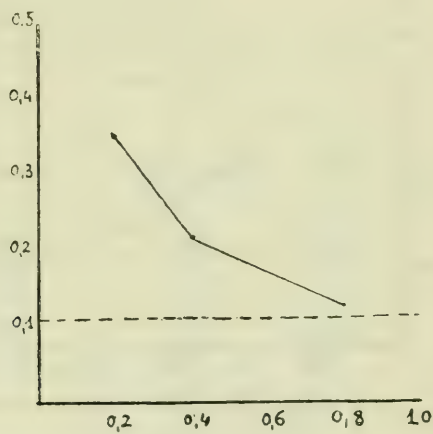



Fig. 4 (IIª Serie - *a*).

b) Acciaio al 5 %₀ di nichelio (Fig. 5).

N.º d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio %		
		1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	0,36	0,34	0,35
2	0.4	0,24	—	0,24
4	0,8	0,10	0,16	0,13

c) Acciaio al 30 % di nichelio (Fig. 6).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio % 1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0.2	0.085	0.09	0,087
2	0,4	0,20	0.15	0,175
4	0,8	0,09	0,06	0,075

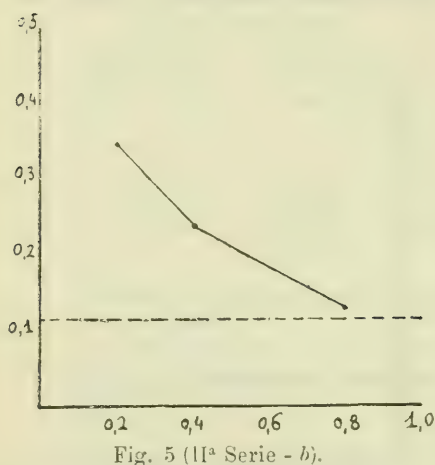
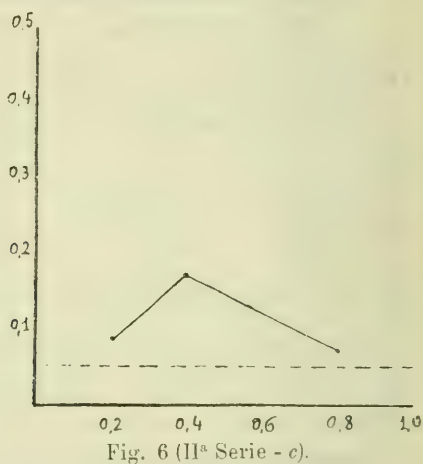



Fig. 5 (IIª Serie - *b*). Fig. 6 (IIª Serie - *c*).

L'analisi del primo strato superficiale dell'acciaio dolce al carbonio, cementato in condizioni simili (ma in un'esperienza a parte), diede il 0,34 %.

IIIª Serie.

Cementazioni eseguite facendo passare a 950° C., durante *cinque* ore, otto litri e mezzo di etilene puro, sopra *quattro* cilindretti di acciaio. Si formò sempre un abbondante deposito di carbone polverulento che copriva i cilindretti d'acciaio e le pareti del tubo di porcellana funzionante da camera di cementazione.

a) Acciaio al 2 $^0/_0$ di nichelio (Fig. 7).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio $^0/_0$ 1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	1,11	1,14	1,125
3	0,6	1.00	0.99	0.995
5	1,0	0.65	0.68	0.665
7	1,4	0,42	0,43	0.425

b) Acciaio al 5 $^0/_0$ di nichelio (Fig. 8).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio $^0/_0$ 1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	0,95	0,92	0,935
3	0,6	1,01	1.20	1,10
5	1,0	0,87	0,84	0,855
7	1,4	0,58	0,61	0,595
9	1,8	0,36	0,40	0,38

c) Acciaio al 30 $^0/_0$ di nichelio (Fig. 9).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio $^0/_0$ 1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	0,39	0,39	0,39
3	0,6	0,38	0,385	0.382
5	1,0	0,27	0,245	0,257
7	1,4	0,18	0,13	0,155

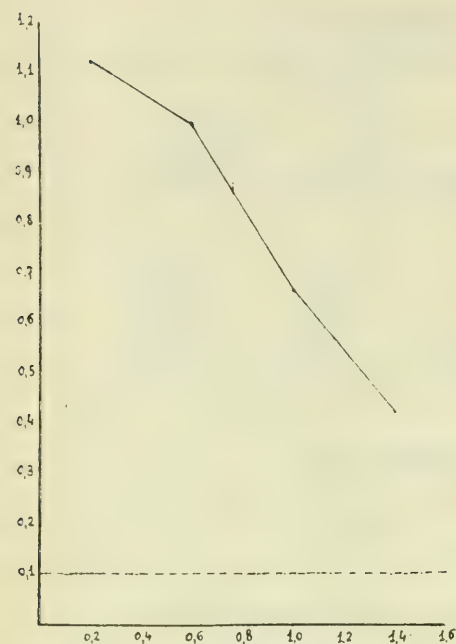



Fig. 7 (IIIª Serie - *a*).

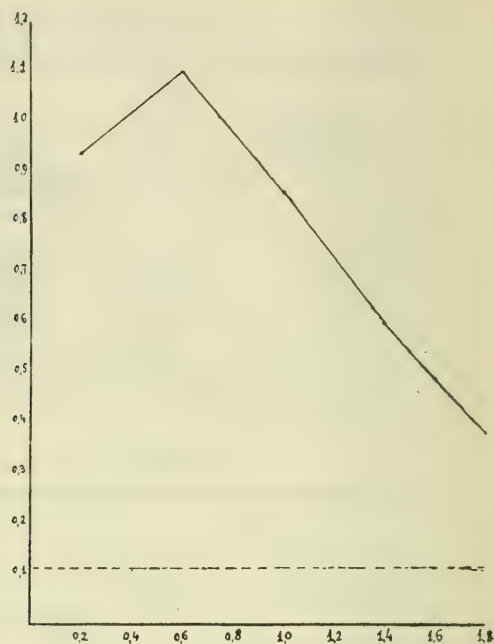



Fig. 8 (IIIª Serie - *b*).

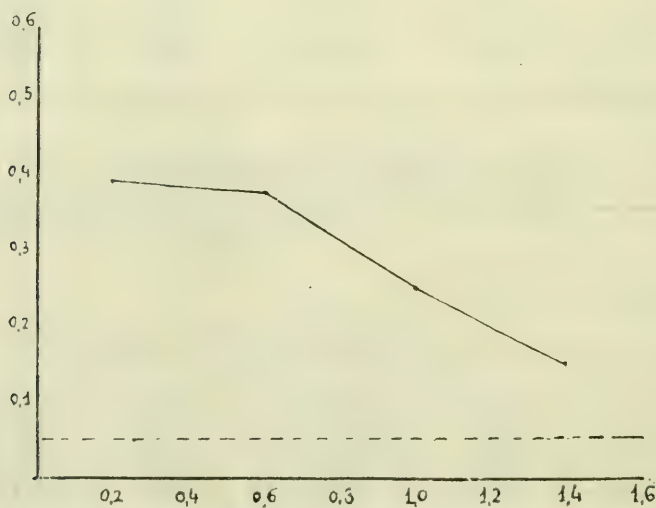



Fig. 9 (IIIª Serie - *c*).

IVª Serie.

Cementazioni eseguite facendo passare a 1050° C., durante *cinque* ore, otto litri e mezzo di etilene puro, sopra *quattro* cilindretti di acciaio. Come nella serie precedente, si formò sempre un abbondante deposito di carbone polverulento che copriva i cilindretti di acciaio e le pareti della camera di cementazione.

a) Acciaio al 3 %₀ di nichelio (Fig. 10).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio %		
		1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	1,46	1,43	1,445
3	0,6	1,50	1,56	1,53
5	1,0	1,48	1,38	1,43
7	1,4	1,29	1,19	1,25
8	1,6	1,17	—	1,17
10	2,0	1,03	—	1,03
11	2,2	0,90	0,92	0,91
13	2,6	0,76	0,74	0,75

b) Acciaio al 5 % di nichelio (Fig. 11).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio %		
		1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	1,16	1,16	1,16
2	0,4	1,20	—	1,20
4	0,8	1,32	1,24	1,28
6	1,2	1,00	0,96	0,98
8	1,6	0,68	0,68	0,68
10	2,0	0,65	0,51	0,58
12	2,4	0,40	0,48	0,44
14	2,8	0,30	0,34	0,32

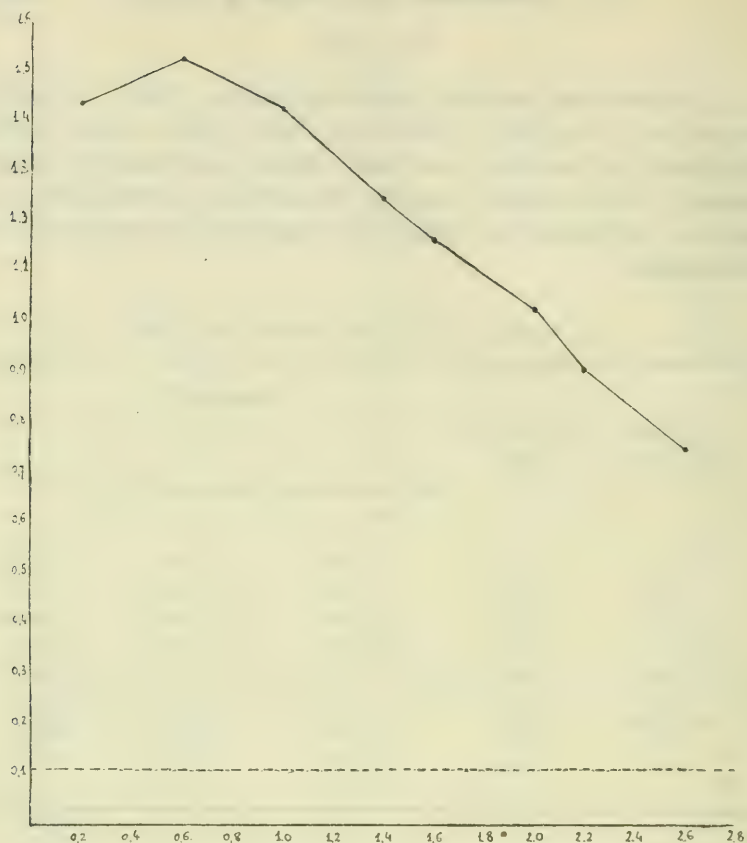



Fig. 10 (IVª Serie - *a*).

c) Acciaio al 25 %₀ di nichelio (Fig. 12).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio %		
		1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	0,69	0,69	0,69
3	0,6	0,86	0,82	0,84
5	1,0	0,80	0,79	0,795
7	1,4	0,71	0,73	0,72
9	1,8	0,68	0,66	0,67
11	2,2	0,67	0,63	0,65
13	2,6	0,55	0,56	0,555

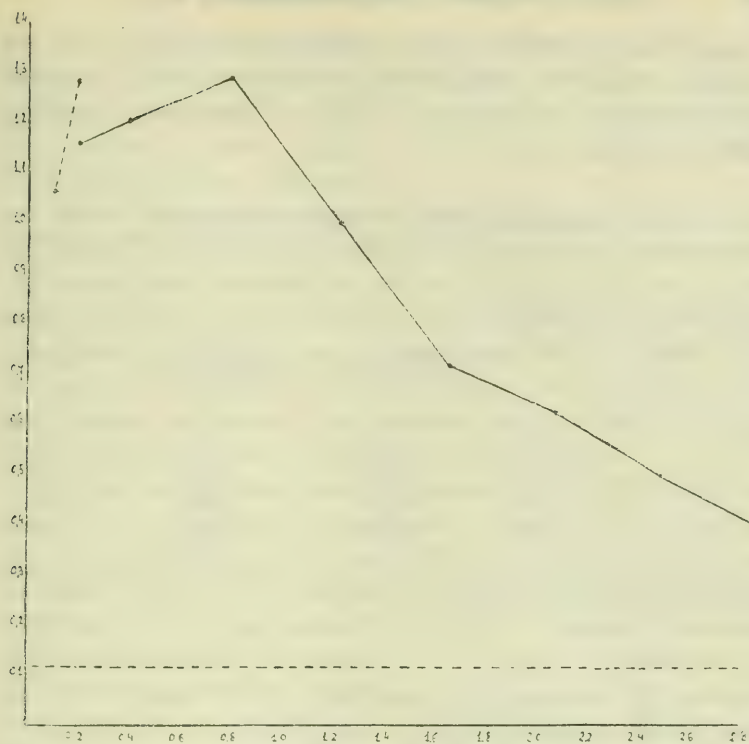



Fig. 11 (IVª Serie - *b*).

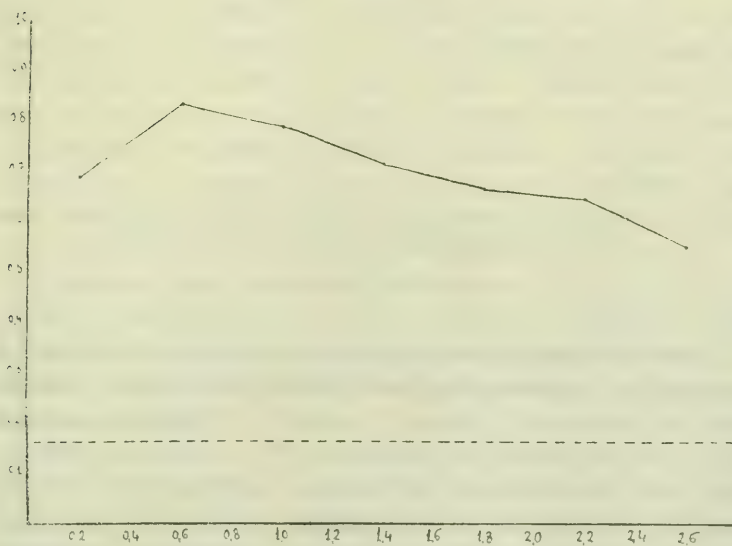



Fig. 12 (IVª Serie - *c*).

Lo strato superficiale di un cilindretto d'acciaio dolce al carbonio, cementato nelle stesse condizioni, diede — in due determinazioni — l' 1,45 % e l' 1,60 % di carbonio. In media, quindi, l' 1,52 %.

d) Acciaio al 30 % di nichelio (Fig. 13).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio % 1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	0,52	0,54	0,53
2	0.4	0,59	0,61	0,60
5	1,0	0,63	0,64	0,635
9	1.8	0,39	0,34	0,365

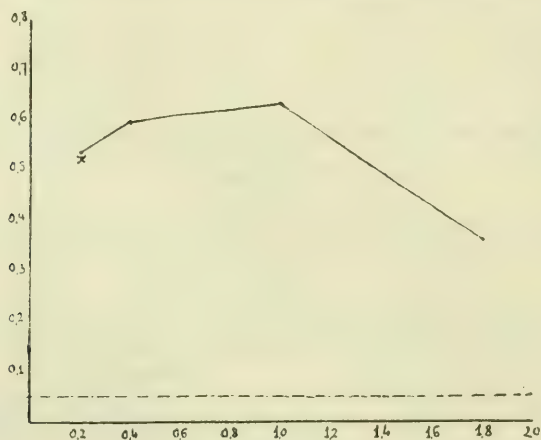



Fig. 13 (IVª Serie - *d*).

Come termine di confronto atto a dare qualche indicazione intorno alla relazione che passa fra la durata della cementazione con etilene ed il tenore massimo di carbonio raggiunto negli strati superficiali dell'acciaio al 30 % di nichelio, abbiamo fatto una cementazione in condizioni identiche alla *d)* della serie IV, ma limitandone la durata ad *un'ora*. Due determinazioni di carbonio nel primo strato di 0,2 mm. del cilindretto

d'acciaio al 30 % di nichelio così cementato diedero rispettivamente il 0,52 e il 0,53 % di carbonio. Il valore medio — 0,525 % — è riportato nel diagramma della fig. 13: ed è — come si vede — assai prossimo al corrispondente valore trovato nella cementazione di cinque ore.

Infine eseguimmo ancora un'esperienza per stabilire con certezza se il lieve abbassamento del tenore di carbonio che si verifica nei primi due strati esterni degli acciai al 5 % di nichelio, fosse dovuto — come appariva molto probabile — ad una leggera affinazione, verificatasi (non ostante tutte le precauzioni prese per evitarla) durante la ricottura a 600° ed il successivo raffreddamento lentissimo, che abbiamo veduto essere necessarî onde rendere il metallo attaccabile dall'utensile.

A tale scopo, dopo aver cementato un cilindretto dell'acciaio al 5 % di nichelio nelle identiche condizioni già indicate per le cementazioni della serie IV, lo sottoponemmo ad una ricottura più breve che non nei casi precedenti, ma eseguita in condizioni simili. Non ostante la maggiore durezza del metallo, fu possibile tagliare al tornio — in condizioni soddisfacenti — due strati coassiali del cilindretto, dello spessore di *un* decimo di millimetro ciascuno. L'analisi rivelò nel primo strato (superficiale) un tenore di carbonio dell' 1,06 %, e nel secondo l'1,28 %. Questi dati — riportati nel diagramma della fig. 11, accanto a quelli relativi al cilindretto di ugual composizione, cementato in modo identico, ma ricotto più a lungo — dimostrano che lo strato esterno nel quale si verifica l'abbassamento del tenore di carbonio è più sottile quando la ricottura è più breve: ciò che ne induce ad ammettere che il fenomeno in questione consista realmente in un processo di decarburazione che si verifica durante la ricottura ed il secondo raffreddamento lento.

Fenomeni analoghi si presentano anche (sebbene in assai minori proporzioni) in alcune altre sbarrette cementate. Essi pure sono probabilmente dovuti ad una leggera affinazione superficiale, verificatasi durante il raffreddamento lento successivo alla cementazione.

Ciò posto, vediamo — in breve — quali conclusioni possano trarsi da queste prime serie di risultati. Come abbiamo già detto, ci limitiamo — per ora — alle considerazioni riguar-

danti più strettamente l'andamento della cementazione: e rimandiamo a più tardi — allorchè avremo pubblicato ulteriori dati sperimentali più completi — quanto si riferisce alla costituzione ed alle proprietà delle varie zone cementate ottenute nei singoli casi.

Risulta intanto evidente dall'esame comparativo dei risultati numerici relativi alle cementazioni di ciascuna serie, il fatto che il tenore massimo di carbonio delle zone cementate va diminuendo a mano a mano che la proporzione del nichelio aumenta (1). Tale diminuzione diviene sopratutto notevole quando la proporzione del nichelio supera il 5 %.

È chiaro come questo fatto abbia una notevole importanza pratica, e come di esso si debba tener conto nella tecnica della cementazione. A persuadersi di ciò basta riflettere come sia necessario fondarsi sopra i dati or ora riferiti, e sopra gli altri analoghi da determinarsi caso per caso, ogni qualvolta si vogliano applicare alla cementazione degli acciai al nichelio i varî metodi di cementazione — dei quali abbiamo indicato i concetti fondamentali nelle pubblicazioni precedenti — destinati a permettere di regolare la concentrazione e la distribuzione del carbonio nelle zone cementate.

Intorno a questo problema pratico avremo, fra breve, occasione di far conoscere dei dati più completi. Ad ogni modo, i dati che abbiamo riferiti sopra costituiscono il punto di partenza per qualsiasi ricerca di questo genere.

Un'altra questione molto interessante — sia dal punto di vista teorico che da quello pratico — è quella della distribuzione del carbonio nelle zone cementate.

---

(1) Nell'esame dei risultati delle cementazioni eseguite coll'ossido di carbonio, bisogna tener conto (in base ai criterî che abbiamo indicati in pubblicazioni precedenti) del fatto che il tenore di carbonio massimo della zona cementata cresce col crescere del rapporto fra la quantità dell'ossido di carbonio adoperato e la superficie dell'acciaio sottoposto alla sua azione. — È questa la ragione per la quale abbiamo indicato per le singole esperienze la quantità dell'ossido di carbonio adoperato e il numero dei cilindretti di acciaio (di dimensioni note e all'incirca costanti) contenuti nella camera di cementazione. — Riteniamo, però, superfluo entrare in minuti dettagli intorno a fenomeni chè difficilmente si presterebbero a misure rigorosamente esatte.

In linea generale — e prescindendo dagli effetti dei fenomeni di decarburazione superficiale, dei quali ci siamo già occupati, e che nulla hanno a che fare coll'andamento della cementazione — i nostri diagrammi dimostrano (sopra tutto se confrontati con quelli analoghi, relativi agli acciai al carbonio, che abbiamo pubblicati nelle note precedenti) che la variazione della concentrazione del carbonio negli strati successivi delle zone cementate avviene in modo notevolmente più uniforme per gli acciai al nichelio che non per gli acciai al carbonio.

Facciamo sopratutto notare a questo proposito — riferendoci agli acciai cementati con etilene, ai quali soltanto possono riferirsi le considerazioni di questo ordine, poichè in essi soltanto si presenta la zona ipereutectica — come anche negli acciai perlitici o " misti „ (quali quelli al 2 e 3 % di nichelio in tutta la zona cementata, e quello al 5 % di nichelio per gli strati più profondi di circa 0,8 mm.), i nostri diagrammi di concentrazione-profondità non presentino il tratto orizzontale corrispondente alla zona eutectica: tratto che — per una uguale frequenza degli strati analizzati — appare invece nettamente negli acciai al carbonio trattati nello stesso modo: come risulta dai diagrammi da noi pubblicati precedentemente. Nei diagrammi degli acciai al nichelio, invece del caratteristico " arresto „ della variazione della concentrazione del carbonio, al 0,9 %, si nota soltanto un " rallentamento „ corrispondente al 0,6 — 0,65 % circa, di carbonio. Per distinguere se quel " rallentamento „ comprenda una zona di " arresto „ troppo sottile per apparire come tale nell'analisi di strati relativamente spessi, quali quelli da noi analizzati, sarebbe necessario analizzare — in prossimità di quella regione — una serie di strati successivi molto sottili. Ma — anche prescindendo dalla difficoltà di tale ricerca — bisogna riflettere che un tale metodo darebbe risultati chiari, soltanto nel caso in cui le variazioni di profondità della cementazione in *tutta* la zona cementata fossero minori dello spessore della zona a composizione costante: ciò che è praticamente inverosimile, data la grande sottigliezza di questa zona, quale risulta già (come abbiamo detto) dai nostri diagrammi, e come constateremo direttamente fra breve.

Preferimmo, perciò, ricorrere all'esame microscopico; il quale — come ora vedremo — chiarisce perfettamente la questione.

La fig. 14 (1ª della tavola unita) riproduce (1) un tratto della sezione normale all'asse, del cilindretto di acciaio al 3 % di nichelio cementato con etilene per cinque ore a 1050° C. (Cementazione *a*. della serie IV): e precisamente un tratto della zona cementata, situato alla profondità di 2,8-3,0 mm. Come risulta nettamente dal fotogramma, il tratto della sezione riprodotta corrisponde appunto alla regione di passaggio fra la zona ipereutectica (situata a destra, nel fotogramma) e la zona ipoeutectica, attraverso ad una zona eutectica sottile, ma nettamente formata (la quale occupa quasi tutta la metà sinistra del fotogramma). Ora nel nostro fotogramma si nota subito che i filamenti di cementite (2) sono molto sottili, ed il loro spessore va diminuendo gradualmente e con molta lentezza quando si procede verso la zona eutectica: talchè gli ultimi filamenti sottilissimi di cementite giungono a poca distanza dalla regione in cui cominciano a comparire (3) i primi lembi di ferrite (4).

Da queste osservazioni risulta evidente come i fenomeni che si compiono nel raffreddamento lento degli acciai al nichelio, cementati in modo da presentare una zona ipereutectica, siano — *qualitativamente* — analoghi a quelli che si verificano per gli ordinari acciai al carbonio sottoposti ad uguali trattamenti: ma ne differiscano “ *quantitativamente* „ sotto due punti di vista:

1° Pel fatto che l'entità dei fenomeni di liquazione della cementite è — a parità di ogni condizione — assai minore per gli acciai al nichelio di quanto non sia per gli acciai al carbonio. Tale fatto risulta evidentissimo quando si ponga a confronto il fotogramma del quale abbiamo or ora parlato,

(1) Ingrandimento 75 diametri. Attacco alla soluzione alcoolica di acido picrico al 4 %.

(2) Indichiamo con questo nome il costituente degli acciai a basso tenore di nichelio e ad alto tenore di carbonio, dotato di caratteri micrografici analoghi a quelli della cementite, senza preoccuparci — per ora — di stabilire se esso sia realmente Fe_3C puro.

(3) Nel fotogramma i primi lembi di ferrite appaiono poco chiaramente.

(4) Ripetiamo per questo costituente quanto abbiamo detto or ora per la cementite. — Usiamo anche qui il termine di “ ferrite „ come indicazione di struttura micrografica: senza curarci — per ora — di stabilire la vera composizione chimica del costituente degli acciai al nichelio, così designato.

col successivo (Fig. 15 — 2ª della tavola), il quale riproduce — collo stesso ingrandimento di 75 diametri — un tratto della regione di passaggio fra la zona ipereutectica e la zona eutectica di un cilindretto di acciaio dolce al carbonio, cementato e lasciato raffreddare in condizioni identiche a quelle del cilindretto di acciaio al nichelio riprodotto nella fig. 14. Le grosse vene di cementite che cessano bruscamente e senza quasi per nulla assottigliarsi ai loro capi, segnano l'abbassamento repentino del tenore di carbonio dalla zona ipereutectica alla larga zona eutectica (l'inizio della quale occupa la metà sinistra del nostro fotogramma), quale risulta dai varî diagrammi da noi pubblicati precedentemente. — Data l'influenza grandissima che questi fenomeni di liquazione esercitano — come abbiamo altre volte esaurientemente dimostrato — sulle proprietà meccaniche dei pezzi cementati, non occorre insistere ulteriormente per porre in evidenza l'interesse pratico delle osservazioni che abbiamo or ora esposte intorno al modo caratteristico in cui i fenomeni stessi si compiono per gli acciai al nichelio, dei quali è noto il largo impiego nelle costruzioni meccaniche.

2° I fenomeni che si compiono nel raffreddamento lento degli acciai a basso tenore (2—5 %) di nichelio cementati, differiscono " quantitativamente „ da quelli analoghi che si verificano negli acciai al carbonio sottoposti agli stessi trattamenti, anche pel fatto che nei primi la regione di passaggio fra la zona ipereutectica e quella ipoeutectica corrisponde ad un tenore di carbonio (0,6-0,65 %) più basso di quello (0,9 %) della corrispondente zona (la zona eutectica) dei secondi.

Tale fatto risulta già chiaramente (nel modo che abbiamo accennato sopra) dall'andamento delle curve di concentrazione-profondità dei nostri diagrammi, ed è confermato da varie altre considerazioni: fra le quali ci limitiamo ad accennare alle due seguenti:

a) La profondità alla quale — in corrispondenza ad un tenore di carbonio del 0,6-0,65 % — si verifica il " rallentamento „ caratteristico nella variazione della concentrazione del carbonio nei diagrammi della cementazione degli acciai al nichelio, corrisponde alla profondità alla quale l'esame microscopico rileva la presenza della zona di transizione fra lo strato ipereutectico e lo strato ipoeutectico. — Ciò conferma, eviden-

temente, che tale zona di transizione corrisponde ad un tenore di carbonio del 0,6-0,65 $^0/_0$.

b) Negli acciai a basso tenore di nichelio (2-5 $^0/_0$) e a basso tenore di carbonio (0,1-0,5 $^0/_0$) il costituente uniforme che abbiamo veduto formare l'intiera zona di transizione degli acciai stessi cementati più intensamente (costituente che potremmo anche indicare col nome di " perlite „ purchè intendessimo di assegnare al significato di questo termine un'opportuna estensione) — si presenta accanto ai cristalli di ferro α e nichelio. — Ora, se ammettiamo che questi ultimi cristalli (che potremo anche designare come " ferrite „, dando a questo termine una estensione analoga a quella che abbiamo dato poco fa alla parola " perlite „) non contengano carbonio — o ne contengano soltanto quantità molto piccole — la misura del rapporto fra le aree occupate da ciascuno dei due costituenti in una sezione piana dell'acciaio, ci fornirà — in base alla conoscenza del tenore di carbonio complessivo dell'acciaio esaminato — il tenore di carbonio del primo costituente (" perlite speciale „): e ciò in base agli stessi notissimi criteri che si applicano per gli acciai al carbonio. — Chè se poi il secondo costituente (" ferrite „) contenesse anch'esso quantità sensibili di carbonio, è chiaro che il valore *reale* del tenore di carbonio del primo (" perlite „) sarebbe certamente *più basso* di quello " apparente „ risultante dal rapporto fra le aree occupate dai due costituenti. — Il metodo al quale ora accenniamo indicherà, dunque, *certamente* il valore *massimo* del tenore di carbonio della " perlite „ degli acciai al nichelio: e assai probabilmente il valore esatto.

Orbene, le osservazioni planimetriche eseguite su molti acciai al nichelio a tenore di carbonio noto, hanno confermato sempre il valore 0,6-0,65 $^0/_0$ per la concentrazione del carbonio nel costituente " perlitico „.

Del resto, per constatare direttamente la differenza fra il tenore di carbonio della perlite propriamente detta — degli acciai al carbonio — e quello del costituente corrispondente degli acciai al nichelio, basta confrontare le due figure 16 e 17 (3ª e 4ª della tavola qui unita). — Tutte e due riproducono — collo stesso ingrandimento di 75 diametri — gli orli di sezioni piane praticate — normalmente all'asse — in cilindretti di acciaio dolce, cementati con ossido di carbonio in modo tale

che la concentrazione del carbonio nello strato superficiale (*dello spessore di un decimo di millimetro*) è uguale in ambedue i cilindretti, e pari a 0,34 %.

Il primo cilindretto (Fig. 16) è di acciaio al 3 % di nichelio: mentre il secondo (Fig. 17) è di acciaio dolce al carbonio (1). È evidente come la proporzione del costituente scuro sia assai più elevata nel primo campione che non nel secondo. — Un'osservazione più accurata delle regioni delle due provette corrispondenti agli strati di pari tenore di carbonio — eseguita con ingrandimenti tali da rendere all'incirca uguali nei due campioni le dimensioni degli elementi strutturali — dà per il cilindretto di acciaio al carbonio un valore relativo dello spazio occupato dalla perlite, pari a circa due terzi del corrispondente spazio nel cilindretto di acciaio al nichelio. — Ciò che condurrebbe appunto ad assegnare alla " perlite „ dell'acciaio al nichelio un tenore di carbonio di circa 0,6 %.

È chiaro come di queste osservazioni sia necessario tener conto con cura nella pratica del controllo micrografico degli acciai al nichelio: ed in modo speciale in quello della cementazione degli acciai stessi.

Poichè — come abbiamo già detto — intendiamo, per ora, limitarci alle considerazioni che riguardano più direttamente l'andamento della cementazione degli acciai al nichelio, non aggiungiamo altre osservazioni alle precedenti, la cui importanza pratica è evidente. — E rimandiamo ad un altro studio — fondato sopra dati sperimentali più completi — lo svolgimento delle interessanti conclusioni che dall'esame degli acciai al nichelio cementati possono trarsi intorno alla costituzione degli acciai stessi, e ai fenomeni di equilibrio nel sistema ternario ferro-carbonio-nichelio. — Ci limitiamo qui ad aggiungere nelle figure 18 e 19 (5ª e 6ª della tavola) — per ora sol-

(1) Il confronto dei due fotogrammi delle figg. 16 e 17 — eseguiti collo stesso ingrandimento — pone subito in evidenza la maggior " finezza di struttura „ che — a parità di trattamenti — caratterizza gli acciai al nichelio. Di questo fatto già noto — che è strettamente collegato ai fenomeni di diffusione del carbonio fra i cristalli misti a concentrazione non uniforme, e che presenta un notevole interesse, sia teorico che pratico — avremo occasione di occuparci fra breve.

tanto come termine di riferimento pratico — la riproduzione delle strutture caratteristiche dell'acciaio al 5 % di nichelio, cementato secondo i due " tipi " fondamentali di cementazione (1): la cementazione a basso tenore di carbonio ottenuta coll'ossido di carbonio, e quella ad alto tenore di carbonio ottenuta mediante gli idrocarburi. — Negli acciai al 5 % di nichelio la distinzione fra i due tipi di cementazione presenta una speciale nettezza, poichè per tale tenore di nichelio la differenza del tenore di carbonio fra le zone dei due tipi è sufficiente a far sì che, mentre l'acciaio della zona cementata durante cinque ore a 1050° C. coll'ossido di carbonio (Fig. 18) è ancora perlitico (presentando soltanto gli indizi dell'orientamento " triangolare "), quello dell'altra zona — ottenuta cementando con etilene per cinque ore a 950° C. (Fig. 19) — è già martensitico in uno strato esterno di sensibile spessore.

Torino. Laboratorio di Chimica Metallurgica
e Metallografia del R. Politecnico. Febbraio 1911.

Relazione sulla Memoria presentata dal Dott. G. GOLA, *Le Avene piemontesi della Sez. Avenastrum* Koch.

La presente Memoria ha per oggetto la illustrazione delle specie piemontesi di Avena della Sez. *Avenastrum* Koch. Di queste, alcune hanno un'area di distribuzione prevalentemente orientale, altre prevalentemente occidentale, altre infine mediterranea, ecc. La regione piemontese si trova nella particolare condizione di annoverare nella sua flora quasi tutte le specie italiane e molte di quelle europee.

Le ricerche floristiche compiute in questi ultimi anni in Piemonte, hanno portato alla conoscenza di stazioni nuove di alcune di esse finora assai poco note, e mancanti quasi negli erbarii italiani, ed anche alla constatazione di qualche specie finora non indicata per la nostra flora.

L'A. ha approfittato dei materiali conservati negli erbarii del R. Orto botanico di Torino, nei quali sono raccolti esemplari

(1) Vedi GIOLITTI e CARNEVALI, " Gazz. Chim. it. ", 1908, II, pgg. 309-351.

delle specie di questo genere con una ricchezza che non si osserva in alcun altro erbario italiano.

Per gli opportuni raffronti egli si è servito delle Collezioni degli istituti botanici di Firenze, Roma e Genova, nonchè di numerose collezioni private. Egli ha così potuto rivedere completamente quanto di questo genere riguarda la flora piemontese, vale a dire quasi tutte le forme italiane, perchè ne vanno eccettuate due sole varietà proprie della Sicilia.

In tale modo fu possibile fare il raffronto con numerosi esemplari autoptici di forme sistematicamente ancora controverse.

L'A. ha premesso delle considerazioni generali sul gruppo preso a studiare, indicandone i principali dati morfologici, e facendo una revisione di tutti i caratteri che sono stati indicati dagli Autori come utilizzabili nella diagnostica. Da tale esame critico risulta una seriazione dei caratteri secondo il loro valore nella sistematica della Sez. *Avenastrum*.

Passando all'esame critico delle singole specie, che sono in numero di otto, l'A. fa la storia delle numerose controversie che sono state sollevate a proposito della posizione sistematica di ciascuna di esse; ne dimostra la nomenclatura che, secondo lui, è necessario stabilire alla stregua dell'esame del materiale e dei dati raccolti, e ne indica infine l'esatta distribuzione nella nostra regione.

Con tale esame egli riconosce l'esistenza nella nostra Flora delle 8 specie, con n° 4 varietà e di parecchie forme. Di queste una specie è descritta come nuova per la scienza (*A. lejocolea*); di due altre viene definitivamente accertata la presenza in Italia. Dell'una (*A. sempervirens*) la presenza era stata sempre fin qui controversa, e ultimamente negata, e l'A. ne constata l'esistenza nell'alta Val Tanaro, in una stazione che costituisce l'estremo limite orientale dell'area di distribuzione di questa specie propria delle Alpi francesi e dei Pirenei. Dell'altra (*A. planiculmis*) l'A. ha avuto occasione di verificare la presenza fin qui mai sospettata in Italia in un esemplare calabrese raccolto da Tenore e da lui erroneamente determinato. Infine per l'*A. alpina* l'A. estende ad alcune stazioni piemontesi, anzi torinesi, il limite austro-occidentale di questa specie, la quale è di origine nettamente orientale; nell'Italia si conosceva solo nelle Alpi trentine e venete.

Alcune riproduzioni fotografiche raccolte in una tavola illustrano il lavoro; esse riguardano i caratteri desumibili dal portamento delle specie, che costituiscono una novità per la floristica italiana, e l'anatomia delle foglie, la conoscenza della quale può essere utilizzata per la diagnostica.

Il lavoro del Prof. G. Gola è stato condotto con tutto il rigore critico voluto dalla moderna scienza botanica, la quale più non si accontenta di interrogare la natura sulla scorta dei soli criterii di morfologia esterna, ma a questi, associando lo studio anatomico ed istologico, la storia di sviluppo, ci concede un'esatta nozione della specie da sistemare, mira al suo ultimo fine scientifico, quello cioè di togliere l'empirismo nella seriazione delle forme. .

Per questi motivi noi riteniamo il lavoro del Prof. Gola degnissimo di esser accolto nei volumi Accademici.

L. Camerano
Oreste Mattirolo, *relatore.*

L'Accademico Segretario
Corrado Segre.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 26 Febbraio 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE BARONE ANTONIO MANNO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: Carle, Renier, Pizzi, Ruffini, Stampini, D'Ercole, Brondi, Baudi di Vesme, Schiaparelli e De Sanctis Segretario. — È scusata l'assenza dei Soci Boselli, Presidente dell'Accademia, e Sforza.

È approvato l' atto verbale dell' adunanza antecedente, 12 febbraio 1911.

Il Socio Renier presenta *Il Canto XXII del Purgatorio letto da Alfredo Galletti nella sala di Dante in Orsanmichele* (Firenze, Sansoni).

Il Socio Stampini presenta per le *Memorie* accademiche una Monografia del Dr. Ettore Provana, intitolata: *Blossio Emilio Draconzio, Studio biografico e letterario.* Il Presidente delega i Soci Stampini e De Sanctis a riferirne in una prossima adunanza.

Il Presidente comunica una lettera del Comitato ordinatore del Congresso artistico internazionale, Roma 1911, che invita l'Accademia a nominare un Delegato ufficiale per rappresentarla al Congresso. Si conviene di accogliere l' invito. Si provvederà

per altro alla nomina quando si sappia se qualche nostro socio si propone di partecipare al Congresso stesso.

È presentato d'ufficio un manoscritto inviato da Bruxelles dal Dr. H. Bourgeois, per essere inserito nelle nostre pubblicazioni accademiche. Il manoscritto è intitolato: *Esquisse d'une grammaire du romani finlandais.* Si delibera d'inviarlo al Socio corrispondente Prof. Teza con preghiera di riferirne.

Raccoltasi poi la Classe in seduta privata si procede alla votazione per l'elezione di tre Soci corrispondenti della Sezione di filologia, storia letteraria e bibliografia, e riescono eletti i professori Giuseppe Fraccaroli, Remigio Sabbadini e Carlo Oreste Zuretti.

L'Accademico Segretario
Gaetano De Sanctis.

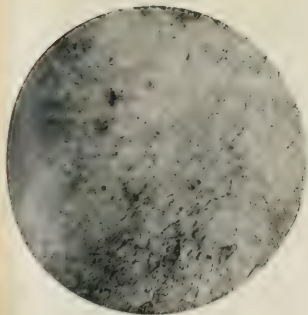



Fig. 14 Fig. 15 Fig. 16

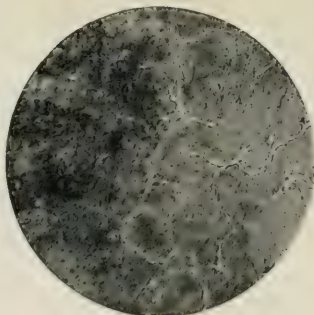
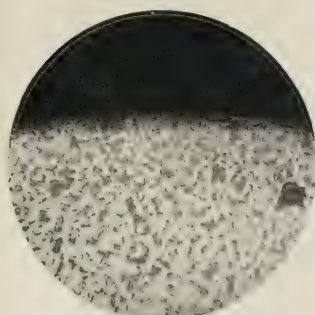
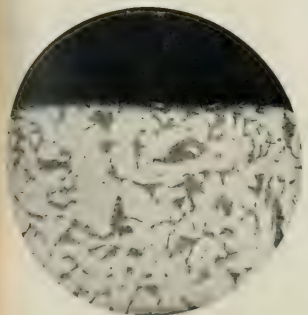
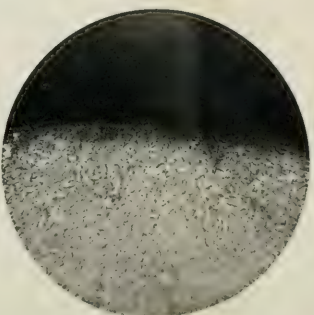
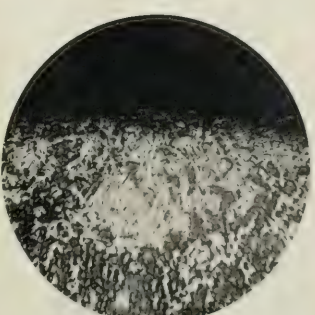



Fig. 17 Fig. 18 Fig. 19

OFF. FOTOTECNICA ING. MOLFESE - TORINO

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 5 Marzo 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE LORENZO CAMERANO
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Naccari, Direttore della Classe, Salvadori, D'Ovidio, Spezia, Peano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Fusari e Segre Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della seduta precedente.

Il Presidente comunica la notizia della morte del Socio straniero Prof. Giacomo Enrico van't Hoff.

Il Socio Guareschi ricorda brevemente i meriti scientifici di questo illustre Chimico fisico. Le sue parole verranno inserite negli *Atti*.

Il Socio corrispondente Celoria ha inviato in omaggio due suoi opuscoli, in commemorazione di Giovanni Schiaparelli.

Il Socio Spezia presenta in omaggio, da parte dell'autore, la Nota del Dr. L. Colomba, *Sopra un granato ferro-cromifero di Praborna (S. Marcel)*.

Vengono presentate per l'inserzione negli *Atti* le seguenti Note:

F. Giolitti, *Studi metallografici sulle armi preistoriche,* dal Socio Guidi;

G. Colonnetti, *Sull'equilibrio elastico dei sistemi reticolari piani,* dal Socio Guidi;

C. Burali-Forti, *Alcune applicazioni alla geometria differenziale su di una superficie dell'operatore omografico* C, dal Socio Peano;

C. H. Sisam, *On Algebraic Hyperconical Connexes in Space of r Dimensions,* dal Socio Segre.

LETTURE

Cenni biografici su Jacobus Hendrikus van't Hoff

del Socio ICILIO GUARESCHI.

Jacobus Hendrikus VAN'T HOFF, socio straniero della nostra Accademia dal 1905, nacque a Rotterdam nel 1852 ed incominciati gli studi nel Politecnico di Delft li continuò a Parigi con Wurtz, poi a Bonn col Kekulé, e si laureò in Utrecht nel 1874; libero docente nella scuola veterinaria di Utrecht sino al 1876, fu nominato professore di chimica, di mineralogia e di geologia nell'Università di Amsterdam nel 1878 e finalmente nel 1896 fu chiamato quale professore ordinario onorario di chimica all'Università di Berlino.

Iniziò la sua carriera scientifica con ricerche di chimica organica, sull'acido cianacetico.

Il 5 settembre 1874, cioè a soli 22 anni, pubblicò un opuscoletto di 14 pagine, oggi rarissimo: *Vorsted tot mithbreiding der structuur-formules in de Ruimte*, che fu subito tradotto in francese negli " Archives Néerland. „ col titolo: *Sur les formules de structure dans l'espace* (vol. IX, 1874), in cui emise per la prima volta la sua geniale teoria dell'atomo di carbonio asimmetrico: teoria che sviluppò poco dopo (*La chimie dans l'espace*, Rotterdam, 1875, oggi pure raro) e che è la base della *stereochimica*. A lui ed al Lebel si debbono i primi lavori in questo vasto campo, che è diventato uno dei più fertili della chimica e specialmente della chimica organica. L'idea geniale nacque nella sua mente quando era a Bonn con Kekulé. Il van't Hoff conosceva pro-

fondamente le matematiche e se ne valse con grande abilità ne' suoi studi.

Dopo dieci anni, nel 1884, pubblicò un'altra serie di ricerche rimaste classiche: *Études de dynamique chimique*, in cui studia sperimentalmente l'andamento delle trasformazioni chimiche, l'influenza della temperatura sulle trasformazioni, l'equilibrio chimico, l'affinità. Nel 1885 presentò all'Accademia di Stockholm una memoria della più alta importanza: *Lois de l'équilibre chimique dans l'état dilué*, ecc.; ed è specialmente nel capitolo: *Une propriété générale de la matière diluée* che il van't Hoff, in base ai fenomeni di pressione osmotica, estende ed applica le leggi di Boyle, di Gay-Lussac e di Avogadro alle soluzioni. Da questi lavori la legge di Avogadro ricevette una nuova e grande estensione, e se ne dedussero dei nuovi metodi per la determinazione dei pesi molecolari.

Oltre alle numerosissime ricerche sperimentali, vanno ricordate le sue celebri: *Vorlesungen ü. theoret. u. physik. Chem.*, 1898-1900, tradotte col titolo di *Leçons de chimie physique*, ove espose idee ed esperienze originali sue proprie.

Nel 1887, insieme all'Ostwald, iniziò la pubblicazione del " Zeits. f. physik. Chem. „, che è il più importante periodico di chimica fisica.

Numerosissimi sono i suoi allievi e coloro che indirizzarono i proprii studi nella grande via da Lui aperta.

L'influenza del van't Hoff sui progressi della chimica in questo ultimo trentennio è stata enorme; egli era il maestro incontrastato nella chimica fisica, e la nostra Accademia non può apprendere che con sommo rammarico così grande perdita.

Dimostrazione geometrica della regola di Bessel (*).

Nota dell'Ing. O. JACOANGELI.

Nella misurazione degli angoli potendosi sempre — entro i limiti di sensibilità della livella impiegata — ridurre verticale l'asse generale del teodolite, quelli orizzontali dipenderanno dai restanti due assi dello strumento; e cioè, dall'asse di rotazione, che dev'essere orizzontale, e dall'altro di collimazione, che deve riuscire normale al precedente.

Se tali condizioni non fossero soddisfatte, al valore *vero* di un angolo orizzontale misurando, si perviene mediante la regola di Bessel, la quale consiste nel dedurre tale angolo dalla media aritmetica delle misure corrispondenti a *due puntate coniugate* sul punto di mira.

La dimostrazione *geometrica* di tale regola è lo scopo della presente *Nota* relativamente ai tre casi possibili.

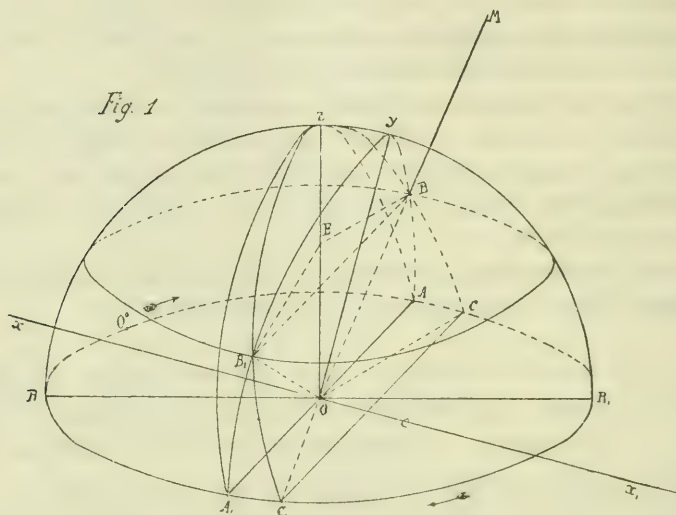
1. È scorretto il solo asse di rotazione. — Sia O (fig. 1) il centro del goniometro — punto d'incontro, cioè, degli assi di rotazione e di collimazione — $\overline{OZ}$ la verticale ed $\widehat{RAR_1A_1}$ l'orizzonte che vi passano. Ammetteremo che con la verticale $\overline{OZ}$ coincida l'asse generale del teodolite e con l'orizzonte $\widehat{RAR_1A_1}$ il suo lembo graduato.

Indichiamo con $\overline{xx_1}$ l'asse di rotazione del cannocchiale, asse scorretto per ipotesi dell'angolo $\widehat{xOR}$ qualsiasi formato da esso con l'orizzonte di O, e con $\overline{Oy}$ l'asse di collimazione, corretto; perchè normale al precedente.

Il piano descritto da Oy nella sua rotazione intorno ad $\overline{xx_1}$ è normale a quest'asse; quindi sega l'orizzonte secondo la retta $\overline{AA_1}$ perpendicolare ad $\overline{RR_1}$; onde, se l'asse di rotazione fosse corretto, $\overline{xx_1}$ coinciderebbe con $\overline{RR_1}$, quello di collima-

(*) Presentata nell'adunanza del 19 febbraio 1911.

zione coinciderebbe con la verticale $\overline{OZ}$ e nel suo moto rotatorio descriverebbe il verticale $\widehat{AZA_1}$, dandoci in A ed A_1 i punti ne' quali si farebbero sul lembo le letture *vere* corrispondenti a due puntate coniugate su di un segnale qualunque.

Invece, essendo $\overline{xx_1}$ inclinato sull'orizzonte, se supponiamo che per collimare un punto M deve farsi assumere a quello $\overline{Oy}$ la posizione OB, l'altra corrispondente alla collimazione coniugata sullo stesso punto M sarà OB_1; cioè la congiungente il

centro O col punto B_1 d'intersezione del parallelo di B col cerchio massimo $\widehat{AyA_1}$; perchè, evidentemente, $\overline{OB}$ ed $\overline{OB_1}$ risultano egualmente inclinate sull'orizzonte, e, perciò, col solo moto dell'alidada intorno all'asse generale $\overline{OZ}$, si passerà dalla prima alla seconda collimazione su M.

Facendo passare per B e B_1 i semiverticali $\widehat{ZBC}$ e $\widehat{ZB_1C_1}$, in C e C_1 si effettueranno le due letture coniugate, invece che in A ed A_1.

È facile provare che $\overline{CC_1}$ è parallela ad $\overline{AA_1}$.

Infatti, congiungendo il centro E del parallelo con B e B_1 e quello O dell'orizzonte con C e C_1, i due angoli $\widehat{BEB_1}$ e $\widehat{COC_1}$

riescono eguali, perchè sezioni normali dello stesso diedro $\widehat{CZOC_1}$, ed i triangoli EBB_1 ed OCC_1, avendo un angolo eguale compreso fra lati proporzionali, sono simili, per cui saranno eguali gli angoli $\widehat{EBB_1}$ ed $\widehat{OCC_1}$. Ma di questi due angoli, posti in piani paralleli, sono paralleli i lati $\overline{EB}$ ed $\overline{OC}$; quindi saranno paralleli i due restanti $\overline{BB_1}$ e $\overline{CC_1}$. Osservando ora che le rette BB_1 ed $\overline{AA_1}$ sono fra loro parallele, perchè sezioni fatte dal piano $\widehat{AyA_1}$ in due piani paralleli, ne concluderemo il parallelismo affermato fra $\overline{CC_1}$ ed AA_1, e, conseguentemente, l'eguaglianza $\widehat{AC} = \widehat{A_1C_1} = \epsilon$.

Ora finalmente, se 0^o rappresenta l'origine della graduazione, la freccia il senso di essa, e indichiamo con $\theta = \widehat{0^o A}$ l'angolo vero di direzione ad M, dalla figura si vede che le letture L_1 ed L_2, fatte sul lembo corrispondentemente ai punti C e C_1, sono:

$$L_1 = \widehat{0^o C} \quad = \theta + \epsilon$$

$$L_2 = \widehat{0^o CC_1} = \theta + \pi - \epsilon$$

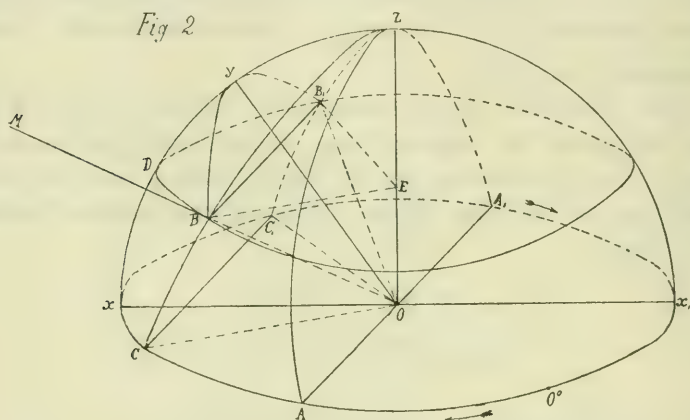
dalle quali, sommando e ricavando θ abbiamo:

$$\theta = \frac{L_1 + L_2 - \pi}{2};$$

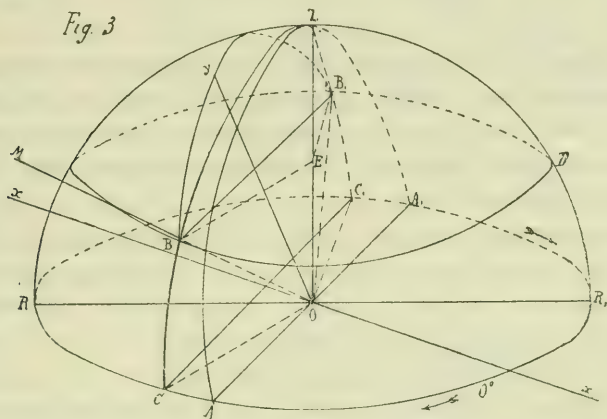
cioè, l'angolo vero di direzione indipendentemente dalla scorrezione dell'asse di rotazione del goniometro.

2. È scorretto il solo asse di collimazione. — Come innanzi, sia O (Fig. 2) il centro dello strumento, $\overline{OZ}$ la verticale ed $\widehat{xAx_1A_1}$ l'orizzonte che vi passano, e la sfera della figura abbia per centro O e per raggio quello del lembo graduato. Se xx_1 — giacente nel piano della figura — rappresenta l'asse di rotazione, corretto per ipotesi, ed $\overline{Oy}$ quello di collimazione, inclinato sul primo di un angolo qualsiasi diverso da un retto, nel moto rotatorio intorno $\overline{xx_1}$ quest'ultimo descrive una superficie conica ad asse orizzontale, ed ogni suo punto de' cerchi

normali a quest'asse, cerchi de' quali considereremo soltanto quello $\widehat{ByB_1}$ descritto dal suo estremo.

Se l'asse di collimazione fosse corretto, coinciderebbe con $\overline{OZ}$ e, perciò, descriverebbe il verticale $\widehat{AZA_1}$ — normale sempre ad xx_1, ossia parallelo a $\widehat{ByB_1}$ — e in A ed A_1 si effettuerebbero le letture coniugate degli angoli di direzione *veri* corrispondenti alle due puntate su ciascun segnale.

L'asse essendo scorretto, supponiamo che per collimarlo su M gli si sia dovuta fare assumere la posizione OB; quella corrispondente alla puntata coniugata sarà OB_1, essendo B_1 il punto d'incontro del parallelo di B col cerchio $\widehat{ByB_1}$; quindi tracciando i semiverticali $\widehat{ZBC}$ e $\widehat{ZB_1C_1}$ di B e B_1, nei punti C e C_1 si effettueranno le letture coniugate $L_1 = \widehat{0°C}$ ed $L_2 = \widehat{0°CC_1}$ delle puntate su M; mentre l'angolo vero di direzione ad M sarebbe $\theta = \widehat{0°A}$.

Osservando ora che $\overline{AA_1}$ e $\overline{CC_1}$ sono parallele entrambi alla BB_1 — per le identiche ragioni addotte innanzi — sarà $\overline{AA_1}$ parallela a $\overline{CC_1}$, e, perciò, $\widehat{AC} = \widehat{A_1C_1} = \epsilon$. La quale ultima eguaglianza conduce alla regola enunciata per la deduzione di θ.

3. Entrambi gli assi sono scorretti. — Siano O (Fig. 3) il centro dello strumento, OZ la verticale ed $\widehat{ARA_1R_1}$ l'orizzonte che vi passano. $\overline{xx_1}$ rappresenti l'asse di rotazione inclinato sull'orizzonte dell'angolo $\widehat{xOR}$ qualunque; $\overline{Oy}$ quello di collimazione, facente col primo un angolo $\widehat{xOy}$ diverso da un retto, e supponiamo che le rette $\overline{RR_1}$, $\overline{xx_1}$ ed $\overline{OZ}$ siano nel

piano della figura, la sfera della quale ha sempre O per centro e per raggio quello della graduazione.

Nella rotazione intorno xx_1, $\overline{Oy}$ descrive una superficie conica ad asse inclinato sull'orizzonte, ed il suo estremo y il cerchio $\widehat{ByB_1}$, perpendicolare ad xx_1 e, perciò, al piano della figura.

Collimando un punto M, l'asse $\overline{Oy}$ assume la posizione $\overline{OB}$; quella coniugata sarà OB_1, ottenibile congiungendo O col punto d'intersezione del cerchio $\widehat{ByB_1}$ col parallelo $\widehat{DBB_1}$ del punto B. Facendo passare per B e B_1 i semiverticali, si avranno in C e C_1 i punti corrispondentemente ai quali dovranno farsi sul lembo le letture coniugate.

Le rette $\overline{BB_1}$ e $\overline{CC_1}$ sono parallele.

Infatti, i raggi $\overline{EB}$ ed $\overline{OC}$, sezioni prodotte in piani paralleli dal semiverticale $\widehat{ZBC}$, sono paralleli: e similmente lo sono

gli altri due EB_1 ed $\overline{OC_1}$; quindi risultano eguali gli angoli $\widehat{BEB_1}$ e $\widehat{COC_1}$ e simili i triangoli EBB_1 ed OCC_1. Da tale similitudine emerge l'eguaglianza degli angoli $\widehat{EBB_1}$ ed $\widehat{OCC_1}$, e da questa il parallelismo fra $\overline{BB_1}$ e $\overline{CC_1}$.

Ma BB_1 rappresentando l'intersezione del piano $\widehat{ByB_1}$, normale a quello della figura, col parallelo $\widehat{DBB_1}$, risulta perpendicolare — in direzione — ad $\overline{RR_1}$; quindi $\overline{CC_1}$ sarà perpendicolare ad $\overline{RR_1}$.

Tirando infine il verticale $\widehat{AZA_1}$ perpendicolarmente ad $\overline{RR_1}$, esso rappresenterà quello descritto dall'asse di collimazione quando fosse corretto contemporaneamente a quello di rotazione, ed in A ed A_1 si farebbero le letture coniugate vere dell'angolo di direzione ad M.

Avendosi come sempre. $\overline{AC} = \overline{A_1C_1} = \epsilon$, la regola di Bessel risulta dimostrata anche nel caso della coesistente scorrezione dei due assi.

Torino, Agosto 1910.

Studî metallografici sulle armi preistoriche.

Nota di F. GIOLITTI.

(Con 1 Tavola).

Per consiglio del compianto Prof. Angelo Mosso avevo, da oltre due anni, iniziato lo studio micrografico delle armi di bronzo preistoriche. Le conclusioni interessantissime che, mediante l'analisi chimica, il Prof. Mosso aveva già potuto trarre intorno all'origine delle varie armi, o delle materie prime adoperate nella loro fabbricazione, facevano sperare che l'esame microscopico — dal quale tanti dati sicuri possono ricavarsi intorno ai trattamenti ai quali i metalli sono stati sottoposti — avrebbe permesso, a sua volta, di completare con utili indicazioni i risultati delle altre indagini.

Di questo ordine di ricerche — per le quali avevo già preparato un abbondante materiale di osservazioni metallografiche

— il Prof. Mosso parlava alla pag. 302 del suo volume su *Le origini della civiltà mediterranea*, accennando ai criteri che dovevano dirigerle e collegarle alle altre indagini puramente chimiche, da lui già prima iniziate.

Ma il materiale micrografico raccolto poteva presentare un reale interesse, solo in quanto era coordinato all'insieme delle altre indagini del Prof. Mosso. Così che — essendo ora, purtroppo, venuta a mancare la mente direttiva di questo insieme complesso di studi — alla parte a me affidata non rimane che il valore di una collezione di dati isolati; nè dispongo ora, sia del tempo necessario, sia di materiale sufficientemente copioso, quali occorrerebbero per raggiungere lo scopo più elevato che il Prof. Mosso si era proposto (1).

Ciò posto, mi limito a riferire i risultati di una delle molte osservazioni eseguite, per porre in evidenza la precisione delle indicazioni che l'esame metallografico può fornire in questo campo di ricerche.

Premetto che — onde stabilire i termini di confronto indispensabili per la giusta interpretazione delle osservazioni metallografiche da compiersi sulle armi antiche di rame e di bronzo — avevo cominciato col raccogliere un grandissimo numero di micrografie “ tipiche „ riproducenti la microstruttura di molti bronzi di diversa composizione, sottoposti a vari trattamenti meccanici e termici. Alcune di queste micrografie ebbi poi occasione di pubblicare, essendomi valso di esse come materiale per

(1) Lo scopo che il Prof. Mosso si proponeva in queste sue indagini, è riassunto nelle seguenti sue parole: “ Sono convinto che conoscendo con “ esattezza la composizione chimica delle armi più antiche di rame e di “ bronzo si possa col tempo decidere la loro provenienza od almeno quella “ del rame di cui sono fatte. È un problema che ha una grande impor- “ tanza per conoscere le correnti della civiltà prima della storia... „; e nelle altre: “ Non meno importanti per la metallurgia preistorica sono le inda- “ gini che cominciai col prof. Federico Giolitti sull'esame micrografico delle “ armi e degli strumenti più antichi di rame e di bronzo. Esaminando la “ superficie levigata dei metalli, quale appare sotto il microscopio, si pos- “ sono distinguere i metodi di fusione, le mescolanze delle leghe, le tem- “ perature che adoperavansi nei procedimenti metallurgici, e l'azione dei “ mezzi meccanici per indurire i metalli „ (V. A. Mosso, *Le origini della Civiltà Mediterranea*, Treves, 1910, pag. 302).

altre ricerche di indole molto diversa (1): ma la maggior parte di esse sono tutt'ora inedite non presentando un notevole interesse se non per lo scopo speciale al quale ho accennato or ora. Nelle brevi osservazioni che seguono, mi varrò soltanto dei dati che possono desumersi da quella piccola parte del " materiale di confronto „ che ho avuto occasione di pubblicare: così che — senza diffondermi in lunghe considerazioni scientifiche e tecniche, e semplicemente in base a quanto risulta dalle considerazioni contenute nelle pubblicazioni citate poco fa — potrò dare alle mie osservazioni una sufficiente precisione.

Le due micrografie qui unite (Fig. 1 e 2) si riferiscono a due parti della scure di bronzo riprodotta nella fig. 3 (circa $^1/_2$ della grandezza naturale). Si tratta di una scure siciliana di bronzo al 4,12 % di stagno, contenente piccole quantità di zinco e ferro, e tracce di piombo, arsenico e antimonio.

La fig. 1 rappresenta la struttura del bronzo nel punto *a* della scure (2): cioè nella parte posteriore, dietro l'occhio. La comparsa evidente dei lobi della soluzione solida β accanto alle masse continue di soluzione solida α, dimostra — quando si tenga conto della composizione del metallo — che la scure fu colata in una forma fredda, probabilmente di pietra; e che la parte posteriore di essa non fu più sottoposta ad alcun ulteriore trattamento termico o meccanico. L'esame di una sezione più profonda praticata nella stessa regione della scure permetterebbe di ricavare dati più sicuri intorno alla velocità della solidificazione del metallo, e di stabilire con sicurezza se la forma nella quale esso è stato colato fosse realmente di pietra, ovvero di metallo (Rame). Mi riservavo appunto di far questa osservazione più tardi, allorchè il suo interesse — pel confronto con altre analoghe — avesse giustificato la distruzione della scure.

La fig. 2 riproduce la struttura della provetta di bronzo ricavata dal punto *b* della scure (2). Tale struttura dimostra che il taglio della scure è stato sottoposto ad una martellatura a freddo, abilmente eseguita, onde aumentarne la durezza. Anche qui l'esame micrografico degli strati più profondi — esame

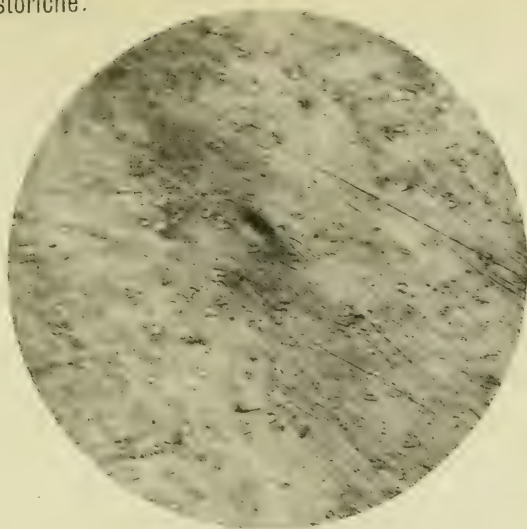
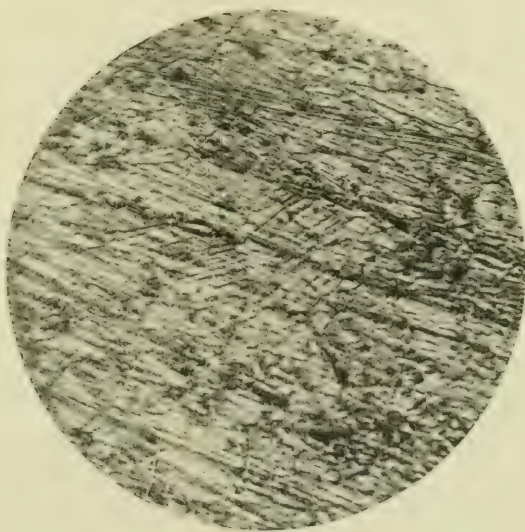
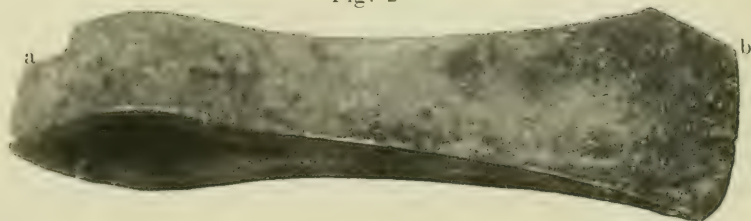
(1) V. " Gazz. Chimica ital. „, 1908, 1909 e 1910 e " Rend. della R. Acc. dei Lincei „, 1908.

(2) Ingrandimento 75 diam. Attacco all'acido nitrico.

Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

Off. Fototecnica Ing. Molfese. Torino

che non ho fatto finora per le stesse ragioni alle quali ho accennato poco fa — permetterebbe di trarre conclusioni molto precise intorno al modo nel quale fu condotta la lavorazione meccanica della scure.

Credo che il semplice esempio che ho citato basti a dimostrare come l'esame microscopico delle armi di bronzo e di rame permetta di stabilire con sicurezza molti dati interessanti intorno ai procedimenti seguiti nella fabbricazione e nei successivi trattamenti termici e meccanici. E ritengo che a nessuno possa sfuggire l'importanza che simili osservazioni potrebbero acquistare quando — accanto ad esatte analisi chimiche — esse fossero estese ad un grande numero di oggetti metallici (di rame, bronzo, ferro, acciaio, ecc.) fabbricati nelle varie epoche ed in luoghi diversi. Infatti tali osservazioni permetterebbero di seguire nei vari tempi e nei vari luoghi i progressi della tecnica metallurgica, tanto strettamente legati ai primi progressi della civiltà.

Così — per non citare che pochi dati relativi ai bronzi — uno studio condotto secondo i criteri accennati permetterebbe di stabilire dove e quando abbiano cominciato ad essere applicati i successivi perfezionamenti della tecnica della fonderia (ad esempio, colla formatura in sabbia, ecc.) e quelli dei trattamenti termici e meccanici (ad esempio, la fucinazione a caldo o a freddo; la tempra, la ricottura, ecc.).

Risultati ancor più interessanti potrebbero ottenersi nello studio degli oggetti di ferro e d'acciaio.

Di osservazioni analoghe a quelle che ho or ora riferite non ne sono state fatte finora se non poche; e queste isolate. Mentre è evidente che tali ricerche avrebbero una vera importanza solo nel caso in cui si riferissero ad un materiale copiosissimo, scelto con criteri tali da permettere una complessa coordinazione geografica e cronologica dei risultati.

Mi auguro che ad un tal lavoro voglia accingersi presto chi disponga della coltura storica e dei mezzi necessari onde ricavarne i risultati altamente interessanti che esso può fornire.

Torino. Laboratorio di Chimica metallurgica e Metallografia del R. Politecnico. Marzo 1911.

Sull'equilibrio elastico dei sistemi reticolari piani.

Nota dell'Ing. GUSTAVO COLONNETTI.

(Con una Tavola).

Il problema della ricerca delle deformazioni elastiche di un sistema reticolare piano con aste articolate a cerniera senza attrito, venne, come è noto, risolto per la prima volta nel modo il più generale da Williot con una costruzione grafica assai semplice ed elegante da lui denominata *diagramma di deformazione* (¹) la quale viene nei trattati riprodotta sotto il nome stesso del suo autore (²).

Le relazioni che legano il diagramma delle deformazioni al diagramma degli sforzi interni. allorquando il sistema reticolare contiene degli elementi sovrabbondanti, vennero dal Williot stesso rilevate ed utilizzate per la determinazione delle sezioni da attribuirsi a quegli elementi iperstatici, fissato che sia in precedenza lo sforzo che essi, sotto una data condizione di carico, debbono prendere su di sè (³).

La risoluzione del problema inverso consistente nella determinazione degli sforzi staticamente indeterminati sopportati da elementi sovrabbondanti di dimensioni date *a priori*, non venne raggiunta che più tardi, riducendo il problema dell'equilibrio elastico dei sistemi in questione sia ad un problema di minimo, sia ad un problema di annullamento di deformazioni.

Il primo metodo condusse, come si sa, ad una soluzione essenzialmente analitica della questione (⁴).

(¹) Williot, *Notions pratiques sur la Statique graphique*, " Annales du Génie civil ", 1877, pag. 601 e 713.

(²) W. Ritter, *Anwendungen der graphischen Statik*, Zweiter Teil (Zürich 1890), pag. 103. — C. Guidi, *Lezioni sulla Scienza delle costruzioni*, Parte II (Torino 1909), pag. 218.

(³) Williot, Mem. cit., pag. 722.

(⁴) H. Müller-Breslau, *Die Neueren Methoden der Festigkeitslehre* (Leipzig 1904). — C. Guidi, Lezioni cit., pag, 205.

La seconda via, magistralmente tracciata dal Culmann [5], per la quale i diagrammi di deformazione del Williot sembrano costituire il naturale punto di partenza, viene, di solito, su questo argomento, applicata soltanto allo studio di qualche caso isolato, quale la ricerca delle reazioni iperstatiche negli archi reticolari con cerniere d'imposta [6], ovvero senza cerniere [7].

Avendo avuto occasione di constatare con quanto vantaggio il metodo di Culmann, accoppiato con un uso razionale del teorema di reciprocità, si presti al calcolo dei sistemi elastici continui [8], mi sono proposto di tentarne un'analoga utilizzazione nell'analisi del comportamento elastico dei sistemi reticolari iperstatici, sia per sovrabbondanza di aste che per sovrabbondanza di vincoli. Giungo così a certi sistemi di cerchi, assai facili a costruirsi, interpretabili a volontà come diagrammi di influenza di deformazioni ovvero come diagrammi di influenza di grandezze iperstatiche, ed atti al calcolo diretto dei valori da queste quantità assunti, sotto l'azione di un qualsiasi complesso di forze arbitrariamente applicate ai singoli nodi del sistema in direzioni arbitrarie.

1. Costruzione geometrica delle deformazioni di un sistema reticolare iperstatico. — È noto che ogni travatura reticolare di cui gli sforzi nelle aste siano staticamente indeterminati sia per la presenza di *aste sovrabbondanti*, sia per le condizioni di posa le quali includano dei *vincoli sovrabbondanti*, può essere ridotta ad una travatura staticamente determinata, che

---

(5) K. Culmann, *Die graphische Statik* (ediz. franc., Paris 1880), pag. 520.

(6) C. Guidi, Lez. cit., pag. 233. — A. Föppl, *Vorlesungen über technische Mechanik*, Zweiter Band (Leipzig 1903), pag. 374. — H. Müller-Breslau, *Die graphische Statik der Baukonstruktionen*, Zweiter Band, 1 Abteilung (Stuttgart 1907) pag. 195.

(7) H. Müller-Breslau, *Die graphische Statik der Baukonstruktionen*, Zweiter Band, 1 Abteilung (Stuttgart (1907), pag. 311 e seg.

(8) G. Colonnetti, *I sistemi elastici continui trattati col metodo delle linee d'influenza*, " Memorie della R. Accad. delle Scienze di Torino ", Serie II, t. LXI (1910). — Id., *Le linee d'influenza della trave continua solidale coi suoi piedritti*, " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", vol. XLVI (1911), fasc. 4°-5°.

chiamasi *travatura principale*, qualora si sopprimano le aste ed i vincoli sovrabbondanti.

Il regime degli sforzi nelle rimanenti aste non verrà alterato se si immaginano sostituiti gli sforzi interni delle aste rimosse con forze esterne *incognite* equipollenti a quelli, applicate ai nodi della travatura che da quelle aste venivano collegati, e similmente si considerano come forze esterne pure *incognite* le reazioni d'appoggio sovrabbondanti.

È chiaro allora che le deformazioni della travatura in esame (come del resto tutte le grandezze che al suo regime statico si riferiscono) potranno esprimersi in funzione dei carichi dati e delle dette forze incognite; e queste funzioni devono, in tutti quei casi nei quali è applicabile il principio della sovrapposizione degli effetti, esser lineari.

Dette pertanto

$$A, \; B, \; \ldots, \; N,$$

quelle incognite iperstatiche, lo spostamento che una data condizione di carico P, consistente in un arbitrario complesso di forze comunque applicate ai nodi del sistema, produce in un nodo qualunque r della *travatura reticolare data*, nel suo piano, considerato come un vettore, cioè come una quantità dotata non soltanto di grandezza, ma anche di direzione e di senso, può sempre mettersi sotto la forma

$$\Delta_{r,P} = \delta_{r,P} - A\delta_{r,A} - B\delta_{r,B} - \ldots - N\delta_{r,N} = \delta_{r,P} - \sum_{F=A}^{F=N} F\delta_{r,F}$$

la somma essendo, ben s' intende, una somma *geometrica* nella quale i vettori

$$\delta_{r,P}, \; \delta_{r,A}, \; \delta_{r,B}, \; \ldots, \; \delta_{r,F}, \; \ldots, \; \delta_{r,N}$$

rappresentano in grandezza, direzione e senso gli spostamenti che il nodo considerato r della *travatura principale* subisce per effetto rispettivamente della reale condizione di carico P e delle n sollecitazioni elementari unitarie

$$A = -1, \; B = -1, \; \ldots, \; F = -1, \; \ldots, \; N = -1.$$

Costruiti pertanto, per esempio mediante $n+1$ diagrammi Williot, gli spostamenti dei singoli nodi della travatura principale relativi a queste varie condizioni di carico, si potranno da quelli dedurre gli spostamenti effettivi dei vari nodi della travatura iperstatica data, mediante semplici somme geometriche, quando si siano preventivamente determinati i valori da attribuirsi alle n costanti incognite

$$A,\ B,\ \ldots,\ N.$$

Le quali costanti, quando non siano già note per altra via, possono sempre essere calcolate imponendo che le deformazioni elastiche degli *elementi essenziali* del sistema siano precisamente quelle che sono consentite dalla presenza degli *elementi sovrabbondanti.*

Ora di elementi sovrabbondanti ve ne possono essere, come si è già detto, di due specie ben distinte: vincoli ed aste. I primi limitano gli spostamenti dei singoli nodi, a cui sono applicati, in direzioni date; le altre si oppongono invece alle variazioni di distanza fra le coppie di nodi che son destinate ad unire.

Nel primo caso perciò le equazioni di elasticità conterranno le grandezze degli spostamenti che ogni nodo soggetto ad un vincolo sovrabbondante subisce, nella direzione d'azione di quel vincolo, per effetto delle varie sollecitazioni prese in esame.

Nel secondo caso invece compariranno nelle equazioni stesse, le grandezze degli spostamenti relativi delle varie coppie di nodi, collegate da aste sovrabbondanti, prodotte dalle stesse condizioni di carico e misurati nelle direzioni delle congiungenti i nodi stessi.

Allo scopo di conservare alla presente ricerca la massima possibile generalità pure mantenendo la maggior omogeneità nei simboli e simmetria nelle formole, noi indicheremo coll'unica notazione schematica $d_{F,G}$ la grandezza della deformazione degli elementi essenziali relativi alla incognita F, nella direzione di F stessa, dovuti alla sollecitazione $G = -1$, senza specificare se si tratti di reazioni sovrabbondanti ovvero di sforzi interni iperstatici.

Intenderemo pertanto che, qualunque sia G, quando F è la reazione incognita di un vincolo sovrabbondante applicato al

nodo r nella direzione rr_0, $d_{F,G}$ rappresenta la proiezione del vettore $\mathfrak{d}_{r,G}$ sulla direzione rr_0; quando invece F indica lo sforzo interno incognito in un'asta sovrabbondante collegante fra loro i due nodi s e t, $d_{F,G}$ altro non è che la differenza fra le proiezioni dei due vettori $\mathfrak{d}_{s,G}$ e $\mathfrak{d}_{t,G}$ sulla direzione st ovvero. ciò che fa lo stesso, la proiezione sulla stessa direzione del vettore spostamento relativo $\mathfrak{d}_{s,G} - \mathfrak{d}_{t,G}$.

Ciò premesso l'imporre che lo spostamento di ogni nodo soggetto ad un vincolo sovrabbondante misurato nella direzione d'azione di quel vincolo, sia eguale a quello che il vincolo stesso può effettivamente consentire, e che, nel tempo stesso, la variazione di distanza fra due qualsiansi nodi fra loro collegati da un'asta sovrabbondante sia eguale a quella permessa dall'elasticità di quell'asta, conduce al solito sistema di n equazioni:

$$A\,(d_{A,A} + \epsilon_A) + Bd_{A,B} + \ldots + Nd_{A,N} = d_{A,P}$$
$$Ad_{B,A} + B\,(d_{B,B} + \epsilon_B) + \ldots + Nd_{B,N} = d_{B,P}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$Ad_{N,A} + Bd_{N,B} + \ldots + N(d_{N,N} + \epsilon_N) = d_{N,P}$$

nelle quali con $d_{F,P}$ si è indicata, per ragione di analogia, la grandezza della solita deformazione degli elementi essenziali relativi all'incognita F, nella direzione di F stessa, dovuta all'azione dell'effettiva condizione di carico P, mentre si è detto ϵ_F il cedimento elastico dell'elemento sovrabbondante (vincolo od asta, poco importa) nel quale si genera lo sforzo incognito F dovuto alla forza unitaria $F = 1$ su di esso direttamente applicata.

Le ϵ fanno parte dei dati del problema; perciò il sistema di equazioni scritto determina completamente le n incognite

$$A,\ B,\ \ldots,\ N,$$

in funzione delle d le quali possono tutte ricavarsi dagli $n + 1$ diagrammi di deformazione della *travatura principale* relativi rispettivamente alla condizione di carico P data ed alle n sollecitazioni unitarie

$$A = -1,\ B = -1,\ \ldots,\ N = -1.$$

Il teorema di Maxwell si traduce nella ben nota equazione generica di condizione:

$$d_{F,G} = d_{G,F}.$$

2. Diagrammi circolari di influenza delle deformazioni e delle incognite iperstatiche. — In conformità a quanto costantemente si pratica in tutta la teoria delle linee d'influenza, assumiamo come condizione di carico P un'unica forza concentrata ed unitaria applicata ad un certo nodo r della travatura data in una certa direzione ϱ.

Costruito, nel modo già visto, il vettore $\Delta_{m,P}$, spostamento del nodo generico m, considerato come appartenente al sistema, comunque iperstatico, effettivamente dato, sollecitato da quel carico $P = 1$, si indichi con $D_{m\mu,r\varrho}$ la proiezione di quel vettore sulla direzione arbitraria μ, cioè lo spostamento del nodo m nella direzione μ prodotto da una forza unitaria applicata in r nella direzione ϱ. Sopra un segmento equipollente a $\Delta_{m,P}$, come diametro, si costruisca una circonferenza: il segmento da questa intercetto sopra la parallela alla direzione μ condotta per l'origine di quel segmento misura, in valore ed in segno, lo spostamento in questione.

Ma pel teorema di Maxwell tale spostamento $D_{m\mu,r\varrho}$ deve essere eguale a $D_{r\varrho,m\mu}$, spostamento che il nodo r subirebbe nella direzione ϱ per effetto di una forza pure unitaria applicata al nodo m nella direzione μ.

Quella circonferenza può adunque assumersi come linea di influenza degli spostamenti di r nella direzione fissa ϱ al variare della direzione μ della forza applicata in m. Essa mette in evidenza come varii la grandezza di un tale spostamento quando la forza ruota attorno al suo punto d'applicazione [9]:

---

[9] Il fatto che al ruotare della forza attorno ad m la proiezione dello spostamento di r sulla direzione fissa ϱ varia come la lunghezza del raggio vettore che da un punto di una circonferenza va alla circonferenza stessa, può assai facilmente essere messo in relazione con uno dei più eleganti risultati della teoria delle deformazioni dei solidi elastici, secondo il quale il luogo delle posizioni deformate del punto r è un ellisse che ha per centro la sua posizione iniziale. Cfr. W. Ritter, *Anwendungen der Graphischen Statik*, Erster Band (Zürich 1888), pag. 157.

determina in modo tanto semplice quanto intuitivo le due direzioni, fra loro opposte, che la forza deve assumere perchè lo spostamento di r secondo ϱ diventi massimo rispettivamente nel verso positivo ovvero nel negativo; individua in modo analogo le altre due direzioni, pure fra loro opposte ed ortogonali alle precedenti, che corrispondono a valori nulli dello spostamento in questione, epperò separano le direzioni della forza generanti spostamenti di un segno da quelle a cui spettano spostamenti di segno contrario.

Facendo corrispondere ad ogni nodo come m una cosiffatta circonferenza si ottiene un diagramma polare che esaurisce nel modo più completo la legge di variazione degli spostamenti di r nella direzione data ϱ per forze unitarie applicate ai singoli nodi in direzioni affatto arbitrarie.

Tale sistema di cerchi indicheremo perciò d'or innanzi col nome di *diagramma circolare di influenza* della considerata deformazione.

Non meno semplice sarebbe la cosa se, in luogo di studiare gli spostamenti assoluti di un dato nodo in una direzione data, si volessero determinare le variazioni di distanza di due nodi s e t, cioè le proiezioni degli spostamenti di uno di essi relativamente all'altro sulla direzione della loro congiungente st.

Basterebbe infatti ripetere per un tal caso quanto sopra si è detto a proposito degli spostamenti assoluti con questa sola differenza che, come sollecitazione P dovrebbe assumersi l'insieme di due forze unitarie, applicate rispettivamente a quei due nodi, dirette entrambe secondo la detta congiungente, ma rivolte in versi contrari.

Non ci fermeremo perciò su questa variante passando senz'altro a dimostrare che, quando il sistema reticolare dato venga in corrispondenza del nodo r assoggettato ulteriormente ad un nuovo vincolo agente nella data direzione ϱ, ovvero quando i due nodi s e t vengano fra loro collegati da una nuova asta, *i diagrammi di influenza delle corrispondenti deformazioni possono interpretarsi come diagrammi di influenza della nuova grandezza iperstatica* che così si è venuta ad introdurre nel sistema.

Ed invero, detto X lo sforzo incognito esercitato dal nuovo vincolo ovvero trasmesso dall'asta nuova, e dette $D_{X,Q}$ e $D_{X,X}$ le grandezze delle deformazioni di quegli elementi del sistema

dato che son destinati a ricevere lo sforzo X, misurate nella direzione di X stesso, prodotte rispettivamente da una sollecitazione esterna generica Q e dalla sollecitazione unitaria $X = -1$, l'imporre l'eguaglianza fra la deformazione

$$D_{X,Q} - X D_{X,X}$$

che per effetto della data condizione di carico Q deve verificarsi nel sistema dopo l'aggiunta del nuovo elemento sovrabbondante, ed il cedimento elastico

$$X \epsilon_X$$

dell'elemento stesso, conduce evidentemente alla relazione

$$X = \frac{D_{X,Q}}{D_{X,X} + \epsilon_X}$$

dalla quale risulta che quel segmento, o quella somma di segmenti, che, nel diagramma di influenza delle deformazioni, misurava $D_{X,Q}$ può anche assumersi come misura dello sforzo incognito X, purchè come unità di forza si adotti la lunghezza

$$D_{X,X} + \epsilon_X .$$

Concludendo, il diagramma circolare di influenza di una qualsiasi incognita iperstatica X di un sistema reticolare piano altro non è che il diagramma circolare di influenza delle deformazioni degli elementi essenziali del sistema che dall'elemento sovrabbondante in questione sono vincolati, nella direzione di azione dell'elemento stesso, supposto che esso sia stato idealmente soppresso.

Tale diagramma di influenza può pertanto dedursi dal diagramma di deformazione del sistema elastico così privato dell'elemento da studiarsi ed assoggettato alla corrispondente sollecitazione unitaria

$$X = -1$$

il cui tracciamento può, per quanto si è detto nel paragrafo precedente, eseguirsi combinando geometricamente fra loro tanti

diagrammi di deformazione della travatura principale quante sono le incognite iperstatiche residue del sistema.

3. Applicazione. — Nella tavola che accompagna la presente Nota, il procedimento sopra esposto è stato applicato al calcolo di un semplicissimo sistema reticolare dotato di due aste sovrabbondanti.

Assunti come incognite iperstatiche gli sforzi X ed Y che si generano nelle aste 0,5 ed 1,4 (fig. *a*) ([10]), si sono costruiti i diagrammi Williot della travatura principale relativi alle due sollecitazioni $Y = -1$ ed $X = -1$.

Tali diagrammi non vennero, per economia di spazio, riprodotti in figura; gli spostamenti dei singoli nodi da essi diagrammi forniti si trovano però riprodotti (con linee a tratto continuo) rispettivamente nelle due figure *b* e *c*.

Per ogni nodo m del sistema si è poi geometricamente sottratto dallo spostamento Om della fig. *b* un vettore mm' (disegnato a tratti e punti nella stessa figura) equipollente al corrispondente vettore Om della fig. *c* moltiplicato per quel valore X_Y dello sforzo X che la sollecitazione $Y = -1$ genererebbe nell'asta sovrabbondante 0,5 qualora questa venisse restituita in posto, valore che, come è facile verificare, è misurato da

$$X_Y = \frac{d_{X,Y}}{d_{X,X} + \epsilon_X} .$$

I vettori come Om' così ottenuti nella fig. *b* rappresentano gli spostamenti dei singoli nodi della travatura data supposta in essa soppressa la sola asta 1,4 e cimentata dalla sollecitazione corrispondente $Y = -1$; su di essi vettori, come diametri, vennero tracciati i vari cerchi costituenti il cercato diagramma di influenza della incognita iperstatica Y.

Similmente, sottratti geometricamente dagli spostamenti Om

([10]) L'asta sovrabbondante 0,5 potrebbe anche indifferentemente essere sostituita da un vincolo sovrabbondante, per esempio mediante trasformazione dell'appoggio scorrevole di destra in una cerniera su imposta elastica. L'incognita X rappresenterebbe allora la spinta orizzontale di un arco a due articolazioni.

della fig. c i corrispondenti spostamenti Om della fig. b moltiplicati per il valore

$$Y_X = \frac{d_{Y,X}}{d_{Y,Y} + \epsilon_Y}$$

che lo sforzo incognito Y assumerebbe per effetto della sollecitazione $X = -1$ qualora si ripristinasse il vincolo 1,4, si sono ottenuti i vettori Om' della fig. c, spostamenti dei singoli nodi della travatura data supposta liberata dalla sola asta sovrabbondante 0,5 e cimentata dalla sollecitazione $X = -1$; si è potuto così tracciare il diagramma circolare di influenza della incognita iperstatica X.

Come unità di misura delle forze nei due diagrammi si dovranno assumere, come si è già detto a suo tempo, rispettivamente i segmenti

$$D_{Y,Y} + \epsilon_Y \qquad \text{e} \qquad D_{X,X} + \epsilon_X .$$

Esaurito così lo studio della distribuzione degli sforzi interni, è sembrato non inutile tracciare anche un diagramma di influenza di deformazioni sia perchè si tratta di problema che non di rado si presenta direttamente nella pratica, sia anche perchè lo studio delle deformazioni di un sistema doppiamente iperstatico coincide in sostanza coll'analisi dell'equilibrio elastico di un sistema contenente tre incognite staticamente indeterminate.

Nell'intento di ottenere il diagramma di influenza degli abbassamenti del nodo 3 si è perciò costruito il diagramma Williot della travatura principale relativo ad un carico concentrato $P = 1$ applicato verticalmente a quel nodo [11].

Da ciascuno spostamento come Om così ottenuto (fig. f) si sono poi geometricamente sottratti due vettori mm' ed $m'm''$ equipollenti ai due spostamenti omonimi delle figure b e c, moltiplicati rispettivamente per Y_P e per X_P, valori da Y e da X

---

[11] Nella fig. d vennero rappresentate le deformazioni prodotte nella *travatura principale* da una tal condizione di carico, allo scopo di metterle in confronto colle corrispondenti deformazioni della *travatura iperstatica data* (fig. e).

assunti quando il dato sistema reticolare si trova sotto l'azione del carico P.

Ora, a questo proposito, sono da distinguersi due casi.

Se lo studio degli abbassamenti del nodo 3 è stato preceduto dalla ricerca delle incognite iperstatiche, i valori X_P ed Y_P possono considerarsi come noti, perchè forniti dai diagrammi di influenza di quelle incognite.

Essi si trovano infatti rappresentati, nelle rispettive unità di misura, dai segmenti $D_{X,P}$ e $D_{Y,P}$ intercetti sulle verticali, condotte pei poli di quei diagrammi, dai cerchi relativi al nodo 3; si ha cioè:

$$X_P = \frac{D_{X,P}}{D_{X,X} + \epsilon_X} \qquad \text{ed} \qquad Y_P = \frac{D_{Y,P}}{D_{Y,Y} + \epsilon_Y} .$$

Che se invece non si possiedono i diagrammi di influenza delle grandezze X ed Y, allora i valori X_P ed Y_P possono dedursi dalle due solite equazioni di condizione:

$$X_P\,(d_{X,X} + \epsilon_X) + Y_P\, d_{X,Y} = d_{X,P}$$
$$X_P\, d_{Y,X} + Y_P\,(d_{Y,Y} + \epsilon_Y) = d_{Y,P}$$

dalle quali si ricava:

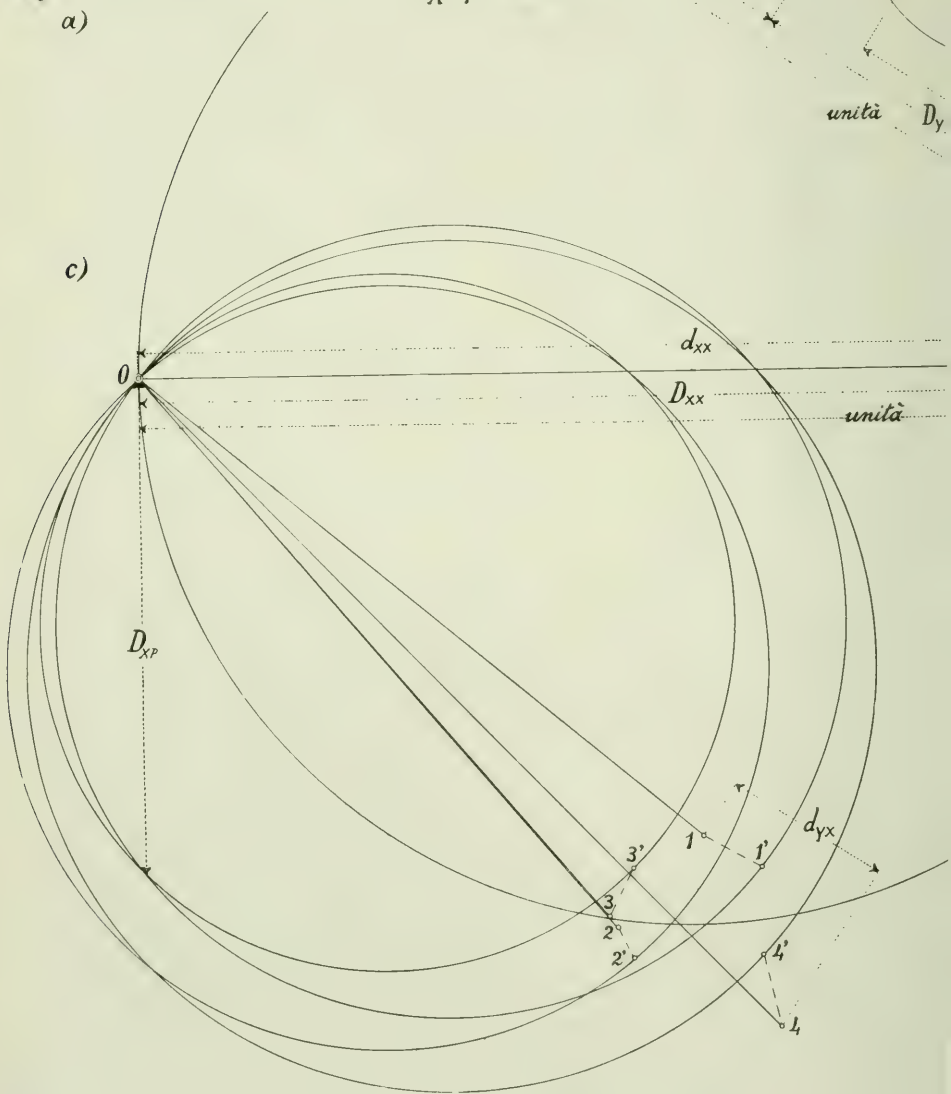
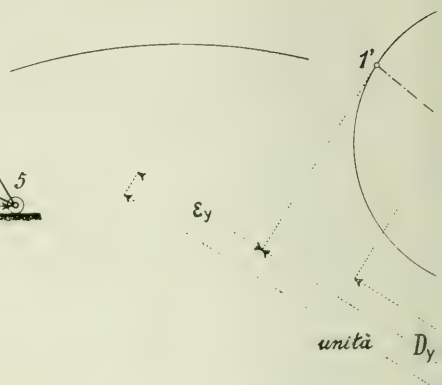
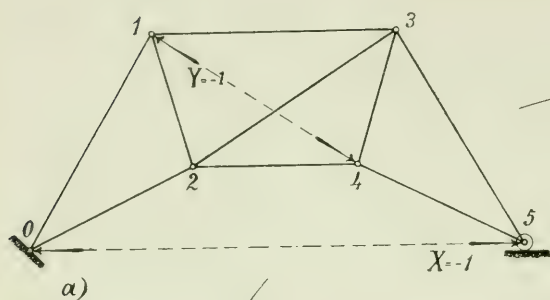
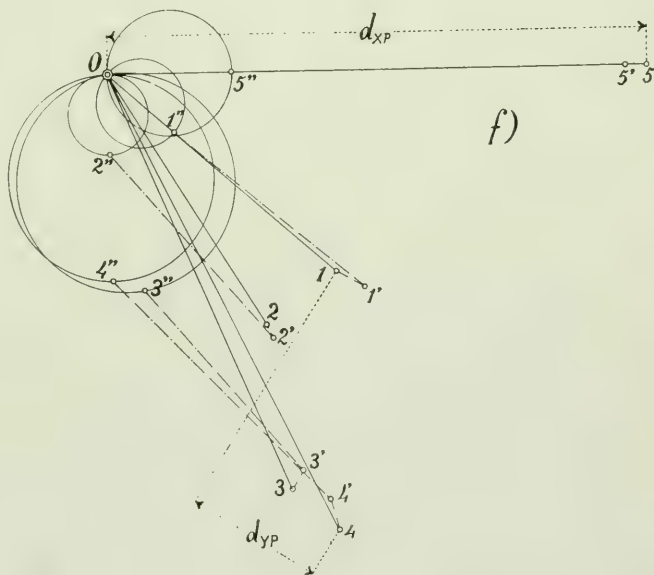
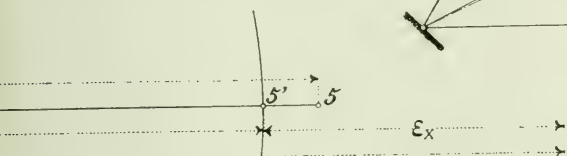
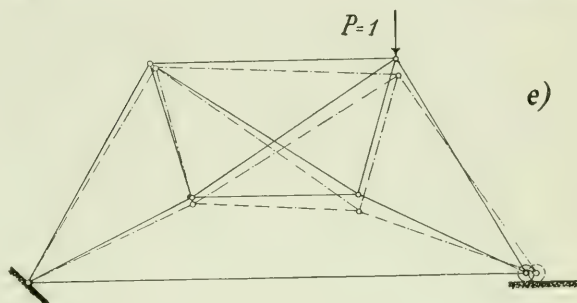
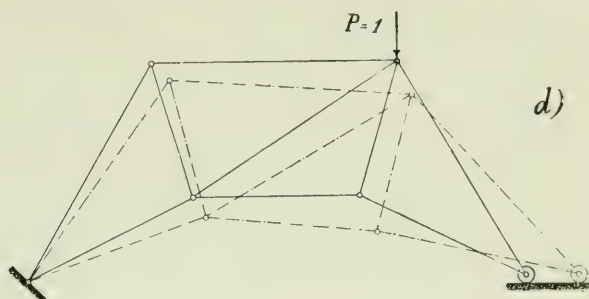
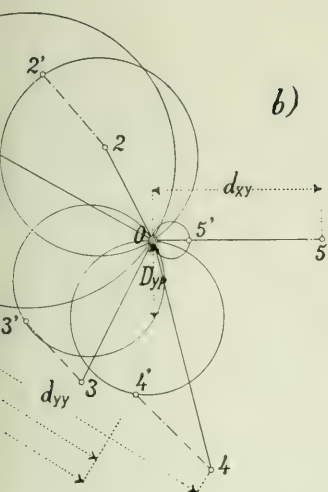
$$X_P = \frac{d_{X,P}\,(d_{Y,Y} + \epsilon_Y) - d_{X,Y}\, d_{Y,P}}{(d_{X,X} + \epsilon_X)\,(d_{Y,Y} + \epsilon_Y) - d_{X,Y}\, d_{Y,X}}$$

e

$$Y_P = \frac{(d_{X,X} + \epsilon_X)\, d_{Y,P} - d_{X,P}\, d_{Y,X}}{(d_{X,X} + \epsilon_X)\,(d_{Y,Y} + \epsilon_Y) - d_{X,Y}\, d_{Y,X}} .$$

Il primo caso si presenta più frequentemente ogni qualvolta lo studio delle deformazioni è scopo a sè stesso, mentre che ci si imbatte di solito nel secondo caso quando detto studio ha per scopo la ricerca della grandezza incognita della reazione di un vincolo ulteriore.

Nell'un caso e nell'altro la costruzione degli spostamenti Om'' (fig. f) effettivamente subiti dai vari nodi del sistema dato per effetto del dato carico P non presenta difficoltà; nè difficoltà può perciò presentare il tracciamento del desiderato diagramma circolare di influenza.

Torino, Febbraio 1911.

1
3
Y=-1
2
4
0
5
X=-1
a)
1'
ε_y
unità
D_y
c)
0
d_xx
D_xx
unità
D_xp
d_yx
1
1'
3'
3
2
2'
4'
4

P=1
d)
P=1
e)
b)
2'
2
d_{xy}
0
5'
5
D_{yP}
3'
3
4'
4
d_{yy}
5'
5
ε_x
d_{xP}
0
5''
5'
5
f)
1''
2''
4''
3''
1
1'
2
2'
3'
3
4'
4
d_{yP}

Alcune applicazioni alla geometria differenziale su di una superficie dell'operatore omografico C.

Nota di C. BURALI-FORTI (Torino).

L'operatore C, che applicato ad una omografia vettoriale α produce l'omografia

$$C\alpha = I_1\alpha - \alpha,$$

ha molte proprietà formali [1], ma finora esso è stato adoperato, nella teoria generale, più come simbolo abbreviativo che come utile strumento di ricerca.

In questa nota dò alcune notevoli proprietà dell'operatore C applicato alla omografia che spontaneamente si presenta nella geometria differenziale su di una superficie, omografia che permette di trattare tutte le questioni generali in modo assai semplice e con *zero* coordinate. Di tale operatore C ne faccio alcune applicazioni generali al gradiente divergenza e rotazione, e applicazioni speciali alla funzione caratteristica di una deformazione infinitesima. Scrivo per intero i calcoli, per provare materialmente qual'è la semplicità dei mezzi impiegati in confronto ai metodi algebrici ordinari che necessitano di calcoli molto lunghi.

1. — Il punto P (variabile indipendente) vari in una superficie Σ e il vettore N, unitario e funzione di P, sia parallelo alla normale a Σ in P.

Indicheremo con σ l'omografia che trasforma i differenziali arbitrari dP, δP, ... di P (vettori normali ad N perchè P

(1) C. Burali-Forti e R. Marcolongo, *Omografie vettoriali* (G. B. Petrini, Torino, 1909). Cfr. Appendice, p. 101-103. Citeremo questo libro con l'abbreviazione O. v.

varia in Σ) nei corrispondenti differenziali $d\boldsymbol{N}$, $\delta\boldsymbol{N}$, ... di $\boldsymbol{N}$ (pure vettori normali ad $\boldsymbol{N}$ perchè $\boldsymbol{N}^2 = 1$), cioè porremo

$$\sigma = \frac{d\boldsymbol{N}}{dP}.$$

Le proprietà fondamentali dell'omografia σ sono già note ([2]).

Le formule importanti per l'operatore C, alle quali abbiamo accennato, sono le seguenti, nelle quali $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ sono vettori:

$$\sigma C\sigma = C\sigma . \sigma = I_2\sigma . (1 - H(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{N})). \tag{1}$$

$$\sigma(\boldsymbol{N} \wedge \boldsymbol{x}) = \boldsymbol{N} \wedge C\sigma\boldsymbol{x}, \qquad C\sigma(\boldsymbol{N} \wedge \boldsymbol{x}) = \boldsymbol{N} \wedge \sigma\boldsymbol{x}. \tag{2}$$

Se $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ *sono normali ad* $\boldsymbol{N}$ *da*

$$\sigma\boldsymbol{u} = \boldsymbol{v} \qquad \textit{segue} \qquad I_2\sigma . \boldsymbol{u} = C\sigma\boldsymbol{v}. \tag{3}$$

$$\mathrm{grad}_P C\sigma = \mathrm{Grad}_P C\sigma = 0, \tag{4}$$

ovvero, il che equivale,

$$\mathrm{grad}_P \sigma = \mathrm{grad}_P I_1\sigma, \qquad \mathrm{Grad}_P \sigma = \mathrm{Grad}_P I_1\sigma. \tag{4'}$$

$$\mathrm{grad}_P \sigma = \mathrm{Grad}_P I_1\sigma - I_1\sigma^2 . \boldsymbol{N}. \tag{5}$$

Cominciamo con l'osservare che si ha

$$\sigma^2 = I_1\sigma . \sigma - I_2\sigma . (1 - H(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{N})). \tag{a}$$

Invero. È noto che $R\sigma\boldsymbol{N} = I_2\sigma . \boldsymbol{N}$ e quindi applicando $R\sigma$ ai due membri della identità

$$\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{N} \wedge \boldsymbol{x}) \wedge \boldsymbol{N} + \boldsymbol{N} \times \boldsymbol{x} . \boldsymbol{N}$$

si ha

$$R\sigma\boldsymbol{x} = \sigma(\boldsymbol{N} \wedge \boldsymbol{x}) \wedge \sigma\boldsymbol{N} + I_2\sigma . \boldsymbol{N} \times \boldsymbol{x} . \boldsymbol{N} = I_2\sigma . H(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{N})\,\boldsymbol{x};$$

ma è pure noto (O. v., p. 24, [2]) che

$$R\sigma = I_2\sigma - I_1\sigma . \sigma + \sigma^2$$

e quindi è vera la (a).

([2]) O. v., Appendice, p. 105-111.

Per altri lavori cfr. la mia nota *Sulla rappresentazione sferica di Gauss*, " Atti Ist. Veneto ", t. LXIX, parte 2ª, 1910.

La (1) risulta, allora, immediatamente da (a), osservando che $\sigma C \sigma = I_1 \sigma . \sigma - \sigma^2$.

Le (2) risultano subito dalla nota regola di calcolo omografico (O. v., p. 18, [7]), che è di continuo uso,

$$\alpha (x \wedge y) = I_1 \alpha . x \wedge y - x \wedge K \alpha y + y \wedge K \alpha x ;$$

invero applicando σ ad $N \wedge x$ e ricordando che $\sigma N = 0$ e che $K \sigma = \sigma$ si ha

$$\sigma (N \wedge x) = I_1 \sigma . N \wedge x - N \wedge \sigma x = N \wedge (I_1 \sigma - \sigma) x ,$$
$$C \sigma (N \wedge x) = I_1 \sigma . N \wedge x - \sigma (N \wedge x) = \text{ecc.}$$

Operando con $C \sigma$ nei due membri dell'eguaglianza $\sigma u = v$, applicando la (1) e ricordando che, per ipotesi, u è normale ad N, si ha subito la (3).

Da O. v., p. 60 risulta subito che $\text{grad}_P C \sigma$ è nullo; quindi anche la sua componente normale rispetto ad N, che è $\text{Grad}_P C \sigma$, è vettor nullo e sono vere le (4) e (4').

Si ha (O. v., p. 57, [10])

$$\text{div}_P (\sigma N) = I_1 \sigma^2 + \text{grad}_P \sigma \times N$$

che, per essere $\sigma N = 0$ e per la (4'), dimostra la (5).

Giova notare esplicitamente che la (4) *compendia in un'unica formula semplicissima le due formule di* MAINARDI-CODAZZI ([2 bis]),

---

([2 bis]) Se N è vettore unitario parallelo alle rette di una *congruenza* o di un *complesso*, allora (Cfr. la mia nota *Sulla Geometria differenziale assoluta.....*, questi Atti, 1910) la $\text{rot} N$ non è nulla e da O. v., p. 60 si ha

$$\text{grad}_P C \frac{dN}{dP} = \text{rot rot} N$$

e $\text{rot rot} N$, in generale, non è nullo. È molto probabile che i numeri b_{112} b_{221} considerati da G. SANNIA in un suo notevole e recente lavoro (*Su due forme differenziali che individuano una congruenza o un complesso di rette*, “Rendiconti „, Palermo, 1911, t. XXXI) siano le proiezioni di $\text{grad}_P C \frac{dN}{dP}$ sui vettori derivate parziali di P rispetto ad u e v; il che semplificherebbe notevolmente tutta la trattazione.

e che $I_1\sigma^2$ è la somma dei quadrati delle curvature normali e torsioni geodetiche in due direzioni ortogonali, arbitrarie, nel punto P di Σ.

2. — Sia O un punto fisso arbitrario. Se si pone

$$S = O + \boldsymbol{N},$$

allora S è punto, funzione di P, che, col variare di P in Σ, descrive l'*indicatrice sferica* (di centro O) di Σ.

Se h è un ente funzione di S, e quindi anche funzione di P, e derivabile rispetto a P e ad S, allora si ha

$$\frac{dh}{dP} = \frac{dh}{dS}\sigma \tag{1}$$

perchè, identicamente,

$$\frac{dh}{dP} = \frac{dh}{dS}\frac{dS}{dP} \quad \text{e} \quad \frac{dS}{dP} = \frac{d(O+\boldsymbol{N})}{dP} = \frac{d\boldsymbol{N}}{dP} = \sigma\,.$$

Se nella (1) si pone al posto di h un vettore $\boldsymbol{u}$ funzione di P, allora la (1) si può risolvere rispetto a $\frac{d\boldsymbol{u}}{dS}$ e si ha la formula notevole

$$I_2\sigma\,.\frac{d\boldsymbol{u}}{dS} = \frac{d\boldsymbol{u}}{dP}C\sigma\,, \tag{2}$$

ovvero, ponendo per $C\sigma$ la sua espressione $I_1\sigma - \sigma$,

$$I_2\sigma\,.\frac{d\boldsymbol{u}}{dS} = I_1\sigma\,.\frac{d\boldsymbol{u}}{dP} - \frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\sigma\,. \tag{2'}$$

Infatti. Operando, a destra, con $C\sigma$ nei due membri della (1), dopo aver sostituito $\boldsymbol{u}$ ad h, si ha, per la (1) del n. 1

$$\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}C\sigma = I_2\sigma\,.\left\{\frac{d\boldsymbol{u}}{dS} - \frac{d\boldsymbol{u}}{dS}H(\boldsymbol{N},\boldsymbol{N})\right\} = I_2\sigma\,.\left\{\frac{d\boldsymbol{u}}{dS} - H\left(\boldsymbol{N},\frac{d\boldsymbol{u}}{dS}\boldsymbol{N}\right)\right\}$$ (3);

ma essendo $\boldsymbol{u}$ funzione soltanto dei punti di Σ, o della indica-

---

(3) Se $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}$ sono vettori e α è omografia, si dimostra facilmente che

$$\alpha H(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}) = H(\boldsymbol{u},\alpha\boldsymbol{v}),\qquad H(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})\alpha = H(K\alpha\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})\,.$$

trice (e quindi *costante lungo le normali in* P *od* S *alle due superfici*), la derivata di $\boldsymbol{u}$ nella direzione $\boldsymbol{N}$ (*normale* alla sfera in S), cioè $\frac{d\boldsymbol{u}}{dS}\boldsymbol{N}$, vale zero, e quindi resta dimostrata la (2).

3. — Siano, φ un numero ed $\boldsymbol{u}$ un vettore funzioni del punto S, e quindi anche funzioni di P. Si hanno le formule

$$(1) \qquad I_2\sigma \,.\, \mathrm{Grad}_S\varphi = C\sigma\,\mathrm{Grad}_P\varphi\,, \qquad \sigma\,\mathrm{Grad}_S\varphi = \mathrm{Grad}_P\varphi$$

$$(2) \qquad I_2\sigma \,.\, \mathrm{div}_S\boldsymbol{u} = I_1\sigma \,.\, \mathrm{div}_P\boldsymbol{u} - I_1\left(\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\sigma\right)$$

$$(3) \qquad I_2\sigma \,.\, \mathrm{rot}_S\boldsymbol{u} = I_1\sigma \,.\, \mathrm{rot}_P\boldsymbol{u} - 2V\left(\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\sigma\right),$$

le quali permettono di calcolare gradiente divergenza e rotazione rispetto ad S quando siano noti i corrispondenti elementi rispetto a P, o viceversa [4].

Applicando i due membri della (1) del n. 2, con φ in luogo di h, al vettore arbitrario x, si ha

$$\frac{d\varphi}{dP}x = \frac{d\varphi}{dS}(\sigma x)\,,$$

dalla quale (O. v., p. 50, [3]; p. 18, [6])

$$x \times \mathrm{grad}_P\varphi = (\sigma x) \times \mathrm{grad}_S\varphi = x \times \sigma\,\mathrm{grad}_S\varphi\,;$$

ma x è arbitrario, grad coincide con Grad [5] perchè φ è funzione di P, e quindi si ha la seconda delle (1) [6]. La prima si ottiene operando con $C\sigma$ nei due membri della seconda (n. 1).

Operando nei due membri della (2′) del n. 2 con I_1 o con $2V$ e ricordando (O. v., p. 56) le definizioni di div e rot, si hanno subito le (2), (3).

---

(4) Rispetto ai metodi algebrici ordinari, con cinque coordinate e nove coefficienti delle tre forme differenziali quadratiche per ogni punto di Σ, le formule (1), (2) (non la (3), non considerandosi la rotazione) sostituiscono la trasformazione degli invarianti rispetto alla 1ª forma differenziale in invarianti rispetto alla 3ª forma. È utile il confronto tra i due procedimenti.

(5) Cfr. la mia nota *Gradiente divergenza*..... (“ Atti Acc. Torino „, 1910).

(6) Direttamente da O. v., p. 52, [8].

Vediamo un'applicazione delle formule precedenti.

Sia w la distanza di O dal piano tangente a Σ in P, cioè sia

$$w = (P - O) \times \boldsymbol{N},$$

e si supponga che, almeno in un campo conveniente di Σ, la corrispondenza tra P ed S si possa considerare univoca e reciproca.

È noto ([7]) che

$$\mathrm{Grad}_P w = \sigma(P - O) \tag{4'}$$

dalla quale risulta subito, per la (1) e la (1) del n. 1,

$$\mathrm{Grad}_S w = P - O - w\boldsymbol{N}. \tag{4}$$

Se, per brevità, poniamo

$$\boldsymbol{u} = P - O - w\boldsymbol{N}$$

si ha facilmente dalle cose note e ricordando che, in Σ, la $\mathrm{div}_P(P - O)$ vale 2,

$$\mathrm{div}_P \boldsymbol{u} = 2 - w\mathrm{I}_1\sigma, \qquad \mathrm{rot}_P \boldsymbol{u} = \boldsymbol{N} \wedge \sigma(P - O)$$

$$\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\sigma = \sigma - w\sigma^2 - \mathrm{H}(\sigma^2(P - O), \boldsymbol{N})$$

$$\mathrm{I}_1\left(\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\sigma\right) = \mathrm{I}_1\sigma - w(\mathrm{I}_1\sigma)^2 + 2w\mathrm{I}_2\sigma$$

$$2\mathrm{V}\left(\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\sigma\right) = \mathrm{I}_1\sigma \,.\, \boldsymbol{N} \wedge \sigma(P - O) - \mathrm{I}_2\sigma \,.\, \boldsymbol{N} \wedge (P - O).$$

Sostituendo nelle (2), (3) si hanno le formule

$$2w + \mathrm{div}_S\, \mathrm{Grad}_S\, w = \frac{\mathrm{I}_1\sigma}{\mathrm{I}_2\sigma} \tag{5}$$

$$\mathrm{rot}_S\, \mathrm{Grad}_S\, w = \boldsymbol{N} \wedge (P - O), \tag{6}$$

e tenendo conto dell'espressione citata di $\mathrm{rot}_P \mathrm{Grad}_S w$ si ha pure (n. 1).

$$\mathrm{rot}_P \mathrm{Grad}_S w = \mathrm{C}\sigma \mathrm{rot}_S \mathrm{Grad}_S w. \tag{7}$$

([7]) Cfr. la nota ([5]).

La (5) è nota (cfr. la nota (2)) ed ha forma ordinaria complicata.

4. — Sono anche notevoli le espressioni di $\mathrm{Grad}\,\varphi$, $\mathrm{div}\,\boldsymbol{u}$, $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{u}$, rispetto a P o ad S mediante due differenziali arbitrari, normali ad $\boldsymbol{N}$, dP, δP di P.

Poniamo, per brevità,

$$m = dP \wedge \delta P \times \boldsymbol{N} \tag{a}$$

e supponiamo che per dP e δP non paralleli, il loro *verso* sia tale che

$$dP \wedge \delta P = m\boldsymbol{N} \tag{b}$$

da cui segue, perchè $\sigma dP = d\boldsymbol{N}$, $\sigma\delta P = \delta\boldsymbol{N}$,

$$d\boldsymbol{N} \wedge \delta\boldsymbol{N} = m\mathrm{I}_2\sigma \,.\, \boldsymbol{N}. \tag{c}$$

Ciò posto, avendo φ ed $\boldsymbol{u}$ il solito significato, si ha

$$m\,\mathrm{Grad}_P\varphi = \boldsymbol{N} \wedge (\delta\varphi \,.\, dP - d\varphi \,.\, \delta P) \tag{1}$$

$$m\,\mathrm{div}_P\boldsymbol{u} = \boldsymbol{N} \times (dP \wedge \delta\boldsymbol{u} - \delta P \wedge d\boldsymbol{u}) \tag{2}$$

$$m\,\mathrm{rot}_P\boldsymbol{u} = (\boldsymbol{N} \wedge dP) \wedge \delta\boldsymbol{u} - (\boldsymbol{N} \wedge \delta P) \wedge d\boldsymbol{u}\,. \tag{3}$$

Non sarà inutile ripetere (8) la dimostrazione di queste formule.

Essendo $\mathrm{Grad}_P\varphi$ normale ad $\boldsymbol{N}$ si ha identicamente, poi sviluppando,

$$\begin{aligned} m\mathrm{Grad}_P\varphi &= m\boldsymbol{N} \wedge (\mathrm{Grad}_P\varphi \wedge \boldsymbol{N}) = \boldsymbol{N} \wedge \{\mathrm{Grad}_P\varphi \wedge (dP \wedge \delta P)\} = \\ &= \boldsymbol{N} \wedge (\mathrm{Grad}_P\varphi \times \delta P \,.\, dP - \mathrm{Grad}_P\varphi \times dP \,.\, \delta P) \end{aligned}$$

che dimostra (O. v., p. 51, [4]) la (1).

Se calcoliamo (O. v., p. 7, [3]; p. 17, [2]) l'$\mathrm{I}_1 \frac{d\boldsymbol{u}}{dP}$ e $2\mathrm{V}\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}$ rispetto alla terna dP, δP, $\boldsymbol{N}$ e ricordiamo che

$$\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}dP = d\boldsymbol{u}, \qquad \frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\delta P = \delta\boldsymbol{u}, \qquad \frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\boldsymbol{N} = 0$$

---

(8) *Sulla rappresentazione.....*, l. c., n. 5.

si ha

$$m\,\mathrm{div}_P\boldsymbol{u} = \delta P \wedge \boldsymbol{N} \times d\boldsymbol{u} + \boldsymbol{N} \wedge dP \times \delta\boldsymbol{u}$$
$$m\,\mathrm{rot}_P\boldsymbol{u} = (\delta P \wedge \boldsymbol{N}) \wedge d\boldsymbol{u} + (\boldsymbol{N} \wedge dP) \wedge \delta\boldsymbol{u},$$

che, applicando una regola elementare di calcolo vettoriale, dànno subito le (2), (3).

Se nelle (1), (2), (3) si pone S al posto di P e si tien conto della (c), si ha, senza calcoli,

$$(4) \quad m\mathrm{I}_2\sigma \,.\, \mathrm{Grad}_S\varphi = \boldsymbol{N} \wedge (\delta\varphi \,.\, d\boldsymbol{N} - \delta\varphi \,.\, d\boldsymbol{N})$$
$$(5) \quad m\mathrm{I}_2\sigma \,.\, \mathrm{div}_S\boldsymbol{u} = \boldsymbol{N} \times (d\boldsymbol{N} \wedge \delta\boldsymbol{u} - \delta\boldsymbol{N} \wedge d\boldsymbol{u})$$
$$(6) \quad m\mathrm{I}_2\sigma \,.\, \mathrm{rot}_S\boldsymbol{u} = (\boldsymbol{N} \wedge d\boldsymbol{N}) \wedge \delta\boldsymbol{u} - (\boldsymbol{N} \wedge \delta\boldsymbol{N}) \wedge d\boldsymbol{u}.$$

In queste formule, che dànno Grad, div, rot, rispetto ad S, si può al posto di $d\boldsymbol{N}$, $\delta\boldsymbol{N}$ porre, quando giovi, σdP, $\sigma\delta P$.

I secondi membri delle (2), (3), (5), (6) sono *funzioni alternate* di dP, δP e di $d\boldsymbol{N}$, $\delta\boldsymbol{N}$; devono dunque esprimersi applicando un operatore lineare a

$$dP \wedge \delta P = m\boldsymbol{N} \qquad \text{o a} \qquad d\boldsymbol{N} \wedge \delta\boldsymbol{N} = m\mathrm{I}_2\sigma \,.\, \boldsymbol{N}.$$

Se introduciamo l'operatore R per una coppia di omografie (O. v., p. 105), si hanno le formule

$$(7) \begin{cases} \mathrm{div}_P\boldsymbol{u} = \left[\mathrm{R}\left(1, \dfrac{d\boldsymbol{u}}{dP}\right)\boldsymbol{N}\right] \times \boldsymbol{N} = \left[\mathrm{C}\dfrac{d\boldsymbol{u}}{dP}\boldsymbol{N}\right] \times \boldsymbol{N} \\ \mathrm{I}_2\sigma \,.\, \mathrm{div}_S\boldsymbol{u} = \left[\mathrm{R}\left(\sigma, \dfrac{d\boldsymbol{u}}{dP}\right)\boldsymbol{N}\right] \times \boldsymbol{N} \end{cases}$$

$$(8) \begin{cases} \mathrm{rot}_P\boldsymbol{u} = \mathrm{R}\left(\boldsymbol{N}\wedge, \dfrac{d\boldsymbol{u}}{dP}\right)\boldsymbol{N} \\ \mathrm{I}_2\sigma \,.\, \mathrm{rot}_S\boldsymbol{u} = \mathrm{R}\left(\boldsymbol{N}\wedge\sigma, \dfrac{d\boldsymbol{u}}{dP}\right)\boldsymbol{N} \end{cases}$$

che, crediamo, siano interessanti più per la forma assoluta che per le applicazioni alle quali possono condurre, non essendo R operatore lineare per le omografie.

Dal confronto delle (4), (5), (6) con le (1), (2), (3) risultano ancora le (1), (2), (3) del n. 3; ma i calcoli occorrenti (specialmente per la (3)) sono molto lunghi, il che è dovuto alla presenza di dP e δP che funzionano da coordinate di Gauss nel

punto P. Ciò conferma ancora una volta che l'assenza completa di coordinate facilita i calcoli (9).

4bis. — In alcuni casi è utile considerare un numero φ, o una omografia α, e un vettore $\boldsymbol{u}$ funzioni del punto generico Q del campo a tre dimensioni connesso a Σ, funzioni, in generale, non costanti (come si è supposto del n. 4) lungo la normale a Σ in P. In tale ipotesi si hanno le formule:

$$(1) \quad m \operatorname{grad}_P \alpha = \delta\alpha\,(\boldsymbol{N} \wedge dP) - d\alpha\,(\boldsymbol{N} \wedge \delta P) + m\left(\frac{d\alpha}{dP}\boldsymbol{N}\right)\boldsymbol{N}$$

$$(1') \quad m \operatorname{Grad}_P \varphi = \boldsymbol{N} \wedge (\delta\varphi\, dP - d\varphi\, \delta P)$$

$$(2) \quad m \operatorname{div}_P \boldsymbol{u} = \boldsymbol{N} \times (dP \wedge \delta\boldsymbol{u} - \delta P \wedge d\boldsymbol{u}) + m\boldsymbol{N} \times \frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\boldsymbol{N}$$

$$(3) \quad m \operatorname{rot}_P \boldsymbol{u} = (\boldsymbol{N} \wedge dP) \wedge \delta\boldsymbol{u} - (\boldsymbol{N} \wedge \delta P) \wedge d\boldsymbol{u} + m\boldsymbol{N} \wedge \frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\boldsymbol{N}.$$

Le (2), (3) si dimostrano come le (2), (3) del n. 4 tenendo conto anche dell'ultimo termine. Per la (1) si ha (O. v., p. 57, [10]; p. 47, [7]) essendo $\boldsymbol{a}$ vettore costante arbitrario

$$\begin{aligned} m \operatorname{grad}_P \alpha \times \boldsymbol{a} &= m \operatorname{div}_P (\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{a}) \\ &= \boldsymbol{N} \times dP \wedge \delta(\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{a}) - \boldsymbol{N} \times \delta P \wedge d(\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{a}) + \\ &\qquad + m\boldsymbol{N} \times \frac{d(\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{a})}{dP}\boldsymbol{N} \\ &= \boldsymbol{N} \wedge dP \times (\mathrm{K}\delta\alpha)\boldsymbol{a} - \boldsymbol{N} \wedge \delta P \times (\mathrm{K}d\alpha)\,\boldsymbol{a} + \\ &\qquad + m\boldsymbol{N} \times \left(\frac{d(\mathrm{K}\alpha)}{dP}\boldsymbol{N}\right)\boldsymbol{a} \\ &= \left\{ \delta\alpha(\boldsymbol{N} \wedge dP) - d\alpha(\boldsymbol{N} \wedge \delta P) + m\left(\frac{d\alpha}{dP}\boldsymbol{N}\right)\boldsymbol{N} \right\} \times \boldsymbol{a} \end{aligned}$$

che per l'arbitrarietà di $\boldsymbol{a}$ dimostra la (1).

---

(9) Ecco un cenno del calcolo per ottenere le (2), (3) del n. 3.

Applicando la (2) del n. 1, dopo aver commutati $\times$ e $\wedge$ si ha, con alcuni calcoli,

$$m\mathrm{I}_2\sigma \,.\, \operatorname{div}_S \boldsymbol{u} = m\mathrm{I}_1\sigma \,.\, \operatorname{div}_P \boldsymbol{u} - \boldsymbol{N} \times \{ dP \wedge \sigma\delta\boldsymbol{u} - \delta P \wedge \sigma d\boldsymbol{u} \};$$

posto $\alpha = \frac{d\boldsymbol{u}}{dP}$ e applicando la solita formula (O. v., p. 18, [7]) l'ultimo termine si riduce a $m\mathrm{I}_1(\alpha\sigma)$.

In modo analogo si ha

$$m\mathrm{I}_2\sigma \,.\, \operatorname{rot}_S \boldsymbol{u} = m\mathrm{I}_1\sigma \,.\, \operatorname{rot}_P \boldsymbol{u} - \{ \sigma(\boldsymbol{N} \wedge dP) \wedge \alpha\delta P - \sigma(\boldsymbol{N} \wedge \delta P) \wedge \alpha dP \}.$$

Occorre ridurre l'ultimo termine a $2m\mathrm{V}(\alpha\sigma)$, il che per calcolo diretto è complicatissimo. Indirettamente, dopo aver notato che il vettore entro $\}\ \{$ è funzione alternata di dP e δP, si può supporre dP e δP ortogonali ed applicare la formula [4] a p. 24 di O. v.

La (1′) risulta dalla (1) osservando che

$$\left(\frac{d\varphi}{dP}\,\boldsymbol{N}\right)\boldsymbol{N} = \mathrm{grad}_P\,\varphi \times \boldsymbol{N}\,.\,\boldsymbol{N}.$$

Giova pure osservare che

$$\left(\frac{d\alpha}{dP}\,\boldsymbol{N}\right)\boldsymbol{N} = \frac{d(\alpha\boldsymbol{N})}{dP}\,\boldsymbol{N},$$

perchè $\sigma\boldsymbol{N}=0$, e quindi per $\alpha\boldsymbol{N}=0$ anche nella (1) manca l'ultimo termine.

Dalla (1) si può ancora dedurre la (4) e la (5) del n. 1, però con un calcolo abbastanza lungo, e ancora una volta resta provato che l'introduzione delle coordinate complica i calcoli.

5. — Una notevole applicazione delle formule dei numeri precedenti si ha per la determinazione delle superfici Σ_1 che corrispondono a Σ per ortogonalità di elementi; in guisa cioè che, se P_1 funzione di P descrive Σ_1, si abbia

$$dP_1 \times dP = 0$$

qualunque sia il differenziale (normale ad $\boldsymbol{N}$) dP di P [10].

Si ha il teorema: *Affinchè il punto* P$_1$, *funzione di* P, *descriva, col variare di* P *in* Σ, *una superficie* Σ_1 *che corrisponda a* Σ *per ortogonalità di elementi, è necessario e sufficiente che per qualsiasi differenziale* dP *di* P *si abbia*

$$(1) \qquad dP_1 = (\varphi\boldsymbol{N} + \mathrm{Grad}_S\,\varphi) \wedge dP,$$

[10] Ciò equivale, come è noto, a determinare le *deformazioni infinitesime* di Σ considerata come *flessibile* e *inestendibile*.

Se ϵ è numero infinitesimo costante, P_1 è punto funzione di P e si pone

$$Q = P + \epsilon(P_1 - 0),$$

con la condizione

$$(a) \qquad (dQ)^2 = (dP)^2,$$

si ha una deformazione infinitesima di Σ. Osservando che $dQ = dP + \epsilon dP_1$, quadrando e trascurando ϵ^2 si vede subito che la (a) equivale a

$$dP_1 \times dP = 0\,.$$

ovvero, il che equivale,

$$(1') \qquad dP_1 = \left(\varphi \boldsymbol{N} \wedge + \frac{1}{\mathrm{I}_2\sigma} \operatorname{Grad}_P \varphi \wedge \sigma\right) dP,$$

essendo φ *uno qualunque dei numeri, funzioni di* P, *che soddisfano alla condizione*

$$(2) \qquad \operatorname{div}_P(\varphi \boldsymbol{N} + \operatorname{Grad}_S \varphi) = 0,$$

ovvero, il che equivale,

$$(2') \qquad \operatorname{div}_P\left(\varphi \boldsymbol{N} + \frac{1}{\mathrm{I}_2\sigma} \mathrm{C}\sigma \operatorname{Grad}_P \varphi\right) = 0.$$

Dimostrazione. — Dovendo esser sempre dP_1 normale a dP si potrà porre

$$(a) \qquad dP_1 = \boldsymbol{v} \wedge dP$$

e $\boldsymbol{v}$ sarà vettore funzione di P, ma indipendente da dP, perchè tale è l'omografia $\frac{dP_1}{dP}$ che per la (a) vale, almeno nel piano tangente a Σ in P, $\boldsymbol{v} \wedge$.

Il vettore $\boldsymbol{v}$ non può esser arbitrario, ma tale che per d e δ qualunque si abbia (condizione d'integrabilità)

$$\delta dP_1 = d\delta P_1,$$

condizione che, per la (a) e per la formula che da essa si ottiene cambiando d in δ, diviene subito

$$\delta \boldsymbol{v} \wedge dP - d\boldsymbol{v} \wedge \delta P = 0.$$

Introducendo l'omografia $\frac{d\boldsymbol{v}}{dP}$ e applicando una nota regola di calcolo vettoriale, già più volte applicata (O. v., p. 18, [7]), la condizione d'integrabilità assume subito la forma

$$\mathrm{I}_1 \frac{d\boldsymbol{v}}{dP} . dP \wedge \delta P - \mathrm{K} \frac{d\boldsymbol{v}}{dP} (dP \wedge \delta P) = 0,$$

o, più semplicemente, ((b) del n. 4)

$$(b) \qquad \operatorname{div}_P \boldsymbol{v} . \boldsymbol{N} - \mathrm{K} \frac{d\boldsymbol{v}}{dP} \boldsymbol{N} = 0.$$

Il vettore $\boldsymbol{v}$ si scomponga nella somma di un vettore parallelo ad $\boldsymbol{N}$ con uno normale ad $\boldsymbol{N}$, il che può sempre farsi, e si ponga

$$(c) \qquad \boldsymbol{v} = \varphi \boldsymbol{N} + \boldsymbol{u}, \text{ con } \varphi \text{ numero e } \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{N} = 0.$$

Da questa posizione si ha (O. v., p. 53, [11])

$$\frac{d\boldsymbol{v}}{dP} = \varphi\sigma + \mathrm{H}(\mathrm{Grad}_P \varphi, \boldsymbol{N}) + \frac{d\boldsymbol{u}}{dP}$$

$$\mathrm{K}\frac{d\boldsymbol{v}}{dP} = \varphi\sigma + \mathrm{H}(\boldsymbol{N}, \mathrm{Grad}_P \varphi) + \mathrm{K}\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}$$

$$(d) \qquad \mathrm{K}\frac{d\boldsymbol{v}}{dP}\boldsymbol{N} = \mathrm{Grad}_P \varphi + \mathrm{K}\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\boldsymbol{N}.$$

Ma per ipotesi $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{N} = 0$ e si ha quindi (O. v., p. 47, [4])

$$(e) \qquad \mathrm{K}\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\boldsymbol{N} + \sigma\boldsymbol{u} = 0\,.$$

Per le (*c*), (*d*), (*e*), la (*b*) diviene

$$\mathrm{div}_P(\varphi\boldsymbol{N} + \boldsymbol{u})\,.\,\boldsymbol{N} = \mathrm{Grad}_P \varphi - \sigma\boldsymbol{u}\,.$$

Ma il primo membro è vettore o nullo o parallelo ad $\boldsymbol{N}$ e il secondo è vettore o nullo o normale ad $\boldsymbol{N}$; quindi si deve avere

$$(f) \qquad \mathrm{div}_P(\varphi\boldsymbol{N} + \boldsymbol{u}) = 0 \qquad \text{e} \qquad \sigma\boldsymbol{u} = \mathrm{Grad}_P \varphi\,.$$

La seconda delle (*f*) dà appunto (n[i] 1, 3)

$$\boldsymbol{u} = \mathrm{Grad}_S \varphi = \frac{1}{\mathrm{I}_2\sigma}\mathrm{C}\sigma\,\mathrm{Grad}_P \varphi,$$

il che, per la prima delle (*f*), dimostra la (2) e la (1).

La seconda forma della (1), cioè la (1′), si può ottenere così. Essendo $\mathrm{Grad}_S \varphi \wedge dP$ vettore parallelo ad $\boldsymbol{N}$, applicandogli σ si trova, in virtù di una formula già tante volte applicata,

$$0 = \mathrm{I}_1\sigma\,.\,\mathrm{Grad}_P \varphi \wedge dP - \mathrm{Grad}_P \varphi \wedge \sigma dP + dP \wedge \sigma\,\mathrm{Grad}_P \varphi,$$

vale a dire

$$I_1\sigma \,.\, \mathrm{Grad}_P \varphi \wedge dP - \sigma \mathrm{Grad}_P \varphi \wedge dP = \mathrm{Grad}_P \varphi \wedge \sigma dP,$$

e in conseguenza

$$\begin{aligned} \mathrm{Grad}_S \varphi \wedge dP &= \frac{1}{I_2\sigma} C\sigma \mathrm{Grad}_P \varphi \wedge dP \\ &= \frac{1}{I_2\sigma} \{ I_1\sigma \,.\, \mathrm{Grad}_P \varphi \wedge dP - \sigma \mathrm{Grad}_P \varphi \wedge dP \} \\ &= \frac{1}{I_2\sigma} \mathrm{Grad}_P \varphi \wedge \sigma dP \end{aligned}$$ [11].

6. — La funzione φ ora considerata è (a meno del segno) l'ordinaria *funzione caratteristica*, la *Verschiebungsfunction* di Weingarten. La condizione (2), o (2′), è, sotto forma semplicissima e puramente geometrica, l'ordinaria *equazione caratteristica*.

Vediamo come si ritrovano facilmente delle note proprietà di φ.

Dalla (1) del n. 5 (prima forma) si ha

$$\begin{aligned} \delta P \times dP_1 &= (\varphi \mathbf{N} + \mathbf{u}) \times dP \wedge \delta P = m(\varphi \mathbf{N} + \mathbf{u}) \times \mathbf{N} = m\varphi, \\ dP \times \delta P_1 &= -(\varphi \mathbf{N} + \mathbf{u}) \times dP \wedge \delta P = -m(\varphi \mathbf{N} + \mathbf{u}) \times \mathbf{N} = -m\varphi, \end{aligned}$$

---

[11] Con i metodi algebrici ordinari si esprimono le derivate parziali delle coordinate cartesiane di P rispetto alle coordinate u, v di Gauss in Σ, mediante $E, F, G, D, D', D'', X, Y, Z, K$ (sei formule). Esprimendo la $\frac{\partial P_1}{\partial u}$ (il che basta) vettorialmente e sostituendo alle lettere E, F....., ora indicate, i loro valori assoluti, e cambiando $\frac{\partial}{\partial u}$ in d, dopo lunghi calcoli si ottiene la (1) (a meno del segno di φ). Operando analogamente nell'ordinaria equazione caratteristica si ottiene la (2). Queste riduzioni offrono un notevole esercizio per prendere pratica nei calcoli vettoriali; giovano anche perchè si vedono sparire gradatamente gli elementi algebrici convenzionali e subentrare gli elementi geometrici effettivi.

La dim. delle (1), (2) è completamente diversa dall'ordinaria, nella quale si assegna a priori la φ (Cfr. n. 6), indi da complicate equazioni si ricava, in sostanza, il dP_1 e finalmente si trova l'equazione caratteristica.

da cui si trae subito (O. v., p. 16, [1])

$$2m\varphi = \delta P \times \frac{dP_1}{dP} dP - dP \times \frac{dP_1}{dP_1} \delta P = 2\mathrm{V} \frac{dP_1}{dP} \times dP \wedge \delta P$$

o anche

$$(1) \qquad \varphi = \boldsymbol{N} \times \mathrm{V} \frac{dP_1}{dP}, \qquad \varphi = \frac{1}{2} \boldsymbol{N} \times \mathrm{rot}_P P_1$$

che dimostra un noto teorema di VOLTERRA ([12]).

Dalla (2) del n. 5 risulta subito che: *se* $\varphi, \psi, \ldots$ *sono soluzioni della equazione caratteristica, anche* $a\varphi + b\psi + \ldots$, *con* a, b *costanti, è soluzione della stessa equazione*, perchè div e Grad sono operatori distributivi, e commutativi col prodotto per un numero costante.

Il coseno dell'angolo che $\boldsymbol{N}$ *fa con una direzione fissa è soluzione dell'equazione caratteristica.* — Invero. Se $\boldsymbol{i}$ è vettore unitario costante e si pone

$$\varphi = \boldsymbol{N} \times \boldsymbol{i} = \cos(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{i})$$

si ha ([13])

$$\mathrm{Grad}_P \varphi = \sigma \boldsymbol{i}$$

e quindi

$$\mathrm{Grad}_S \varphi = \boldsymbol{i} - \varphi \boldsymbol{N} \quad \text{e} \quad \mathrm{div}_P(\varphi \boldsymbol{N} + \mathrm{Grad}_S \varphi) = \mathrm{div}_P \boldsymbol{i} = 0.$$

Ma si hanno anche altre proprietà che non sono note.

Dalla (1') del n. 5 risulta subito

$$(2) \qquad \frac{dP_1}{dP} = \varphi \boldsymbol{N} \wedge + \frac{1}{\mathrm{I}_2 \sigma} \mathrm{Grad}_P \varphi \wedge \sigma,$$

poichè tale forma del $\frac{dP_1}{dP}$ vale (in virtù della (1) del n. 5) per il piano tangente a Σ in P, inoltre per la direzione $\boldsymbol{N}$ dà, identicamente, $\frac{dP_1}{dP} \boldsymbol{N} = 0$ ([14]).

([12]) *Sulla deformazione delle superfici flessibili e inestendibili*, "Rend. Lincei", 1884.

([13]) Cfr. la mia nota *Gradiente.....*, l. c.

([14]) Dalla (1) non si può dedurre che $\frac{dP_1}{dP}$ valga $(\varphi \boldsymbol{N} + \mathrm{Grad}_S \varphi) \wedge$, poichè tale omografia (valida nel piano tangente) applicata ad $\boldsymbol{N}$ non dà lo zero.

Dalla (2) si trae (O. v., p. 19)

$$V\frac{dP_1}{dP_1} = \varphi \boldsymbol{N} + \frac{1}{2I_2\sigma} C\sigma \mathrm{Grad}_P \varphi = \varphi \boldsymbol{N} + \frac{1}{2} \mathrm{Grad}_S \varphi, \tag{3}$$

dalla quale si può, di nuovo, dedurre la (1).

Dalla (1) del n. 5 si ha subito

$$dP_1 \wedge \delta P_1 = m\varphi(\varphi \boldsymbol{N} + \mathrm{Grad}_S \varphi), \tag{4}$$

la quale prova che: *la normale a* Σ_1 *nel punto* P_1 *è parallela al* vettore

$$\varphi \boldsymbol{N} + \mathrm{Grad}_S \varphi,$$

cioè a quel vettore la cui divergenza, rispetto a P, *dev'esser nulla affinchè* φ *individui una deformazione infinitesima di* Σ.

Dalla (4) risulta pure subito che: *il limite del rapporto tra due elementi corrispondenti di area in* P_1 *e* P *è*

$$\varphi \sqrt{\varphi^2 + (\mathrm{Grad}_S \varphi)^2}$$

che dipende dal valore di φ *in* P.

Se per mezzo della terna, non complanare, dP, δP, $\boldsymbol{N}$ si calcola (O. v., p. 7, [3]) l'$I_2 \frac{dP_1}{dP}$ si trova, in virtù della (4),

$$\varphi^2 = I_2 \frac{dP_1}{dP} \tag{5}$$

che dà un *nuovo significato della funzione caratteristica* φ.

Nel n. 5 noi abbiamo calcolato dP_1 determinando φ ed $\boldsymbol{u}$ in modo da dare a dP_1 la prima forma (1). Se invece vogliamo calcolare φ e $\boldsymbol{w}$ in modo da dare a dP_1 la forma (1'),

$$dP_1 = \varphi \boldsymbol{N} \wedge dP + \boldsymbol{w} \wedge \sigma dP,$$

allora con procedimenti già noti, sebbene con un calcolo più

lungo di quello del n. 5 ([15]), si ottiene come equivalente di $\delta d P_1 = d \delta P_1$ la condizione

$$(\varphi I_1 \sigma + I_2 \sigma \,.\, \mathrm{div}_S \boldsymbol{w}) \boldsymbol{N} = \mathrm{Grad}_P \varphi - I_2 \sigma \,.\, \boldsymbol{w}.$$

Si ricava subito da questa

$$\boldsymbol{w} = \frac{1}{I_2 \sigma} \mathrm{Grad}_P \varphi$$

e si ha la (1′) del n. 5. *La equazione caratteristica assume invece la nuova forma*

$$I_1 \sigma \,.\, \varphi + I_2 \sigma \,.\, \mathrm{div}_S \left(\frac{1}{I_2 \sigma} \mathrm{Grad}_P \varphi \right) = 0 . \tag{6}$$

La formula ora ottenuta confrontata con la (2) del n. 5, dopo avere osservato che (O. v., p. 57, [8])

$$I_1 \sigma \,.\, \varphi = \mathrm{div}_P (\varphi \boldsymbol{N}) ,$$

([15]) Occorre calcolare il vettore

$$\boldsymbol{k} = \delta \boldsymbol{w} \wedge d\boldsymbol{N} - d\boldsymbol{v} \wedge \delta \boldsymbol{N},$$

e ciò può farsi in due modi.

O mediante l'identità

$$\boldsymbol{k} = \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{N} \,.\, \boldsymbol{N} + (\boldsymbol{N} \wedge \boldsymbol{k}) \wedge \boldsymbol{N}$$

oppure osservando (O. v., p. 105) che introdotta l'omografia $\frac{d\boldsymbol{w}}{dP}$ si ha

$$\frac{1}{m} \boldsymbol{k} = \mathrm{R} \left(\frac{d\boldsymbol{w}}{dP} , \sigma \right) \boldsymbol{N} .$$

Applicando allora la formula [1], seconda forma nel l. c. delle O. v., sotto la forma seguente, del resto equivalente a quella di O. v.,

$$\mathrm{R}(\alpha, \beta) = I_1 \alpha \,.\, I_1 \beta - I_1(\alpha\beta) - \mathrm{K}(\mathrm{C}\alpha \,.\, \beta + \mathrm{C}\beta \,.\, \alpha) ,$$

si trova (n. 3, (2))

$$\boldsymbol{k} = - m I_2 \sigma \,.\, \mathrm{div}_S \boldsymbol{w} \,.\, \boldsymbol{N} - m\, I_2 \sigma \,.\, \boldsymbol{w}$$

come col primo metodo.

perchè $\mathrm{Grad}_P \varphi$ è normale ad $\boldsymbol{N}$, esprime che: *se* φ *verifica l'equazione caratteristica allora si ha identicamente*

$$\mathrm{div}_S\left(\frac{1}{\mathrm{I}_2\sigma}\,\mathrm{Grad}_P \varphi\right) = \frac{1}{\mathrm{I}_2\sigma}\,\mathrm{div}_P\,\mathrm{Grad}_S \varphi . \tag{7}$$

7. — Sia φ un numero funzione di P variabile in Σ. Il piano π_φ parallelo al piano tangente a Σ in P e distante (distanza con segno) di φ dal punto fisso O inviluppa una superficie Σ_φ. Se indichiamo con P_φ il punto nel quale π_φ tocca Σ_φ, allora P_φ sarà il punto, funzione di P, che descrive, col variare di P_φ in Σ, la superficie Σ_φ.

L'espressione generale di P_φ, *mediante* φ *e gli elementi di* Σ, *è*

$$P_\varphi = O + \varphi \boldsymbol{N} + \mathrm{Grad}_S \varphi . \tag{1}$$

Invero. Essendo P_φ un punto del piano π_φ e tale piano distando di φ da O si deve avere

$$(P - O) \times \boldsymbol{N} = \varphi$$

(perchè π_φ è normale ad $\boldsymbol{N}$) e quindi si potrà porre

$$P_\varphi = O + \varphi \boldsymbol{N} + \boldsymbol{u} \qquad \text{con } \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{N} = 0 .$$

Il vettore $\boldsymbol{u}$ deve essere tale che la normale a Σ_φ in P sia (secondo la definizione di Σ_φ) parallela ad $\boldsymbol{N}$; deve cioè essere

$$0 = \boldsymbol{N} \times dP_\varphi = d\varphi + d\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{N} = d\varphi - \boldsymbol{u} \times d\boldsymbol{N},$$

il che, per essere $d\boldsymbol{N} = dS$, esprime appunto che

$$\boldsymbol{u} = \mathrm{Grad}_S \varphi$$

e quindi la (1) è dimostrata.

In particolare avendo w il solito significato (n. 3) si ha dalla (1)

$$P_w = P = O + w\boldsymbol{N} + \mathrm{Grad}_S w \tag{1'}$$

come si è già trovato per altra via (n. 3).

Se φ è la *funzione caratteristica* di una *deformazione infinitesima di* Σ, allora, in virtù della (1), l'*equazione caratteristica* ((2) del n. 5) assume la forma

(2) $$\mathrm{div}_P P_\varphi = 0 .$$

Se ψ è un altro numero funzione di P, e P_ψ ha il significato stabilito per la (1), allora dalla (2) del n. 4 si ha, e senza calcoli,

(3) $$m_\varphi \,.\, \mathrm{div}_{P_\varphi} P_\psi = m_\psi \,.\, \mathrm{div}_{P_\psi} P_\varphi ,$$

ove si è posto

$$m_\varphi = dP_\varphi \wedge \delta P_\varphi \times \boldsymbol{N} .$$

La (3) esprime che

da $\mathrm{div}_{P_\varphi} P_\psi = 0$ *segue* $\mathrm{div}_{P_\psi} P_\varphi = 0$ *e viceversa,*

vale a dire dimostra il teorema: *se* ψ *è funzione caratteristica per una deformazione infinitesima di* Σ_φ*, allora* φ *è funzione caratteristica per una deformazione infinitesima di* Σ_ψ*, e viceversa.*

In virtù della (1′) si può nel teorema ora enunciato cambiare Σ_φ, Σ_ψ in Σ, Σ_φ e φ, ψ in w, φ. Si ottiene allora un teorema noto (Cfr. BIANCHI). Le superfici Σ, Σ_φ diconsi *associate*, ma possono chiamarsi associate, in generale, Σ_φ, Σ_ψ e studiarne le proprietà di collegamento come si fa per Σ e Σ_φ [16].

[16] Il teorema particolare per Σ e $\Sigma\varphi$ (dal quale, del resto, si risale facilmente al caso generale), si dimostra riducendo l'equazione caratteristica alla forma

(a) $$(w_{22}+gw)(\varphi_{11}+e\varphi)+(w_{11}+ew)(\varphi_{22}+g\varphi)-2(w_{12}+fw)(\varphi_{12}+f\varphi)=0,$$

che per esser simmetrica rispetto a w e φ dimostra il teorema.

Giova confrontare la (a), in un caso particolare, con la (3) del caso generale.

È anche interessante la riduzione della (a) a forma assoluta. Ponendo al posto delle *derivate covarianti* (Cfr. la nota (2)) i loro valori, lo stesso facendo per e, f, g, e sostituendo d, δ alle derivate parziali, si ha, ad es.,

$$\begin{aligned} w_{22}+gw &= \delta \mathrm{Grad}_S w \times \delta \boldsymbol{N} + w(\delta \boldsymbol{N})^2 = \delta \boldsymbol{N} \times \big\}\delta \mathrm{Grad}_S w + w\delta \boldsymbol{N}\big\{ \\ &= \delta \boldsymbol{N} \times \big\}\delta(w\boldsymbol{N} + \mathrm{Grad}_S w) - \delta w \,.\, \boldsymbol{N}\big\{ = \delta \boldsymbol{N} \times \delta P ; \end{aligned}$$

(*Vedi seguito della nota a pag. seguente*).

Il fatto che ψ è funzione caratteristica per Σ_φ è, in virtù della (2) del n. 4, espresso anche dalla formula semplice

$$(4) \qquad \boldsymbol{N} \times (dP_\varphi \wedge \delta P_\psi - \delta P_\varphi \wedge dP_\psi) = 0\,,$$

che, per esser simmetrica rispetto a φ e ψ, dice anche che φ è funzione caratteristica per Σ_ψ, come si era già dedotto dalla (3).

Se nella (4) si pone al posto di $\boldsymbol{N}$ il vettore, ad esso parallelo, $d\boldsymbol{N} \wedge \delta\boldsymbol{N}$ e si sviluppano i prodotti, si vede subito che *se* φ, ψ *sono funzioni caratteristiche per* Σ_ψ, Σ_φ, *allora alle direzioni* d, δ *assintotiche per una superficie corrispondono direzioni coniugate per l'altra*; viceversa: *se* Σ_φ, Σ_ψ *sono tali che alle direzioni* d, δ *assintotiche per una di esse corrispondano direzioni coniugate per l'altra, allora* φ, ψ *sono funzioni caratteristiche per* Σ_ψ *e* Σ_φ.

Possono così generalizzarsi facilmente note proprietà delle superfici associate ([17]).

8. — Avendo ancora P_φ il precedente significato, si ha la formula

$$(1) \qquad \frac{dP_\varphi \wedge \delta P_\varphi \times \boldsymbol{N}}{m} = \mathrm{I}_2\sigma \,.\, \varphi(\varphi + \mathrm{div}_S \mathrm{Grad}_S \varphi) + \mathrm{I}_2 \frac{d\,\mathrm{Grad}_S \varphi}{dP}\,,$$

la quale prova che: *il limite del rapporto tra due elementi corrispondenti di area di* Σ_φ *e* Σ *in* P_φ *e* P *ha il valore del secondo membro della* (1) *e dipende da* φ.

---

operando analogamente per gli altri fattori della (a) ed applicando note regole di calcolo elementare vettoriale la (a) assume, finalmente, la forma

$$\mathrm{I}_2\sigma \,.\, \boldsymbol{N} \times \{ dP_\varphi \wedge \delta P - \delta P_\varphi \wedge dP \} = 0$$

che per la (2) del n. 4 dice appunto che

$$\mathrm{div}_P P_\varphi = 0$$

che è la nostra (2) del n. 5.

Qui risulta assai notevole la complicazione prodotta dalle coordinate e dalle forme differenziali quadratiche. (Cfr. la (4) seguente).

([17]) Per ottenere altre proprietà delle superfici Σ_φ e loro combinazioni lineari (baricentriche) giova osservare che per a, b, costanti si ha

$$P_{a\varphi} + P_{b\psi} = (1 - a - b)O + aP_\varphi + bP_\psi\,.$$

Se nella (1) si pone w al posto di φ, si ricorda che $P_w = P$ e si tien conto della formula (5) del n. 3 si ha

$$(2) \qquad I_2 \frac{d\,\mathrm{Grad}_S w}{dP} = 1 - w I_1 \sigma + w^2 I_2 \sigma \quad (^{18}).$$

Dimostriamo la (1). — Dalla (1) del n. 7, dopo aver posto

$$(a) \qquad \boldsymbol{u} = \mathrm{Grad}_S \varphi$$

si ricava subito

$$(b) \qquad dP_\varphi \wedge \delta P_\varphi \times \boldsymbol{N} = m I_2 \sigma . \varphi^2 + m I_2 \sigma . \varphi \,\mathrm{div}_S \boldsymbol{u} + d\boldsymbol{u} \wedge \delta \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{N}.$$

Calcoliamo l'ultimo termine della (b). Si ha identicamente

$$(c) \qquad d\boldsymbol{u} \wedge \delta \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{N} = \frac{d\boldsymbol{u}}{dP} dP \wedge \frac{d\boldsymbol{u}}{dP} \delta P \times \boldsymbol{N} = m \left(\mathrm{R} \frac{d\boldsymbol{u}}{dP} \boldsymbol{N} \right) \times \boldsymbol{N}.$$

Dalla nota espressione di R (O. v., p. 24, [2]), e tenendo conto, come si è visto nel n. 5 (e), che

$$\mathrm{K} \frac{d\boldsymbol{u}}{dP} \boldsymbol{N} = - \sigma \boldsymbol{u} ,$$

---

(18) Allo stesso risultato si giunge con le formule del n. 3, osservando che, variando P in Σ, si ha:

$$\frac{dP}{dP} \boldsymbol{N} = 0 , \quad I_1 \frac{dP}{dP} = 2 , \quad I_2 \frac{dP}{dP} = 1 ,$$

e la prima vale, poichè $\frac{dm}{dP} \boldsymbol{N} = 0$, qualunque sia m funzione definita in Σ e quindi costante lungo la normale a Σ in P.

Si noti che se r_1 , r_2 sono i raggi principali di curvatura di Σ in P, cioè se

$$I_1 \sigma = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} , \qquad I_2 \sigma = \frac{1}{r_1 r_2}$$

allora la (2) assume la forma

$$I_2 \frac{d\,\mathrm{Grad}_S w}{dP} = \frac{1}{r_1 r_2} (r_1 - w)(r_2 - w) .$$

si ha successivamente

$$\mathrm{R}\frac{du}{dP}=\mathrm{I}_2\frac{du}{dP}-\left(\mathrm{I}_1\frac{du}{dP}\right)\mathrm{K}\frac{du}{dP}+\left(\mathrm{K}\frac{du}{dP}\right)^2,$$

$$\mathrm{R}\frac{du}{dP}\boldsymbol{N}=\left(\mathrm{I}_2\frac{du}{dP}\right)\boldsymbol{N}+\left(\mathrm{I}_1\frac{du}{dP}\right)\sigma u-\left(\mathrm{K}\frac{du}{dP}\right)\sigma u\,.$$

$$\left(\mathrm{R}\frac{du}{dP}\boldsymbol{N}\right)\times\boldsymbol{N}=\mathrm{I}_2\frac{du}{dP}-\sigma u\times\frac{du}{dP}\boldsymbol{N}=\mathrm{I}_2\frac{du}{dP}\,.$$

Sostituendo nella (c), poi nella (b) e tenendo conto della (a) si ha la formula (1).

È poi chiaro che dalla (1) si ricava il limite del rapporto di due elementi di area in Σ_φ e Σ_ψ nei punti P_φ, P_ψ.

Torino, Febbraio 1911.

On Algebraic Hyperconical Connexes in Space of r Dimensions.

By C. H. SISAM (Urbana, Ill., U. S. A.).

1. The term “ algebraic hyperconical connex in space of r dimensions „ will be used in this paper to denote the entity determined by the pairs of points in S_r whose coordinates satisfy an equation

$$(1)\qquad F(\overset{m}{x_0\ldots x_r};\ \overset{n}{y_0\ldots y_r})=0,$$

where $F(xy)$ is a polynomial, homogeneous of degree m in the coordinates of the point (x) and homogeneous of degree n in the coordinates of the point (y), and satisfying the condition that, if the point (x) is fixed, $F(y_0\ldots y_r)=0$ is the equation of an hypercone with vertex at (x).

In S_3, this entity has been studied by Masoni (*). It will be shown (Section 2) that, if $m>n$, $F(xy)=0$ determines the

(*) Masoni, “ Rendic. dell'Accad. delle Scienze di Napoli „, vol. XXII (1883), pp. 145-164. — See also the recension of Segre in “ Jahrbuch der Fortschr. d. Mathem. „, Bd. 16, p. 724.

principal coincidence of a point-line connex in S_r. From this point of view it has been extensively studied (*) in S_2 but only slightly treated in space of more than two dimensions (**). It will also be shown that, if $m = n$, $F(xy) = 0$ determines a line complex in S_r. This case has also, therefore, been extensively studied.

2. Let $(x_0 \ldots x_r)$ be the coordinates of a point and $(p_{01}, \ldots p_{r-1\,r})$ be the coordinates of a line in S_r. The equation of an algebraic point-line connex in S_r is of the form

$$(2) \qquad f(\overset{m-n}{x_0 \ldots x_r}; \overset{n}{p_{01} \ldots p_{r-1\,r}}) = 0 ,$$

where $m > n$. If we impose the further restrictions that the line (p) passes through the point (x), we obtain the principal coincidence of the connex. Let (y) be a point, distinct from (x), on such a line (p). Then

$$(3) \qquad \rho p_{ij} = x_i y_j - x_j y_i \qquad i, j = 0, 1, \ldots r.$$

On substituting these values of p_{ij} into equation (2) we obtain an equation of the type (1), that is, the equation of an hyperconical connex (***).

If, in equation (2), $m = n$, then $f = 0$ is the equation of a line complex. Let (x) and (y) be two points on a line (p) of the complex. On substituting the values (3) for the line coordinates into the equation of the complex, we obtain the equation of an hyperconical connex in which $m = n$.

Conversely, let (1) be the equation of an hyperconical connex. We shall prove that, if $m \geq n$:

$$F(\overset{m}{x_0 \ldots x_r}; \overset{n}{y_0 \ldots y_r}) \equiv f(\overset{m-n}{x_0 \ldots x_r}; \overset{n}{p_{01} \ldots p_{r-1\,r}})$$

where $(p_{01} \ldots p_{r-1\,r})$ are the coordinates of the line joining (x)

(*) See, e. g., Clebsch, *Vorlesungen über Geometrie*, Vol. I, Chapter 7.

(**) Veneroni, " Memorie Acc. d. Scienze di Torino ", (2), vol. LI (1901); and " Rendiconti Circolo matematico di Palermo ", t. 26 (1908). — Kasner, " Transactions of American Math. Society ", vol. 4 (1903).

(***) Equation (2) may be of such a form that it is satisfied by the coordinates of every incident point and line. In this case $F(xy) \equiv 0$.

to (y); and that, if $m < n$, $F(xy) \equiv 0$. It will therefore follow that: *if* m > n, F(xy) = 0 *determines the principal coincidence of one — and therefore of infinitely many — point-line connexes; and, if* m = n, F(xy) = 0 *determines a line complex of degree* n.

To prove the above theorem, suppose first that $m = 0$. Then $F(xy) = 0$ is the equation of an hypercone with vertex at any point whatever of S_r. Hence $F \equiv 0$. Suppose, next, that $n = 0$. Then $F(xy)$ is independent of $(y_0 \ldots y_r)$ and $f(xp)$ is independent of $(p_{01} \ldots p_{r-1\,r})$. We may therefore put at once $F \equiv f$.

We shall now suppose that $m > 0$ and $n > 0$. By Euler's theorem of homogeneous functions

$$(4) \qquad mnF \equiv \sum_{i=0}^{r} \sum_{j=0}^{r} y_i x_j \frac{\partial^2 F}{\partial y_i \partial x_j}.$$

If the point (x) is fixed, the hypersurface $F(y_0 \ldots y_r) = 0$ is an hypercone with vertex at (x). The polar hyperplane of any point (y) in S_r therefore passes through (x). Hence $\sum_{=i}^{r} x_i \frac{\partial F}{\partial y_i} \equiv 0$. Differentiate this identity with respect to x_j, multiply the result by y_j, give j the values $0, 1, \ldots r$ and add the resulting equations. Then

$$(5) \qquad nF + \sum_{i=0}^{r} \sum_{j=0}^{r} x_i y_j \frac{\partial^2 F}{\partial y_i \partial x_j} \equiv 0.$$

From (4) and (5) we obtain

$$(6) \qquad (m+1)nF \equiv \sum_{i=0}^{r} \sum_{j=0}^{r} (y_i x_j - y_j x_i) \frac{\partial^2 F}{\partial y_i \partial x_j}$$

$$\equiv \sum_{i=0}^{r} \sum_{j=i+1}^{r} p_{ij} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y_i \partial x_j} - \frac{\partial^2 F}{\partial y_j \partial x_i} \right)$$

where $p_{ij} = y_i x_j - y_j x_i$, so that $(p_{01}, \ldots, p_{r-1\,r})$ are the coordinates of the line joining (y) to (x).

Each of the expressions $\frac{\partial^2 F}{\partial y_i \partial x_j} - \frac{\partial^2 F}{\partial y_j \partial x_i}$ is homogeneous of degree $m-1$ in the coordinates of (x) and of degree $n-1$ in those of (y). If $n=1$, the theorem is therefore established. The proof for $n > 1$ will be by induction, the truth of the theorem being assumed for any hyperconical connex, the degree of whose equation in $(y_0 \ldots y_r)$ is less than n.

All the derivatives of order $n-2$ of each of the functions $\frac{\partial^3 F}{\partial y_i \partial x_j} - \frac{\partial^2 F}{\partial y_j \partial x_i}$ with respect to $y_0, y_1 \ldots y_r$, vanish identically when (y) coincides with (x). For, let $\frac{\partial^{n-2}}{\partial y_0^{\alpha_0} \partial y_1^{\alpha_1} \ldots \partial y_r^{\alpha_r}} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y_i \partial x_j} - \frac{\partial^2 F}{\partial y_j \partial x_i} \right)$ be such a derivative for one of these functions. By hypothesis: $\frac{\partial^{n-1} F}{\partial y_0^{\alpha_0} \ldots \partial y_i^{\alpha_i+1} \ldots \partial y_r^{\alpha_r}} \equiv 0$ if (y) coincides with (x). Hence $\frac{\partial^{n-2}}{\partial y_0^{\alpha_0} \partial y_1^{\alpha_1} \ldots \partial y_r^{\alpha_r}} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y_i \partial x_j} \right)$ reduces to $-\frac{\partial^n F}{\partial y_0^{\alpha_0} \ldots \partial y_i^{\alpha_1+1} \ldots \partial y_j^{\alpha_j+1} \ldots \partial y_r^{\alpha_r}}$ when (y) coincides with (x). By similar reasoning, it is seen that $\frac{\partial^{n-2}}{\partial y_0^{\alpha_0} \partial y_1^{\alpha_1} \ldots \partial y_r^{\alpha_r}} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y_j \partial x_i} \right)$ reduces to the same expression, and therefore that $\frac{\partial^{n-2} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y_i \partial x_j} - \frac{\partial^2 F}{\partial y_j \partial x_i} \right)}{\partial y_0^{\alpha_0} \partial y_1^{\alpha_1} \ldots \partial y_r^{\alpha_r}} \equiv 0$, when (y) coincides with (x). Hence $\frac{\partial^2 F}{\partial y_i \partial x_j} - \frac{\partial^2 F}{\partial y_j \partial x_i} = 0$ is the equation of an hyperconical connex of degree $n-1$ in $(y_0 \ldots y_r)$ and of degree $m-1$ in $(x_0 \ldots x_r)$. Hence, if $m \geqq n$,

$$(7) \qquad \frac{\partial^2 F}{\partial y_i \partial x_j} - \frac{\partial^2 F}{\partial y_j \partial x_i} \equiv g_{ij}(\overset{m-n}{x_0 \ldots x_r}; \overset{n-1}{p_{01} \ldots p_{r-1\,r}})$$

and, if $m < n$,

$$(7') \qquad \frac{\partial^2 F}{\partial y_i \partial x_j} - \frac{\partial^2 F}{\partial y_j \partial x_i} \equiv 0.$$

Substituting from (7) or (7′) into (6), we find that, if $m \geqq n$,

$$(8) \qquad F(\overset{m}{x_0 \ldots x_r}; \overset{n}{y_0 \ldots y_r}) \equiv f(\overset{m-n}{x_0 \ldots x_r}; \overset{n}{p_{01} \ldots p_{r-1\,r}})$$

and, if $m < n$, $F \equiv 0$. The theorem is therefore established if n is any positive integer.

3. The number of essential parameters in the equation (1) will next be determined. The general polynomial, homogeneous of degree m in $(x_0 \ldots x_r)$ and of degree n in $(y_0 \ldots y_r)$, contains $\frac{(m+r)!}{m!\,r!}\,\frac{(n+r)!}{n!\,r!}$ homogeneous coefficients. If the polynomial, equated to zero, determines an hyperconical connex, then all its derivatives with respect to $(y_0 \ldots y_r)$ of order $n-1$ vanish identically when (y) coincides with (x). The number of these derivatives is $\frac{(n+r-1)!}{(n-1)!\,r!}$. The condition that any one of them vanish identically when (y) coincides with (x) is $\frac{(m+r+1)!}{(m+1)!\,r!}$ linear conditions on the coefficients of the polynomial. If these equations of condition are all independent, it will follow that the required number of essential parameters is $\frac{(m+r)!\,(n+r)!}{m!\,r!\,n!\,r!} - \frac{(m+r+1)!\,(n+r-1!}{(m+1)!\,r!\,(n-1)!\,r!}$.

To show that the $\frac{(m+r+1)!\,n+r-1)!}{(m+1)!\,r!\,(n-1)!\,r!}$ linear equations of condition are independent, it will be sufficient to show that it is possible to find a polynomial $G(\overset{m}{x_0 \ldots x_r}; \overset{n}{y_0 \ldots y_r})$ for which all the derivatives with respect to $(y_0 \ldots y_r)$ of order $n-1$ vanish identically when (y) coincides with (x), except an arbitrarily chosen one, $\frac{\partial^{n-1} G}{\partial y_0^{\alpha_0} \partial y_1^{\alpha_1} \ldots \partial y_r^{\alpha_r}}$, which reduces to $C x_0^{\beta_0} x_1^{\beta_1} \ldots x_r^{\beta_r}$, where C is an arbitrary, finite constant and $\alpha_0, \alpha_1 \ldots \alpha_r$; $\beta_0 . \beta_1 \ldots \beta_r$ are positive integers, or zero, such that $\alpha_0 + \alpha_1 + \ldots + \alpha_r = n-1$ and $\beta_0 + \beta_1 + \ldots + \beta_r = m+1$.

Suppose, first, that $n=1$. Let the notation be chosen so that $\beta_0 \neq 0$. Then $G \equiv C y_0 x_0^{\beta_0 - 1} x_1^{\beta_1} \ldots x_r^{\beta_r}$ is an expression of the required type.

The proof for $n \geqq 1$ will be by induction, the existence of expressions of the required type being supposed established when the degree in $(y_0 \ldots y_r)$ is less than n.

Let the notation be chosen so that $\beta_0 \neq 0$. Let $k-1$ be the number of the quantities $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_r$ which are different from zero. Let $g_j(\overset{m-1}{x_0 \ldots x_r}; \overset{n-1}{y_0 \ldots y_r})$ be a polynomial which satisfies the conditions that (1) if $\alpha_j = 0$, $g_j \equiv 0$, (2) if $\alpha_j \neq 0$, g_j is homogeneous of degree $m-1$ in $(x_0 \ldots x_r)$ and of degree $n-1$

in $(y_0 \dots y_r)$ and all its partial derivatives with respect to $(y_0 \dots y_r)$ of order $n-2$ vanish identically when (y) coincides with (x) except $\frac{\partial^{n-2} g_j}{\partial y_0^{\alpha_0} \partial y_1^{\alpha_1} \dots \partial y_j^{\alpha_j - 1} \partial y_r^{\alpha_r}}$ which reduces to $C x_0^{\beta_0 - 1} x_1^{\beta_1} \dots x_r^{\beta_r}$. Then

$$G(xy) \equiv \frac{1}{k}\left[\frac{C}{(\alpha_0+1)!\,\alpha_1! \dots \alpha_r!} y_0^{\alpha_0+1} y_1^{\alpha_1} \dots y_r^{\alpha_r} x_0^{\beta_0 - 1} x_1^{\beta_1} \dots x_r^{\beta_r} + \sum_{j=1}^{r} (x_0 y_j - y_0 x_j) g_j\right]$$

is an expression of the required type.

For, if T is any term in the brackets which does not vanish identically, then $\frac{\partial^{n-1} T}{\partial y_0^{\alpha_0} \partial y_1^{\alpha_1} \dots \partial y_r^{\alpha_r}}$ reduces to $C x_0^{\beta_0} x_1^{\beta_1} \dots x_r^{\beta_r}$ when (y) coincides with (x). Hence $\frac{\partial^{n-1} G}{\partial y_0^{\alpha_0} \partial y_1^{\alpha_1} \dots \partial y_r^{\alpha_r}}$ reduces to $C x_0^{\beta_0} x_1^{\beta_1} \dots x_r^{\beta_r}$ when (y) coincides with (x).

Any derivative of the type $\frac{\partial^{n-1} G}{\partial y_0^{\alpha_0+1} \partial y_1^{\alpha_1} \dots \partial y_j^{\alpha_j - 1} \dots \partial y_r^{\alpha_r}} \equiv 0$ when (y) coincides with (x). For, the derivative of the first term reduces to $C x_0^{\beta_0 - 1} x_1^{\beta_1} \dots x_j^{\beta_j + 1} \dots x_r^{\beta_r}$; the derivative of each of the other terms reduces to zero except the derivative o $(x_0 y_j - y_0 x_j) g_j$ which reduces to $- C x_0^{\beta_0 - 1} x_1^{\beta_1} \dots x_j^{\beta_j + 1} \dots x_r^{\beta_r}$.

Every other derivative of G with respect to $(y_0 y_1 \dots y_r)$ of order $n-1$ vanishes identically, since the derivative of each term in the brackets vanishes identically, when (y) coincides with (x). Hence G is an expression of the required type.

The $\frac{(m+r+1)!\,(n+r-1)!}{(m+1)!\,r!\,(n-1)!\,r!}$ equations of condition on the coefficients of the general polynomial, homogeneous of degree m in $(x_0 \dots x_r)$ and of degree n in $(y_0 \dots y_r)$, are therefore independent.

Hence, *the equation of an hyperconical connex of degree* m *in* $(x_0 \dots x_r)$ *and of degree* n *in* $(y_0 \dots y_r)$ *involves*

$$\frac{(m+r)!\,(n+r-1)!\,(m-n+1)}{(m+1)!\,(r-1)!\,n!\,r!}$$

essential homogeneous parameters (*). *The equation of the connex*

(*) The expression obtained by MASONI for the number of constants in the equation of the connex for the case $r = 3$ is incorrect. This error was pointed aut by SEGRE in his previously cited review of MASONI's article.

may be expressed linearly in terms of these parameters, since the equations of condition on the coefficients of the general polynomial are linear.

In particular, if $m = n$, the above expression reduces to $\frac{(n+r)!\,(n+r-1)!}{(n+1)!\,n!\,r!\,(r-1)!}$. In this case $F(xy) = 0$ determines one and only one line complex in S_r and conversely. Hence: *The equation of a line complex in* S_r *involves* $\frac{(n+r)!\,(n+r-1)!}{(n+1)!\,n!\,r!\,(r-1)!}$ *homogeneous essential parameters. The equation is linear in these parameters* (*).

4. The hypercone $F(y_0 \ldots y_r) = 0$ determined by letting $(x_0 \ldots x_r)$, in the equation of the connex, be the coordinates of a fixed point (x) will be called the connex hypercone of (x). Similarly, if $m > n$, the $m - n$ points on any line (p) whose connex hypercones contain (p) will be called the connex points of (p). By direct extension of the reasoning of Masoni (sections 5 and 6 of his previously cited article) we obtain the following two theorems.

Let Δ_s be an invariant of degree s in the coefficients of the binary form which determines the $m - n$ connex points of a line in S_r. *The locus of the lines in* S_r *whose connex points are so situated that this invariant is zero is a line complex of degree* $\frac{s}{2}(m + n)$.

Let Δ_s be an invariant, of degree s in the coefficients, of an hypersurface of order n in S_{r-1}. *The locus of a point whose connex hypercone is the projection from* (x) *of an hypersurface in an* S_{r-1} *for which* $\Delta_s = 0$ *is an hypersurface in* S_r *of order* $\frac{s}{r}(mr - n)$.

As a particular case of the second theorem, let $m = n$ and let $\Delta_s = 0$ be the condition that the hypersurface in S_{r-1} have a node. Then $s = r(n - 1)^{r-1}$. Hence, *the singular hypersurface of a line complex of degree* n *in* S_r *is of order* $(r - 1)\,n\,(n - 1)^{r-1}$.

(*) See, for $r = 4$, W. H. Young, " Atti R. Accad. delle Scienze di Torino ", vol. XXXIV (1899).

L'Accademico Segretario
Corrado Segre.

CLASSI UNITE

Adunanza del 12 Marzo 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO BARONE COMM. ANTONIO MANNO
DIRETTORE DELLA CLASSE.

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Naccari, Direttore della Classe, D'Ovidio, Segre, Jadanza, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona, Grassi, Somigliana, Fusari, Balbiano. — È scusata l'assenza del Socio Camerano Vice Presidente dell'Accademia;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Carle, Renier, Pizzi, Chironi, Ruffini, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli e De Sanctis Segretario. — È scusata l'assenza dei Soci Boselli, Presidente dell'Accademia, Stampini, D'Ercole e Sforza.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente 27 novembre 1910.

Il Presidente comunica che il Socio Stampini scusa la sua assenza accennando al lutto domestico che l'ha colpito. L'Accademia delibera d'inviare al Collega, per la morte della madre, l'espressione delle sue più vive condoglianze.

Si leggono poi le partecipazioni della morte di Antonio Fogazzaro, inviate dal R. Istituto Veneto e dall'Accademia Olimpica di Vicenza. Si delibera di trasmettere alle Accademie consorelle i sensi del nostro profondo cordoglio per la perdita dell'illustre e benemerito scrittore.

Si dà lettura del R. Decreto 15 dicembre 1910 che approva la rielezione del Socio Parona a Tesoriere dell'Accademia per un triennio a decorrere dal 1° luglio 1910.

Invitato dal Presidente, in assenza del Socio Cipolla relatore, il Segretario legge la relazione della Commissione dei premi Gautieri per la Storia (triennio 1907-1909).

La relazione, firmata dai Soci De Sanctis, Sforza e Cipolla, propone il conferimento del premio Gautieri all'insieme delle pubblicazioni di Alessandro Luzio, e fra esse nominativamente al libro *I martiri di Belfiore*.

Il Presidente dichiara aperta la discussione intorno alla relazione. Nessuno prendendo la parola, annuncia che sarà convocata domenica prossima un'altra seduta a Classi Unite per votare intorno al conferimento del premio.

Relazione sul premio Gautieri.

Egregi Colleghi,

Alessandro Luzio, direttore dell'Archivio di Stato a Mantova, è un ricercatore instancabile, un erudito di polso, uno scrittore forte, elegante, immaginoso.

Il Luzio trasse profitto dalla sua permanenza a Mantova per mettersi sopra due vie di indagini, che alla storia nazionale recarono vantaggi preziosi. Una di queste vie menava a chiarire alcuni punti della storia del secolo XVI, e l'altra guidava ad illuminare fatti ed aspetti nuovi nella storia della dominazione austriaca sul Lombardo-Veneto.

Che le carte dei principi Gonzaga fossero per la storia nostra interessantissime, più o meno lo conoscevano gli storici; anzi parecchi eruditi ne avevano tratto partito, e molti documenti di storia politica e artistica ne avevano messi in pubblico. Ma il Luzio non si fermò ad indagini d'occasione, nè sostò ad argomenti d'interesse unicamente locale; e qui sta il suo merito precipuo. Dopo i primi suoi lavori sull'Aretino in relazione coi Gonzaga e sul Folengo, andò sempre meglio determinando l'oggetto dei suoi studi intorno ai fatti politico-militari, che contrassegnano il pieno meriggio della Rinascenza, e venne allontanandosi invece dalla storia artistica e letteraria; così pubblicò o almeno indicò nell'Archivio Mantovano una serie di documenti, dai quali riuscissero meglio chiarite le catastrofi militari o le oscure e tortuose vie della diplomazia nella prima metà del secolo XVI, vale a dire in un periodo storico, che, sebbene sia stato ormai oggetto di tanti studi, è ancora pieno di enimmi. I nomi di Giulio II, di Clemente VII e di Leone X, di Massimiliano, di Luigi XII, di

Carlo V e di Giorgio Frundsberg, di Isabella Gonzaga e di Elisabetta di Urbino destano il massimo interesse.

Quantunque il punto di vista offerto dalla corte Gonzaga sia necessariamente unilaterale, tuttavia la ricchezza e la larghezza delle fonti mantovane sono tali che da esse tutto l'insieme, a dir così, di quei fatti può esser preso in considerazione. Il Luzio diede alle sue ricerche sul Rinascimento tale carattere strettamente storico sopra tutto in questi ultimi anni, dal 1907 in poi, quando raccolse numerosi documenti su alcuni episodi caratteristici nella vita e nella politica di Isabella d' Este Gonzaga. Parlò egli di lei quando giovanetta era fidanzata a Francesco Gonzaga (1). Gli ultimi anni di Leone X, dal convegno del 1515 fino alla sua morte (1521), ricevono luce dal materiale che il Luzio condensò in altra monografia, che ha ugualmente per base le carte Gonzaga (2); in questa egli riuscì ad alzare un lembo del velo che celava, almeno in parte, le cagioni politico-militari della rovina del Ducato di Urbino. Intorno al sacco di Roma, 1527, e alla politica di Clemente VII i giudizi degli storici non sono ancora bene concordi e assodati; alla risoluzione di tali questioni, che sono quanto involute ed oscure altrettanto importanti, recano contributo rilevantissimo le corrispondenze d'Isabella Gonzaga (3). È ad augurarsi che le inesauribili miniere mantovane possano offrire ancora altri mezzi di indagine.

Fino a pochi anni or sono l'Archivio di Stato a Mantova risiedeva nel Castello Gonzaghesco; il Luzio, e fu opera sommamente commendabile, lo levò di lì e lo trasportò presso l'Archivio Gonzaga, col quale in certo modo lo incorporò. Il Castello, colle torri slanciate e maestose, richiama al medioevo; ma gli eventi che mezzo secolo fa vi si svolsero dentro ci indirizzano ad altre solenni ricordanze, ai famosi processi politici di Mantova. L'ambiente era, per un uomo come il Luzio, immensamente sug-

(1) *Isabella d'Este e Francesco Gonzaga promessi sposi*, " Arch. Storico Lombardo ", 31 marzo 1908; *La reggenza d'Isabella d'Este*, " Arch. Storico Lombardo ", 30 settembre 1910.

(2) *Isabella d'Este e Leone X*, " Arch. Storico Italiano ", 1907, vol. XL, 1909, vol. XLIV, 1910, vol. XLV.

(3) *Isabella d'Este ed il sacco di Roma*, " Arch. Stor. Lomb. ", 30 sett. e 31 dic. 1908.

gestivo. Mantova gli offerse materia a ricerche fruttuosissime, documenti scritti, memorie ancora calde e parlanti, tradizioni che animavano quei ricordi e richiamavano tempi di eroico patriottismo. Il Luzio allargò le indagini oltre le mura di Mantova; gli archivi di Milano, di Venezia, di Vienna, di Innsbruck gli furono larghi di atti e documenti più o meno notevoli. In quel Castello si mostrano ancora le celle in cui furono chiusi Tazzoli, Montanari, e gli altri dell'epico drappello di Belfiore. Dalle finestre del maniere, verso oriente si domina il ponte di S. Giorgio, verso occidente s'intravvede la mesta pianura che si stende al di là di Porta Pradella e attornia il palazzo del Te. Questi sono nomi affidati, per tanti rispetti, perpetuamente alla storia.

Il Luzio accettò l'invito che le circostanze gli offrivano e così ebbe origine l'opera *I martiri di Belfiore*, di cui nel 1905 uscì la prima edizione e nel 1908 la seconda.

Il *Confortatorio* di Mons. L. Martini formava una stesura serrata e seguìta. Ma si poteva desiderare la rivelazione di molti particolari nuovi e la soluzione di numerose dubbiezze. L'aspettazione nostra fu nella novità di molte notizie largamente soddisfatta, anche se una narrazione proveniente da fonti fra loro diverse, non sempre rinuncia a tradire la sua origine, e appariscepiù ampia dove le indagini furono più avventurate, meno completa dove la fortuna non troppo favorì l'appassionato ricercatore.

La storia del nostro Risorgimento, specialmente in quella parte che si riferisce al dominio austriaco, attirò adunque gagliardamente l'attività molteplice del Luzio. Egli non solo è padrone della lingua tedesca in genere, ma in ispecie delle forme in uso nella società militare; nè meno importante è il fatto che egli conosce l'ambiente viennese. Avendo famigliari le pubblicazioni austriache di storia militare, egli potè trarre grande vantaggio dalle fonti straniere, per conoscere e intendere fatti e pensieri, che a molti o passano inosservati o rimangono senza spiegazione.

Prima di rivolgere i suoi studi ai martiri di Belfiore aveva studiato i processi del Ventuno, approfittando delle carte di Antonio Salvotti, che le sue relazioni col Trentino gli aveano dischiuso. Ma queste ricerche sono in gran parte anteriori al-

l'ultimo triennio, sicchè possiamo oggi fissare l'attenzione solamente sopra un volume contenente la requisitoria lunghissima scritta dal Salvotti su Federico Confalonieri (1), tanto più notevole in quanto che dei costituti originali si conoscono unicamente i frammenti editi dal Rinieri.

Nella prefazione ai due recentissimi volumi miscellanei, dal titolo *Studi e bozzetti di storia letteraria e politica* (Milano, 1910), dichiarò quale fosse stato l'intento suo e quale metodo intendesse di seguire studiando la storia del nostro Risorgimento. È bene riportare le sue parole nitide e severe: " Applicare ai fatti di un recente passato gli stessi procedimenti critici che si adoperano nell'esame degli avvenimenti antichissimi; facendo tacere ogni passione personale o di parte e non avendo di mira che la ricerca della verità, grata ed ingrata che sia „. Più volte nelle diverse sue opere il Luzio esprime il dubbio di divenire bersaglio ad accuse contradditorie da parte di lettori di diverse tendenze. Com'egli prevedeva, intorno a lui polemiche non mancarono, ma per questo egli giammai si stancò di rovistare archivi e con ferma fiducia ricercar documenti, per mezzo dei quali le nostre cognizioni positive si aumentassero e la verità meglio si illuminasse.

Paragonando fra loro le due edizioni dell'opera su *I Martiri di Belfiore* intendiamo il metodo seguito dal Luzio nel correggere, brunire, ritoccare l'opera sua.

Chi svolge le pagine degli *Studi e bozzetti* s' incontra in numerosi schizzi di diversa ampiezza e anche di diverso interesse. Pel maggior numero, questi studi si raggruppano essi pure intorno alla storia della dominazione austriaca in Italia. Fra i più notevoli è da annoverarsi quello, esteso assai e ricco di lettere e di documenti inediti, su *Giuseppe Acerbi e la Biblioteca Italiana*. Anche questa succosa monografia si riferisce al regime austriaco in Italia; già si sapeva che la *Biblioteca Italiana* era una rivista protetta e più che protetta dal Governo, ma il materiale inedito che il Luzio rinvenne a Mantova fra le carte dell'Acerbi, colloca questo episodio sotto una luce nuova e inattesa.

---

(1) *Nuovi documenti sul processo Confalonieri*, Milano-Roma, 1908.

Lodando la instancabile attività del Luzio, i risultati ai quali giunse, le vie che dischiuse agli studiosi, la molteplicità degli argomenti trattati, la geniale abilità rappresentativa, non facciamo che rendergli giustizia. Che se anche qualcuno pensasse che non tutte le sue pagine rendano inutili indagini e disamine ulteriori, questo non avrebbe relazione con un giudizio che si riferisce alla totalità del lavoro scientifico del Luzio.

La Commissione quindi propone il conferimento del premio Gautieri all'insieme delle pubblicazioni del Luzio e fra esse nominativamente al libro *I Martiri di Belfiore*, che ne costituisce l'anello precipuo.

G. De Sanctis.
G. Sforza.
C. Cipolla *relatore*.

Gli Accademici Segretari
Corrado Segre.
Gaetano De Sanctis.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 12 Marzo 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO BARONE COMM. ANTONIO MANNO
DIRETTORE DELLA CLASSE.

Sono presenti i Soci: Carle, Pizzi, Renier, Chironi, Ruffini, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli e De Sanctis Segretario. — È scusata l'assenza dei Soci Boselli, Presidente dell'Accademia, Stampini, D'Ercole e Sforza.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 26 febbraio 1911.

Si comunicano le lettere di ringraziamento inviate dai signori Professori Giuseppe Fraccaroli, Remigio Sabbadini e Carlo Oreste Zuretti per la loro nomina a Soci corrispondenti.

Si designa il Socio Baudi di Vesme a rappresentare l'Accademia al prossimo Congresso artistico internazionale in Roma.

Il Socio Renier presenta il *Saggio di bibliografia egidiana* (Firenze, Olschki, 1911) del Socio corrispondente Boffito, dando, con parole d'encomio, un cenno del contenuto di questo scritto.

Pure con lode il Socio Chironi offre anche a nome del Socio Ruffini i seguenti libri:

1° L. Ambrosini, *La trasformazione delle persone giuridiche* (Torino, 1910);

2° A. Lattes, *Storia dell'Università di Cagliari* (Cagliari, 1910).

Il Socio Ruffini presenta una nota del Socio corrispondente Prof. Francesco Patetta intitolata: *Come il manoscritto Udinese della così detta* Lex Romana Raetica Curiensis *e un prezioso codice Sessoriano siano emigrati dall'Italia*, e illustra ampiamente il tema svolto nella sua nota dal Patetta.

Presa cognizione della nota del Prof. Patetta, la Classe unanime, fa voto che s'inizino pratiche pel ricupero del prezioso codice Udinese ora conservato nella Biblioteca universitaria di Lipsia e che si provveda per l'avvenire affinchè sia meglio tutelato il nostro patrimonio nazionale di antichi manoscritti. Delibera poi che la nota del Patetta venga distribuita a tutti i Soci dell'Accademia, e invita la Presidenza a convocare una seduta plenaria perchè tutta l'Accademia possa con la sua autorità convalidare i voti da noi oggi espressi.

LETTURE

Come il manoscritto Udinese della così detta "Lex Romana Raetica Curiensis" e un prezioso codice Sessoriano siano emigrati dall'Italia.

Nota del Socio corrispondente FEDERICO PATETTA.

1. Nel 1789 Paolo Canciani (1) pubblicò per la prima volta, *ex Archivio Metropolitanae Ecclesiae Utinensis*, quella così detta Legge Romana Udinese o Retica Coirese, che da più di sessanta anni è oggetto di numerose e vivaci discussioni fra gli storici, senza che si possa per ora prevedere prossimo l'accordo, almeno sulle questioni fondamentali della data e della patria.

Il ms. usato dal Canciani risale probabilmente al secolo nono; e oltre alla legge e alla così detta *Epitome Juliani* contiene varie costituzioni Giustinianee e altri testi, che in parte non si trovano altrove (2).

Codesto codice, che è certo uno dei più noti e dei più preziosi manoscritti giuridici dell'alto medio evo, passò misteriosamente dall'archivio del Capitolo Metropolitano di Udine alla biblioteca privata di Gustavo Haenel, lasciata poi in legato all'Universitaria di Lipsia. Il fatto turpe e doloroso, tenuto per parecchi anni maliziosamente nascosto, è da un pezzo a conoscenza di tutti; ma nessuno, ch'io sappia, ha mai svelato l'epoca precisa e i particolari, che alcune mie vecchie ricerche e un caso recente mi permettono d'esporre ad ammaestramento di chi dev'essere geloso custode dei monumenti della nostra storia e della nostra cultura.

(1) *Barbarorum leges antiquae,* vol. IV, Venezia, 1789, p. 461 e segg.

(2) L'ultima pubblicazione di testi inediti tratti dal prezioso manoscritto già Udinese è, per quanto m'è noto, quella del CONRAT, *Somme latine inedite di due novelle di Giustiniano*, in " Bullett. dell' Istit. di Diritto Romano ", anno XI, fasc. I.

2. Fra i nomi degli eruditi, che nel secolo scorso rinnovarono gli studi critici sui testi delle fonti giuridiche romane, studi quasi interamente trascurati dopo il tramonto della gloriosa scuola del Cuiacio, sarà sempre ricordato con lode quello di Gustavo Haenel, al quale dobbiamo, fra altro, l'edizione del Codice Teodosiano e delle Novelle Posteodosiane del 1842-44; quella della *Lex Romana Wisigothorum* del 1849, e quella dell'*Epitome Juliani* del 1873.

Non ch'egli sia stato un editore molto valente. Tutt'altro! Gli si può invece rimproverare insufficienza di metodo, incertezza di giudizio, e specialmente inesattezza, spinta non di rado oltre i limiti del credibile, nella descrizione e nella collazione dei manoscritti (1). Ma ciò nondimeno egli s'è mostrato ricercatore così infaticabile, ha scoperto e pubblicato tanti testi inediti o mal noti, ha accumulato indicazioni e materiali così preziosi, che gli si deve pur riconoscere il merito d'aver spianato la via agli studiosi e agli editori avvenire e d'aver in tal guisa reso alla scienza un servizio non piccolo.

Tutto questo però non scema affatto il biasimo, che la poca delicatezza (per non dir peggio) dimostrata dall'Haenel nell'acquisto del Codice Udinese gli frutterà sempre da chiunque sappia e senta, che, se è peccato desiderare la cosa d'altri, è più che peccato procacciarsela con raggiri, abusando dell'ignoranza, della debolezza e forse anche della vanità, opportunamente solleticata con proteste di stima e d'ammirazione e con lodi per lo meno eccessive.

Ecco dunque senz'altro come fu trattato e concluso l'acquisto del Codice Udinese, secondo che risulta dalle informazioni favoritemi, molti anni or sono, a mia richiesta, dal compianto erudito udinese dottor Vincenzo Joppi, e specialmente da due

---

(1) Si veda, per esempio, quanto ho dovuto constatare, a proposito di un codice torinese dell'Epitome di Giuliano, nel mio vecchio lavoro *Il Breviario Alariciano in Italia*, Bologna, 1891, p. 39 e segg. (Estr. dall' " Arch. giurid. ", vol. XLVII); si confrontino gli *Antiqua summaria Codicis Theodosiani* pubblicati dall' Haenel a Lipsia nel 1834 colla nuova edizione datane a Siena dal Manenti nel 1889; e specialmente si legga ciò che il Mommsen scrisse nella prefazione al Codice Teodosiano, Berlino, 1905, vol. I, pp. CXVII-CXVIII.

lettere dell'Haenel, che ho comperate nel giugno scorso a Roma dall'antiquario signor Antonio Gheno.

Non appena, nel 1847, il consigliere austriaco Bonturini ebbe annunciato, nel congresso degli scienziati a Venezia, che il ms. della *Lex romana* pubblicata dal Canciani non era andato smarrito, come si credeva, ma si trovava invece tuttora nell'archivio Capitolare Udinese, l'Haenel si recò in Udine e, per nostra disgrazia, vi fece la conoscenza dell'archivista canonico Giovanni Francesco Banchieri, ch'egli più tardi proclamò " *vir multis titulis insignis, nec minus humanitate quam ingenii acumine doctrinaeque ubertate conspicuus* ". Il Banchieri non solo gli concesse l'uso del prezioso codice, ma, a quanto pare, glie ne ottenne dai canonici il prestito a Lipsia.

Il codice fu restituito; ma, essendo poi avvenuta l'annessione delle provincie Venete al regno d'Italia, l'Haenel credette probabilmente di poter tentare sotto il nostro governo ciò che forse non avrebbe osato durante la dominazione austriaca; e perciò, scrivendo nel 1867 al Banchieri, gli espose addirittura il desiderio di comperare il manoscritto, che aveva già potuto studiare a suo bel agio.

Questa prima lettera, che doveva esser scritta in latino, come le altre, non è per ora nota; ma il suo contenuto risulta chiaramente dalla lettera successiva, che ho; dalla quale appare anche, quale sia stata, disgraziatamente, l'accoglienza fatta alla sfacciata proposta dal canonico Banchieri.

Questi avrebbe dovuto rispondere press'a poco colle parole, che Olindo Guerrini (1) narra d'aver usate con un tedesco, il quale, visitando, verso il 1880, la biblioteca pubblica di Bologna, espresse egli pure " *nella più pura lingua del Lazio* " un desiderio analogo a quello dell'Haenel: " *Mehercule! an te pudet, Germane.....* ". Invece si mostrò subito debole; e pensando certo che l'Haenel agisse per conto di qualche biblioteca, non si vergognò di dichiarare che, anche a parer suo, il prezioso codice sarebbe stato meglio collocato in una biblioteca pubblica tedesca che non in un archivio privato italiano.

Replicò l'Haenel, il 22 dicembre 1867, dichiarando che intendeva di legare la sua biblioteca all'Università di Lipsia, e

---

(1) *Brandelli*, serie prima, Roma, 1883, p. 42.

che perciò, vendendogli il codice, i canonici avrebbero per l'appunto provveduto alla sua migliore conservazione.

L'accordo fu allora immediatamente raggiunto, e il prezzo fissato a duecento talleri, ossia a poco più di settecento lire italiane; somma che, anche tenendo conto dell'epoca del contratto, si può dire affatto inadeguata e molto inferiore al prezzo, che si sarebbe potuto facilmente conseguire anche senza far emigrare il codice dall'Italia. Stipulato il contratto, il manoscritto udinese restò ancora nell'archivio capitolare per quasi due anni, in seguito ad una casuale interruzione nella corrispondenza fra l'Haenel ed il Banchieri. Non avendo infatti per lungo tempo ricevuto lettere da Udine, l'Haenel temette che il Banchieri fosse morto o che gli fosse avvenuto qualche sinistro; mentre il Banchieri alla sua volta stava in apprensione per la salute del poco munifico compratore. Si trattava invece semplicemente del disvio di qualche lettera.

Il 18 ottobre 1869 il Banchieri si decise finalmente a scrivere di nuovo all'Haenel; e questi rispose, il 24 dello stesso mese, dando ordine e consigli per far uscire il manoscritto udinese dal regno eludendo la vigilanza dei doganieri, e magari, se fosse necessario, corrompendoli con un po' di denaro. Raccomandava perciò la scelta d'un uomo “ *fidus et quod attinet ad milites limitaneos versutus* „, il quale portasse il codice a Gorizia oppure a Trieste e di là lo spedisse per la posta. “ *Auri vis expugnat munitissima quaeque castra* „, osservava egli a proposito dei nostri poveri doganieri; ma non voleva che la spesa totale superasse i quindici talleri!

Se il codice sia stato poi trafugato nel modo suggerito dall'Haenel o in un altro qualsiasi, non so: certo il trafugamento avvenne, e molto probabilmente verso la fine dello stesso anno 1869 o in principio del 1870.

3. Ma tanto il compratore quanto i venditori sapevano benissimo, non solo d'aver fatto un contratto giuridicamente nullo, ma anche d'aver commesso un'azione riprovevole, e che poteva avere, almeno per i venditori, conseguenze assai gravi. Infatti, lasciando stare il mandato generico di corrompere eventualmente dei pubblici funzionari dato dall'Haenel con tanta disinvoltura, ma che non sappiamo se sia stato o no eseguito, è certo che si sarebbero applicate alla fattispecie le *sovrane risoluzioni* au-

striache del 19 settembre e 23 dicembre 1818 (promulgate a Venezia con *notificazione* del 10 febbraio 1819, modificate poi nel 1827 (1) e non abolite dopo l'annessione), in forza delle quali era proibita l'esportazione di “ *manoscritti rari, codici, prime edizioni, e in generale di quegli oggetti d'arte e di letteratura, che contribuiscono al decoro e all'ornamento dello Stato* „ : il tentativo di *clandestina esportazione* era punito colla confisca degli oggetti, e l'esportazione clandestina avvenuta con “ *una multa equivalente al doppio del valore dell'oggetto portato fuori dello Stato* „. Inoltre, trattandosi di cosa appartenente ad un ente ecclesiastico, l'alienazione non autorizzata dal Governo era vietata dall'articolo 434 del nostro Codice Civile; e la vendita clandestina, accompagnata, a quanto pare, dalla distrazione d'una parte del prezzo a favore d'un altro istituto ecclesiastico (2), forse (benchè il caso giuridico sia molto complesso e non si possa decidere senza la conoscenza perfetta delle circostanze di fatto) avrebbe potuto per sè stessa costituire un reato assai grave, di cui l'Haenel fosse mandatario o complice.

Importava quindi tener la vendita gelosamente nascosta, come si fece con sotterfugi e reticenze, per non dire con menzogne vere e proprie.

L'Haenel infatti pubblicò nel 1873 la sua edizione dell'*Epitome Juliani*, e nella prefazione, che porta la data del 1° luglio 1872, descrisse, alla pag. x e segg. e xvi e segg., due manoscritti suoi dando loro il nome di *codex Haenelii I* e *codex Haenelii II*; ma descrivendo, a pag. viii e segg., il ms. già udinese, lo chiamò invece *codex Archii Ecclesiae Metropolitanae Utinensis* e si profuse in lodi e ringraziamenti al Banchieri, che glie ne aveva concesso lo studio: “ *beneficio Jo. Fr. Banchierii... libera facultas mihi data est codicis commode perscrutandi!* „

(1) Nel 1827 si tolse il divieto assoluto stabilito nel 1818-1819, concedendo l'esportazione quando il governo l'autorizzasse, rinunciando ad esercitare il diritto di prelazione, che gli competeva. Tanto le leggi austriache citate quanto l'editto Spinola e l'editto Pacca, che ricorderò, si possono vedere, per esempio, nella raccolta di Filippo Mariotti, *La legislazione delle Belle Arti*, Roma, 1892, pp. 215-216; 233-235; 298-300.

(2) Se le informazioni dello Joppi sono esatte, il prezzo ricavato dalla vendita fu diviso fra il Capitolo e il Seminario d'Udine.

Questa reticenza dell'Haenel giustifica in parte il Kroll, il quale nella prefazione alle Novelle di Giustiniano, pubblicate a Berlino nel 1894 (e in una terza edizione stereotipa, che ho presente, nel 1904), continua a parlare di “ *codex Utinensis ecclesiae metropolitanae* „. A maggior ragione dovevano restar ingannati i pochi studiosi italiani, che potevano interessarsi della cosa. Che se alcuno di essi chiese per caso di esaminare il manoscritto udinese, non dovette esser difficile ai canonici d'eludere in bel modo la sua domanda, magari dichiarando che il codice era stato dato a prestito all'Haenel.

A disingannare gli Italiani non giovava neppure l'edizione del Codice Giustinianeo pubblicata nel 1877 da Paolo Krüger. Questi infatti dichiara bensì, a pag. IX della prefazione, d'aver potuto collazionare il codice udinese a Lipsia, nel 1875, *per beneficio di Gustavo Haenel*, ma continua a parlare di “ *codex Utinensis bibliothecae capitularis* „; cosicchè si doveva necessariamente credere che il codice appartenesse sempre ai canonici di Udine e solo fosse stato mandato in prestito, a richiesta dell'Haenel o per sua intromissione.

Solo nel 1889 comparve l'edizione della *Lex Romana Raetica Curiensis* curata dallo Zeumer per i *Monumenta Germaniae historica*, e dalla prefazione, che ha la data del giugno 1888, si potè finalmente sapere, che il ms. udinese aveva cambiato nome e padrone: “ *codex bibliothecae Universitatis Lipsiensis nr.* 3493, *antea archivi ecclesiae Utinensis..... a Gustavo Haenel b. m., qui eum emptione paraverat, bibliothecae universitatis Lipsiensis inter alios legatus* „. Nel medesimo tempo si veniva a conoscere, che l'Haenel aveva avuto la prudenza di disporre nel testamento che i suoi codici non potessero esser dati in prestito fuori della biblioteca universitaria di Lipsia (1). Se infatti il codice udinese fosse stato mandato in prestito a qualche biblioteca italiana, il procuratore del Re avrebbe fatto semplicemente il suo dovere ordinandone il sequestro.

Nonostante le esplicite affermazioni dello Zeumer, si poteva

(1) Suppongo che la proibizione sia generale. Che se essa fosse ristretta al solo codice Udinese (come potrebbe sembrare prendendo alla lettera le parole dello Zeumer “ *cum legator vetuisset eum foras edere* „), siffatta restrizione sarebbe di per sè stessa molto significativa.

forse ancora sperare che il codice udinese fosse passato alla biblioteca di Lipsia per un semplice errore, che cioè fosse stato dato a prestito all'Haenel e fosse rimasto confuso coi suoi libri. Lo Joppi chiese perciò informazioni, ed ebbe la conferma della triste verità. Allora il Governo italiano iniziò un procedimento penale; ma i canonici colpevoli erano morti, era morto il compratore, e la cosa non ebbe quindi alcun seguito. Ciò avveniva nel 1892. Se si sia tentato di riavere il codice per via d'amichevole accordo col Governo Sassone, non so. Se non si è fatto, si potrebbe ancora tentare; ma probabilmente non si giungerebbe a nessun risultato pratico, e il nostro Governo dovrebbe accontentarsi del buon consiglio d'essere più guardingo per l'avvenire. Speriamo almeno, che sappia, eventualmente, accoglierlo e metterlo in pratica.

4. Il manoscritto udinese non è il solo, fra i codici già appartenuti all'Haenel, che sia stato sottratto a biblioteche italiane. Infatti il codice dell'Epitome di Giuliano conosciuto sotto il nome di *codex Haenelii I*, attribuito al secolo X e esso pure, disgraziatamente, d'importanza capitale, fu certo rubato alla biblioteca di S. Croce in Gerusalemme.

L'Haenel dichiarò d'averlo comperato in Roma nel 1825 dal libraio Petruzzi o Petrucci; e, non avendo prove in contrario, dobbiamo credere che lo abbia acquistato ignorandone la provenienza furtiva, benchè molto probabilmente fosse a cognizione della scomparsa di un codice di Giuliano dalla biblioteca di S. Croce (1). È però fuor di dubbio, che dovette comperare il codice di nascosto e poi trafugarlo, sapendo perfettamente di violare le disposizioni dell'Editto Pacca dell'8 marzo 1819 (2).

---

(1) Infatti il manoscritto Sessoriano era registrato al nº 12 dell'elenco pubblicato dal Montfaucon, *Bibliot. bibliothecarum mss.*, vol. I, Parigi, 1739, p. 193; e in conseguenza di ciò lo avevano ricordato l'Haubold, nella “ Zeitschr. für gesch. Rechtswiss. „ (vol. IV, fasc. 2º, Berlino, 1819, p. 148), e poi il Biener, in *Gesch. der Novellen Justinians*, Berlino, 1824, p. 72-73. Viceversa il Niebuhr, che ne aveva fatto espressamente ricerca, aveva dovuto constatarne la mancanza. Vedi Bluhme, *Iter italicum*, vol. III, Halle, 1830, p. 153-154. Cfr. la sua *Biblioth. mss. italica*, Gottinga, 1834, p. 155-156.

(2) L'Editto Pacca, di cui ogni libraio doveva tener una copia “ *affissa nella propria bottega sotto la pena di scudi dieci* „, ripetendo in parte ciò che era già stabilito nell'Editto Spinola del 30 settembre 1704 e in altri

Inoltre, a voler dire proprio la verità, è molto difficile supporre che potesse essere in buona fede quando, per sottrarsi all'obbligo della restituzione, volle dimostrare che il suo codice era diverso da quello rubato, e addusse in prova argomenti così puerili, così ridicoli, che c'è da arrossirne per lui.

Infatti il Bluhme aveva affermato esplicitamente, fino dal 1830, che il codice acquistato dall'Haenel apparteneva alla biblioteca romana di S. Croce in Gerusalemme, nella quale era entrato nel secolo decimosettimo con altri codici provenienti dal monastero di Casamari, nel territorio di Veroli; e aveva citato la descrizione del codice stesso contenuta in un catalogo dell'anno 1664, avvertendo che corrispondeva perfettamente, ma che era stato soppresso un foglio di guardia coll' indicazione degli antichi proprietarii (1).

L'Haenel aveva dapprima riconosciuta l'esattezza delle affermazioni del Bluhme; ma pretese in seguito d'essersi ricreduto. Vediamo per quali ragioni.

Il catalogo del 1664 descrive il codice nel modo seguente (2): " In fol. parvo pergam. Justiniani novellae per Julianum civem Constantinopolitanum, sicut impressae reperiuntur. Verum in hoc codice diversimode disponuntur, et praemittunt prologum: *Moyses*

---

posteriori, ordinava, pena duecento scudi, che non si potessero vendere " *in privato o in pubblico* „ manoscritti di qualsiasi genere, se non fossero prima stati esaminati da Monsignor Marini, Prefetto degli Archivi Vaticani, o da un suo delegato, *all'oggetto " di ricuperarli ai legittimi padroni, o di comprarli a preferenza, o di lasciarne libero l'uso* „. Ora è certo che il libraio Petrucci doveva vendere in segreto i manoscritti, da lui acquistati Dio sa come, poichè non avrebbe osato raccontare al Marini, o a chi per lui, l'assurda favola ricordata dal Bluhme, *l. c.*, che la sua preziosa mercanzia non provenisse dal furto commesso a S. Croce, ma dalla biblioteca privata di Pio Sesto: " seiner Versicherung nach aber solte nichts aus S. Croce, sondern Alles aus der Privatbibliothek Pius' VI stammen „. Intanto a S. Croce si diceva al Bluhme e al Pertz, che i manoscritti erano stati rubati con scasso (*durch Einbruch*)!

(1) *Iter italicum*, l. c.: " ...Prof. Haenel erkaufte etwas später ebendort den Iulian, ganz so wie der Katalog der Chigiana [*cioè conservato nella Biblioteca Chigi*] hin beschreibt, nur um ein Schmuzblatt ärmer, auf welchem die früheren Eigenthümer genant waren „.

(2) Haenel, *Epitome Iuliani*, p. xi.

gentis Hebraeae primus omnium etc., qui in impressis non extat. Codex iste prae nimia vetustate vel hominum incuria valde consumptus est et non parum mutilus. In ultima pagina haec habet, sed diversis caracteribus exarata: *Anno domini 1219. Indict.ne 7ª Mensis Januarii die 8ª Honorii tertii Papae anno 3° etc.* Fuit olim Monasterii S. Mariae de Casamari ord. minim. anno 1579. Habet fol. 72 „.

L'Haenel ebbe il coraggio di sostenere che il suo codice è diverso da quello sottratto alla biblioteca di S. Croce, con varii argomenti, che val davvero la pena di trascrivere fedelmente:

" quae diversis characteribus in ultima pagina dicuntur exarata, ea paulo aliter habentur in codice meo quam illic et ita quidem: *A. Dni MCCXVIIII Indicoe VII. Msis Januarii die VIII. Honorii tertii PP. a. III*..... Neque altera, quae illam subsequitur, nota saeculi XIII. commemoratur in Chisianae bibliothecae catalogo, secundum quam " *Johannes Carfan' ponit institutiones pro oracio pro novellas pro ieshaias* „; praeterea fuisse codicem olim Monasterii S. Mariae de Casamari ord. min. a. 1579, eius rei nihil scriptum est in meo codice; denique vero ille codex dicitur 72 folia habuisse, dum meus ex 71 membranis constat maximam partem rigidis et vetustate gilvis: quas ob causas meum codicem germanum quidem illi S. Crucis esse arbitror, neque vero eundem „.

Pare di sognare! È egli infatti ammissibile che un uomo, il quale passò la vita scartabellando manoscritti e cataloghi di manoscritti, desse proprio sul serio un'importanza qualsiasi al fatto che una noticina, per sè stessa insignificante, sia stata trascritta nel 1664 sciogliendo le abbreviazioni e sostituendo le cifre arabiche ai numeri romani? Che si fermasse a constatare che un'altra noticina, non meno insignificante, non era stata esplicitamente ricordata nel catalogo stesso? Che, pur essendo stato messo in avvertenza dal Bluhme, non capisse che un manoscritto di 72 fogli diventa molto facilmente di soli 71, e nel medesimo tempo perde ogni indicazione di provenienza, quando un ladro o dei complici hanno interesse a far scomparire un foglio di guardia, nel quale si leggevano indicazioni compromettenti? E viceversa, come poteva credere all'esistenza di due codici perfettamente uguali per il contenuto, per lo stato di conservazione, per il numero dei fogli, e in ciascuno dei quali fosse stata

trascritta nell'ultima pagina, in caratteri posteriori, una stessa annotazione insignificante (1) dell'8 gennaio 1219?

A me duole di dover mettere in dubbio la buona fede di chi non può difendersi; ma, dopo tutto, è appunto ufficio degli storici giudicare dei morti secondo i fatti noti e le regole delle probabilità. E di fronte al preteso ricredersi dell'Haenel sulla provenienza furtiva del manoscritto già Sessoriano, non posso non ricordare come egli, in un suo viaggio in Spagna, avesse pure comperato due preziosi manoscritti greci sottratti alla biblioteca dell'Escuriale, e dopo averli portati a Lipsia e fatti conoscere per suoi, fosse poi costretto a restituirli quando ne fu svelata la provenienza (2). Il precedente poteva esser molto pericoloso; ed era perciò molto opportuno nascondere l'acquisto del codice udinese e negare la provenienza del *codex Haenelii I* dalla biblioteca di S. Croce.

DOCUMENTI

I.

Da una lettera di Gustavo Haenel al Banchieri (Lipsia, 22 dic. 1867).

Francisco Banchierio Viro Perillustri Gustavus Haenel S. P. D. Accepi v Id. Dec. epistolam Tuam quae mihi attulit summam laetitiam et voluptatem: nam praeterquam quod elegantissime scripta est, nuntiat ea salvam esse vestram rempublicam (3) et fictis rumoribus commotos fuisse animos eorum, qui sentiunt cum Italis patriae libertatem a Gallorum et novi illius hominis usurpatione vindicantibus, qui dolo et san-

(1) L'Haenel cercò di trascrivere integralmente codesta annotazione, di cui il catalogo del 1664 dà solo le prime parole; ma non riuscì gran fatto. Egli legge: " *Anno Dn̄i .... hei* (?) *tradidit vendidit Iohō, ... l .. sio fatib'* (?) *tot qd' habebat in castro pesesoloso l' XXXXVIII sol l' ut Iohannes Frictsen* (?), *Iohes tortas urcin'* ".

(2) Cfr. ZACHARIAE A LINGENTHAL, *Ius graeco-romanum*, P. V, *Synopsis Basilicorum*, Lipsia, 1869, p. VII, nota.

(3) L'Haenel accenna evidentemente alla spedizione di Garibaldi nell'agro romano e all'intervento francese, che gli dà occasione d'inveire contro Napoleone III, l'*homo novus, qui dolo et sanguine imperium invasit*, cioè che fece il colpo di Stato del 2 dicembre.

guine imperium invasit. Accedit benevolentiae tuae significatio, qua honorificentius quicquam contingere mihi non potest. Trahimur enim omnes studio laudis laudati inprimis viri, quem fructum ex laboribus suis optimus quisque colligere studet. Denique ex opellis tuis, quas mecum benigne communicasti, iterum perspexi ingenii tui vim summa cum venustate conjunctam . . . .

Sed nolo Te diutius morari; satis est dixisse me Tui amantissimum esse, meque Te summa quam Tibi debeo pietate colere. Hoc solum restat ut transeam ad codicem nostrum, de quo Tu ita: " Codex ille — Lex Romana — adhuc apud nos retinetur. Certum autem est juxta meam sententiam Codicem illum melius servatum iri apud Vos in quadam publica Bibliotheca, quam apud nos in privato archivio. Quapropter extra aleam non esset ut ego ex consensu Collegarum meorum ad Te librum illum mittere aliquando possem „. Ex quibus verbis colligo, desiderium meum possidendi huius Codicis expleri posse. Legavi enim bibliothecam meam, quae satis ampla est, et ex libris potissimum veteris iuris romani quum manuscriptis tum saeculo XV et XVI editis constat, matri meae almae — Universitati Lipsiensi — ubi Codicem melius asservatum iri puto, quam apud Vos in privato archivio. Fac igitur, quaeso, ut codex in dominium meum perveniat . . . . (1).

II.

Da altra lettera dell'Haenel allo stesso Banchieri (Lipsia, 24 ottobre 1869).

Vir summe Reverende! Verissimam esse illam animarum conjunctionem, qua homines mutua affectione se observantes, quamquam longissimo terrarum intervallo disjuncti, tamen dicuntur colligati, nudius tertius expertus sum, quum mihi reddebatur epistola Tua, data xv Kal. Nov. Equidem, postquam ad litteras, quas Tibi ipsis Kal. Januar. superioris anni gratulabundus miseram, nec ad constitutionem de Subole Diaconorum etc. e codice Vercellensi erutam et commentariolo meo

(1) La lettera è datata *Lipsiae XI. Kal. Ianuar. a. p. C. MDCCCLVIII*: ma evidentemente per un puro e semplice *lapsus calami*. Insieme colla lettera è conservata la busta, dalla quale però furono strappati i francobolli, in modo che non vi si possono più vedere i bolli postali. La lettera e la busta (come pure la lettera seguente del 24 ottobre 1869) sono controfirmate da tre persone. Si leggono bene le firme *P. Antonio Rigo* e *Zorzi*. La terza firma è indecifrabile. Potrebbe trattarsi di firme di ecclesiastici Udinesi apposte per desiderio del canonico Banchieri, il quale volesse eventualmente poter dimostrare, che le trattative coll'Haenel erano state condotte d'accordo coi suoi confratelli. Ma è più probabile che le lettere siano state controfirmate perchè sequestrate dall'autorità giudiziaria, quando s'iniziò il processo finito poi in nulla.

Transeo igitur ad reliquum argumentum epistolae Tuae, quod me sollicitum
tenet. Quomodo enim negotium, quod inter nos agitur, commode expediatur,
equidem me nescire fateor, quum, quominus praesens Tecum transigam,
impediar senectute et hiemali tempore, neque hominem habeam, cui
rem committam. Quae quum ita sint, existimo haud aliter negotium confici
posse, nisi ut mittatur homo fidus et, quod attinet ad milites limitaneos,
versutus — cui vis expugnat munitissima quaeque castra — sumptibus
meis, modo hi non excedant summam quindecim thalerorum Borussicorum,
Goritiam aut Tergestum, qui ibi rem, quam in mente habemus,
involucro linteo aut charta cerata involutam suoque inscriptam indicato
ejus pretio cursui publico tradat, simul autem curet, ut vicissim chartam
ab administratoribus cursus publici accipiat, qua confitentur, rem sibi
traditam esse. Gratum mihi feceris si scribas, an hoc consilium

P. P.

Monsignore

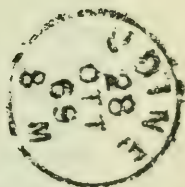
Giov. Frani Banchieri;

Dttre di Teol., Canonico e Prefetto dell' Archivio

della chiesa cattedrale, cavaliere di div. ord. imp. etc. etc.

ad

Udine.

Franca.

explanatam (1) paullo post sub fascia Tibi transmissam, respondisti, verebar, ne Parca crudelis sinistra manu Te tetegerit, aut, si minus, funesti aliquid Tibi acciderit. Attamen sperans fore, ut D. O. M. precibus meis pro salute Tua propitius fuerit, constitueram apud me, proximis Kal. Januariis vota mea litteris repetere intimosque pectoris mei sensus iterata vice Tibi patefacere. Ecce epistola Tua, ex qua Te mutua cura de salute mea timuisse intellexi, nec non commercium nostrum litterarum negligentia aut potius fraude tabellariorum publicorum interruptum fuisse. Quam dulce gaudium ex ea perceperim, nequeo verbis apte declarare . . . . Sed longus sum.

Transeo igitur ad reliquum argumentum epistolae Tuae, quod me sollicitum tenet. Quomodo enim negotium, quod inter nos agitur, commode expediatur, equidem me nescire fateor, quum, quominus praesens Tecum transigam, impediar senectute et hiemali tempore, neque hominem habeam, cui rem committam. Quae quum ita sint, existimo haud aliter negotium confici posse, nisi ut mittatur homo fidus et, quod attinet ad milites limitaneos, versutus — auri vis expugnat munitissima quaeque castra — sumptibus meis, modo hi non excedant summam quindecim thalerorum Borussicorum, Goriziam aut Tergestum, qui ibi rem, quam in mente habemus, involucro linteo aut charta cerata involutam mihique inscriptam indicato eius pretio cursui publico tradat, simul autem curet, ut vicissim chartam ab administrationibus cursus publici accipiat, qua confitentur, rem sibi traditam esse. Gratum mihi feceris si scribas, an hoc consilium, quod mea sententia simplicissimum est, Tibi placeat, ut, si Tibi displicuerit, explorem mercatorum Lipsiensium commercium cum Utinensibus sericariis exercentium aliquem, cui fides haberi possit.

Sed jam satis, nec restat quicquam, quod addam, nisi sit ut promittam, me Tibi pretium compromissum illico soluturum esse, simulac res mihi tradita erit . . . . (2).

---

(1) Si tratta dell'opuscolo *Ueber eine bisher ungedruckte Constitution de subole Clericorum*, estr. dai " Berichten der hist.-phil. Classe der Kön. Sächs. Gesellschaft d. Wissenschaften, 1868 ", di pp. 15 in-8°.

(2) A tergo della lettera, che ha la data di Lipsia *IX . Kal . Nov . a . p . C . MDCCCLXVIIII*, si legge l'indirizzo autografo. Dei due francobolli apposti uno fu strappato. Nei bolli si scorgono le date di partenza e d'arrivo: " *Leipzig 25 . 10 . 69* ": " *Udine 28 Ott. 69* ". Dell'indirizzo e di parte della lettera do il facsimile in zincotipia.

III.

Da una cartolina del dottor Vincenzo Joppi al prof. Federico Patetta (Udine, 14 gennaio 1898).

Annuendo al desiderio manifestatomi dal prof. C. Cipolla (1), in relazione alla sorte del Codice della *Lex Utinensis*, mi pregio di dirle brevemente quanto è a mia cognizione. L'anno 1860 quel Codice fu prestato dal Capitolo metropolitano di Udine al prof. Hänel, che lo restituiva dopo averne approfittato pe' suoi studi. Successivamente il prof. Hänel trattò l'acquisto del detto Codice e lo ottenne dal Capitolo per talleri 200 pari ad italiane lire 739. La vendita fu fatta l'anno 1869 segretamente, di modo che per molti anni tutti ignorarono quel brutto fatto. Il prof. J. Zahn, Archivista Provinciale a Graz, su mia richiesta mi fece noto che il Codice era stato comperato dal prof. Hänel e da questo con suo testamento lasciato all'Università di Lipsia.

Venuta questa vendita illegale a cognizione del Governo Italiano, fu istituito un processo presso il Tribunale di Udine; però non ebbe alcun esito, essendo morti tutti i Canonici che assentirono a tale mercato. Ciò avvenne l'anno 1892, e il Codice fu perduto parte per ignoranza e parte per l'avidità, poichè il denaro ricevuto fu diviso tra il Capitolo e il Seminario di Udine . . . .

(1) Il prof. Cipolla gentilmente si era rivolto, a nome mio, al Joppi, ch'io non conoscevo personalmente.

L'Accademico Segretario
GAETANO DE SANCTIS.

CLASSI UNITE

Adunanza del 19 Marzo 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. LORENZO CAMERANO VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Naccari, Direttore della Classe, D'Ovidio, Segre, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Parona, Mattirolo, Somigliana, Fusari e Balbiano. — Scusa l'assenza il Socio Salvadori;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Manno, Direttore della Classe, Carle, Renier, Ruffini, Brondi, Einaudi e De Sanctis, Segretario. — Scusano l'assenza i Soci Boselli, Presidente dell'Accademia, Sforza e Schiaparelli.

È letto ed approvato l'atto verbale della seduta precedente, 12 marzo 1911.

Si comunica una lettera del Socio Stampini che ringrazia per le condoglianze inviategli a nome dell'Accademia.

Si procede alla votazione pel conferimento del premio Gautieri per la Storia. La Commissione nella relazione letta nella passata adunanza aveva proposto il conferimento del premio Gautieri all'insieme delle pubblicazioni di Alessandro Luzio e fra esse nominativamente al libro: *I Martiri di Belfiore*.

La votazione ha luogo a schede segrete.

Il Presidente proclama Alessandro Luzio vincitore del premio Gautieri per la Storia nel triennio 1907-1909.

Il Presidente comunica che la Classe di scienze morali, storiche e filologiche nella sua adunanza del 29 scorso gennaio

espresse il voto che il Ministero voglia provvedere ad un'edizione economica delle opere di Galileo, la quale renda efficace e fruttuoso il lavoro speso da benemeriti studiosi nella preparazione della pregevolissima edizione nazionale testè condotta felicemente a compimento; e deliberò di comunicare tale voto alle maggiori Accademie del regno invitandole ad associarvisi. Alla nostra proposta si associarono di fatto, riconoscendone la utilità e la opportunità, l'Accademia Gioenia di Catania, l'Accademia dei Georgofili e della Crusca di Firenze, la Virgiliana di Mantova, il R. Istituto Lombardo di Milano, la R. Accademia delle scienze di Modena e quella di Padova, l'Accademia dei Lincei di Roma ed il R. Istituto Veneto.

Dopo alcuni chiarimenti dati dal Socio Renier l'Accademia delibera con voto unanime di appoggiare e di far sua la deliberazione presa dalla Classe di scienze morali rispetto alla edizione economica delle opere di Galileo.

Gli Accademici Segretari
Corrado Segre.
Gaetano De Sanctis.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 19 Marzo 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE LORENZO CAMERANO
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: NACCARI, Direttore della Classe, D'OVIDIO, JADANZA, FOÀ, GUARESCHI, GUIDI, FILETI, PARONA, MATTIROLO, SOMIGLIANA, FUSARI, BALBIANO e SEGRE Segretario. — Scusa l'assenza il Socio SALVADORI.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Socio corrispondente MANGIN ha inviato in omaggio tre suoi opuscoli, che vengono presentati alla Classe: 1° *Introduction à l'étude des Mycorhizes des arbres foréstiers*; 2° *Nouvelles observations sur la callose*; 3° *Sur quelques Algues nouvelles ou peu connues du Phytoplancton de l'Atlantique.*

Il Socio D'OVIDIO offre, per incarico dell'Autore, la nuova edizione della Memoria del prof. F. CALDARERA, *Sul moto dei pianeti.* In questo lavoro viene introdotto, nello studio del moto ellittico dei pianeti, un nuovo elemento, la così detta *anomalia concentrica*, e dimostrata la sua utilità e le relazioni colle altre tre anomalie, ordinariamente considerate, la *vera*, la *media* e la *eccentrica*. Il Socio D'OVIDIO aggiunge che i notevoli sviluppi di calcolo, con cui viene svolta in serie una di quelle anomalie

in funzione rispettivamente delle altre, mettono in evidenza l'abilità analitica dell'Autore. Il nuovo elemento da lui introdotto potrà certo servire in avvenire.

Il Socio GUARESCHI presenta in omaggio alla Classe una sua Nota: *Die Pseudosolutionen oder Scheinlösungen nach Francesco Selmi.*

Infine il Socio SOMIGLIANA presenta, per la stampa negli *Atti*, una Nota del Dr. E. LAURA, *Sopra una classe generale di vibrazioni dei mezzi isotropi.*

LETTURE

Sopra una classe generale di vibrazioni dei mezzi isotropi.

Nota del Dott. ERNESTO LAURA

In un lavoro pubblicato nelle *Memorie* [1] di questa Accademia, studiai metodicamente le vibrazioni smorzate di un mezzo isotropo [2], e trovai che le loro componenti devono necessariamente essere della forma:

$$u = e^{-h^2t}(u_1 \cos kt + \mathfrak{u}_1 \operatorname{sen} kt)$$
$$v = e^{-h^2t}(v_1 \cos kt + \mathfrak{v}_1 \operatorname{sen} kt)$$
$$w = e^{-h^2t}(w_1 \cos kt + \mathfrak{w}_1 \operatorname{sen} kt)$$

nelle quali le u_1, $\mathfrak{u}_1$, ... sono funzioni posizionali. Esse sono cioè la sovrapposizione di due vibrazioni smorzate semplici in differenza di fase $\frac{\pi}{2}$, le quali non possono generalmente sussistere *separatamente* in un mezzo isotropo. Questo risultato può essere generalizzato ricercando la *classe più generale* delle vibrazioni le cui componenti sono del tipo:

$$u = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t)\, u_i(x\,y\,z)$$

$$v = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t)\, v_i(x\,y\,z)$$

$$w = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t)\, w_i(x\,y\,z).$$

(1) *Sopra i moti vibratori armonici semplici e smorzati di un mezzo omogeneo elastico isotropo*, " R. Acc. di Scienze di Torino „, serie II, tomo LX. Questa Memoria è indicata con (A) nel seguito.

(2) Di queste vibrazioni già avevano dato esempi il Poincaré nella discussione delle vibrazioni di una lastra indefinita: *Leçons sur la théorie de l'élasticité*, pag. 159 e seg., ed il Love trattando della propagazione di onde in un fluido generate dalle piccole oscillazioni di un pendolo sferico, ecc. *Some Illustrations of Modes of Decay of Vibratory Motions*, " Proc. Lond. Math. Soc. „, 1904.

Ottengo per tal modo un tipo di vibrazioni, che possono sussistere in un mezzo isotropo, le cui componenti sono:

$$
\begin{aligned}
u &= e^{-h^2 t}\cos kt\,(u_0 + u_1 t + \dots + u_n t^n) + \\
&\quad + e^{-h^2 t}\,\mathrm{sen}\,kt\,(\boldsymbol{u}_0 + \boldsymbol{u}_1 t + \dots + \boldsymbol{u}_n t^n) \\
v &= e^{-h^2 t}\cos kt\,(v_0 + v_1 t + \dots + v_n t^n) + \\
&\quad + e^{-h^2 t}\,\mathrm{sen}\,kt\,(\boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v}_1 t + \dots + \boldsymbol{v}_n t^n) \\
w &= e^{-h^2 t}\cos kt\,(w_0 + w_1 t + \dots + w_n t^n) + \\
&\quad + e^{-h^2 t}\,\mathrm{sen}\,kt\,(\boldsymbol{w}_0 + \boldsymbol{w}_1 t + \dots + \boldsymbol{w}_n t^n)
\end{aligned}
$$

nelle quali le $u_0\ u_1 \dots \boldsymbol{u}_0 \dots$ sono funzioni posizionali. Le vibrazioni semplici dalla composizione delle quali esse provengono, sono di componenti:

$$
(u_i\,,\ v_i\,,\ w_i)\ t^i\, e^{-h^2 t}\cos kt
$$

e non possono, in generale, sussistere separatamente.

Esse sono generate in un mezzo isotropo da forze di massa, e da tensioni superficiali che dipendono dal tempo in modo analogo alle u, v, w.

Le $u_i\ v_i\ w_i$, $\boldsymbol{u}_i\ \boldsymbol{v}_i\ \boldsymbol{w}_i$ che compaiono nelle 1) sono poi soluzioni di un sistema di $3\,(n+1)$ equazioni nelle sole variabili x, y, z.

L'interesse dell'introduzione di queste vibrazioni sta ancora nel fatto, che la soluzione del problema più generale della Dinamica ad esse relativo, e cioè determinazione dello stato di vibrazione di un corpo elastico sollecitato da tensioni superficiali del tipo ora detto (e, per porci in un caso semplice, supponendo nulle le forze di massa) quando sieno note le condizioni iniziali di spostamento e velocità, viene spezzato in due: *a*) determinazione delle vibrazioni del tipo 1) generate (possiamo dire) esclusivamente dalle date tensioni superficiali; *b*) determinazione delle vibrazioni libere con queste coesistenti e che permettono di soddisfare alle date condizioni iniziali.

Il problema *a*) ha, quando usiamo il metodo esposto nella presente Nota, analogia con il problema elastico statico, sia per il fatto che le equazioni da cui dipendono le $u_i\ v_i\ w_i \dots$ non contengono il tempo, sia per la loro particolare forma. Esso ha poi, è bene notarlo, un interesse meccanico (e non puramente formale

come *a priori* potrebbe supporsi). Se invero supponiamo che in un punto [1] di un mezzo elastico S limitato da una superficie σ agisca una forza della forma:

$$t^n e^{-h^2 t} \cos kt$$

la quale può rappresentare una perturbazione di tipo smorzato abbastanza generale in un punto, la determinazione dello stato di vibrazione da esso generato in S, supposta nulla la tensione sopra σ, sarà fatta calcolando a mezzo delle formole di Stokes [2] le tensioni sopra σ, e quindi una vibrazione regolare in S che dia sopra σ le tensioni ora calcolate. Queste, un calcolo semplice lo dimostra, sono del tipo considerato (cioè le vibrazioni cercate sono del tipo 1); e quindi il problema che si ha da risolvere è del tipo *a*).

Nella presente Nota, premesse considerazioni relativamente alle vibrazioni qui introdotte e al loro comportamento, mostro sommariamente, come introducendo l'algoritmo di complesso e di sostituzione sopra i complessi possa ottenersi rapidità nei calcoli ed eleganza nelle formole.

Riservandomi in un prossimo lavoro uno sviluppo più completo dell'argomento, dò nella presente Nota qualcheduno dei risultati ottenuti riguardanti le vibrazioni longitudinali.

I.

1. — Sieno u, v, w le componenti di spostamento, θ la dilatazione cubica e a, b le costanti di isotropia. Le equazioni dei piccoli moti di un corpo elastico non sollecitato da forze di massa, sono allora:

$$(2) \begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (a^2 - b^2) \dfrac{\partial \theta}{\partial x} + b^2 \Delta u \\ \dfrac{\partial^2 v}{\partial t^2} = (a^2 - b^2) \dfrac{\partial \theta}{\partial y} + b^2 \Delta v \\ \dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (a^2 - b^2) \dfrac{\partial \theta}{\partial z} + b^2 \Delta w \end{cases} \qquad \begin{aligned} \Delta &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \\ \theta &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned}$$

[1] Per il significato della frase " forza agente in un punto „ confronta E. H. Love, *A treatise on the mathematical theory of Elasticity*, 2nd edition, 1906, pag. 180 e seg.

[2] Queste formole dànno le componenti della vibrazione dovuta ad una

Supponiamo che le u, v, w dipendano dal tempo a mezzo delle equazioni:

$$
(3) \qquad \left\{ \begin{aligned} u &= \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t)\, u_i\,(x\,y\,z) \\ v &= \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t)\, v_i\,(x\,y\,z) \\ w &= \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t)\, w_i\,(x\,y\,z) \end{aligned} \right.
$$

La sostituzione delle (3) nelle (2), indicando con accenti derivazioni rispetto a t, dà le equazioni:

$$
(4) \qquad \sum_{i=1}^{n} \alpha_i''(t)\, u_i\,(x\,y\,z) = (a^2 - b^2) \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t)\, \theta_i\,(x\,y\,z) + \\ + b^2 \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t)\, \Delta u_i\,(x\,y\,z); \quad \text{ecc.}
$$

nelle quali si è posto:

$$
\theta_i = \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} + \frac{\partial w_i}{\partial z}\,.
$$

E poichè le u_i v_i w_i sono, per ipotesi, funzioni di posizione, *le* α_i'' *dovranno essere combinazioni lineari delle* α_i *a coefficienti costanti.* Si ponga:

$$
(5) \qquad \alpha_i'' = h_{1i}\alpha_t + h_{2i}\alpha_2 + \ldots + h_{ni}\alpha_n \qquad i = 1, 2, \ldots, u
$$

indicando con le h_{ik} quantità costanti.

Le (4), per questa posizione, si riducono ad *equazioni tra le sole incognite* u_i, v_i, w_i *e nelle variabili* x, y, z. Si perviene cioè al sistema:

$$
(6) \qquad \left\{ \begin{aligned} (a^2 - b^2)\frac{\partial \theta_i}{\partial x} + b^2 \Delta u_i &= \sum_{i=1}^{n} h_{ik} u_k \\ (a^2 - b^2)\frac{\partial \theta_i}{\partial y} + b^2 \Delta v_i &= \sum_{i=1}^{n} h_{ik} v_k \\ (a^2 - b^2)\frac{\partial \theta_i}{\partial z} + b^2 \Delta w_i &= \sum_{i=1}^{n} h_{ik} w_k \end{aligned} \right. \qquad i = 1, 2, \ldots, n
$$

---

forza agente in un punto di un mezzo isotropo illimitato. Il calcolo delle tensioni sopra σ vien fatto con sole derivazioni. La forma più semplice di queste formole ci sembra quella data dal Prof. Somigliana nella sua Nota in questa Accademia: *Sulla propagazione delle onde dei mezzi isotropi*, 1905.

Per ricercare i tipi di vibrazioni che rientrano nelle (3), bisognerà esaminare le funzioni α_i che soddisfano alle equazioni (5). Come è ben noto, devesi allora considerare l'equazione secolare:

$$
(7) \qquad \begin{vmatrix} h_{11} - h & h_{12} & \dots & h_{1n} \\ h_{21} & h_{22} - h & \dots & h_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ h_{n1} & h_{n2} & \dots & h_{nn} - h \end{vmatrix} = 0 .
$$

In corrispondenza delle sue radici semplici positive o negative si hanno come soluzioni del sistema (5) degli esponenziali o delle funzioni trigonometriche; in corrispondenza di coppie di radici imaginarie coniugate si hanno soluzioni del tipo:

$$
e^{at} \cos bt \qquad e^{at} \operatorname{sen} bt ,
$$

ed infine in corrispondenza delle radici complesse coniugate multiple della (7) si hanno soluzioni del sistema (5) del tipo:

$$
(t^r, t^{r-1}, \dots, t, 1)\, e^{at} \cos bt ; \qquad (t^r, t^{r-1}, \dots, t, 1)\, e^{at} \operatorname{sen} bt .
$$

È dunque pressochè ovvio, che le vibrazioni più generali della forma (3) corrispondono al caso speciale in cui la (7) ammette radici imaginarie multiple. Le vibrazioni di cui ora ci occuperemo potranno essere definite perciò nel seguente modo. Consideriamo le $2(n+1)$ funzioni del tempo;

$$
(8) \quad \left\{ \begin{array}{lll} \alpha_0 = e^{-h^2 t} \cos kt & \alpha_1 = t e^{-h^2 t} \cos kt \;\dots & \alpha_n = t^n e^{-h^2 t} \cos kt \\ \beta_0 = e^{-h^2 t} \operatorname{sen} kt & \beta_1 = t e^{-h^2 t} \operatorname{sen} kt \;\dots & \beta_n = t^n e^{-h^2 t} \operatorname{sen} kt . \end{array} \right.
$$

Esse soddisfano al seguente sistema differenziale lineare del 2° ordine a coefficienti costanti:

$$
(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{d^2\alpha_r}{dt^2} = r(r-1)\alpha_{r-2} - 2k^2 r \alpha_{r-1} + (h^4 - k^2)\alpha_r - \\ \qquad\qquad - 2rk\beta_{r-1} + 2h^2 k \beta_r \\ \dfrac{d^2\beta_r}{dt^2} = \qquad 2kr\alpha_{r-1} - 2h^2 k \alpha_r + r(r-1)\beta_{r-2} - \\ \qquad\qquad - 2k^2 r \beta_{r-1} + (h^4 - k^2)\beta_r . \end{array} \right.
$$

cioè ad un sistema della forma (5), sicchè le vibrazioni, le cui componenti sono date dalle formole:

$$
(10) \quad \begin{cases}
u = e^{-h^2 t} \cos kt \, (u_0 + u_1 t + \ldots + u_n t^n) + \\
\qquad + e^{-h^2 t} \operatorname{sen} kt \, (\mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_1 t + \ldots + \mathbf{u}_n t^n) \\
v = e^{-h^2 t} \cos kt \, (v_0 + v_1 t + \ldots + v_n t^n) + \\
\qquad + e^{-h^2 t} \operatorname{sen} kt \, (\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1 t + \ldots + \mathbf{v}_n t^n) \\
w = e^{-h^2 t} \cos kt \, (w_0 + w_1 t + \ldots + w_n t^n) + \\
\qquad + e^{-h^2 t} \operatorname{sen} kt \, (\mathbf{w}_0 + \mathbf{w}_1 t + \ldots + \mathbf{w}_n t^n)
\end{cases}
$$

nelle quali le $u_0 \, \mathbf{u}_0 \ldots$ sono funzioni posizionali, *possono sussistere in un mezzo elastico, isotropo senza che invece sussistano le vibrazioni semplici dalla composizione delle quali provengono; esse sono inoltre le vibrazioni più generali della forma* (3) *di un tale mezzo.*

Le equazioni a cui soddisfano le funzioni $u_0 \, \mathbf{u}_0 \ldots$ possono essere facilmente ricavate — per non complicare però eccessisivamente la scrittura ci limiteremo a considerare il caso:

$$n = 1 .$$

2. — Le (10) divengono allora:

$$
(10^{bis}) \quad \begin{cases}
u = e^{-h^2 t} \cos kt \, (u_0 + u_1 t) + e^{-h^2 t} \operatorname{sen} kt \, (\mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_1 t) \\
v = e^{-h^2 t} \cos kt \, (v_0 + v_1 t) + e^{-h^2 t} \operatorname{sen} kt \, (\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1 t) \\
w = e^{-h^2 t} \cos kt \, (w_0 + w_1 t) + e^{-h^2 t} \operatorname{sen} kt \, (\mathbf{w}_0 + \mathbf{w}_1 t).
\end{cases}
$$

Le (9) divengono invece:

$$
\begin{cases}
\dfrac{d^2 \alpha_0}{dt^2} = (h^4 - k^2) \, \alpha_0 + 2h^2 k \beta_0 \\
\dfrac{d^2 \beta_0}{dt^2} = - 2h^2 k \alpha_0 + (h^4 - k^2) \, \beta_0
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\dfrac{d^2 \alpha_1}{dt^2} = - 2h^2 \alpha_0 - 2k \beta_0 + (h^4 - k^2) \, \alpha_1 + 2h^2 k \beta_1 \\
\dfrac{d^2 \beta_1}{dt^2} = + 2k \alpha_0 - 2h^2 \beta_0 - 2h^2 k \alpha_1 + (h^4 - k^2) \, \beta_1 .
\end{cases}
$$

Sicchè le $u_0, \mathfrak{u}_0, \ldots$ soddisfano al sistema:

$$
(11) \quad \begin{cases}
(a^2 - b^2)\dfrac{\partial \theta_1}{\partial x} + b^2 \Delta u_1 = (h^4 - k^2)\, u_1 - 2h^2 k \mathfrak{u}_1 \\[2mm]
(a^2 - b^2)\dfrac{\partial \vartheta_1}{\partial x} + b^2 \Delta \mathfrak{u}_1 = 2h^2 k u_1 + (h^4 - k^2)\, \mathfrak{u}_1 \\[2mm]
(a^2 - b^2)\dfrac{\partial \theta_0}{\partial x} + b^2 \Delta u_0 = -2h^2 u_1 + 2k \mathfrak{u}_1 + \\
\qquad + (h^4 - k^2)\, u_0 - 2h^2 k \mathfrak{u}_0 \\[2mm]
(a^2 - b^2)\dfrac{\partial \vartheta_0}{\partial y} + b^2 \Delta \mathfrak{u}_0 = -2k u_1 - 2h^2 \mathfrak{u}_1 + \\
\qquad + 2h^2 k u_0 + (h^4 - k^2)\, \mathfrak{u}_0
\end{cases}
$$

e analoghe equazioni per le $v_1\ \mathfrak{v}_1 \ldots \mathfrak{w}_0$.

Dalla forma di queste equazioni deduciamo subito, come già è stato osservato, che le vibrazioni semplici:

$$(u_1, v_1, w_1)\, t e^{-h^2 t} \cos kt\,; \qquad (\bar{u}_1, \bar{v}_1, \bar{w}_1) t e^{-h^2 t} \operatorname{sen} kt$$

non possono sussistere separatamente.

Non sussiste neppure, in questo caso, la vibrazione smorzata (qualora sia $u_1 \neq 0$, $\mathfrak{u}_1 \neq 0$):

$$(u_0 \cos kt + \mathfrak{u}_0 \operatorname{sen} kt)\, e^{-h^2 t}, \ldots, \ldots$$

È interessante invece notare che determinate le $u_1, \mathfrak{u}_1, \ldots$ per modo da soddisfare alle (11), la vibrazione:

$$(u_1 \cos kt + \mathfrak{u}_1 \operatorname{sen} kt)\, e^{-h^2 t}, \ldots, \ldots$$

è effettivamente possibile in un mezzo elastico, le $u_1, \mathfrak{u}_1, \ldots$ soddisfacendo a quelle equazioni a cui soddisfano le componenti di spostamento ridotto nel caso delle vibrazioni smorzate [1].

Esaminiamo ora il comportamento di queste vibrazioni; perciò confrontiamo le due vibrazioni semplici che dipendono da t a mezzo delle funzioni:

$$e^{-h^2 t} \cos kt\,, \qquad t e^{-k^2 t} \cos kt\,.$$

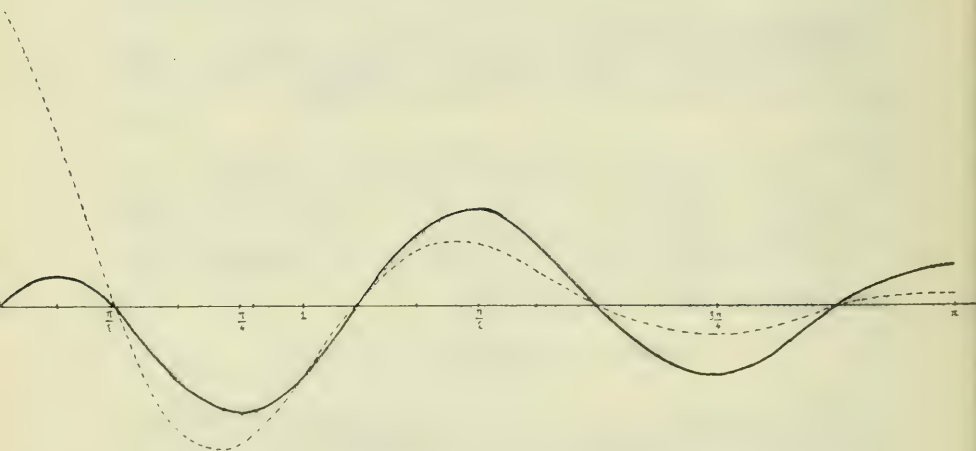
---

[1] Cfr. (A), pag. 3, formole I.

Costruiamo i diagrammi di queste funzioni, assumendo i tempi come ascisse.

Nella figura disegnata si è posto:

$$h^2 = 1 \qquad k = 4,$$

inoltre la linea punteggiata rappresenta il diagramma della funzione $e^{-h^2 t} \cos kt$, e quella segnata con linea continua quello della funzione $t\, e^{-h^2 t} \cos kt$.

Da questi diagrammi deduciamo che le nuove oscillazioni sono ancora smorzate, ma mentre nella 1ª lo smorzamento è maggiore che nella 2ª nell'intervallo $0 - 1$, esso è minore negli intervalli successivi. Per t sufficientemente grande le due suddette vibrazioni tendono a coincidere.

Un comportamento analogo hanno le vibrazioni dipendenti da t a mezzo della funzione $t^n e^{-h^2 t} \cos kt$.

Le vibrazioni ora introdotte per questo fatto potranno essere indicate come " *vibrazioni smorzate generalizzate di ordine* n ".

Il caso di:

$$n \neq 0 \qquad h = 0$$

dà luogo a vibrazioni armoniche la cui ampiezza diviene infinita con t.

3. — In quali casi si presenteranno le vibrazioni smorzate generalizzate?

Ritorniamo a considerare il caso $n = 1$. Il corpo vibrante S (tutto al finito) sia sollecitato in superficie da tensioni del tipo:

$$(12) \quad \begin{cases} L = e^{-h^2 t} \cos kt \, (L_0 + L_1 t) + e^{-h^2 t} \operatorname{sen} kt \, (\mathbf{L}_0 + \mathbf{L}_1 t) \\ M = e^{-h^2 t} \cos kt \, (M_0 + M_1 t) + e^{-h^2 t} \operatorname{sen} kt \, (\mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_1 t) \\ N = e^{-h^2 t} \cos kt \, (N_0 + N_1 t) + e^{-h^2 t} \operatorname{sen} kt \, (\mathbf{N}_0 + \mathbf{N}_1 t) \end{cases}$$

le L_0, L_1, ..., $\mathbf{N}_1$ essendo funzioni di posizione. Le vibrazioni a cui esse daranno luogo in S saranno (non tenendo conto delle vibrazioni libere) effettivamente del tipo ora detto. La loro ricerca consiste invero nella determinazione delle funzioni u_0, $\mathbf{u}_0$, ..., $\mathbf{w}_1$ soddisfacenti al sistema (11), regolari in S e tali che in superficie verifichino le condizioni:

$$(13) \quad \begin{cases} \frac{1}{\rho} L_0 = b^2 \frac{\partial u_0}{\partial n} + (a^2 - 2b^2)\,\theta_0 \frac{\partial x}{\partial n} + \\ \qquad + b^2 \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial u_0}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial n} \right) \\ \frac{1}{\rho} L_1 = b^2 \frac{\partial u_1}{\partial n} + (a^2 - 2b^2)\,\theta_1 \frac{\partial x}{\partial n} + \\ \qquad + b^2 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial w_1}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial n} \right) \\ \text{ecc.} \end{cases}$$

avendo indicato con ρ la densità di S, e con n la normale interna a σ.

È questo il problema, indicato con (a) nella introduzione; problema che è analogo a quello dell'equilibrio elastico sia perchè nelle equazioni (11) e (13) non figura il tempo, sia per la particolare forma di queste equazioni.

Questo problema ha soluzione unica purchè sia $h \neq 0$. Possiamo spezzarlo infatti in due; nel 1° determino le u_1, v_1, w_1, $\mathbf{u}_1$, $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{w}_1$ in modo che esse soddisfino in S, ove sono regolari, quelle equazioni tra le (11) contenenti queste sole funzioni, e in superficie dieno le tensioni L_1, M_1, N_1, $\mathbf{L}_1$, $\mathbf{M}_1$, $\mathbf{N}_1$.

Questo problema ammette soluzione unica (¹).

Le rimanenti equazioni (11), quando in esse per le $u_1\, \boldsymbol{u}_1 \ldots \boldsymbol{w}_1$ si sostituiscono le loro effettive espressioni prima determinate, forniranno un sistema analogo al precedente nelle $u_0\, \boldsymbol{u}_0 \ldots \boldsymbol{w}_0$. Queste funzioni saranno determinate perciò in modo unico quando ad esse imponiamo di dare le tensioni L_0, $\boldsymbol{L}_0$, ..., $\boldsymbol{N}_0$.

I due problemi, in cui si spezza il dato, sono dunque di tipo armonico smorzato; nel secondo di essi compaiono pur anche forze di massa.

Questo risultato vale pure nel caso di n qualunque. Cioè: la determinazione di una vibrazione armonica smorzata di ordine n generata in un corpo S elastico isotropo dalle tensioni superficiali:

$$L = (L_0 + L_1 t + \ldots + L_n t^n)\, e^{-h^2 t} \cos kt + \\ + (\boldsymbol{L}_0 + \boldsymbol{L}_1 t + \ldots + \boldsymbol{L}_n t^n)\, e^{-h^2 t} \operatorname{sen} kt ; \text{ ecc.}$$

le L_0, L_1, ..., L_n, ..., $\boldsymbol{N}_n$ essendo funzioni di posizione, comporta, dal punto di vista analitico, la determinazione di $(n+1)$ vibrazioni armoniche smorzate.

Questo problema ha dunque pur esso, supposto $h \neq 0$, unicità di soluzione.

II.

4. — Lo studio delle vibrazioni ora introdotte dev'essere fatto integrando il sistema (11) con le condizioni in superficie (13). Dal punto di vista formale, sarà bene che consideriamo in luogo di questo sistema, o di quello più generale relativo alle vibrazioni smorzate generalizzate di ordine n, il sistema (5), lasciando le costanti h_{ik} completamente generiche.

La forma particolare di questo sistema ci ha indotto ad usare per esso l'algoritmo di complesso e di sostituzione sopra i complessi (²). Per una maggiore comprensione di ciò che segue, espongo qui brevemente i concetti e notazioni usate.

(¹) Cfr. (A), pag. 10, § 6.

(²) Cfr. G. Peano, *Integrazione per serie delle equazioni differenziali lineari.* " R. Accad. delle Scienze di Torino ", vol. XXII, 1887. — Id., *Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di Grassmann.* Torino, Fr. Bocca, 1888. — G. Burali-Forti e R. Marcolongo, *Omografie vettoriali con applicazioni alle derivate rispetto ad un punto e alla Fisica-Matematica.* Torino, 1909,

Un complesso di ordine n i cui elementi sieno $a_1\, a_2 \ldots a_n$ sarà indicato con $\bar{a}$.

Se T è il segno di una sostituzione dei complessi di ordine n la cui matrice è

$$| h_{ik} |$$

allora la equazione, ove $\bar{a}$, $\bar{b}$ indicano complessi,

$$\bar{b} = T\bar{a}$$

equivale alle n seguenti equazioni:

$$b_1 = \sum_{i=1}^{n} h_{1i} a_i\,; \qquad b_2 = \sum_{i=1}^{n} h_{2i} a_i\,; \qquad \ldots; \qquad b_n = \sum_{i=1}^{n} h_{ni} a_i\,.$$

Se S, T sono due sostituzioni dei complessi di ordine n, prodotto delle due sostituzioni è una sostituzione U che soddisfa all'equazione:

$$U\bar{a} = S(T\bar{a})$$

indicando con $\bar{a}$ un complesso qualunque di ordine n. Consegue allora subito: la matrice della sostituzione prodotto vale il prodotto delle matrici delle sostituzioni fattori eseguito moltiplicando le orizzontali della 1ª per le verticali della 2ª.

Possiamo quindi così definire una potenza qualunque di una sostituzione.

Due sostituzioni saranno dette contrarie quando la matrice dell'una si ottiene da quella dell'altra scambiando le orizzontali nelle verticali.

Prodotto scalare di due complessi $\bar{a}$, $\bar{b}$ è quella quantità scalare definita dall'equazione:

$$\bar{a} \times \bar{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \ldots + a_n b_n\,.$$

Se S, T sono due sostituzioni contrarie dei complessi di ordine n, e $\bar{a}$, $\bar{b}$ due complessi di ordine n si ha allora la formola facilmente verificabile:

$$S\bar{a} \times \bar{b} = \bar{a} \times T\bar{b}\,.$$

Premesse queste brevi nozioni, è evidente l'utilità che si trarrà da esse nella discussione del sistema (5).

Indichiamo con T la sostituzione che compare nei secondi membri di questo sistema, e con S la sostituzione contraria.

I complessi, i cui elementi sono α_i, u_i, v_i, w_i, saranno rispettivamente indicati con:

$$\bar{\alpha},\ \bar{u},\ \bar{v},\ \bar{w}.$$

Il sistema (3) assume allora la forma:

$$\frac{d^2\bar{\alpha}}{dt^2} = S\bar{\alpha}$$

ed il sistema (5) la seguente:

$$(14)\qquad \begin{cases} (a^2 - b^2)\dfrac{\partial\bar{\theta}}{\partial x} + b^2\Delta\bar{u} = T\bar{u} \\ (a^2 - b^2)\dfrac{\partial\bar{\theta}}{\partial y} + b^2\Delta\bar{v} = T\bar{v} \\ (a^2 - b^2)\dfrac{\partial\bar{\theta}}{\partial z} + b^2\Delta\bar{w} = T\bar{w} \end{cases}$$

in cui si è posto:

$$\bar{\theta} = \frac{\partial\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial\bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial\bar{w}}{\partial z}.$$

Le equazioni in superficie assumono la forma:

$$(15)\qquad \begin{cases} \dfrac{1}{\rho}\bar{L} = b^2\dfrac{\partial \bar{u}}{\partial n} + (a^2 - 2b^2)\,\bar{\theta}\,\dfrac{\partial x}{\partial n} + \\ \qquad + b^2\left(\dfrac{\partial\bar{u}}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial n} + \dfrac{\partial\bar{v}}{\partial x}\dfrac{\partial y}{\partial n} + \dfrac{\partial\bar{w}}{\partial x}\dfrac{\partial z}{\partial n}\right) \\ \text{ecc.} \end{cases}$$

L'integrazione del sistema (15) per un corpo S con le condizioni in superficie (16) equivale allora alla determinazione della vibrazione generata in S dalle tensioni superficiali:

$$\bar{L}\times\bar{\alpha}\qquad \bar{M}\times\bar{\alpha}\qquad \bar{N}\times\bar{\alpha}$$

elle quali le $\overline{L}$, $\overline{M}$, $\overline{N}$ sono complessi di posizione, ed $\overline{\alpha}$ un complesso soddisfacente al sistema (13).

Questo problema *ha una soluzione unica* qualora l'equazione secolare relativa alla sostituzione T:

$$\begin{vmatrix} h_{11} - h & h_{12} \dots h_{1n} \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ h_{n1} & h_{n2} \dots h_{nn} - h \end{vmatrix} = 0$$

non ammetta radici reali negative. Ciò è pressochè evidente riferendoci all'ultimo Teorema del n° 1.

5. — Limitiamo in questa nota il nostro studio al caso delle vibrazioni longitudinali.

Ponendo:

$$\overline{u}, \overline{v}, \overline{w} = \frac{\partial\overline{\varphi}}{\partial x}, \frac{\partial\overline{\varphi}}{\partial y}, \frac{\partial\overline{\varphi}}{\partial z}$$

le equazioni (1) acquistano la forma:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) a^2\Delta\overline{\varphi} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) \overline{\varphi}.$$

Il complesso $\overline{\varphi}$ a meno di un complesso costante soddisfa dunque all'equazione:

$$a^2\Delta\overline{\varphi} = T\overline{\varphi}. \tag{17}$$

Alla stessa equazione, nel caso generale, soddisfa il complesso $\overline{\theta}$.

Le funzioni φ_i soddisfano cioè al sistema:

$$a^2\Delta\varphi_i = h_{i1}\varphi_1 + \dots + h_{in}\varphi_n \qquad i = 1, 2, \dots, n. \tag{17bis}$$

Ognuna di esse è perciò soluzione dell'equazione alle derivate parziali di $2n$.esimo ordine:

$$\begin{vmatrix} h_{11} - a^2\Delta & h_{12} \dots h_{1n} \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ h_{n1} & h_{n2} \dots h_{nn} - a^2\Delta \end{vmatrix} \varphi_i = 0.$$

Nel caso dei moti armonici smorzati di ordine n questa equazione assume la forma:

$$[(h^4 - k^2 - a^2\Delta)^2 + 4h^2k]^n \varphi_i = 0 .$$

Per le questioni analitiche che si presentano in relazione alla equazione (17) sarà bene tener presente da un lato l'analogia che essa ha con l'equazione:

$$a^2\Delta\varphi + k^2\varphi = 0$$

e dall'altro che essa si deduce dall'equazione:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = a^2\Delta\varphi \tag{18}$$

quando si suppone che φ dipenda dal tempo a mezzo dell'equazione:

$$\varphi\,(x\,y\,z\,;t) = \bar{\alpha}\,(t) \times \bar{\varphi}\,(x\,y\,z) \tag{18bis}$$

e il complesso $\bar{\alpha}\,(t)$ soddisfi all'equazione:

$$\frac{d^2\bar{\alpha}}{dt^2} = S\bar{\alpha} . \tag{19}$$

Ci serviremo nel seguito di questi due metodi, scegliendo quello tra essi più rapido. Stabiliamo perciò le formole seguenti.

Sviluppiamo in serie il complesso:

$$\bar{\alpha}\left(t \mp \frac{r}{a}\right)$$

e poniamo [1]:

$$\left.\begin{aligned} L &= 1 + \frac{r^2}{2:a^2}\,T + \frac{r^4}{4:a^4}\,T^2 + \ldots \\ L_1 &= \frac{r}{a} + \frac{r^3}{3:a^3}\,T + \frac{r^5}{5:a^5}\,T^2 + \ldots \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

---

[1] Per la convergenza di queste serie, cfr. G. Peano, *Integrazione per serie, ecc.*, già citato.

Tenendo quindi presente la (19) otterremo:

$$\bar{\alpha}\left(t \mp \frac{r}{a}\right) = L\bar{\alpha}(t) \mp L_1 \bar{\alpha}^1(t).$$

Dalla quale conseguono le formole ricercate:

$$(21) \qquad \begin{cases} \dfrac{\bar{\alpha}\left(t - \frac{r}{a}\right) + \bar{\alpha}\left(t + \frac{r}{a}\right)}{2} = L\bar{\alpha}(t) \\[2ex] \dfrac{\bar{\alpha}\left(t + \frac{r}{a}\right) - \bar{\alpha}\left(t - \frac{r}{a}\right)}{2} = L_1 \bar{\alpha}^1(t). \end{cases}$$

Le (21) ci permettono con *sole operazioni algebriche* di ricavare le sostituzioni L, L_1. Indicheremo inoltre con Λ, Λ_1 le sostituzioni a queste contrarie.

Dalle (20) consegue ora:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2L}{dr^2} = \dfrac{1}{a^2}\, TL \\[2ex] \dfrac{d^2L_1}{dr^2} = \dfrac{1}{a^2}\, TL_1 \end{cases}$$

sicchè: i complessi che hanno per elementi gli elementi di ogni verticale di L o di L_1 soddisfano l'equazione:

$$\frac{d^2\bar{h}}{dr^2} = \frac{1}{a^2}\, T\bar{h}.$$

Si ha cioè:

$$a^2\Delta(r\bar{h}) = T(r\bar{h}).$$

Consegue dunque ancora: i complessi formati dagli elementi delle orizzontali delle sostituzioni

$$\frac{\Lambda}{r} \qquad \frac{\Lambda_1}{r}$$

sono soluzioni dell'equazione (17).

È poi evidente che nel polo dei raggi vettori $r = 0$ la sostituzione $\frac{\Lambda}{r}$ diviene infinita come $\frac{1}{r}$, cioè tutti i suoi elementi per $r = 0$ si annullano, esclusi quelli della diagonale principale, che divengono infiniti come $\frac{1}{r}$. Per questa proprietà e per la

precedente essa può dirsi la *sostituzione caratteristica* per l'equazione (17). La sostituzione $\frac{\Lambda_1}{r}$ è invece regolare nell'intorno del punto $r = 0$.

6. — Volendo ora ricercare per l'equazione (17) una formola di rappresentazione dei suoi integrali ci riferiamo alla formola di Kirchhoff relativa all'equazione (18), cioè all'equazione:

$$4\pi\varphi(\xi\eta\zeta;t) = \int_\sigma \left\{ [\varphi]_a \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} - \frac{1}{r}\left[\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right]_a - \frac{1}{ar}\frac{\partial r}{\partial n}\left[\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right]_a \right\} d\sigma$$

in cui si è posto:

$$r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}$$

$$[\varphi]_a = \varphi\left(x, y, z; t - \frac{r}{a}\right);$$

x, y, z sono le coordinate di $d\sigma$, ed n è la normale interna a σ.

La precedente formola vale quando scambiamo a in $-a$; da essa discendono allora le due seguenti:

$$(22)\begin{cases} 4\pi\varphi(\xi\eta\zeta;t) = \displaystyle\int_\sigma \left(\frac{[\varphi]_a + [\varphi]_{-a}}{2} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} - \frac{1}{2r}\left\{ \left[\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right]_a + \left[\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right]_{-a} \right\} - \right. \\ \qquad\qquad \left. - \dfrac{1}{2ar}\dfrac{\partial r}{\partial n}\left\{ \left[\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right]_a - \left[\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right]_{-a} \right\} \right) d\sigma \\ 0 = \displaystyle\int_\sigma \left(\frac{[\varphi]_a - [\varphi]_{-a}}{2} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} - \frac{1}{2r}\left\{ \left[\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right]_{-a} - \left[\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right]_{-a} \right\} - \right. \\ \qquad\qquad \left. - \dfrac{1}{2ar}\dfrac{\partial r}{\partial n}\left\{ \left[\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right]_a + \left[\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right]_{-a} \right\} \right) d\sigma \end{cases}$$

Si faccia in esse la posizione (18^{bis}). Tenendo conto delle (21) si ha poi:

$$\frac{[\varphi]_a + [\varphi]_{-a}}{2} = \bar{\varphi} \times \frac{\bar{\alpha}\left(t - \frac{r}{a}\right) + \bar{\alpha}\left(t + \frac{r}{a}\right)}{2} =$$

$$= \bar{\varphi} \times L\bar{\alpha}(t) = \Lambda\bar{\varphi} \times \bar{\alpha}(t)$$

$$\left[\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right]_a - \left[\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right]_{-a} = \dot{\varphi} \times \frac{\alpha'\left(t-\frac{r}{a}\right) - \bar{\alpha}'\left(t+\frac{r}{a}\right)}{2} =$$

$$= -a\bar{\varphi} \times \frac{\partial}{\partial r} \frac{\bar{\alpha}\left(t-\frac{r}{a}\right) + \bar{\alpha}\left(t+\frac{r}{a}\right)}{2} =$$

$$= -\frac{1}{a}\bar{\varphi} \times \frac{\partial L}{\partial r}\bar{\alpha}(t) = -\frac{1}{a}\frac{\partial \Lambda}{\partial r}\bar{\varphi} \times \bar{\alpha}(t)$$

e formole analoghe.

Le (22) divengono allora:

$$4\pi\bar{\varphi}(\xi\eta\zeta) \times \bar{\alpha}(t) = \int_\sigma \left\{ \Lambda\varphi \times \bar{\alpha}(t) \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} + \frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial n}\frac{\partial \Lambda}{\partial r}\bar{\varphi} \times \bar{\alpha}(t) - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{r}\Lambda\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial n} \times \bar{\alpha}(t) \right\} d\sigma$$

$$0 = \int_\sigma \left\{ \Lambda_1\bar{\varphi} \times \bar{\alpha}(t) \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} + \frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial n}\frac{\partial \Lambda_1}{\partial r}\bar{\varphi} \times \bar{\alpha}(t) - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{r}\Lambda_1\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial n} \times \bar{\alpha}(t) \right\} d\sigma$$

Dalle quali riducendo, conseguono le formole richieste di rappresentazione:

$$(23) \quad \left\{ \begin{aligned} 4\pi\bar{\varphi}(\xi\eta\zeta) &= \int \left\{ \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\Lambda}{r}\right) \cdot \bar{\varphi} - \frac{\Lambda}{r}\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial n} \right\} d\sigma \\ 0 &= \int \left\{ \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\Lambda_1}{r}\right) \cdot \bar{\varphi} - \frac{\Lambda_1}{r}\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial n} \right\} d\sigma . \end{aligned} \right.$$

Se H è una sostituzione ad elementi costanti, dalle (23) si trae la formola che le comprende entrambe [1]:

$$(24) \qquad 4\pi\bar{\varphi}(\xi\eta\zeta) = \int \left\{ \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\Lambda + H\Lambda_1}{r}\right)\bar{\varphi} - \frac{\Lambda + H\Lambda_1}{r}\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial n} \right\} d\sigma .$$

---

[1] L'arbitrarietà della sostituzione H può essere usata per ottenere delle formole corrispondenti a quelle della media per le funzioni potenziali. Basta perciò supporre la superficie σ sferica, ed il punto $\xi\eta\zeta$ situato nel suo centro.

Le (23) dànno un metodo d'integrazione per l'equazione (17), analogo a quello di Green per le funzioni armoniche. Si voglia ad esempio la soluzione $\overline{\varphi}$ di (17) regolare in uno spazio S e che sulla superficie assume valori dati.

Dalla 1ª delle (23) bisognerà eliminare il termine $\frac{\partial\overline{\varphi}}{\partial n}$. Dovremo perciò determinare una sostituzione $\frac{\Lambda_0}{r}$ tale che i complessi aventi come elementi quelli delle orizzontali della sua matrice sieno regolari in S e soddisfino la (17), inoltre sopra σ le due sostituzioni $\frac{\Lambda}{r}$, $\frac{\Lambda_0}{r}$ coincidono. Avremo allora le equazioni:

$$4\pi\overline{\varphi}(\xi\eta\zeta) = \int \left\{ \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\Lambda}{r}\right)\overline{\varphi} - \frac{\Lambda}{r}\frac{\partial\overline{\varphi}}{\partial n} \right\} d\sigma$$

$$0 = \int \left\{ \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\Lambda_0}{r}\right)\overline{\varphi} - \frac{\Lambda_0}{r}\frac{\partial\overline{\varphi}}{\partial n} \right\} d\sigma$$

dalle quali:

$$4\pi\overline{\varphi}(\xi\eta\zeta) = \int \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\Lambda - \Lambda_0}{r}\right) . \, \varphi \, d\sigma .$$

Formola che risolve la data questione.

Nella soluzione di simili questioni interviene dunque la determinazione di sostituzioni ausiliarie che si definiranno in modo analogo alle funzioni di Green relative alle funzioni armoniche.

7. — Notiamo ancora che se in luogo dell'equazione (17) consideriamo la seguente:

$$a^2\Delta\overline{\varphi} = T\overline{\varphi} + \overline{\Phi}$$

essendo Φ un complesso noto di posizione (equazione che si avrebbe da considerare qualora il corpo vibrante fosse sollecitato da forze di masse), la formola di rappresentazione dei suoi integrali si otterrà completando il 2° membro della (23) mediante l'integrale di spazio:

$$\frac{1}{a^2}\int \frac{\Lambda}{r}\,\overline{\Phi}\, dS .$$

Sta invero l'equazione seguente (analoga a quella di Prisson, e che si potrà derivare da quella di Lorenz):

$$(a^2\Delta' - T)\int \frac{\Lambda}{r} \overline{\Phi}\, dS = \begin{cases} 0 \text{ se il polo } (\xi, \eta, \zeta) \text{ è esterno} \\ \quad \text{allo spazio } S \\ 4\pi a^2 \Phi(\xi\eta\zeta) \text{ se il polo } (\xi, \eta, \zeta) \\ \quad \text{è invece interno} \end{cases}$$

nella quale si è posto:

$$\Delta' = \frac{\partial^2}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial\eta^2} + \frac{\partial^2}{\partial\zeta^2}.$$

8. — Ci proponiamo infine di estendere all'equazione (17) un metodo di sviluppo in serie dell'integrale dell'equazione:

$$a^2\Delta\varphi + k^2\varphi = 0$$

quando i dati del problema sono relativi a corpi sferici (¹).

Sia $\overline{\varphi}_m$ un complesso di ordine n i cui elementi sono polinomi sferici di ordine m. Sia Γ_m una sostituzione i cui elementi sono funzioni della sola r.

Determiniamo Γ_m per modo che il complesso:

$$\Gamma_m \overline{\varphi}_m$$

sia una soluzione dell'equazione (17). Procedendo come è indicato (Lamb, opera citata) si ottiene che Γ_m soddisfa all'equazione:

$$\frac{1}{r}\,\frac{d^2(r\Gamma_m)}{dr^2} + \frac{2m\Gamma_m}{r} = \frac{1}{a^2}\,T\Gamma_m.$$

Ricordando poi il significato di prodotto di due sostituzioni, consegue che se $\overline{R}_m$ indica il complesso formato dagli elementi di una verticale di Γ_m, allora $\overline{R}_m$ soddisfa all'equazione:

$$(26)\qquad \frac{1}{r}\,\frac{d^2 . r\overline{R}_m}{dr^2} + \frac{2m}{r}\,\overline{R}_m = \frac{1}{a^2}\,T\overline{R}_m.$$

(¹) Horace Lamb, *Hydrodynamics*, Cambridge, 1906, 3ª ediz., pag. 478.

Essa è la corrispondente, per i complessi, dell'equazione a cui soddisfano le funzioni di Bessel di grado $\frac{m}{2}$.

La soluzione di questa equazione può essere posta in forma simbolica.

Per $n=0$ la (26) diviene:

$$\frac{d^2 . r\overline{R}_0}{dr^2} = \frac{1}{a^2} Tr\overline{R}_0 .$$

Come sostituzione Γ_0 possiamo dunque prendere la sostituzione $\frac{\Lambda}{r}$ o la $\frac{\Lambda_1}{r}$, già considerate, a seconda che il centro della sfera non appartiene od appartiene al corpo vibrante.

Poniamo la (26) sotto la forma:

$$\frac{d^2\overline{R}_m}{dr^2} + \frac{2(m+1)}{r} \frac{d\overline{R}_m}{dr} = \frac{T}{a^2} \overline{R}_m . \tag{27}$$

Deriviamo i due membri rispetto ad r e prendiamo come variabile dipendente:

$$\frac{1}{r} \frac{dR_m}{dr} ;$$

dopo facili calcoli la (27) diviene:

$$\frac{d^2}{dr^2}\left(\frac{1}{r} \frac{dR_m}{dr}\right) + \frac{2(m+2)}{r} \frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r} \frac{dR_m}{dr}\right) = \frac{T}{a^2} \frac{1}{r} \frac{dR_m}{dr} .$$

Consegue dunque:

$$\overline{R}_{m+1} = \frac{1}{r} \frac{dR_m}{dr} .$$

Simbolicamente avremo dunque:

$$\overline{R}_m = \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr}\right)^m \overline{R}_0 .$$

E quindi:

$$\Gamma_m = \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr}\right)^m \Gamma_0 . \tag{28}$$

La soluzione cercata diviene, supposto che $r=0$ sia un punto del corpo vibrante,

$$\left(\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\right)^m \frac{\Lambda_1}{r} \bar{\varphi}. \tag{29}$$

Diamo un'applicazione di questa formola per mostrare come essa può essere usata. Vogliasi perciò determinare la soluzione dell'equazione (17) regolare in una sfera di raggio A supponendo che essa riducasi in superficie ad un complesso $\overline{Y}_m$ i cui elementi sono n funzioni sferiche di ordine m. La soluzione da usarsi sarà data dalla (29) e sarà del tipo:

$$r^m H \Gamma_m Y_m$$

nella quale H indica una sostituzione costante, e la Γ_m sarà data dalla (29), cioè si ha:

$$\Gamma_m = \left(\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\right)^m \frac{\Lambda_1}{r}.$$

Sia $\Gamma_m^{(0)}$ la sostituzione a cui si riduce Γ_m per $r=A$. Sulla superficie sferica $r=A$ dovremo dunque avere:

$$A^m H \Gamma_m^{(0)} Y_m = Y_m.$$

Dalla quale:

$$H = \frac{1}{A^m} \Gamma_m^{(0)-1}$$

indicando con $\Gamma_m^{(0)-1}$ la sostituzione inversa di $\Gamma_m^{(0)}$.

Questa ultima sostituzione esiste solo se il determinante della matrice di Γ_m^0 è diverso da zero.

La soluzione infine cercata sarà dunque:

$$\left(\frac{r}{A}\right)^m \Gamma_m^{(0)-1} \Gamma_m \mathbf{Y}_m.$$

Ritornando alla formola (28) possiamo notare che essa è compresa in un'altra usata dal Love per la propagazione di

un'onda sferica in un mezzo fluido (Nota citata in principio). Cfr. pure H. Lamb già citato, pag. 497, formola 5*. La deduzione da essa della (28) non è però agevole.

9. — I brevi cenni qui dati mi pare possano dimostrare l'utilità del metodo qui usato per la discussione delle questioni analitiche che si presentano in relazione alle vibrazioni considerate. In una Nota successiva mostrerò come, usando delle formole (21), dalle formole di Somigliana [1] relative alla Dinamica dei sistemi elastici isotropi discendano le formole di rappresentazione degl'integrali delle equazioni (14), le quali daranno, come la (23) per l'equazione (17), un metodo di integrazione di queste equazioni. Così pure, usando della (28), potremo estendere i procedimenti dati da Lamb [2] e da Chree [3] per il caso delle vibrazioni armoniche semplici, per risolvere il problema, indicato con (a) nella introduzione, nel caso delle vibrazioni smorzate generalizzate di ordine n nel caso di corpi sferici.

[1] C. Somigliana, *Sopra alcune formole fondamentali della Dinamica dei mezzi isotropi*, " R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. XLI-XLII, 1906-07.
[2] H. Lamb, " London Math. Soc. Proc. ", vol. 13, 1882.
[3] C. Chree, " Cambridge Phil. Soc. Trans. ", vol. 14, 1889.

L'Accademico Segretario
Corrado Segre.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 26 Marzo 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO S. E. PAOLO BOSELLI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Manno, Direttore della Classe, Carle, Renier, Pizzi, Chironi, Ruffini, Brondi, Baudi di Vesme, Schiaparelli e De Sanctis Segretario. — Scusano l'assenza D'Ercole, Sforza e Einaudi.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 12 marzo 1911.

Si comunica una lettera del Socio corrispondente Alessandro Luzio che ringrazia pel conferitogli premio Gautieri.

Si dà poi comunicazione di una lettera del Socio corrispondente Teza, in cui riferisce intorno allo scritto di Henri Bourgeois, intitolato: *Esquisse d'une grammaire du romani finlandais.*

La Classe presa cognizione del saggio del Bourgeois, ne delibera la inserzione negli *Atti* accademici.

Il Presidente Boselli legge una erudita comunicazione intorno ai Soci dell'Accademia delle scienze che parteciparono alle deliberazioni del primo Parlamento italiano nel 1861.

La lettura è accolta dal plauso unanime dei Soci, i quali deliberano che venga pubblicata nelle *Memorie* accademiche.

Il Segretario De Sanctis, a nome del relatore D' Ercole assente, legge la relazione intorno alla monografia del Dr. Cesare Travaglio, intitolata: *Della vera conoscenza secondo Plotino.*

La Classe, approvata la relazione e presa cognizione dello scritto del Travaglio, stabilisce con pienezza di voti segreti la sua inserzione nelle *Memorie.*

In seduta privata si procede poi alla nomina della Commissione pel premio Gautieri nella Letteratura (triennio 1908-1910). Sono eletti a farne parte i Soci Renier, Graf e Sforza.

LETTURE

Esquisse d'une grammaire du romani finlandais.

Par HENRI BOURGEOIS.

On le sait, la langue des Tziganes d'Europe, ou romani, est, avec l'hindoustani, le bengali, le marathi, le gujarati, etc., un idiôme néo-indien, issu du pracrit, forme populaire multiple du sanscrit.

Le romani se subdivise en de nombreux dialectes. Un de ses principaux est celui des Tziganes allemands (occidentaux), auquel se rattachent aussi, plus ou moins étroitement, divers autres, tels ceux des pays scandinaves, ceux du Jura et des Alpes (1), voire celui des Tziganes italiens (dans les Marches et le Sud de l'Italie), dont les mots d'emprunt allemands, à première vue, suffiraient à indiquer la provenance (2). Le dialecte anglo-écossais lui-même — tant sous sa forme vulgaire que sous sa forme archaïque, usitée en Galles —, bien que très autonome, peut aussi, pensons-nous, y être rattaché de loin.

Le romani allemand fut découvert le premier, dans la seconde moitié du XVIII[e] siècle, et la science allemande en fit immédiatement l'objet de ses travaux. Ceux-ci sont résumés dans le grand ouvrage de Pott: *Die Zigeuner in Europa und Asien* (Halle, 1844-45) (3). D'autres savants vinrent ensuite, qui se chargèrent de mettre cette étude au point de la philologie moderne. Le romani allemand possède aujourd'hui une grammaire, du regretté professeur Finck, de Berlin (*Lehrbuch des Dialekts*

(1) Cfr. un conte en romani piémontais, publié dans le *Journal of the Gypsy Lore Society*, 1910, pp. 242 et ssqq. Le dialecte est nettement allemand, quoique émaillé de mots d'emprunt italiens.

(2) Il serait à désirer que l'infatigable tziganologue italien, Adrien Colocci, se décidât à publier sans retard une grammaire de cet intéressant dialecte, mettant en œuvre les précieux matériaux par lui rassemblés au cours de longues années.

(3) Cfr. aussi Ascoli, *Zigeunerisches*. Halle, 1865.

der deutschen Zigeuner. Marbourg, 1903), et un dictionnaire, de R. von Sowa (*Wörterbuch des Dialekts der deutschen Zigeuner*. Leipzig, 1898), qui sont tous deux des ouvrages de premier ordre. Ils offrent, pour l'étude des sous-dialectes et dialectes affiliés, un point de comparaison qui ne doit être perdu de vue un seul instant.

Le romani de Finlande se rattache directement au dialecte scandinave et, par lui, au dialecte allemand : c'est d'Allemagne et par la Suède que les Tziganes ont pénétré jusqu'en Finlande.

La composition de leur idiôme est, à elle seule, un témoignage suffisant de leurs migrations : les emprunts allemands y sont complètement assimilés, au point d'être souvent presque méconnaissables (Ex. *kentos*, enfant, all. *Kind*), tandis que les mots suédois plus ou moins défigurés, sont employés dans une proportion de 50 % peut-être de la totalité (1). En revanche, la langue n'a, peut-on dire, rien emprunté au lexique finnois, l'influence de cette langue se réduisant à la phonétique. On peut tirer de ce fait une conséquence certaine : le langage était déjà fixé, par un long séjour en Suède, lors de l'établissement en Finlande, et il n'a subi depuis que d'insensibles altérations.

Pour passer sous silence quelques rares publications sans grande importance, le romani de Finlande n'a été étudié que récemment. L'honneur en revient à A. Thesleff, à qui nous devons un dictionnaire de deux à trois mille mots, qui a paru dans les *Acta* de la Société scientifique de Finlande, en 1901 ; cette publication embrasse aussi une phraséologie et des schémas de la déclinaison et de la conjugaison. La *Finsk Tidskrift*, de Helsingfors (1899, pp. 386-98 et 466-77), a aussi publié un article du même auteur sur les Tziganes finlandais, avec quelques spécimens de leur langage.

Immédiatement après les travaux scientifiques de Thesleff, viennent se placer, sur un terrain plus pratique, ceux de la

(1) Le cas rappelle, à cet égard, celui de Tziganes du Portugal et du Brésil. Originaires d'Espagne, ils y transportèrent leur *gitano* à base d'espagnol, mais, au bout de quelques générations, ce n'était plus l'espagnol, mais bien le portugais qui était le substratum de leur langue. Le phénomène est d'autant plus radical ici que, tandis que ce sont les emprunts allemands et suédois qui viennent s'enchâsser dans le cadre romani, le *gitano* est une composition en ordre inverse.

mission tzigane de Finlande, qui, depuis quelques années, fait paraître un organe en langue finnoise, *Kiertolainen* (Le Nomade). Cette revue a publié, notamment dans ses quatre numéros de Noël (1906-1909), un certain nombre de textes en romani.

C'est d'après ces textes, et sur des renseignements complémentaires fournis gracieusement par Mr O. Johnsson, directeur de la mission tzigane, à Tammerfors — qu'il reçoive ici l'expression de notre gratitude la plus sincère —, que notre travail a été conçu et exécuté. C'est donc une étude absolument indépendante, sans point de contact avec celle de nos devanciers: laissant le lexique à part, elle doit permettre de jeter un regard dans l'intimité de la langue, elle vise à fournir la clef de son interprétation.

Ce qui manque le plus aux hommes que les circonstances mettent dans l'occasion de s'occuper de philologie tzigane, et cela en dépit des excellents ouvrages qui dominent la matière, ce sont les principes. Nous les rappelons à chaque pas; si, grâce quelque peu à nos efforts, ils peuvent inspirer les grammairiens de l'avenir, notre but sera atteint, et au delà.

Notre esquisse d'aujourd'hui se place à côté d'une autre, que nous avons fait paraître dans la *Revue de Linguistique et de Philologie comparée*, de Paris (1910, pp. 179 et ssqq.): *Esquisse d'une morphologie du romani gallois*. Mais nous travaillions alors dans des conditions bien différentes: nos textes étaient des contes populaires, annotés par un philologue de profession, offrant donc une base d'opérations sûre; tandis que nous avons ici affaire à des traductions, compositions nécessairement artificielles, et produites, qui plus est, par des hommes disposant peut-être d'une certaine connaissance pratique du langage, mais évidemment dépourvus de toute théorie.

C'est ce qui en explique les inconsistances, les contradictions, voire les grossiers malentendus; se soutenir sur ce terrain mouvant n'est possible que par une connaissance préalable de tous les grands dialectes du romani et des principes auxquels ils obéissent.

Il importe de signaler aussi des divergences de vues, parfois fondamentales, d'avec Thesleff. Nous aurons l'occasion d'en toucher un mot dans la théorie des verbes.

Et maintenant, nous allons passer successivement en revue

les divers chapitres de la grammaire: phonétique et morphologie. Quant à la syntaxe, elle ne s'écarte pas sensiblement de la syntaxe générale du romani.

Nous nous en rapportons, pour le surplus, à l'ouvrage de Finck, déjà cité, ouvrage supposé connu de nos lecteurs.

*
* *

La phonétique de notre idiôme est dominée par l'influence du finnois, l'unique langue des campagnes en Finlande, celle partant avec laquelle les Tziganes sont le plus en contact (1).

C'est à elle qu'il faut attribuer la multiplication des diphthongues par la vocalisation de *j*, *v* en suite d'une voyelle: Ex.: *jou* pour *jov*, *joi* pour *joj*, etc.

Les langues indiennes, d'une part, et le finnois, de l'autre, n'ont qu'un accent fort peu marqué et procèdent, en revanche, par longues et brèves; dans ces conditions, l'assimilation complète était facile. Dans la graphie de nos textes, que nous suivons religieusement, la longue est marquée, comme en finnois, par le redoublement de la voyelle, tandis que la brève cause le redoublement éventuel de la consonne qui suit: Ex.: *duumo* et *dummo* (dos), que nos textes donnent indifféremment sous cette double forme.

Toutefois, ce n'est point là règle sans exception, surtout dans les finales. C'est ainsi, par exemple, que *pes* (se, soi) devrait pour lors être écrit *pess*, ce qui n'est point le cas. *Lakko* (son, celui d'elle) exige le redoublement du *k*, pour marquer la valeur de l'*a* qui précède; on s'en dispense souvent en fait.

L'introduction de certains sons, tels que *ä*, *ö*, *y*, ne s'explique non plus que par une influence suédoise ou finnoise, tandis que l'harmonie vocale rudimentaire qu'on croit découvrir parfois est proprement finnoise.

---

(1) Le suédois est la langue des villes et de la haute culture. C'est dire que, depuis qu'ils ont quitté la Suède, les Tziganes ne l'ont plus guère rencontrée. Ce fait explique aussi pourquoi les éléments suédois sont tellement déformés en romani: il est clair que c'est là l'œuvre du temps, et que, si le suédois leur était familier encore aujourd'hui, son influence se traduirait bien autrement.

Ex.: *häärna* (étoile, du suédois *stjärna*), oblique régulier *häärna*, oblique formé sur le thème masculin *häärnes*, *häärnas*, et avec harmonie vocale *häärnäs*; *hyylänä*, pour *hyylena* (ils se reposent, du verbe suédois *hvila*); etc., etc.

Notre alphabet compte trois caractères tildés: *ǧ*, équivalent au *dj* du français, *g*(*e*), *g*(*i*), de l'italien; *č*, c'est-à-dire *tj* en français, en italien *c*(*e*), *c*(*i*); et, enfin, un *h* tildé, que, pour plus de commodité, nous exprimons ici par le *χ* grec.

Cette dernière lettre doit se prononcer comme le *ch* doux allemand (dans *mich*, *dich*, p. ex.). Étymologiquement, elle remplace assez régulièrement le *š* [all. *sch*, it. *sc*(*e*), *sc*(*i*)] du romani allemand. De même que, dans ce dernier dialecte, le *s* de la langue commune est fréquemment remplacé par *h* — la même règle existe en romani finlandais, mais elle souffre beaucoup d'exceptions — de même ici le *š* l'est, en outre, par *χ*. Le seul *h* reste donc pour rendre à la fois les deux sons *h* et *χ* (*x*) du romani allemand (ce dernier équivalant au *ch* dur all.).

Les aspirées *kh*, *ph*, *th* subsistent, mais leur emploi est irrégulier, comparaison faite avec les autres dialectes.

Il importe d'ailleurs de ne jamais le perdre de vue, toute la phonétique de notre idiôme est affectée du même vice.

Nos textes ne donnant pas l'accent, nous n'en parlerons pas.

Article. — L'article a presque entièrement disparu du romani finlandais. Il semble qu'il faille attribuer cette disparition, relativement récente, à l'influence du finnois, langue sans article (1). Celui-ci s'est d'ailleurs parfaitement maintenu dans un cas, avec les prépositions.

Ex.: *praalo phuu* (sur la terre), *api enga* (sur le champ), où *o*, *i* est l'article, et qu'il eût été, partant, plus rationnel d'écrire *praal'o phuu*, *ap'i enga*.

(1) Le suédois, avec son article *sui generis*, peut très bien, en fait, avoir été le principe de cette évolution.

L'article est, dans ce cas, *o* pour le masculin, *i* pour le féminin, *e* pour le pluriel.

Substantif. — Le romani gallois possède deux déclinaisons: masculine et féminine.

La première comprend:

a) des thèmes en *-o* (n° 1);

b) tous les autres thèmes originaux (n° 2);

c) des thèmes en *-os*, *-ys* (n^os^ 3 et 4), emprunts étrangers naturalisés dans la langue. Ces finales viennent de l'*-ος*, *-ης* du grec (1).

Nos cas sont: nominatif, vocatif, oblique, datif, locatif, ablatif, instrumental.

L'oblique, quand il s'agit d'êtres inanimés, est de pure convention; pour les animés, il fait fonctions d'accusatif. C'est là le principe général du romani; toutefois, remarquons que la distinction entre animés et inanimés n'est pas toujours observée bien fidèlement par nos textes.

Ce que nous appelons locatif, en raison de son usage primitif, est ici, en fait, un prépositionnel.

Pour le génitif, en tzigane comme dans les autres langues néo-indiennes, ce n'est qu'un adjectif formé de l'oblique, au moyen des terminaisons *-ko*, *-ki*, *-ke*, *-go*, *-gi*, *-ge*. Les désinences *-kero*, *-gero* (et même *-kiiro*, *-giiro*) sont plus archaïques, et on ne les rencontre pas en dehors de compositions fixes, indépendantes.

La nature adjectivale du génitif romani n'est malheureusement pas reconnue par nos textes dans la mesure convenable. Ce principe, étant absolument étranger à nos langues européennes, n'a pas été compris par beaucoup de tziganologues, Wlislocki et Ješina en première ligne; on n'en peut donc faire grand grief à nos auteurs, et cela d'autant moins que la construction in-

(1) On sait que les Tziganes, débarqués en Europe, firent d'abord un séjour prolongé, de quelques siècles peut-être, en Grèce et en Roumélie. D'où leur nom de *Rom* (cfr. le grec *Ῥωμαῖος*), ainsi que les éléments grecs de leur idiôme. Leurs noms d'emprunt furent d'abord exclusivement grecs; lorsque, plus tard, en vertu du même principe, ils commencèrent à emprunter aux langues de leurs voisins slaves, roumains, hongrois, allemands et autres, ils ajoutèrent à ces mots étrangers, comme marque distinctive de leur origine, les désinences grecques *-os*, *-is*, auxquelles ils étaient accoutumés désormais.

dienne offre de grands inconvénients pratiques, dès qu'il s'agit de traduire plusieurs génitifs consécutifs.

Quant au vocatif, il ne semble jouer qu'un rôle obscur dans notre dialecte. On ne le rencontre qu'au singulier des thèmes masculins originaux, et, même là, il est le plus souvent remplacé par le nominatif.

Le schéma est le suivant:

		1	2	3	4
Singulier	N.	*ǧeeno*	*daat*	*fooros*	*balamys*
	V.	*ǧeena*	*daada*	*fooros*	*balamys*
	O.	*ǧeenes*	*daades*	*fooros*	*balamys*
	D.	*ǧeeneske*	*daadeske*	*fooroske*	*balamyske*
	L.	*ǧeeneste*	*daadeste*	*fooroste*	*balamyste*
	A.	*ǧeeneha*	*daadeha*	*fooroha*	*balamyha*
	I.	*ǧeenesta*	*daadesta*	*foorosta*	*balamysta*
Pluriel	N.	*ǧeene*	*daat*	*foori*	*balami*
	V.	*ǧeene*	*daat*	*foori*	*balami*
	O.	*ǧeenen*	*daaden*	*fooren*	*balamen*
	D.	*ǧeenenge*	*daadenge*	*foorenge*	*balamenge*
	L.	*ǧeenenne*	*daadenne*	*foorenne*	*balamenne*
	A.	*ǧeenensa*	*daadensa*	*foorensa*	*balamensa*
	I.	*ǧeenena*	*daadena*	*foorena*	*balamena*

Les noms en *-os*, *-ys* ont une tendance à se confondre, aux cas obliques du singulier et au pluriel, avec les thèmes originaux en *-o*: Ex. *kentos* fait à l'oblique singulier *kentos* et *kentes*, pl. *kenti* et *kente*.

On observe, pour le reste, les mêmes irrégularités que dans les autres dialectes romani: Ex. *rai*, oblique sing. *ras*, pour *rai-es*, obl. pl. *ran*, pour *rai-en*; etc., etc.

A noter, entre autres, que le *nomen actionis* en *-ben* (Ex. *χaaben*, le manger) prend ici plus souvent la forme *-ba*, obl. *-bos*: Ex. *jelpiba* (l'aide, du suédois *hjälpa*, aider), obl. *jelpibos*; etc.

Les thèmes féminins correspondent en principe aux masculins. Notons, au passage, l'adoucissement de la voyelle, qui est, d'après nous, la caractéristique des féminins en romani (comme dans *pheen*, *pheenja*, n° 1). Il est vrai de dire que les inconséquences sont ici peut-être plus nombreuses encore que dans les autres dialectes.

Le nº 1 du masculin se subdivise en deux (nºs 1 et 2): dans l'un, l'*i* devient consonne à l'oblique (*čirikja*, pour *cirikļja*), dans l'autre, la voyelle reste intacte et est renforcée par une consonne de liaison (*buttija*). Toutefois, la distinction n'est pas constante, car nos textes accusent, à l'oblique pluriel, *butjen* à côté de *buttijen*.

Les noms d'emprunt féminins sont ici en *-a* (nº 4). Ils restent invariables à l'oblique. Au pluriel, ils sont traités comme les correspondants masculins en *-os*, *-ys*; ils font donc éventuellement *-e* au nominatif. Même au singulier, ils manifestent une tendance analogue; nous en avons vu un exemple, plus haut, dans le mot *häärnäs*.

Voici la déclinaison féminine:

		1	2	3	4
Singulier	N.	*čirikli*	*butti*	*pheen*	*häärna*
	V.	*čirikli*	*butti*	*pheen*	*häärna*
	O.	*čirikja*	*buttija*	*pheenja*	*häärna*
	D.	*čirikjake*	*buttijake*	*pheenjake*	*häärnake*
	L.	*čirikjate*	*buttijate*	*pheenjate*	*häärnate*
	A.	*čirikjaha*	*buttijaha*	*pheenjaha*	*häärnaha*
	I.	*čirikjata*	*buttijata*	*pheenjata*	*häärnata*
Pluriel	N.	*čirikja*	*buttija*	*pheenja*	*häärni*
	V.	*čirikja*	*buttija*	*pheenja*	*häärni*
	O.	*čirikjen*	*buttijen*	*pheenjen*	*häärnen*
	D.	*čirikjenge*	*buttijenge*	*pheenjenge*	*häärnenge*
	L.	*čirikjenne*	*buttijenne*	*pheenjenne*	*häärnenne*
	A.	*čirikjensa*	*buttijensa*	*pheenjensa*	*häärnensa*
	I.	*čirikjena*	*buttijena*	*pheenjena*	*häärnena*

Adjectif. — Quand l'adjectif joue le rôle de substantif, il se décline absolument comme tel (donc sur *ǵeeno*, *čirikli*). Mais quand il qualifie un nom, il ne possède qu'un nominatif et un oblique, ce dernier correspondant à l'oblique du substantif et aux cas qui en sont formés. Cette distinction est essentielle en romani; le chapitre des pronoms nous en fournira bientôt une application nouvelle.

Le schéma adjectival est comme suit:

	Singulier		Pluriel
	Masch.	Fém.	
N.	*terno*	*terni*	*terne*
O.	*terne*	*terni*	*terne*

Ces désinences, on le remarque à première vue, répondent à celles des substantifs en *-o*, *-i*. Quelques rares thèmes correspondent à *daat-pheen* et restent invariables.

Enfin, les emprunts étrangers, comme dans les autres dialectes, sont ici l'objet d'un traitement un peu spécial, ainsi que le trahit la forme *fremdones*, oblique substantival de *fremdo* (étranger, de l'all. *fremd*). Nous trouvons de même *sakkones*, de *sakka*, chacun, etc.

Ces formes correspondent aux adjectifs empruntés de Sowa (cfr. *Die Mundart der slovakischen Zigeuner*, Gœttingue, 1887, p. 65): *cuzo* (étranger, du slovaque *cudzý*), *zeleno* (vert), etc. Sont ramenés également à cette déclinaison, en romani slovaque, *isto*, *samo*, et les numéraux: *jekhto*, etc.

Le comparatif ajoute *-ide* à la racine; le superlatif s'obtient en faisant précéder le comparatif du mot *koni*: Ex.: *terno*, *ternide*, *koni ternide*.

C'est ici qu'il appartient de dire un mot de l'adverbe, en tant que formé d'un adjectif. Il ajoute à la racine la terminaison de l'oblique substantival du masculin singulier *-es*, qui, dans notre dialecte, par l'effet d'une négligence phonétique dont nous avons vu des exemples déjà, devient parfois *-as*: Ex.: *baares*, *langχtas*.

Pronom. — *Personnels.*

En voici la déclinaison:

Singulier	N.	*me*	*tu*	*jou*	*joi*	—
	O.	*maan*	*tuut*	*les*	*la*	*pes*
	D.	*mange*	*tukke*	*leske*	*lakke*	*peske*
	L.	*manne*	*tutte*	*leste*	*latte*	*peste*
	A.	*mansa*	*tussa*, *tuha*	*lessa*, *leha*	*lassa*, *laha*	*pessa*, *peha*
	I.	*manna*	*tutta*	*lesta*	*latta*	*pesta*
Pluriel	N.	*ame*, *me*	*tume*	*joun*		—
	O.	*ameen*, *meen*	*tumeen*	*leen*		*peen*
	D.	*amenge*, *menge*	*tumenge*	*lenge*		*penge*
	L.	*amenne*, *menne*	*tumenne*	*lenne*		*penne*
	A.	*amensa*, *mensa*	*tumensa*	*lensa*		*pensa*
	I.	*amenna*, *menna*	*tumenna*	*lenna*		*penna*

Pes est le réfléchi (se, soi), il n'a donc pas de nominatif.

Ce que cette déclinaison, dans notre dialecte, offre de plus

caractéristique, c'est la voyelle longue à l'oblique, les cas qui en sont formés reprenant la brève (*maan*, *mange*, etc.).

Les adjectifs possessifs sont absolument réguliers. Les voici:

mo, *mi*, *me*;
maro, *mari*, *mare*;
to, *ti*, *te*;
tumaro, *tumari*, *tumare*;
lesko, *leski*, *leske*;
lakko, *lakki*, *lakke*;
lengo, *lengi*, *lenge*;
pesko, *peski*, *peske*;
pengo, *pengi*, *penge*.

Démonstratifs. — C'est là un des traits qui spécialisent le mieux les dialectes. Nos textes ne nous permettent guère de traiter ce chapitre *in extenso*, mais on peut affirmer, dans tous les cas, que les éléments originaux sont ici considérablement réduits.

Voici les pronoms:

		Singulier		Pluriel
		Masc.	Fém.	
1°	N.	*dauva*	*dauva*	*daala*
	O.	*daales*	*daala*	*daalen*
			etc.	
2°	N.	*douva*	*douva*	*doola*
	O.	*dooles*	*doola*	*doolen*
			etc.	
3°	N.	*kouva*	*kouva*	*koola*
	O.	*kooles*	*koola*	*koolen*
			etc.	

Les démonstratifs sont, en dialecte allemand: *káwa*, *dáwa*, *kówa*, *dówa*. Une de ces formes manque ici, et l'influence finnoise a altéré les autres (*a*, *o* sont devenus *au*, *ou*).

Excessivement rudimentaire semble être, par contre, le schéma de l'adjectif. Le voici, tel qu'on nous le fournit spécialement:

Singulier		Pluriel
Masc.	Fém.	
ado, *do*	*da*	*da*

Mais nous serions plus disposés à considérer *da* comme l'adjectif correspondant à *daura*, tandis que *do* répondrait à *douva*, *kouva*. Ces deux formes seraient respectivement uniques et invariables.

Dans l'un et l'autre cas, l'adjectif n'a plus rien de commun avec celui du romani allemand, lequel suit très régulièrement son substantif.

Interrogatifs et relatifs. — L'interrogatif est, pour les personnes:

koon (qui?), obl. *koones*, etc.;

au pluriel, *koone*, obl. *koonen*, etc.

Pour les choses, c'est:

so (quoi?), *sos*, *soske*, *soste*, *sossa*, *sosta*.

L'adjectif est *saavo* (quel, lequel?), *háwo* en romani allemand.

Koon sert de relatif, pour les choses comme pour les personnes.

So, comme relatif, signifie: ce qui, ce que.

Enfin, *saavo* remplace parfois *koon*, quoique, étant donnée la signification générale de ce dernier, il n'y ait guère nécessité d'y recourir.

Indéfinis. — Comme cette espèce de pronoms relève plus du lexique que de la grammaire, et qu'il est impossible d'établir des schémas généraux, nous préférons n'en rien dire.

Verbe. — Il est substantiellement, en romani finlandais, ce qu'il est dans les autres dialectes.

Voici l'auxiliaire:

Présent	Imparfait
som	*sommas*
sal	*sallas*
hin	*sas*
sam	*sammas*
san, *sen*	*sannas*, *sennas*
san, *sen*, *hin*	*sannas*, *sennas*, *sas*

L'imparfait a ici aussi un sens très général de passé. Les temps manquants sont suppléés par les correspondants du verbe *te vel* (venir, devenir, all. *werden*).

La conjugaison d'un verbe régulier, dans notre dialecte, embrasse :

1° un impératif;
2° un subjonctif présent ;
3° un indicatif présent-futur ;
4° un conditionnel ;
5° un parfait ;
6° un plus-que-parfait ;
7° un participe-passé.

L'ordre que nous adoptons est, comme on peut le constater celui de la formation des temps.

Pour nos textes, le présent de Thesleff est le subjonctif, tandis que son futur exprime en réalité, *ad libitum*, le présent ou le futur de l'indicatif. Cette théorie a toutes chances d'être la vraie, car elle est bien conforme à celle du romani allemand.

La forme en *-as* a désormais perdu son sens d'imparfait et ne fonctionne plus que comme conditionnel. Dès lors, l'imparfait est rendu par le parfait. Cette évolution est due, très probablement, à l'influence combinée du suédois et du finnois, langues qui ne distinguent pas les deux temps.

Quant au plus-que-parfait, comme dans tous les dialectes tziganes, c'est un temps exceptionnel, voire défectif (aux troisièmes personnes). D'après Thesleff, ce temps est un conditionnel passé; mais, plus encore que dans les autres dialectes, le conditionnel passé est sans doute moins ici une réalité qu'une convention de grammaire. Au reste, le conditionnel présent exprime aussi éventuellement le passé.

La conjugaison de *te vel* est la suivante (1):

Impératif

au

vas

ven

(1) Dans ce schéma et ceux qui suivent, nous recourons à Thesleff, mais seulement comme élément auxiliaire, et en prenant soin de réduire son orthographe à celle de nos textes.

Subj.	Prés.-Fut.	Condit.	Parfait	Plus-que-parfait
te vaa	*vaa*	*vaas*	*avjom, jom*	*avjommas, jommas*
te ves	*veha*	*vehas*	*avjal, jal*	*avjallas, jallas*
te vel	*vela*	*velas*	*avjas, jas, aulo* (*-i*)	(*aulo, auli*)
te vas	*vaha*	*vahas*	*avjam, jam*	*avjammas, jammas*
te ven	*vena*	*venas*	*avjan, avjen, jan, jen*	*avjannas. avjennas jannas, jennas*
te ven	*vena*	*venas*	*aune*	(*aune*)

Participe passé.

aulo (*-i, -e*); *auno* (*-i, -e*) (1).

Ce verbe sert encore, en principe, à exprimer le passif, bien que celui-ci soit plutôt rare, phénomène qui peut être attribué à l'influence du finnois, langue qui ne possède pas un passif au sens du nôtre.

Ex.: *te vaa diklo*, que je sois vu;
vaa diklo, je suis vu, je serai vu;
vaas diklo, je serais vu;
avjom diklo, je fus vu, j'étais vu, j'ai été vu;
avjommas diklo, j'avais été vu, j'aurais été vu;
etc.

Le passif se forme encore au moyen d'autres circonlocutions, selon les circonstances.

Enfin, le passif et le neutre possèdent un second participe passé, forme spéciale tombée en désuétude dans la plupart des dialectes, mais que l'on retrouve également en romani allemand: Ex.: *rakkimen* (dit), *föddimen* (né). Ce *-men* n'a rien à faire avec le *-māna* du participe moyen sanscrit, mais il remonte certainement à la conjugaison grecque (*-μένος* au participe parfait passif), ainsi que son caractère d'emprunt manifeste et son usage restreint suffiraient à l'établir.

Le schéma de *te vel* est, *mutatis mutandis*, celui des autres verbes; à titre complémentaire, nous donnons, d'après Thesleff, quelques formations verbales: *ab uno disce omnes*.

(1) La forme en *-no* est, dans son application large, propre à notre dialecte. En cas de concurrence, elle est presque exclusivement employée au pluriel, la forme du singulier étant celle en *-lo*, commune aux autres dialectes.

Te del (donner): *de, diiom, diilo* (*-i, -e*), *diino* (*-i, -e*);
te ǧaal (aller): *ǧaa, ǧeiom, ǧeelo, ǧeeno*;
te ǧaanel (savoir): *ǧaan, ǧaanidom, ǧaanlo*;
te lel (prendre): *le, liiom, liilo, liino*;
te merel (mourir): *mer, muiom, muulo, muuno*;
te peerel (tomber): *peer, peiom, peelo, peeno*;
te phurjuvel (vieillir): *phurju, phurjudom, phurjudiilo, phurjudiino, phurjimen*;
te souvel (dormir): *sou, souvidom* et *suutom, souvido* et *suuto, souvimen*;

etc.

Enfin, quelques autres parfaits, cueillis au hasard dans nos textes:

Roodidom, je cherchai; *kamjal*, tu as aimé; *liien*, vous avez pris; *trystadas*, elle enveloppa; *puχtas*, il interrogea; *föddidas*, elle mit au monde; *föddidiilo* (*hin*), il est né; *byrjadiilo*, il avait commencé; *rakkade*, ils disaient; *phelle*, ils dirent; *lahte*, ils trouvèrent; *hulle*, ils entendirent; *ǧaanede* (au lieu de *ǧaanle*), ils savaient; etc., etc.

*
* *

En conclusion, nous reproduisons ici le *Pater*, tel que le donne le *Kiertolainen*, sans y apporter autre chose que quelques corrections indispensables et d'ailleurs minimes. Ce texte suivi, qu'il est facile d'interpréter avec l'aide de ce qui précède, achèvera de donner au lecteur une idée du romani finlandais.

Maro Daat, koon sal are deulenne, kurkimen mo vel to nau, neer mo vel to vollako boliba, mo pherjuvel to kammiba jakkes praalo phuu sar are deulenne, de menge da diives maro sakko divisesko maaro, ta de prossiba mare uuhliba, jakkes sar me ka daha prossiba lenge, koonen hin uuhliba menge, ma iye meen aro kvinniba, bi muk meen nikki katto grehhena, dooleske tiiro hin volla, ǧoor ta patti katto tiia are tiienne. Amen.

Bruxelles, 15 février 1911.

Relazione sulla Memoria del Dr. Cesare Travaglio, intitolata: *La vera conoscenza secondo Plotino.*

Egregi Colleghi,

Nella dissertazione su cui abbiamo l'onore di riferire a questa R. Accademia il Dr. Cesare Travaglio si propone di esaminare la teoria della vera conoscenza secondo Plotino. Il giovane autore ha studiato accuratamente e direttamente il testo delle Enneadi, e può dirsi che in generale è riuscito a penetrare nello spirito della dottrina gnoseologica plotiniana. Egli si è trattenuto in primo luogo intorno al sensibile mettendone in luce i tre fattori gnoseologici secondo il pensiero di quel filosofo, *τὰ ἔξω, ἡ ψυχή, τὸ τρίτον πεισόμενον*. Poi ha studiato la teoria dell'intelligibile: dove Plotino, seguendo le orme di Platone, afferma la esistenza di un *κόσμος νοητός* e asserisce che, come del mondo sensibile abbiamo notizia per mezzo del senso nel fatto dell'*αἴσθησις*, così del *κόσμος νοητός* per mezzo dell'intelletto (*νοῦς*). Ma mentre l'anima (*ψυχή*) è parte essenziale di noi, è assolutamente nostra, non è lo stesso del *νοῦς*, il quale si presenta come un ospite passeggero che viene di quando in quando a visitarci e che sempre è indipendente dalle nostre affezioni. Dopo aver discorso dell'intelligibile passa il Dr. Travaglio a discorrere del Divino: cioè, secondo la dottrina plotiniana, dell'archetipo del cosmo, che tutta la realtà in sè contiene nella sua perenne esistenza: il vero ed assoluto *πρῶτον*. Il Divino così delineato si appercepisce secondo Plotino per mezzo della *ἔκστασις*, cioè non mercè l'attività di una potenza razionale e discorsiva, ma con una diretta intuizione. A questa si eleva l'anima quando con l'aiuto del *νοῦς* si discioglie da tutti i vincoli che la tenevano legata alla materia.

Questa dottrina non soltanto è lucidamente ed ampiamente esposta dal Travaglio: ma egli si sofferma a cercarne le relazioni con altre dottrine: in particolare quelle di somiglianza e derivazione con le dottrine platoniche e quelle di opposizione con le dottrine scettiche. Sarebbe stato forse desiderabile che egli

avesse approfondito anche le relazioni tra Plotino e lo gnosticismo; cosa tanto più opportuna ora in quanto sono molto aumentati i materiali di cui disponiamo per la conoscenza delle varie forme di quest'ultima dottrina. Pel resto il giovane autore si mostra sufficientemente informato di tutta la letteratura attinente all'argomento: e sa in massima opportunamente giovarsene, nonostante che preferisca sempre la ricerca diretta sui testi. Pertanto, tenuto anche conto del fatto che negli ultimi tempi (salvo qualche onorevole eccezione) si son poco occupati di Plotino gli studiosi italiani, i quali pure nelle ricerche plotiniane avevano, specie con Marsilio Ficino, stampato una orma gloriosissima, ci sembra che il lavoro del giovane autore meriti approvazione e incoraggiamento e possa essere inserito nelle memorie accademiche.

Gaetano De Sanctis
Pasquale d'Ercole, *relatore.*

L'Accademico Segretario
Gaetano De Sanctis.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 2 Aprile 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO LORENZO CAMERANO
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA.

Sono presenti i Soci: Naccari, Direttore della Classe, Salvadori, D'Ovidio, Spezia, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Parona, Grassi, Fusari e Segre, Segretario. — Scusa l'assenza il Socio Somigliana.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Il Presidente presenta le seguenti pubblicazioni inviate in omaggio all'Accademia: 1° *Rapport sur les travaux du bureau central de l'Association géodésique internationale en 1910 et programme des travaux pour l'exercice de 1911*, dal Socio straniero Helmert; 2° *Pubblicazioni di G. Körner raccolte ed ordinate in occasione del 50° anniversario della sua laurea*, dal Socio corrispondente Körner; 3° *Les minéraux radioactifs du Madagascar*, dal Socio corrispondente Lacroix.

Il Socio Guidi presenta, per l'inserzione negli *Atti*, una Nota di F. Giolitti e F. Carnevali, *Sulla cementazione degli acciai al cromo.*

LETTURE

Sulla cementazione degli acciai al cromo.

Nota di F. GIOLITTI e F. CARNEVALI

(Con 1 Tavola).

In una Nota pubblicata circa un mese addietro (*) abbiamo riferito i risultati di una serie di ricerche sulla cementazione degli acciai a vario tenore di nichelio mediante due cementi " tipici ", dimostrando come la determinazione delle curve rappresentanti le variazioni della concentrazione del carbonio negli strati successivi delle zone cementate, non solo fornisca dati di notevole interesse pratico per la cementazione industriale di questi importanti acciai speciali, ma permetta anche di trarre alcune conseguenze intorno alla costituzione degli acciai stessi.

Nella presente Nota riferiamo i risultati di alcune ricerche eseguite — con criterî analoghi alle precedenti — sopra un acciaio al cromo.

L'acciaio al cromo che ci servì per queste esperienze, ci fu ancora fornito gentilmente dal sig. Paul Girod. Tale acciaio — fabbricato al forno elettrico Girod — aveva la seguente composizione:

Cromo	2,33 %
Carbonio	0,41 %
Silicio	0,15 %
Manganese	1,02 %

più tracce di zolfo e di fosforo.

Sottoponemmo il metallo — sotto la forma dei soliti cilindretti di 10 mm. di diametro per 100 mm. di lunghezza — all'azione carburante di tre diversi " cementi ". I primi due — l'etilene e l'ossido di carbonio, puri — sono gli stessi che ave-

(*) F. Giolitti e F. Carnevali, *Sulla cementazione degli acciai al nichelio.* (Questi Rendiconti).

vamo già adoperati nelle precedenti ricerche sulla cementazione degli acciai al nichelio: come quelli che abbiamo altra volta dimostrato fornire zone cementate appartenenti a due *tipi* distinti fondamentali. Il terzo cemento adoperato è il cemento " misto „ risultante dall'azione contemporanea dell'ossido di carbonio (o dell'anidride carbonica) e del carbone. Abbiamo già dimostrato in precedenti pubblicazioni (*) come tale cemento — la cui azione carburante caratteristica è dovuta ancora esclusivamente all'azione specifica dell'ossido di carbonio — permetta di ottenere risultati di notevole importanza pratica: così che abbiamo ritenuto interessante esaminare con precisione lo speciale modo di agire di questo cemento sull'acciaio al cromo.

Sia per l'esecuzione delle cementazioni come per la determinazione del carbonio negli strati successivi (dello spessore di 0,2 mm.) delle zone cementate seguimmo esattamente gli stessi metodi sperimentali che abbiamo già descritti nelle varie Note precedenti.

Riferiamo, quindi, senz'altro i risultati delle nostre esperienze, raccogliendoli in tre serie, comprendenti ciascuna delle cementazioni eseguite mediante lo stesso cemento.

Iª Serie (Etilene).

a) Cementazione di cinque ore a 950°, *con litri* 8,2 *di etilene* (Fig. 1) (**).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio %		
		1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	1,41	1,39	1,40
3	0,6	1,08	0,98	1,03
5	1,0	0,93	0,93	0,93
7	1,4	0,70	0,71	0,705
11	2,2	0,40	0,42	0,41

(*) V. questi Rendiconti, 1910.

(**) La linea orizzontale tracciata in ogni diagramma corrisponde alla concentrazione iniziale del carbonio nell'acciaio sottoposto alla cementazione.

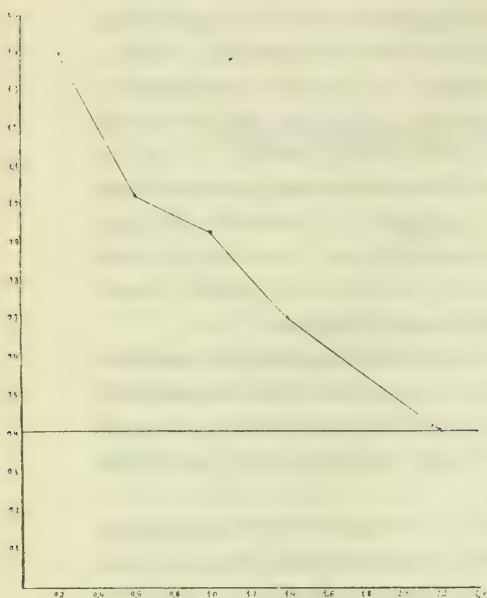



Fig. 1 (Iª Serie - *a*).

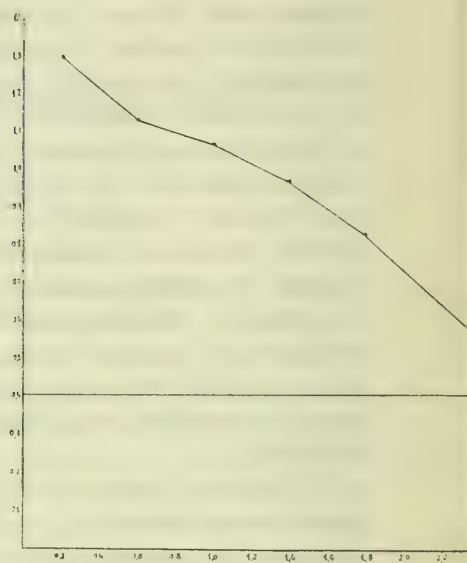



Fig. 2 (Iª Serie - *b*).

b) Cementazione di cinque ore a 1050°, *con litri* 7,2 *di etilene* (Fig. 2).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio %		
		1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	1,26	1,34	1,30
3	0,6	1,08	1,19	1,135
5	1,0	1,10	1,04	1,07
7	1,4	0,98	0,96	0,97
9	1,8	0,83	0,83	0,83
12	2,4	0,57	0,55	0,56

II[a] Serie (Ossido di carbonio).

a) Cementazione di cinque ore a 950°, *con litri* 12 *di ossido di carbonio* (Fig. 3).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio %		
		1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	0,56	0,52	0,54
3	0,6	0,62	0,59	0,605
5	1,0	0,57	0,60	0,585
8	1,6	0,50	0,50	0,50
11	2,2	0,47	0,52	0,495

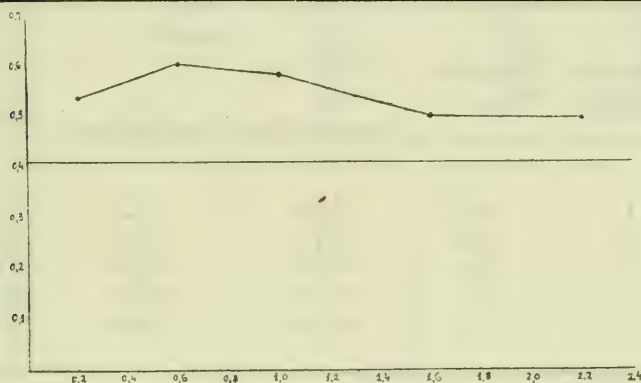



Fig. 3 (II[a] Serie - *a*).

b) Cementazione di cinque ore a 1050°, *con litri* 11 *di ossido di carbonio* (Fig. 4).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio %		
		1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	0,54	0,50	0,52
3	0,6	0,43	0,45	0,44
5	1,0	0,43	0,42	0,425
8	1,6	0.43	0.46	0,445
11	2.2	0,40	0,46	0,43

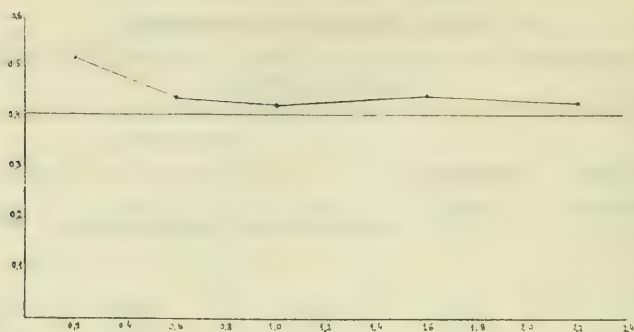



Fig. 4 (IIª Serie - *b*).

IIIª Serie (Carbone e anidride carbonica).

a) Cementazione di due ore a 1000°, *con tre litri di anidride carbonica* (Fig. 5).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio %		
		1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	0,80	0,82	0,81
3	0,6	0,78	0,82	0,80
5	1,0	0,65	0,70	0,675
7	1,4	0,495	0,59	0,545
9	1,8	0,50	0,48	0,49

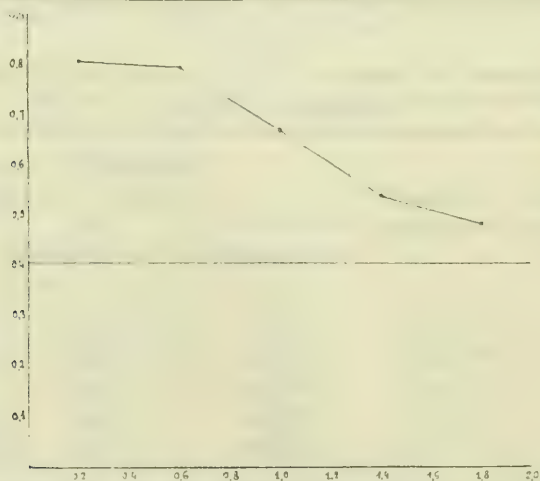



Fig. 5 (IIIª Serie - *a*).

b) Cementazione di due ore a 1100°. *con tre litri di anidride carbonica* (Fig. 6).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio %		
		1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	0,84	0,87	0,855
3	0,6	0,93	0,89	0,91
5	1,0	0,75	0,85	0,80
7	1,4	0,70	0,75	0,725
9	1,8	0,66	0,61	0,635
11	2,2	0,54	0,60	0,57

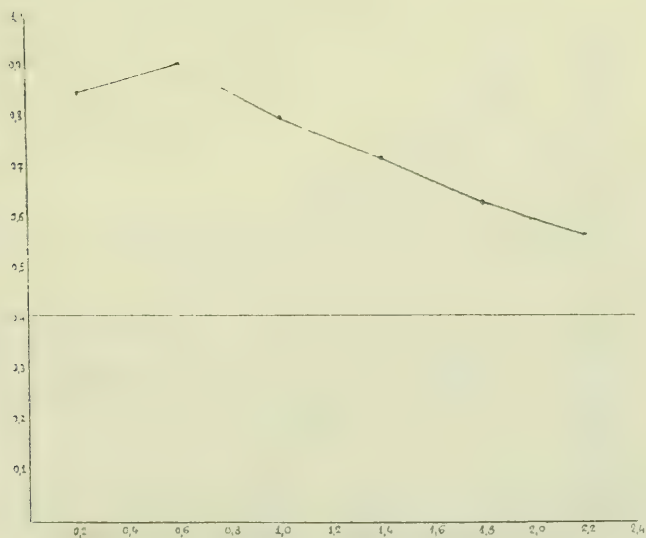



Fig. 6 (IIIª Serie - *b*).

c) Cementazione di cinque ore a 1000°, *con otto litri di anidride carbonica* (Fig. 7).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio %		
		1ª Determinazione	2ª Determinazione	Media
1	0,2	1,21	1,24	1,225
3	0,6	1,21	1,10	1,155
5	1,0	1,00	1,05	1,025
6	1,2	0,92	—	0,92
7	1,4	0,86	0,87	0.865
9	1,8	0,79	0,70	0,745
13	2,6	0,50	0,50	0,50

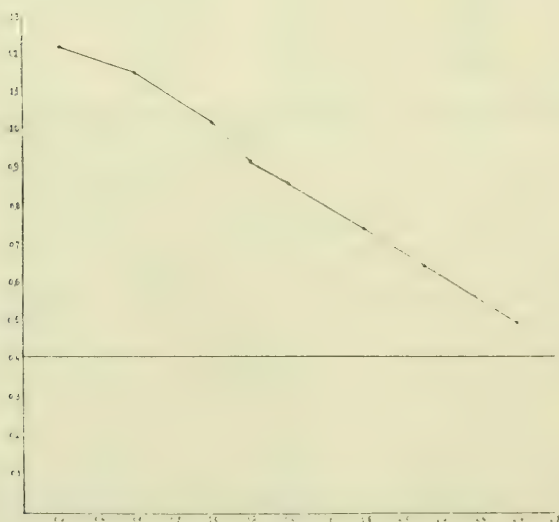



Fig. 7 (IIIª Serie - *c*).

d) Cementazione di cinque ore a 1100°, *con otto litri di anidride carbonica* (Fig. 8).

N.° d'ordine dello strato	Profondità (mm.)	Carbonio %: 1ª Determinazione	Carbonio %: 2ª Determinazione	Carbonio %: Media
1	0,2	1,06	1,13	1,095
3	0.6	1.12	1.13	1,125
5	1,0	1.24	1,19	1,215
7	1.4	0,97	1,11	1,04
9	1,8	1,00	0,95	0.98
11	2.2	0.87	0.83	0.85
13	2,6	0,79	0,70	0,745
15	3,0	0,64	0,62	0,63

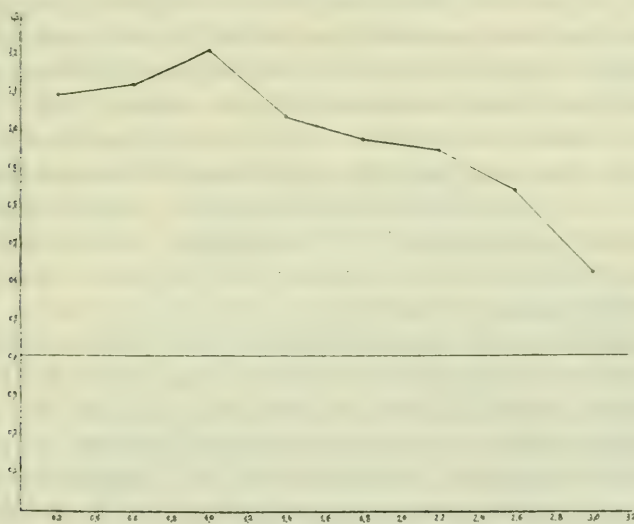



Fig. 8 (IIIª Serie - *d*).

In base all'esame dei dati contenuti nelle tabelle precedenti, e dal confronto di essi coi dati — da noi già pubblicati in altre Note — relativi alle zone cementate ottenute operando nelle identiche condizioni sopra gli ordinarî acciai al carbonio, si pos-

sono dedurre alcune considerazioni interessanti, sia intorno all'andamento caratteristico del processo della cementazione nell'acciaio al cromo esaminato, sia intorno alle variazioni della struttura dell' acciaio stesso col variare del suo tenore di carbonio. Contrariamente a quanto facemmo per gli acciai al nichelio, ci limitiamo per ora strettamente al primo ordine di considerazioni.

Per quanto riguarda la microstruttura dei prodotti ottenuti, riproduciamo (a titolo di semplice constatazione) nelle Figg. 9 e 10 (V. la tavola unita) la struttura degli orli esterni delle sezioni (normali all'asse) dei cilindretti cementati nelle esperienze *a* (Fig. 9) e *b* (Fig. 10) della serie prima (*). La struttura caratteristica del carburo appare ivi molto evidente, sopra tutto nei punti nei quali la concentrazione del carbonio è più elevata: così all'orlo esterno del cilindretto riprodotto nella Fig. 9, ove la concentrazione del carbonio supera l'1,4 % (V. la prima tabella e il diagramma della Fig. 1).

La più notevole delle conclusioni di interesse pratico che possono trarsi dai risultati sperimentali riferiti nelle pagine precedenti è la seguente: anche agendo sopra l'acciaio al cromo adoperato nelle nostre esperienze, i tre cementi " tipici „ che abbiamo esaminati conservano il loro modo di agire caratteristico, che abbiamo altra volta dimostrato differenziare profondamente i risultati che si ottengono col loro impiego nella cementazione degli acciai al carbonio; sopra tutto per quanto concerne la concentrazione massima e la distribuzione del carbonio nelle zone cementate.

Infatti dai dati numerici contenuti nelle nostre tabelle, e — più chiaramente ancora — dagli otto diagrammi ad esse corrispondenti, risulta evidente la completa analogia fra le caratteristiche delle zone cementate ottenute operando sul nostro acciaio al cromo nelle varie condizioni di temperatura, di durata,... ecc., con ciascuno dei tre cementi tipici, e quelle delle zone ottenute operando sugli acciai al carbonio nelle stesse condizioni e cogli stessi cementi (V. le Note precedenti).

(*) Ingrandimento: 75 diam. — Attacco colla soluzione alcoolica di acido picrico al 4 %.

Non riteniamo, quindi, necessario ripetere qui la descrizione particolareggiata delle caratteristiche delle zone ottenute coi cementi di ciascuno dei tre " tipi „, e tanto meno ritornare sulle spiegazioni teoriche di tali caratteristiche; spiegazioni già dettagliatamente esposte e discusse nelle Note precedenti, pel caso degli acciai al carbonio. Tali spiegazioni si applicano identicamente al caso dell'acciaio al cromo: nel qual caso variano soltanto i valori assoluti delle concentrazioni del carbonio ottenute coi singoli cementi in determinate condizioni.

La sola differenza notevole è quella che si presenta nelle cementazioni a 1000° e 1100° C. col carbone e l'ossido di carbonio, quando se ne spinge la durata a cinque ore. Infatti, in questi casi, nell'acciaio al cromo compare già nettamente la zona esterna a carburo primario, mentre, operando collo stesso cemento e nelle stesse condizioni di temperatura cogli acciai al carbonio, la zona ipereutectica non compare se non quando la cementazione è protratta molto più a lungo, e la zona cementata è molto più profonda.

In generale — e ciò ha molto interesse per la pratica — si osserva nettamente che la presenza del cromo tende a dar luogo ad un aumento della concentrazione massima del carbonio nelle zone cementate, quando si prenda come base il valore che tale concentrazione raggiunge negli acciai al carbonio sottoposti alla cementazione nelle identiche condizioni.

Riassumendo — dunque — le conclusioni pratiche risultanti dalle nuove ricerche sperimentali riferite nella presente Nota, possiamo dire che nella cementazione di un acciaio al cromo del tipo di quello che abbiamo esaminato, l'applicazione razionale dei tre " tipi „ di cementi da noi studiati permette di ottenere — per quanto riguarda la limitazione della concentrazione e la distribuzione del carbonio nelle zone cementate — risultati analoghi a quelli di notevole importanza tecnica che abbiamo dimostrato potersi ottenere nella cementazione degli acciai al carbonio. Inoltre, le norme generali per ottenere un dato risultato operando sopra un acciaio al cromo di composizione determinata, risultano — dalle nostre esperienze qui riferite — perfettamente analoghe a quelle valide per gli acciai al carbonio: se non che bisogna apportare in esse una modificazione " *quantitativa* „ dipendente dalla composizione dell'acciaio al cromo

adoperato. L'entità di tale modificazione deve essere, naturalmente, determinata sperimentalmente caso per caso: ma le nostre esperienze mostrano che il loro " senso „ deve essere quello di compensare l'*aumento* della concentrazione del carbonio dovuto all'azione specifica del cromo.

Così — per citare un esempio pratico risultante direttamente dai dati sperimentali sopra riferiti — l'applicazione del nostro cemento " misto „ ($C + CO_2$) alla cementazione dell'acciaio al cromo al 2,33 °/₀ di cromo e al 0,41 °/₀ di carbonio, permette di mantenere la concentrazione massima del carbonio in limiti prossimi a quelli che essa raggiungerebbe in un acciaio al carbonio, solo nel caso in cui la zona cementata non superi uno spessore di circa 2 mm. (V. le esperienze *a* e *b* della serie 3ª e i diagrammi delle Figg. 5 e 6). — Quando, invece, la cementazione è prolungata fino ad ottenere zone cementate di spessore superiore ai 3 mm. circa (V. le esperienze *c* e *d* della serie 3ª e i diagrammi delle Figg. 7 e 8) la concentrazione massima del carbonio nella zona cementata ottenuta coll'acciaio al cromo supera notevolmente quella che si otterrebbe con un acciaio al carbonio, operando nelle identiche condizioni (V. le Note precedenti). Così che, volendo *ridurre* quella concentrazione al valore di questa, sarà necessario modificare le condizioni della cementazione nel senso opportuno, risultante dalle norme esposte dettagliatamente nelle nostre Note precedenti: ad esempio, completando la cementazione con una ricottura in atmosfera di ossido di carbonio.

Laboratorio di Chimica Metallurgica e Metallografia del R. Politecnico di Torino, Aprile 1911.

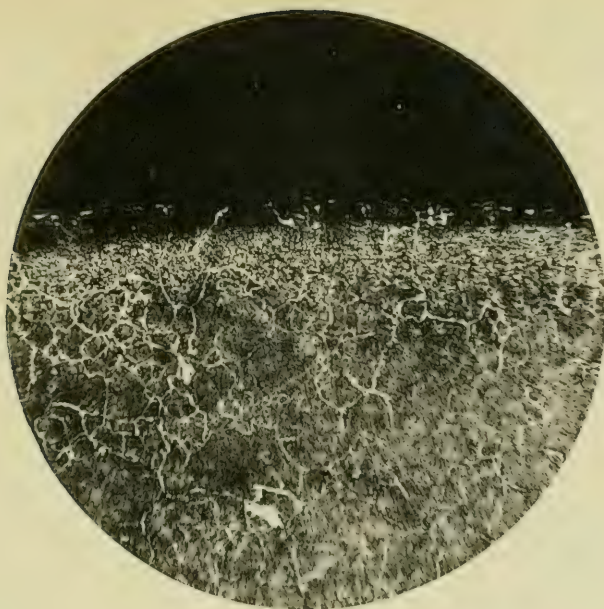
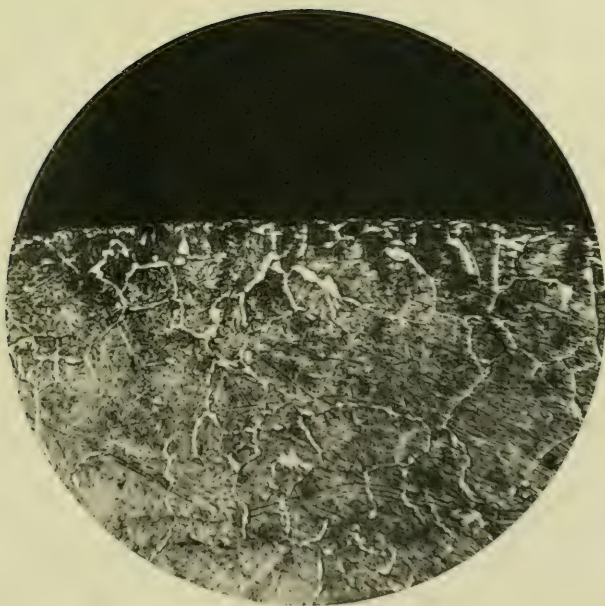
L'Accademico Segretario
CORRADO SEGRE.

Fig. 9

Fig. 10

Off Fototecnica Ing G Molfese Torino

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 9 Aprile 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE BARONE ANTONIO MANNO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: Rossi, Allievo, Renier, Ruffini, Stampini, D'Ercole, Brondi, Einaudi e De Sanctis Segretario. — È scusata l'assenza dei Soci Boselli, Presidente dell'Accademia e Sforza.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 26 marzo 1911.

Si partecipa la morte del Socio corrispondente Rodolfo Dareste, membro dell'Istituto di Francia, avvenuta il 24 marzo passato. La presidenza espresse alla famiglia dell'illustre giurista le condoglianze dell'Accademia.

Il Socio D'Ercole offre un suo scritto dal titolo: *La " questione didattico-universitaria „ proposta e risolta da un hegeliano sessant'anni fa* (Estr. dalla " Rivista pedagogica „, An. IV), Modena, Formiggini, 1911.

Il Socio Ruffini presenta per gli *Atti* una nota del Socio corrispondente prof. Federico Patetta, intitolata: *Il preteso epitaffio di Ugo Visconte morto nella spedizione dell'anno 1087 contro i pirati saraceni di Mehdia.*

Pure per gli *Atti* il Socio De Sanctis, offre un saggio del Dr. Giuseppe Corradi, intitolato: *Di Seleuco I e della quistione della Celesiria*, e un breve studio del Dr. Luigi Pareti: *Per la storia di alcune dinastie greche nell'Asia Minore.*

LETTURE

Il preteso epitaffio di Ugo Visconte morto nella spedizione dell'anno 1087 contro i pirati saraceni di Mehdia.

Nota del Socio corrispondente FEDERICO PATETTA.

1. Nella spedizione dell'anno 1087 contro l'emiro Tamin, finita vittoriosamente colla presa delle due città di Mehdia e Zawila (*Madia*, *Sibilia*), i Pisani perdettero uno dei loro capi, il visconte Ugo, morto combattendo valorosamente e dopo aver fatto strage di Saraceni.

Il sincrono autore anonimo del carme, che celebra codesta spedizione (1), ci fa sapere che i Pisani non vollero abbandonare il cadavere del loro eroe in terra d'infedeli, ma che lo imbalsamarono e lo trasportarono in patria, perchè la madre e la moglie avessero la triste consolazione di rivedere *quoquomodo* il loro caro, e perchè riposasse poi nel sepolcro dei suoi padri, con un epitaffio che ne perpetuasse la memoria e il rimpianto:

" Pisani nobiles ponent in sepulcrum patrium:
Te Italia plorabit legens epitaphium ".

Il signor Pio Pecchiai, il quale, in un suo opuscolo (2) edito in occasione del varo dell'incrociatore corazzato " *Pisa* " avvenuto il 15 settembre 1907, ripubblicò il carme e ne tentò la

(1) Sul carme e sulle edizioni, che ne possediamo, cfr. il mio scritto: *Studi storici e note sopra alcune iscrizioni medievali* (" Estr. dalle *Memorie* della R. Accademia di Modena ", S. III, vol. VIII), Modena, 1907, pp. 146, n. 4; 195 e segg.; 391-392. Alle edizioni ivi indicate si aggiunga quella del Pecchiai, di cui dirò fra poco.

(2) *Gloriosa Pisa. Note storiche*, Roma, 1907.

traduzione (1), si lusingò d'aver trovato un frammento dell'epitaffio d'Ugo fra i marmi di cui è ricco il Camposanto pisano.

Scrive egli, a pag. 40, che il frammento è “ scolpito sur un marmo rotto in più pezzi, di cui uno mancante nel mezzo, rabberciato alla meglio, e non sappiamo con quanta attenzione, con cemento, e collocato nel Camposanto nostro in tempi relativamente moderni, non recando alcun numero e non trovandosi menzionato nei cataloghi a stampa „.

“ Ne riproduciamo „ continua il Pecchiai “ quanto credemmo poterne decifrare:

“ UGO [*vicecomes?*] PISARUM NOBILIS DOMINVS .....
OSVEM (?) ..... O SUB ISTA TUMBA TEGIT .....
CONIUGI [*annos?*] X CUM CONIUGE (?) VIXIT .....
ILLA PER ..... REDDIDIT INDE VICES .....
FORTES ..... O FUERAT GENS IMPIA SOLE .....
QUAM ..... NUMINA (?) SACRA IUBENT .....
PISARUM ..... IAM MISSUS AD ISTA .....
IN TERRA (?) ..... VIT IUVENEM .....
ISTE FUIT ..... *c*]ONSILIUS GRAVIORA .....
SENSU L ..... *c*]ONSILIOVE FUIT .....
TEMPORIBUS ..... ENIS SEDERAT PROBITATES .....
FRENA IUVENTUTIS DE PROBITATE FERENS .....
PECTORIS AUDACIS SIBI LAUDIS ARMIS .....
MISERAT HISPANOS MORTIS IN ORA TE .....
DEIECIT MAUROS GLADIOQUE FURENTE PER .....
CAPTORUMQUE DUCUM COLLA SUPERBA TRA[*xit?*] .....

(1) Non si può dire davvero che il tentativo sia riuscito molto bene. Così, per esempio, fin dai primi versi il Pecchiai riferisce al popolo pisano ciò che il poeta scrisse di Gedeone, traducendo: “ Questo [popolo di Pisa] mosse alla battaglia con tube e con fanali, non armi e non scudi recò in mezzo ... „; e poco dopo, frantendendo affatto un'evidente reminiscenza Oraziana, rende il verso:

“ Et constrinxit omnes ventos preter solum Iapiga „

colle parole: “ rinchiuse tutti i venti oltre il suolo di Iapiga „. Del resto prima di tentare la traduzione sarebbe stato necessario fissare criticamente il testo, molto corrotto, collazionando di nuovo l'unico codice che ce lo ha conservato, cioè il ms. 3095 della biblioteca di Bruxelles.

TEMPORE QUO GEMINI TOLERANT IN CENI (?).....
ET MENSIS MEDIA PARTE REMISSUS I.....
TUNC PREDICTUS UGO SUB TERORI (?).....
PERPETUO VIVENS IN VITA PER..... „.

“ Il pezzo mancante nelle prime undici linee „ (osserva il Pecchiai) “ e una raschiatura o corrosione che deteriorò il marmo dal lato destro in tutto il senso dell'altezza, per la quale nessuna linea può dirsi terminata, c'impediscono di ricostruire anche approssimativamente questo importante epitaffio. Ma l'esservi chiaramente nominato un Ugo “ Pisarum nobilis dominus „ che non par vivere più di dieci anni con la sposa, e ch'era giovine e che aveva combattuto spagnuoli e mauri, cioè arabi, tutto questo ci sembra sufficiente a ispirare il sospetto che vi si voglia parlare del giovine eroe con tanto affetto e con tanta ammirazione ricordato dal bardo nazionale che la bella impresa di Mehedia e di Zawilah celebrò in versi rudi, ma efficaci e caldi d'amor patrio „.

Aggiunge ancora lo stesso editore in nota: “ Il marmo ov'è scolpito, crediamo, l'epitaffio di Ugo visconte manca probabilmente d'una intiera metà nel senso dell'altezza: di fatto il quadrangolo rimastoci ha lo spigolo sinistro accuratamente smussato, mentre il destro non lo è. L'epitaffio dunque, composto di due lastre di marmo, dovette forse coprire un sarcofago disgraziatamente perduto, o confuso tra i molti senza distintivo del Camposanto medesimo „.

2. Fin qui il Pecchiai; il quale, spero, non s'avrà a male, che, per la verità e in vantaggio degli studi di storia pisana, io prenda a dimostrare che la sua lettura dell'iscrizione va corretta in molti luoghi; che le lacune sono molto meno estese di quanto egli abbia creduto e che vi si può in gran parte supplire con congetture assai probabili; che l'epitaffio è metrico, cioè consta di dieci distici; che, infine, esso non può in nessun modo riferirsi al visconte Ugo, morto nella spedizione contro Tamîn, ma che concerne invece un altro Ugo, il quale prese probabilmente parte alla guerra Balearica del 1113-1115, tornandone però incolume per morire non molto dopo in patria, in età ancor giovanile, ma di morte naturale.

Premetto la descrizione della lapide, dalla quale risulterà quali siano le parti effettivamente mancanti.

Il marmo, su cui è scolpito l'epitaffio, misura circa 84 centimetri in altezza e 62 in lunghezza, ed ha lo spessore di circa cinque centimetri e mezzo. È rotto in tre pezzi e mancante nel mezzo, certo da non molto tempo, di un quarto pezzo, che dovrebbe esser chiuso fra gli altri e che misurava circa 22 centimetri di larghezza massima per 51 d'altezza.

All'infuori di codesta mancanza, il marmo è bensì corroso a destra, probabilmente per esser stato a lungo esposto all'azione delle acque piovane, ma è completo. Che il margine destro sia tuttora quadrangolare, mentre il sinistro, come osservò il Pecchiai, fu " accuratamente smussato ", dipende senza dubbio dal modo con cui il marmo fu messo in opera prima di ricevere l'attuale collocazione nel Camposanto pisano; lo smusso cioè dev'essere stato fatto quando la lapide, rimossa dalla tomba alla quale apparteneva, venne usata come una lastra qualsiasi. Essa allora fu certo collocata orizzontalmente, coll'iscrizione volta in alto e scoperta; e dovette probabilmente far parte di qualche lastrico, che si voleva proteggere dall'infiltrazione delle acque, poichè una piccola fenditura, che cominciava a farsi nella lapide, venne accuratamente riempita, forse non molti anni or sono, con una mistura durissima, fatta, credo, di piombo e zolfo liquefatti. Una striscia di codesta mistura divide infatti perpendicolarmente la lapide, quasi per metà; e sarebbe bene che, possibilmente, fosse tolta, perchè copre parecchie lettere dell'iscrizione.

Ecco ora quest'iscrizione com'io la lessi e coi supplementi, che mi sembrano più probabili. Le lettere coperte dalla mistura, le quali o si riconoscono tuttora o si possono supplire con tutta certezza, sono stampate in corsivo; mentre i veri supplementi congetturali, parimenti in corsivo, sono per di più chiusi fra parentesi quadre.

" ✠ VGO [*maiorum*] PISAR*um* NOBILIS VNVS
QVEM [*nunc defunctum*] SVBD*i*TA TVBA TEGIT
CONIVGI[*o fidus feli*]X CV̄ CONIVGE VIXIT
ILLA Ꝓ[*equatas*] REDD*i*DIT INDE VICES
5. FORTE S[*ub occidu*]O FVE*r*AT GENS IMPIA SOLE

QVAM [*mundo evell*]I NVMINA SACRA IVBENT
PISARV̄ [*populus vindic*]TĀ MISSVS AD ISTAM
INTER [*ductores hunc hab*]VIT IVVENEM
ISTE FV[*it iuvenis quo*] NVLLVS GRATIOR A[*lter*]
10. SENSV [*doctrina c*]ONSILIOVE FVIT
TEMPORIBU[*s iuv*]ENIS SED ERAT ꝓBITATE S[*enili*]
FRENA IVVENTV[*ti*] DE PROBITATE FERENS
PECTORIS AVDACIS SIBI LAVDES ARMA[*que querens*]
MISERAT HISPANOS MORTIS IN ORA TE[*nus*]
15. DEIECIT MAVROS GLADIOQ' FVRENTE P[*emit*]
CAPTORV̄Q; DVCV̄ COLLA SVꝑBA TRA[*hit*]
TĒPORE QVO GEMINI TOLERANT INC[*endia solis*]
ET MENSIS MEDIA PARTE REMISSVS [*abit*]
TC̄ PREDICTVS VGO SUB [*tempore desiit esse*]
20. ꝑPETVO VIVENS NVLLA PERICLA [*timet*] „.

Sciogliendo le poche abbreviazioni e aggiungendo la punteggiatura, avremo dunque i seguenti distici:

“ ✠ Ugo, [*maiorum*] Pisarum nobilis unus,
Quem [*nunc defunctum*] subdita tumba tegit,
Coniugi[*o fidus feli*]x cum coniuge vixit:
Illa per[*equatas*] reddidit inde vices.
5. Forte s[*ub occidu*]o fuerat gens impia sole,
Quam [*mundo evell*]i numina sacra iubent.
Pisarum [*populus vindic*]tam missus ad istam
Inter [*ductores hunc hab*]uit iuvenem.
Iste fu[*it iuvenis, quo*] nullus gratior a[*lter*]
10. Sensu [*doctrina c*]onsiliove fuit.
Temporibu[*s iuv*]enis, sed erat probitate s[*enili*],
Frena iuventu[*ti*] de probitate ferens.
Pectoris audacis sibi laudes arma[*que querens*],
Miserat Hispanos mortis in ora te[*nus*]:
15. Deiecit Mauros gladioque furente per[*emit*],
Captorumque ducum colla superba tra[*hit*].
Tempore, quo Gemini tolerant inc[*endia solis*],
Et mensis media parte remissus [*abit*],
Tunc predictus Ugo sub [*tempore desiit esse*];
20. Perpetuo vivens nulla pericla [*timet*].

3. Aggiungerò alcune osservazioni per illustrare il testo e dar ragione dei supplementi proposti. Noto però, prima d'ogni altra cosa, che basta la semplice lettura a mostrar infondata l'ipotesi del Pecchiai, che riferì l'epitaffio al visconte Ugo, già ricordato. Questi infatti, come risulta indubbiamente dal carme che ne racconta la morte (1), cadde, o il 6 agosto, giorno di S. Sisto, o subito dopo tale giorno; mentre invece l'Ugo, di cui parla l'epitaffio, morì quando il sole era nel segno dei Gemelli, e il mese, alleggerito d'una metà, tendeva verso la fine; ossia, probabilmente, fra il 21 e il 31 maggio (2). Oltre a ciò l'epitaffio non parla affatto di morte sul campo di battaglia, o almeno durante una spedizione guerresca; anzi sembra accennare al ritorno trionfale del vincitore, che si trae dietro i prigionieri nemici incatenati. L'assieme poi dell'iscrizione conviene benissimo a un personaggio, il quale sia stato fra i capi della spedizione Balearica, poichè con siffatta ipotesi s'accordano, come si vedrà meglio in seguito, e la data paleograficamente probabile della lapide, e l'accenno alla guerra di sterminio voluta da Dio, ossia ad una vera crociata, e il ricordo degli Ispani e dei Mauri, e quello dei *duci* nemici tratti prigionieri, che si spiegherebbe meno bene se si trattasse della spedizione contro Tamin, venuto a patti coi Pisani, ma non caduto mai in loro potere, e specialmente se si trattasse proprio del visconte Ugo morto prima che i Pisani riuscissero vincitori.

La guerra Balearica è minutamente narrata nel *Liber Maiolichinus*, prezioso poema sincrono, ripubblicato, non molti anni or

(1) Verso 89 e segg.:

" Hoc fuit antiquum festum sancti Xisti nobile,
Quo sunt semper Pisanorum de celo victorie "

ecc. Cfr. i miei *Studi storici* cit., pp. 199-200.

(2) L'accenno ai Gemelli fissa la data della morte di Ugo fra il 21 maggio e il 21 giugno. Resta poi esclusa la prima quindicina di giugno; cosicchè abbiamo la scelta fra due brevi periodi di tempo, cioè del 21 al 31 maggio e del 16 al 21 giugno. Ora mi pare che il primo periodo sia da preferirsi, specialmente se si accetta il mio supplemento *abit*. Di iscrizioni quasi contemporanee alla pisana, contenenti date espresse col riferimento ai segni dello zodiaco, mi sono occupato a lungo nei citati *Studi storici*, p. 38 e segg.

sono, da Carlo Calisse (1). Ad essa intervenne, fra gli altri capi, un Ugo

" ..... vice qui comitis Pisana presidet urbe,
..... militie cui prebent singula laudem „ (2).

e a lui si potrebbe attribuire l'epitaffio in questione, se non rendesse molto titubanti, non tanto il fatto, forse puramente casuale, che il *Liber Maiolichinus* non accenni mai alla sua gioventù (3), quanto la mancanza nell'epitaffio stesso d'ogni accenno alla famiglia e alla dignità viscontile. Del resto l'età e il testo dell'epitaffio bastano di per sè a renderlo altamente caratteristico ed interessante, anche se non si può determinare con certezza la persona a cui si riferisce. È poi superfluo ricordare che il continuo ripetersi nelle famiglie discendenti da uno stipite comune degli stessi nomi di battesimo e la grande scarsità dei documenti pisani dell'epoca finora pubblicati rendono qualsiasi ricerca assai difficile ed incerta. Così, per non uscire dalla famiglia dei Visconti e dal nome di Ugo, il visconte Ugo, morto nella spedizione del 1087, era figlio di un altro Ugo e, alla sua volta, padre di un Ugolino, che secondo un documento inedito citato dal Pecchiai (4), nel 1095 era ancora minorenne e sotto la tutela di Gerardo del fu Sigerio Visconte, forse suo zio. Fra i dodici consoli pisani nominati nel 1113 per la guerra Balearica si trova poi un Gerardo figlio di Ugo, che gli storici dicono dei Visconti e che è probabilmente il *Gerardus filius quondam Ugonis Vicecomitis*, console nel 1129 (5). Siccome il

(1) *Liber Maiolichinus de gestis Pisanorum illustribus*, Roma, 1904 (in *Fonti per la storia d'Italia* ed. dall'Istituto Storico Italiano).

(2) *Liber Maiolich.*, v. 760-761. Cfr. i versi 1403 e segg.; 2825 e segg.; 3315 e segg.

(3) Dà invece il titolo di *iuvenes* a molti altri, e fra essi ad Ugo *Fugatia*, del quale narra un'impresa gloriosa nei versi 3412 e segg. Però il visconte Ugo doveva esser giovanissimo, se sono vere le ipotesi, di cui dirò fra poco; se cioè egli era figlio dell'Ugo morto giovane nel 1087 e se nel 1095 era ancora minorenne.

(4) *Gloriosa Pisa*, p. 42.

(5) È ricordato appunto nel documento del 1129 pubblicato dal Bonaini, *Diplomi pisani e regesto delle carte pisane che si trovano a stampa*, in " Arch. stor. ital. „, T. VI, P. II, suppl. 1°, Firenze, 1848-1889, p. 7-8; e così pure nel documento del 27 maggio 1132 pubblicato immediatamente dopo (p. 9-10).

Liber Maiolichinus ci fa sapere che questo Gerardo era nipote di un altro Gerardo e da lui aveva preso il nome (1), si può credere che fosse fratello di Ugolino Visconti, che nel 1095, come abbiamo detto, aveva per tutore un Gerardo forse suo zio, e perciò che fosse egli pure figlio dell'Ugo morto nel 1087. Contemporaneamente a Gerardo di Ugo Visconti prendeva parte alla spedizione Balearica il visconte Ugo, di cui abbiamo parlato; e il *Liber Maiolichinus* nulla ci dice sul grado di parentela in cui si trovassero. Si è però recentemente affermato (2) che il visconte Ugo fosse figlio dell'Ugo morto nel 1087: nel qual caso egli sarebbe certo da identificarsi coll'Ugolino, ancora minorenne nel 1095, e sarebbe perciò probabilmente fratello del console Gerardo. In conclusione le ipotesi sono facili, ma è ben difficile raggiungere l'assoluta certezza. Lascio dunque che la ricerca sull'identità e sulla famiglia dell'Ugo, a cui si riferisce l'epitaffio, venga continuata da altri, che sia più di me in grado di studiare le fonti pisane, anche inedite, e passo senz'altro ad illustrare l'iscrizione ed i supplementi, che ho proposto, esaminandola verso per verso.

4. Verso 1. Della croce iniziale e delle prime tre lettere manca nell'originale la parte superiore.

Le due sillabe del nome *Ugo* sono usate indifferentemente come brevi o come lunghe. Nel verso 19 troviamo la prima sil-

(1) V. 59-60:

" Natus et Ugonis, patrui de nomine dictus
Gerardus, patrui claro iam dignus honore ".

(2) Cfr. A. Solmi, *Sul più antico documento consolare pisano scritto in lingua sarda*, Cagliari-Sassari, 1906, p. 13 (estr. dall' " Arch. stor. sardo "). Il Volpe (*Studi sulle istituzioni comunali di Pisa*, Pisa, 1902, p. 3, n. 1a) cita un documento del 1111 nel quale il visconte Ugo appare nell'esercizio delle sue funzioni giurisdizionali, cioè nomina il mundoaldo ad una donna. In un documento del 1116, citato dallo stesso scrittore, l'autorità viscontile è invece esercitata da Gerardo. Dobbiamo arguirne che Ugo fosse morto? Se così fosse, si avrebbe un nuovo indizio per riferire il nostro epitaffio appunto ad Ugo, che sarebbe morto subito dopo il ritorno dalla spedizione Balearica. Ma così sulla genealogia dei Visconti come sul modo in cui esercitavano la giurisdizione e sul così detto *vicecomes maior* sarebbero necessarie ulteriori ricerche, ch'io non sono ora in grado di fare.

laba usata come breve. Nel *Liber Maiolichinus* abbiamo poi, per esempio, i seguenti versi (623, 1653, 1780, 2842, 3424):

> " Tunc Pisanus Ugo venerabilis archisacerdos;
> Hic tunc procedens natus Bellominis Ugo;
> Ugo Dianensem telo penetravit acuto;
> Cui dum subveniunt Parlasius Ugo Dodoque;
> Ugo subit turrim, binique subinde secuntur ".

La parola *vicecomes*, proposta dal Pecchiai, non può entrare in nessun esametro, perchè le tre prime sillabe sono brevi. Infatti l'autore del *Liber Maiolichinus* ricordando più volte il visconte Ugo, di cui ho già detto, dovette sempre ricorrere a perifrasi: " *vice qui comitis Pisana presidet urbe; qui Pisis comitum vice preditus extat; stat vice qui comitum; vice qui comitum stat* " (v. 760, 1403, 2827, 3315).

Si potrebbe, in luogo di *maiorum*, congetturare " *ex consulibus* ", citando per raffronto il *Liber Maiolichinus*, v. 255,

> " Tunc ex consulibus Rolandi filius unus ";

ma nessun Ugo si trova fra i dodici consoli nominati in occasione della guerra Balearica ed enumerati dallo stesso *Liber Maiolichinus* nei versi 57 e seguenti. È vero che il nostro Ugo potrebbe esser stato console anche dopo la guerra; mi è però sembrato che trattandosi nella prima parte dell'epitaffio della vita famigliare di Ugo, l'indicazione di una qualità inerente alla sua persona fosse più appropriata dell'indicazione di una carica pubblica tenuta temporaneamente. Inoltre la giovinezza di Ugo, sulla quale l'autore dell'epitaffio insiste tanto, poteva forse esser un ostacolo alla sua nomina alla più alta magistratura cittadina. Del resto chi vuole legga pure " *ex consulibus* ". Quanto a *maiorum*, è superfluo ricordare che a Pisa, come in altri comuni italiani, si trova la divisione della popolazione in *maiores, medii et minores*; le quali tre classi sono appunto ricordate nella famosa epigrafe per la fondazione del Duomo:

> " Omnes maiores, medii, pariterque minores ".

In luogo di *VNVS* il Pecchiai lesse evidentemente *DNVS* o *D̄NS*, ma a torto. Del resto il titolo di *Pisarum dominus* non sarebbe probabilmente stato dato neppure all'Ugo, al quale egli

pensava, per quanto l'autore del carme del 1087 non si peritasse di chiamarlo " *caput urbis, dux noster atque princeps* „.

Verso 2. Il Pecchiai, leggendo *OSVEM*, s'è lasciato ingannare dalla forma della *Q* colla coda interna, da lui scambiata con un *O*, nel quale sia incorporata una *S*.

Nell'epitaffio (1) dei Pisani morti nella guerra Balearica e sepolti in S. Vittore di Marsiglia, si legge l'espressione " *defuncta suorum corpora* „, e " *defuncta cadavera* „ nel *Liber Maiolich.*, verso 1463. Da ciò la mia congettura " *nunc defunctum* „.

Versi 3-4. Perchè la moglie potesse *reddere vices* al marito, era necessario che questi avesse qualche merito verso di lei. Perciò ho congetturato *fidus*, e non semplicemente *iunctus*, per la qual parola avrei potuto citare l'analogia con Virgilio, *Eneide*, I, 73, " *conubio iungam stabili* „. Si potrebbe, per il concetto espresso nei due versi, cercare qualche raffronto nell'epigrafia classica e nella cristiana. Dell'*O* finale di coniugi(*o*) resta qualche traccia. Le prime due lettere della parola *coniuge* si leggono a stento.

Versi 5-6. La spedizione Balearica fu fatta per ordine di Pasquale II. Lo dice esplicitamente la cronaca di Bernardo Marangone (2): e lo leggiamo nello stesso *Liber Maiolichinus* al verso 2761:

" . . . . venit ab ordine sacro
Iussio pugnandi: nam iussit prelia papa
Sedis apostolice, cuius precepta secuti
Tantum propositum nusquam mutare valemus „.

Il non dar quartiere all'infedele vinto era considerato come un merito. Perciò il *Liber Maiolichinus* (v. 2870-71) loda il " *Balcius heros* „, Raimondo,

" Qui si quem prompto poterat superare vigore
Decapitabat eum, nec ei parcebat ob aurum „;

(1) È ripubblicato dal Calisse in appendice al *Liber Maiolichinus*, p. 143; ed anche dal Pecchiai, o. c., p. 50.

(2) In " Arch. stor. ital. „, T. VI, P. II, p. 7: " Anno Domini MCXIIII. Pisanus populus, iussu Domini papae Pascalis II, perexit Maioricam cum trecentis navibus „, ecc.

e i condottieri Pisani rinnovavano ai loro soldati l'ordine di " *iugulare viros si quos reperire valerent* ", promettendo cinque soldi per la testa d'ogni cavaliere nemico e due per un semplice pedone (v. 2846-48). Del resto pare che, dopo la presa di Maiorca, i Pisani siano stati meno feroci dei loro padri che nel 1087, conquistata Zawila, avevano sterminato anche le donne e i fanciulli (1), mentre nel 1115 alcuni si occupavano a scannare gli uomini, ma altri faceva semplicemente schiave le ragazze (v. 3514-15):

" Hic certat iugulare mares, trahit ille puellas,
Et facta preda muri sternuntur et edes ".

Credo che tutto questo, insieme coll'accenno alla " *vindicta* " nel v. 7, giustifichi la mia congettura " *mundo evelli* "; ma naturalmente non sarebbe difficile sostituire altre espressioni meno feroci. Della *I* finale della parola [*evell*]*I* mi parve di scorgere tracce abbastanza sicure.

Versi 7-8. Si calcola che per la spedizione Balearica partissero circa quarantacinquemila Pisani su trecento galere (2): ossia che vi partecipasse tutto il *popolo*, essendo stata la città, colle donne, i vecchi e i bambini, lasciata alla custodia dei Fiorentini. " *Pisanus populus victor prostravit utramque* " si legge nell'iscrizione che fu già sulla Porta d'oro ed è ora sulla porta della Madonna dei Galletti nel Lungarno regio (3); e di *populus Pisanus* o *Alpheus*, di " *populus Pisana ductus ab urbe* " (v. 940), parla spesso, fin da principio, il *Liber Maiolichinus*. Si potrebbe del resto anche congetturare " *stolus* ", parola usata nel *Carme* del 1087, nei cronisti e nella iscrizione pisana per la

(1) Lo ricorda, con vivo compiacimento, l'autore del Carme già citato, v. 145 e segg.

" Occiduntur et truncantur omnes quasi pecudes
. . . .
Occiduntur mulieres, virgines et vidue,
Et infantes alliduntur *ut* non possint vivere.
Non est domus neque via in tota Sibilia,
Que non esset rubicunda et sanie livida ".

(2) Cfr. *Liber Maiolichinus*, p. 13, n^a^ 2^a^.

(3) Si trova ristampata in appendice al *Liber Maiolichinus*, p. 143, e in Pecchiai, o. c., pp. 50-51.

fondazione del Duomo (1). È vero che derivando *stolus* dal greco *στόλος*, la prima sillaba dovrebbe essere breve, ed è infatti segnata come tale nei lessici del Forcellini e del Georges (2); ma è tuttavia certo che si trova invece come lunga nella citata iscrizione metrica per la fondazione del Duomo:

" Anno quo Siculas est stolus factus ad oras ".

Della parola [*vindic*]*TA* mi pare certa la *T*, benchè il Pecchiai abbia letto invece *I*; e credo che la mia congettura si possa dire sicura, tantopiù perchè la trovo in qualche modo confermata dai primi versi del *Liber Maiolichinus* quali si leggono in due dei tre codici giunti fino a noi:

" Arma, rates, populum, *vindictam celitus actam*
Scribimus ac duros terre pelagique labores,
Gerionea viros sese per rura terentes,
Maurorum stragem, spoliata subactaque regna.
His igitur ceptis digneris, Christe, favere ".

Il codice Roncioni, seguito dal Calisse, dà invece:

" Pisani populi vires et bellica facta
Scripsimus ac duros terre pelagique labores,
Maurorum stragem, spoliata subactaque regna.
Ceptis ergo meis digneris, Christe, favere ".

Noto fra parentesi che non so se questo testo meriti la preferenza sul primo; ma che, ad ogni modo, lo *scripsimus* invece di *scribimus* è certo dovuto ad un errore dell'amanuense o ad una distrazione dell'autore, non potendosi parlare di *cepta* nè invocare l'aiuto di Dio per un lavoro già compiuto.

Parte della *M* di *missus* è scomparsa: della *T* e della *M* di *istam* resta solo qualche traccia.

La parola *ductores*, che ho supplita di congettura, è classica; ma si trova anche nel *Liber Maiolichinus*, v. 639, " *securosque petant ductores* ". Il titolo di *ductor* poteva darsi ad Ugo, anche se egli non era fra i condottieri supremi. Chi leggesse nel primo verso " *ex consulibus* " potrebbe congetturare qui *maiores* in luogo di *ductores*; starebbe pure benissimo *rectores*; e

(1) Cfr. il lessico del Du Cange, alla v. *stolus*.

(2) Disgraziatamente codesti lessici dànno due soli esempi tolti da scritti in prosa, cioè dal Codice Teodosiano XIII, 5, 7, e da Egesippo.

il verso correrebbe anche con altre parole, come *pugnantes, victores*, ecc., le quali però non mi sembrano adatte. Il Pecchiai lesse *in terra (?)*.

VERSI 9-10. Restano tracce, più o meno certe, della *I* di *fuit*; della *O* di *quo*; della prima *V* di *nullus*; della *L* e della *T* di *alter*; della *D* di *doctrina*. Appunto queste tracce di una *D* mi fecero pensare prima a *dextraque* (che, come mi fu giustamente fatto osservare da un illustre collega, pare non s'accordi troppo bene col *gratior*), poi a *doctrina*, anzichè a *virtute*, che forse sarebbe stata congettura più ovvia. Il Pecchiai vide invece una *L*: e in fine del v. 9 lesse " *consilius graviora* „ in luogo di " *nullus gratior a*(*lter*) „. Forse nel " *quo nullus gratior alter* — .....*fuit* „ si può notare una lontana reminiscenza dell'Eneide, IX, 179-180: " ...*Euryalus, quo pulchrior alter — Non fuit Aeneadum* „. Naturalmente, congetturando *dextraque* (o *virtute*), bisognerebbe ritenere che la sillaba finale breve sia stata allungata per la cesura, come si trova già qualche volta nei classici (per es. in Properzio) e poi in Ausonio e nei poeti posteriori.

VERSI 11-12. Sono visibili soltanto in parte la *V* di *temporibus*, la *D* di *sed*, la *E* di *senili*, la seconda *U* di *iuventu*[*ti*].

Avendo l'autore contrapposto la *probitas* alla *iuventus*, quasi cose che difficilmente si trovino riunite, m'è parso che il *temporibus iuvenis* richiedesse per contrapposizione il " *probitate senili* „, ed ho preferito perciò *senili* a *severa*.

Alla parola *probitas* l'autore dell'iscrizione doveva certo dare un significato molto ampio, come pare glie lo desse il *Liber Maiolichinus* nel v. 972 " *Pisanos ornans probitatis imagine cives* „.

Riguardo al giudizio dell'autore, che non sembra molto favorevole ai giovani, si possono confrontare i versi 2433 e seguenti del *Liber Maiolichinus*, che nell'edizione sono punteggiati in modo da renderli quasi inintelligibili (1), ma che credo si debbano leggere così:

" . . . . iuvenum laudabilis etas;
Sed non omnis adest laudandus ob omnia sensus
Florentum iuvenum, quos vinum, fercula, somnus
Fallere sepe solent: nec possunt affore queque
Tuta iuventuti, nimium que diligit ista „.

(1) Nell'edizione manca il punto e virgola dopo *etas*, e viceversa c'è un punto fermo dopo *adest*; c'è una semplice virgola dopo *solent*, e manca la virgola dopo *iuventuti*.

Versi 13-16. La *M* e la *O* di *mortis* si vedono solo in parte. Resta qualche traccia della *N* di *tenus*.

In luogo di *querens* si potrebbe fors'anche congetturare *poscens*, per evitare l'incontro di due *que*.

I *Mauri* sono continuamente nominati nel *Liber Maiolich.*, come si può vedere dall'indice aggiunto all'edizione citata. Gli *Hispani* sono milizie ausiliarie. Cfr. il v. 2072: “ *Nec non Hispanos multo conduxerat auro* „.

Per “ *gladio peremit* „ cfr. il *Liber Maiolich.*, v. 1408-09, “ *sternunt violentibus hostes — Viribus, et perimunt letis successibus illos* „; v. 3400, “ *Insistens gladio multos perimit feriendo* „.

Il Pecchiai lesse “ *laudis armis* „, ma a torto.

Versi 17-18. Delle lettere *END* di *inc*[*endia*] e *AB* di [*abit*] restano tracce incerte. Pecchiai: “ *in ceni* (?) „; “ *remissus i...* „.

Quando il sole è nei Gemelli, questi, naturalmente, *ne sopportano l'ardore*.

“ *Media parte remissus* „ ha lo stesso senso che avrebbe “ *media parte remissa* „. Il Georges cita un passo di S. Ambrogio, nel quale *remissus* è usato in senso affine e costruito col genitivo: “ *sui iuris remissior* „.

Versi 19-20. Quantunque il Pecchiai abbia letto nell'ultimo verso “ *in vita per ...* „, le parole “ *nulla pericla* „ sono certissime, mancando nell'ultima solo l'asta della *P* e il tratto orizzontale della *L*. Delle prime tre lettere di [*timet*] restano poche tracce.

Il verso che presenta maggiori difficoltà è il 19, nel quale dopo la *B* di *s*[*u*]*b* restano tracce visibilissime di nove o dieci lettere, che a primo aspetto si crederebbe di poter facilmente leggere, mentre ad un esame più attento risultano poi indecifrabili o facilmente pieghevoli a qualunque interpretazione, il che viene ad essere lo stesso. Il Pecchiai scrisse “ *terori* (?) „. Io, dopo esserci ritornato su più e più volte, ho finito col dovermi accontentare d'una pura e semplice congettura: “ *sub tempore desiit esse* „, cioè “ *cessò d'esser soggetto al tempo; passò dal tempo all'eternità* „.

5. Non mi resta che aggiungere poche cose sulla paleografia dell'iscrizione.

Questa si stacca tanto dalla semplicità delle antiche iscrizioni e s'avvicina tanto al carattere gotico, che se si trattasse

d'altre regioni d'Italia, per esempio del Modenese, non esiterei ad attribuirla circa alla metà del secolo duodecimo. Ma a Pisa è tutt'altra cosa. Basta infatti confrontare la nostra iscrizione coll'iscrizione per la fondazione del Duomo e colle altre famose iscrizioni che si vedono tuttora nella facciata del Duomo stesso, per vedere che dev'essere press'a poco della stessa epoca, ossia che può benissimo esser attribuita ai primi anni del secolo duodecimo.

Per la forma delle singole lettere, alte circa tre centimetri, noterò che la *A* ha spesso la forma capitale, colla linea trasversale diritta o spezzata; non di rado ha però la forma gotica o quasi gotica; la *B*, ordinariamente capitale, ha la forma minuscola in *subdita* (lin. 2) e *probitate* (lin. 11); la *D* è forse onciale in *ad* (lin. 7); la *E* è cinque o sei volte onciale; la *G* è quadrata in *tegit* (lin. 2), *coniugio* e *coniuge* (lin. 3); l'unica *H* (in *Hispanos*, lin. 14) è minuscola; la *M* e la *N* hanno sempre la forma onciale. salvo (se ho copiato bene) nelle parole " *Pisarum nobilis* „ della prima linea; la *Q* è di varie forme, ma sempre maiuscola, salvo in *captorumq*; della linea 16; *U* e *V* non si differenziano fra di loro e hanno sempre la forma onciale.

È notevole la *I* di *inter*, in principio della linea 8, perchè ha una coda che si prolunga in basso al di sotto della linea.

Di nessi non abbiamo che *NS* in *gens* nella linea 5, e *TE* in *probitate*, *tenus*, *furente*, *parte*, nelle linee 11, 14, 15, 18.

Alcune lettere sono pure intrecciate o incorporate, cioè la *O* nella prima sillaba di *coniugio*, e forse anche di *coniuge* (lin. 3); la *I* di *audacis* e di *media* (lin. 13, 18); la seconda *I* di *deiecit* e di *gemini* nelle linee 15 e 17; la *S* di *laudes* nella linea 13; la *T* di *et* nella linea 18.

Le abbreviazioni sono pochissime: la solita lineetta sovrapposta, che rappresenta sempre la *m*; le abbreviazioni consuete di *per* e *pro*; *Q*ʼ e *q*; per *que* in fine di parola, e *tc̄* per *tunc*.

La punteggiatura manca affatto, essendo scomparsi anche i segni che probabilmente si trovavano in fine di linea.

Di Seleuco I e della quistione della Celesiria.

Nota del Dott. GIUSEPPE CORRADI

Dopo la battaglia di Ipso l'impero asiatico di Antigono rimase annientato. Al figlio Demetrio infatti non restava che una parte dei possedimenti marittimi e la flotta; egli stesso, dopo la sconfitta, riparò con gli avanzi dell'esercito di suo padre ad Efeso (1). Efeso è la sola città dell'Asia Minore che la tradizione ricordi come rimasta nelle mani di Demetrio; ma senza dubbio egli dovette conservarne anche altre. Il Possenti ha supposto che anche Mileto fosse rimasta a Demetrio; l'Haussoullier mostra invece di ritenere che Mileto sia passata anch'essa sotto il dominio del re di Tracia (2). Certo, per effetto della divisione del regno di Antigono, Mileto, come le altre città dell'Asia Minore, avrebbe dovuto passare sotto Lisimaco; ma è difficile ammettere, per ciò che sappiamo per gli anni seguenti, che tutte queste città vi siano passate di fatto. Demetrio, quando ritornò alla volta della Siria, probabilmente nel 299, approdò in diversi punti della costa asiatica, ed a Mileto egli si recò liberamente nel 287 (3). Del resto, checchè si voglia sofisticare

(1) Plut., *Demetr.*, 30; Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 1, pag. 171; III, 2, pag. 197. In modo troppo sommario sono esposti gli avvenimenti di questi anni in Bevan, *The House of Seleucus*, I, pag. 61 sg.

(2) Possenti, *Il Re Lisimaco di Tracia*, pag. 104; Haussoullier, *Études sur l'Histoire de Milet et du Didymeion*, nella " Bibliothèque de l'École des Hautes Études ", fasc. CXXXVIII, pag. 25.

(3) L'osservazione dell'Haussoullier, *Études sur Milet*, pag. 27, che Ippostrato figlio di Ippodemo, fatto da Lisimaco stratego delle città della Ionia, era di Mileto (Michel, *Recueil*, n. 485 = Dittenberger, *Syll.*², I, n. 189; " Athen. Mittheil. ", XXV, 1900, pag. 100), non è certo decisiva per farci ritenere Mileto effettivamente soggetta a Lisimaco. Il partito dei Seleucidi ve lo troviamo qualche anno appresso rafforzato (Haussoullier, l. c., pag. 34), forse conseguenza dell'alleanza e della parentela fra Seleuco e Demetrio, e su proposta di *Δημοδάμας Ἀριστείδου* Mileto durante il regno di Seleuco fece un decreto in onore del figlio di lui Antioco; questo stesso Demodamas dopo il 294/3 si trova come stratego al servizio di Seleuco e di Antioco (Haussoullier, *Études sur Milet*, pag. 36 e 48 sg.), senza che Mileto fosse nelle mani dei re di Siria. A Mileto, forse verso il 290, si recò Euridice

in contrario riguardo a Mileto, anche di fronte al silenzio della tradizione. è facile comprendere come Demetrio, signore del mare, potesse conservare ancora una parte dell'impero marittimo paterno nell'Asia Minore, come la conservava sulle coste della Fenicia. Sidone era stata bensì assediata da Tolemeo, ma questi si era in fretta ritirato dall'assedio, sicchè la città rimase anche dopo Ipso in mano di Demetrio e sotto di lui la troviamo, come Tiro, nel 297 (1). Va da sè che, essendo rimasto Demetrio padrone di una flotta potente, gli riusciva anche meno difficile conservare le isole: così Cipro gli rimase ancora per parecchi anni.

Secondo una trascurata notizia di Diodoro, Demetrio dopo la sconfitta di Ipso si sarebbe recato con la madre Stratonice dalla Cilicia a Salamina di Cipro: *Ὁ δὲ υἱὸς αὐτοῦ* [scil. *Ἀντιγόνου Δημήτριος σὺν τῇ μητρὶ αὐτοῦ Στρατονίκῃ διατριβούσῃ περὶ Κιλικίαν σὺν τοῖς χρήμασι πᾶσι ἔπλευσεν εἰς Σαλαμῖνα τῆς Κύπρου διὰ τὸ κατέχεσθαι ὑπὸ Δημητρίου* (2). Evidentemente, poichè nella divisione, come vedremo meglio, la Cilicia fu assegnata a Plistarco, che non dovette tardare a prenderne possesso sebbene le guarnigioni di Demetrio in qualche punto abbiano resistito, Stratonice non dovette fermarsi a lungo nella Cilicia, ed al domani di una sconfitta così grave non sarebbe stata certo una cosa prudente. Ma è difficile ammettere che si trovasse con lei Demetrio. Egli, che aveva preso parte alla battaglia di Ipso, se poteva avere abbastanza facile la ritirata per

quando si separò da Tolemeo (Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 2, pag. 128), e quando nel 287 Demetrio tornò per l'ultima volta a tentare la sorte nell'Asia, si diresse liberamente a Mileto, bene accoltovi da Euridice, e qui celebrò il matrimonio con la figlia di lei Tolemaide, che gli era stata promessa anteriormente, fin dal 297 (Plut., *Demetr.*, 46). Mentre la pace e l'alleanza di Demetrio con Tolemeo era stata rotta, e non abbiamo notizia alcuna di un ravvicinamento di Demetrio con Lisimaco, appare invece di qui che Demetrio ha coltivato sempre le sue buone relazioni con Euridice, ed il trovare costei a Mileto è certo assai significativo per ritenere che Mileto era rimasta in possesso di Demetrio. Del resto anche l'Haussoullier, *Études sur Milet*, pag. 30, si contraddice quando osserva " si la ville avait été au pouvoir de Lysimaque, Démétrius, son plus redoutable ennemi, n'y fût pas entré sans lutte ", e la contraddizione non è tolta dalle osservazioni che egli fa poco innanzi.

(1) Plut., *Demetr.*, 32.

(2) Diod., XXI, 1, 4 (Exc. Hoeschel., pag. 480).

la valle del Meandro ad Efeso, più difficilmente poteva aprirsi per terra la via alla Cilicia, e qui va perciò accettata la testimonianza di Plutarco. D'altra parte, dal racconto che fa Plutarco della navigazione di Demetrio alla volta di Atene, mi pare che si debba escludere (e l'argomento *ex silentio* in questo caso, se non è decisivo, ha pure qualche valore) che egli siasi recato per mare in Cilicia ed in Cipro. Così la notizia di Diodoro si deve ritenere in parte errata. Del resto errori di questo genere se ne trovano frequentemente nelle nostre fonti, e talvolta, come in questo caso, se ne può anche dare una spiegazione. Sappiamo difatti da Plutarco che a Salamina si trovavano più tardi la madre di Demetrio, Stratonice, la moglie Fila, ed i suoi figli, che vi furono assediati e presi prigionieri da Tolemeo, il quale però li rimandò liberi (1). È probabile che quando Demetrio ed Antigono si allestivano per combattere i re collegati, Stratonice si trovasse col resto della famiglia reale e con parte del tesoro nella Cilicia, in luogo abbastanza sicuro, sostenuto e difeso da una forte divisione della flotta, e che alla notizia della disfatta e della morte del marito e della fuga di Demetrio sia fuggita con tutta la famiglia reale e con quanto possedeva a Salamina, profittando della incontrastabile signoria che Demetrio conservava sul mare. In Diodoro si trovava forse una narrazione in questo senso, ma nella notizia riassuntiva a noi rimasta si è fatto passare senz'altro dalla Cilicia in Cipro lo stesso Demetrio.

Ad ogni modo per questa sopravvivenza del dominio di Antigono erano già in parte frustrate le condizioni del trattato con cui Lisimaco, Seleuco, e forse Plistarco in nome del fratello Cassandro, si erano divise le terre che avevano costituito l'impero di Antigono: *οἱ μὲν νενικηκότες βασιλεῖς τὴν ὑπ' Ἀντιγόνῳ καὶ Δημητρίῳ πᾶσαν ἀρχὴν ὥσπερ μέγα σῶμα κατακόπτοντες ἐλάμβανον μερίδας, καὶ προσδιενείμαντο τὰς ἐκείνων ἐπαρχίας αἷς εἶχον αὐτοὶ πρότερον* (2). In questa divisione (fatta quasi ad esclusivo vantaggio di Lisimaco e di Seleuco) i re vincitori non solo non tennero alcun conto di Demetrio, ma non fecero neppure alcuna riserva riguardo a Tolemeo, il quale aveva aderito alla lega ed era anche entrato in campagna contro i

(1) Plut., *Demetr.*, 35 e 38.
(2) Plut., *Demetr.*, 30.

possedimenti di Antigono. Egli avanzatosi senza incontrare gravi difficoltà nella Celesiria giunse fin nella Fenicia, dove pose l'assedio a Sidone; ma alla falsa notizia di una grande vittoria riportata da Antigono nell'Asia Minore su Seleuco e Lisimaco, si era in tutta fretta prudentemente ritirato dall'assedio di Sidone, segno che il presidio di Antigono aveva validamente resistito, verso il sud (1). Così non aveva preso parte alcuna alla battaglia decisiva, e venne ora, nella divisione delle spoglie, dando un nuovo assetto alle cose dell'Asia, lasciato da parte.

Senza dilungarci qui sulle quistioni relative alla divisione delle terre conquistate, basti ricordare che la Cilicia fu assegnata a Plistarco, fratello di Cassandro; a Lisimaco fu assegnata l'Asia Minore al di qua del Tauro, ed il dominio di Seleuco fu pure notevolmente accresciuto, perchè, se realmente egli non ebbe la Frigia Maggiore o parte di essa come ritennero quasi tutti i moderni (2), gli fu assegnata tutta la Siria e le regioni dal Tauro all'Indo: *ἀπὸ γὰρ Φρυγίας ἐπὶ ποταμὸν Ἰνδὸν ἄνω πάντα Σελεύκῳ κατήκουεν* (3). La Siria perciò di diritto o di fatto in questo quarto di secolo era passata in tutto od in parte sotto il dominio di quasi tutti i Diadochi.

Tolemeo non poteva naturalmente non protestare contro questa divisione nella quale egli era stato lasciato da parte, e per cui non riotteneva nè Cipro nè la Fenicia, che egli aveva posseduto prima della conquista di Antigono e della battaglia di Salamina, nè la Celesiria che egli stesso aveva occupata nel-

(1) Diod., XX, 113, 1: *ἐν δὲ ταῖς αὐταῖς ἡμέραις καὶ Πτολεμαῖος, ὁ βασιλεὺς ἀναζεύξας ἐξ Αἰγύπτου μετὰ δυνάμεως ἀξιολόγου, τὰς μὲν ἐν τῇ Κοίλῃ Συρίᾳ πόλεις ἁπάσας ὑποχειρίους ἐποιήσατο· Σιδῶνα δὲ πολιορκοῦντος αὐτοῦ, κτλ.* Col nome di Celesiria Diodoro indica la Siria meridionale ed esclude la Fenicia, così pure Polibio e Flavio Giuseppe; v. appresso pag. 607 sgg.

(2) Fondandosi sul passo di Appiano, *Syr.*, 55: *καὶ ὁ Σέλευκος τότε τῆς μετ' Εὐφράτην Συρίας ἐπὶ θαλάσσῃ καὶ Φρυγίας τῆς ἀνὰ τὸ μεσόγειον ἄρχειν διέλαχεν.* Cfr. Droysen, *Hist. de l'Hellén.* (trad. franc.), II, pag. 517; Niese, *Gesch. der griech. und mak. Staaten*, I, pag. 351; Bouché-Leclercq, *Hist. des Lagides*, II, pag. 85; Bevan, *The House of Seleucus*, I, pag. 61, 98, e 323 Appendix D. II, Possenti, *Il Re Lisimaco*, pag. 99 sgg., per primo ha dimostrato con buone ragioni che la Frigia deve essere stata assegnata a Lisimaco; cfr. anche Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 1, pag. 174; III, 2, pag. 287.

(3) Appian., *Syr.*, 55.

l'ultima guerra, e dovette allora far valere un trattato anteriore, secondo il quale egli era entrato nella lega perchè gli era stato assicurato il possesso della Celesiria e della Fenicia (1). Ma i collegati per ora non diedero ascolto alle sue lagnanze e badarono a prendere possesso delle terre che avevano pattuito di annettere ciascuno al proprio dominio.

Così Seleuco dovette anzitutto rivolgersi all'occupazione della parte settentrionale della Siria, ἡ Σελευκίς, nella quale è assai probabile che non abbia incontrato alcuna opposizione. Di questa occupazione non abbiamo alcun ricordo, nella nostra tradizione, ma è una deduzione naturale e necessaria quando si pensi che in questa regione, nel 300 av. Cr., vennero da Seleuco fondate due città, Seleucia di Pieria, e nello stesso tempo la nuova capitale del regno, Antiochia, la quale venne in parte popolata con gli abitanti di Antigonia, fondata poco prima in questa stessa regione da Antigono, e distrutta ora da Seleuco (2). Questi non era certo intenzionato di limitare a questa parte soltanto la sua conquista, e perciò personalmente, o per mezzo dei suoi ufficiali, spinse innanzi le sue forze, estendendo il suo dominio nella regione interna, nella Celesiria propriamente detta, sino almeno a Damasco ed all'alto Giordano, e sulla parte settentrionale della Fenicia forse sin presso Sidone. In questa regione, come ho già sopra osservato, Tiro e Sidone erano rimaste a Demetrio; ma il fatto stesso che poco più tardi Seleuco chiede queste due città a Demetrio, ci induce a credere che il resto della Fenicia settentrionale fosse allora, nel 297 av. Cr., già nelle mani di lui (3). È da ritenere probabile quindi che Berito appartenesse già al dominio di Seleuco, e perciò il confine da

(1) È questa una induzione che giustamente si fa dal fatto che in seguito, come i Seleucidi invocavano l'atto di divisione fatto in seguito alla vittoria di Ipso, i Tolemei invocarono più volte questo trattato: Polyb., V, 67, 10; cfr. XXVIII, 17, e Diod., XXX, 2; Bouché-Leclercq, *Hist. des Lagides*, I, pag. 83.

(2) Strab., XVI, 2, 4 (p. 570 C.); Appian., *Syr.*, 57; Euseb., ed. Schoene, II, 116; Malal., p. 199 Bonn; cfr. Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 1, pag. 264; III, 2, pag. 197; Benzinger, in Pauly-Wissowa, *Real-Encyclopädie*, I, 2442 sgg.

(3) Plut., *Demetr.*, 32; cfr. Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 2, pag. 258. Sappiamo che più tardi, durante la cosidetta terza guerra di Siria e la guerra fraterna, Ortosia e più a nord Arado erano sotto i Seleucidi; Euseb., I, 251; Strab., XVI, 2, 14 (p. 754 C.).

questa parte poteva essere segnato approssimativamente dal fiume Tamyras. Il confine così indicato non dovette del resto subire cambiamenti durante il regno di Seleuco I.

Fin qui forse Tolemeo aveva lasciato che Seleuco agisse liberamente; ma quando vide che questi, mentre Demetrio era lontano in cerca di miglior fortuna, non solo si avanzò coll'esercito nella Fenicia, ma si apparecchiava anche ad occupare la Celesiria, si oppose energicamente. Egli già prima della battaglia di Ipso, come abbiamo accennato, aveva in questa regione occupate parecchie città, nelle quali, quando si ritirò dall'assedio di Sidone, aveva lasciato i suoi presidî (1); quindi rimproverava Seleuco che, pure essendogli amico ed alleato, cercasse ora di ridurre in suo potere una regione soggetta a lui, al quale inoltre pur avendo partecipato alla guerra contro di Antigono nulla era stato assegnato dai re delle terre conquistate in guerra. A queste lagnanze Seleuco rispose rivendicando il diritto che gli derivava dalla vittoria conseguita, correndo i pericoli ed i rischi di una grande battaglia, essere giusto che coloro i quali avevano vinto in battaglia diventassero padroni dei territorî conquistati (2); riguardo alla Celesiria in particolare aggiunse che avrebbe più tardi regolata la quistione: *περὶ δὲ τῆς κοίλης Συρίας διὰ τὴν φιλίαν ἐπὶ τοῦ παρόντος μηδὲν πολυπραγμονήσειν, ὕστερον δὲ βουλεύσεσθαι πῶς χρηστέον ἐστὶ τῶν φίλων τοῖς βουλομένοις πλεονεκτεῖν* (3).

(1) Diod., XX, 113, 2: *πρὸς μὲν τοὺς Σιδωνίους εἰς τέτταρας μῆνας ἀνοχὰς ἐποιήσατο, τὰς δὲ χειρωθείσας πόλεις φρουραῖς ἀσφαλισάμενος, ἐπανῆλθε μετὰ τῆς δυνάμεως εἰς Αἴγυπτον.*

(2) Il parere di Seleuco doveva pure essere condiviso dai contemporanei. Era in sostanza la sopravvivenza di una vecchia usanza dei Macedoni, i quali consideravano i re essenzialmente come dei capi militari, e nulla opponevano al diritto di capitani vittoriosi. Forse con questo si spiega il fatto che nella nostra tradizione quando si parla di quella lega troviamo ricordati tra i nomi dei re che vi presero parte anche Tolemeo e Cassandro, ma una sola volta che ci si ricorda la guerra, sotto l'impressione della battaglia di Ipso e sotto l'influenza di questo concetto, sono rimasti soltanto i nomi dei tre re che presero parte alla battaglia finale: *Dein pater eius* [scil. *Demetrii*] *Antigonus bellum cum Lysimacho et Seleuco habuit*, Trog., *Prol.*, XV.

(3) Diod., XXI, 1, 5 (Exc. Vatican., p. 42, 43). Solo qui ci è conservata questa eco di uno scambio di lamentele e di proteste fra Tolemeo e Seleuco, che pur dovette essere molto grave, se impedì a Seleuco di continuare l'occupazione che aveva intrapresa.

Queste parole dovevano suonare come una grave minaccia sulla bocca di Seleuco, il quale non si mostrava a questo modo punto rassegnato a perdere una regione a lui assegnata dall'ultimo trattato, ed ammonivano quindi Tolemeo che, se era deciso a conservare ad ogni costo la Celesiria, doveva rafforzarvisi profittando del tempo in cui Seleuco non gli avrebbe dato molestia. Forse Seleuco non si sentiva per ora preparato ad una guerra contro Tolemeo, sia perchè doveva prima pensare a dare un qualche assetto alle terre recentemente occupate, sia perchè temeva, ed era del resto naturale, un intervento armato di Lisimaco. Perciò egli si limitò a fare la riserva di regolare più tardi la quistione. Così la quistione della Celesiria tra i Seleucidi ed i Tolemei era ormai considerata come aperta, e fu difatti questa regione il pomo della discordia e la causa di lunghe guerre tra le due dinastie durante il terzo secolo.

Tolemeo, che aveva sentito il bisogno di premunirsi di fronte alla minaccia di Seleuco, s'affrettò a concludere un'alleanza su nuove basi con Lisimaco. Distrutta si può dire la potenza di Antigono, i collegati di poco prima non sentivano più alcun bisogno di mantenere la loro anteriore alleanza, anzi avevano ora i loro interessi in contrasto, che potevano tutelare solo con combinazioni diverse (1). Dalla tradizione così frammentaria, sia riguardo a Seleuco che agli altri sovrani, appare difatti che in questo tempo vi fu un succedersi di alleanze, le ragioni delle quali non ci vengono indicate, ma si possono in parte indovinare dai pochi avvenimenti a noi noti. Dopo la battaglia di Ipso venne meno quella grande influenza che esercitavano nella penisola ellenica Antigono ed il figlio Demetrio, e tornò a preponderare Cassandro (2), il quale, sebbene vedesse malvolentieri l'accrescersi della potenza di Lisimaco, aveva ora interesse a non urtarsi con lui, anzi a continuarne l'amicizia (3). Assai più

(1) Cfr. Iustin., XV, 4, 23: *Sed socii profligato hostili bello denuo in semet ipsos arma vertunt, et, cum de praeda non conveniret, iterum in duas factiones diducuntur.*

(2) G. De Sanctis, *Contributi alla Storia Ateniese dalla Guerra Lamiaca alla Guerra Cremonidea*, negli " Studi di Storia antica „ del Beloch, II, pag. 24 sgg.

(3) Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 1, pag. 221. Di assai dubbio valore sono le ragioni che accampa il Possenti, *Il Re Lisimaco*, pag. 108 e 110, per

doveva rincrescere invece a Seleuco l'estendersi del dominio di Lisimaco, che gli diventava un pericoloso vicino, come a Lisimaco ed a Tolemeo poteva ora apparire per loro un grave pericolo lo straordinario incremento che veniva prendendo il dominio di Seleuco. Quindi Tolemeo non trovò difficile indurre ad accettare le proposte di una nuova alleanza Lisimaco, il quale forse già sospettava che Seleuco mirasse davvero alla conquista di tutta l'Asia. Questa alleanza fra i re di Tracia e d'Egitto fu suggellata da un matrimonio politico. Lisimaco, benchè ormai sessantenne, si separò da Amastri, che dopo la vittoria di Ipso aveva chiamata presso di sè a Sardi (1), per sposare una figlia di Tolemeo e di Berenice, che allora doveva essere tutt'al più sedicenne (2).

Secondo Plutarco, trascurante della cronologia qui come con frequenza in altri luoghi, sarebbero stati contemporaneamente conclusi due matrimonî, uno tra Lisimaco ed Arsinoe, l'altro tra il figlio di Lisimaco, Agatocle, ed un'altra figlia di Tolemeo: ...*Λυσίμαχον ἑώρα* [scil. *Σέλευκος*] *τῶν Πτολεμαίου θυγατέρων τὴν μὲν ἑαυτῷ, τὴν δὲ Ἀγαθοκλεῖ τῷ υἱῷ λαμβάνοντα* (3). Sappiamo da altre fonti che Agatocle sposò realmente

ritenere che Cassandro dovesse staccarsi da Lisimaco. L'iscrizione *C. I. A.*, II, 319 (Cfr. II, 314) bene si riferisce con l'Unger, " Philol. ", XXXVIII (1878), pag. 456, n. 20, al tempo in cui Atene per la morte di Cassandro difficilmente poteva contare contro Demetrio sull'aiuto della Macedonia (De Sanctis, *Contributi alla Storia Ateniese*, pag. 28) e si rivolse a Lisimaco. L'ambasceria di cui parla Plutarco (*Demetr.*, 32) non solo è alquanto posteriore al tempo di cui ci occupiamo (ed è ben noto quali e quanti cambiamenti repentini sono avvenuti), ma più che un tentativo di riconciliazione di Demetrio con Cassandro (cfr. Wilamowitz, *Antigonos von Karystos*, in " Philologische Untersuchungen ", IV, pag. 199) fu una pura formalità od un atto di semplice convenienza verso il cognato, perchè non si aggiungesse agli altri suoi nemici.

(1) Amastri si trovava in questo tempo ad Eraclea, e di là dopo la battaglia di Ipso era stata chiamata da Lisimaco a Sardi. Lisimaco volendo ora sposare la figlia di Tolemeo si separò da Amastri, che tornò di nuovo al governo di Eraclea, e di là fondò sulla costa della Paflagonia, col sinecismo di quattro villaggi, Sesamos, Ticion, Kromna e Kytoros, una nuova città che dal suo nome chiamò Amastri; Memn., 4, 10 (*F. H. G.*, III, pag. 530); Strab., XII, 3, 10 (p. 544 C.); cfr. Demosth. Bithyn., fr. 9 (*F. H. G.*, IV, pag. 385); Hirschfeld, in Pauly-Wissowa, *Real-Encyclopädie*, I, 1749. Anche Kieros, nella regione interna a sud-ovest di Eraclea, doveva essere governata dalla moglie di Lisimaco.

(2) Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 2, pag. 129.

(3) Plut., *Demetr.*, 31.

Lisandra (nata dal matrimonio di Tolemeo con Euridice, figlia di Antipatro), ma solo dopo il 294 av. Cr., perchè essa aveva sposato Alessandro, figlio di Cassandro, che è morto appunto in quest'anno. Così la contemporaneità dei due matrimonî che risulterebbe dal passo di Plutarco è inaccettabile (1), e tutt'al

(1) I dati della controversia sono questi: 1° Plutarco sembra considerare i due matrimonî come contemporanei (PLUT., *Demetr.*, 31); 2° Eusebio dice che Lisandra figlia di Tolemeo sposò Alessandro figlio di Cassandro (EUSEB., I, 231); 3° Pausania ci dà due notizie contradditorie: afferma (I, 9, 6) che il matrimonio di Agatocle con Lisandra avvenne dopo la guerra contro i Geti (292 av. Cr.); altrove invece (I, 10, 3) dice che Lisimaco sposò Arsinoe dopo che Agatocle aveva già avuto dei figli da Lisandra. Su questi dati si fecero delle ipotesi talvolta singolari da coloro che vollero accettare alla lettera l'una o l'altra tradizione. Il DROYSEN (*Hist. de l'Hellén.*, pag. 526, n. 2) ha congetturato che la Lisandra la quale sposò Agatocle fosse la stessa che aveva sposato Alessandro, e non va davvero respinta questa ipotesi per le osservazioni di assai scarso valore del POSSENTI (*Il Re Lisimaco*, pag. 36, n. 2, dove riferisce anche inesattamente l'ipotesi del Niese), relative al passo di Eusebio (cfr. su questo anche BELOCH, *Griech. Gesch.*, III, 2, pag. 85, n.). Il Niese osservando a ragione che, se si accetta questa ipotesi, Lisandra non può aver sposato Agatocle se non dopo la morte del primo marito Alessandro (294/3), e dando troppo valore alle parole di Plutarco, giunge alla conclusione inaccettabile che o non regge l'identificazione della Lisandra moglie di Agatocle colla Lisandra moglie di Alessandro, e Tolemeo in questo caso deve aver avuto due figlie dello stesso nome, oppure esse sono un'unica persona ed allora Agatocle " zuerst im Jahre 300 eine andere, ungenannte Tochter des Ptolemäos heiratete, später die Lisandra „ (NIESE, *Gesch. der griech. und mak. Staaten*, I, pag. 354, n. 2). Veramente che Tolemeo avesse due figlie dello stesso nome non sarebbe *a priori* inammissibile, poichè troviamo nelle monarchie ellenistiche più esempî di fratello e sorella o di due sorelle con lo stesso nome. Ma se in altri casi non vi deve essere dubbio date le esplicite ed autorevoli testimonianze a noi pervenute, nel caso nostro particolare si tratta semplicemente di una ipotesi non appoggiata ad alcuna testimonianza, e per di più neppure necessaria per chi non consideri come oro colato le parole di Pausania e di Plutarco, tanto più per ciò che si riferisce ad indicazioni cronologiche di questa specie. Il passo di Pausania poi (I, 10, 3), su cui il Possenti (attenendosi al REUSS, *Hieronymus von Kardia*, pag. 50; cfr. HÜNERWADEL, *Forsch. zur Gesch. des Königs Lysimachos*, pag. 57) fece tanto assegnamento per stabilire che il matrimonio di Agatocle con Lisandra precedette quello di Lisimaco con Arsinoe, non può venire neppure utilmente citato, sia perchè è in contraddizione con l'altra testimonianza dello stesso Pausania (I, 9, 6), sia ed ancor più perchè è contraddetto dalla testimonianza di Eusebio relativa al matrimonio di Lisandra con Alessandro. Anche

più se ad ogni costo qualche induzione cronologica su questo passo si volesse fare, si dovrebbe dedurre soltanto che anche Plutarco considerava il matrimonio di Agatocle con una figlia di Tolemeo come posteriore a quello di Lisimaco. È ben noto del resto quanto poco in generale si possa contare sopra simili espressioni di Plutarco per trarne induzioni cronologiche. Ci troviamo in questo caso, mi pare, innanzi ad uno dei tanti passi retorici che ricorrono in questo scrittore. La tradizione riferiva un matrimonio di Lisimaco con una figlia di Tolemeo e quello di Agatocle con un'altra figlia dello stesso re: Plutarco, più che la sua fonte, accennando alle alleanze di Tolemeo e di Lisimaco, di Seleuco e di Demetrio suggellate da matrimoni, volendo mostrare meglio quale stretto vincolo di parentela unisse le due famiglie regnanti di Tracia e d'Egitto, ravvicinò i due matrimoni riferendoli con quella espressione tutt'altro che esplicita, che farebbe riguardare come contemporanei i matrimoni di Lisimaco e del figlio (1).

Quando sia avvenuto il matrimonio di Lisimaco con Arsinoe non si può stabilire con precisione; comunemente si riferisce all'anno 300 av. Cr. o ad uno degli anni immediatamente

il Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 2, pag. 128, ha giustamente osservato che la notizia di Pausania "hat bei der notorischen Unzuverlässigkeit dieses Schriftstellers in solchen Dingen nicht das geringste Gewicht ". In questo caso mi pare che il Possenti non abbia fatto esatto giudizio delle fonti, perchè nella sua tesi per conciliare le diverse testimonianze deve anzitutto rigettare la notizia di Eusebio, di uno scrittore che senza dubbio ha in generale assai maggior valore di Pausania, ed ammettere nello stesso Pausania un altro e più grave errore, facendogli porre tutta la guerra contro i Geti prima del 302. Anche senza dar valore al fatto, di cui pure si dovrebbe tenere qualche conto, che nel 302 Agatocle doveva forse essere solo diciassettenne e che non era quello un momento opportuno per affrettarne le nozze, il racconto stesso di Pausania è tale da farci respingere senz'altro questa ipotesi.

(1) Senza dilungarci troppo basti citare qui il caso analogo in cui Plutarco fa un parallelismo fra alcune proposte di Livio Druso ed altre di Gaio Gracco (Plut., *C. Gracch.*, 9), dal quale sembrerebbe che le leggi di Gaio qui menzionate spettino al suo secondo tribunato, mentre una di esse, quella riguardante la distribuzione dei campi ivi menzionata al secondo posto, spetta certamente al tribunato precedente. Anche il Possenti, *Il Re Lisimaco*, pag. 34, n. 3, ha osservato ben a ragione che la contemporaneità dei due matrimoni " non debba essere presa in senso stretto "; ma le sue deduzioni, come ho mostrato qui sopra, sono da respingere.

successivi, e credo che si possa accettare l'anno 299 come più probabile (1).

Di fronte a questa alleanza Seleuco per non rimanere isolato si vide costretto a cercarsi anch'egli un alleato e lo trovò facilmente in Demetrio (2). In realtà Demetrio era in questo momento il solo re con cui un'alleanza fosse possibile, perchè l'aiuto che Seleuco avrebbe potuto avere da Cassandro, tutto occupato ad estendere la sua influenza ed a ristabilire la sua egemonia nella penisola ellenica, ed inoltre in buoni rapporti con Lisimaco, sarebbe stato assai problematico; invece con l'alleanza di Demetrio otteneva l'utilissimo appoggio non solo di un abile stratega, ma anche di una flotta potente, la migliore ancora degli Stati ellenistici, egli che di navi era quasi affatto privo. Anche quest'alleanza fu suggellata da un matrimonio politico fra Seleuco e Stratonice, figlia di Demetrio, al quale senza dubbio dovette sembrare uno straordinario ed insperato vantaggio entrare in relazione di amicizia e di parentela con Seleuco (3) in questo tempo in cui egli poteva temere da un momento all'altro di essere scacciato del tutto dagli scarsi possedimenti che ancora gli rimanevano nell'Asia.

Così senza por tempo in mezzo accettò le proposte di Seleuco, salvo a meglio determinarle trattandone di persona, e mentre avendo lasciato Pirro in Grecia s'era diretto alla volta del Chersoneso malmenando i possedimenti di Lisimaco (4), de-

(1) Questo matrimonio non può essere posteriore al 298. Arsinoe nel 281 aveva due figli, Lisimaco di 16 anni compiuti e Filippo di 13 anni, Iustin, XXIV, 3, 5. Maggiore di essi era però un altro suo figlio, Tolemeo; vedasi anche Hünerwadel, *Forsch. zur Gesch. der Königs Lysimachos*, pag. 58; Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 2, pag. 87. Ora tenendo conto che un po' di tempo passò prima che Seleuco occupasse la Siria settentrionale e vi fondasse Seleucia ed Antiochia, che solo dopo qualche tempo egli cercò di occupare la Celesiria dando luogo alle proteste di Tolemeo, e che pure un po' di tempo si dovette consumare prima che tra Lisimaco e Tolemeo si giungesse agli accordi a cui ho accennato, potremo fissare questo matrimonio al principio del 299 av. Cr.

(2) Una menzione di queste alleanze si trova anche in Iustin., XV, 4, 24: *Seleucus Demetrio, Ptolomeus Lysimacho iunguntur.*

(3) Plut., *Demetr.*, 31.

(4) Demetrio, deluso nelle speranze che aveva di trovar fedeli Atene e le altre città della Grecia (vedi De Sanctis, *Contributi alla Storia Ateniese*, pag. 25 sgg.), si rivolse contro i dominî di Lisimaco specialmente con lo

sistette ora da quell'impresa e se ne ritornò con tutta la sua flotta alla volta della Siria. Per quanto affrettato però il ritorno di Demetrio deve aver occupato parecchio tempo. Stando infatti al racconto di Plutarco egli nel viaggio verso la Siria approdò in parecchi punti della costa asiatica e nella Cilicia; quali siano queste località Plutarco non dice, ma è naturale supporre che uno dei luoghi in cui Demetrio si fermò sia stata Efeso.

Abbiamo notizia da Polieno (1) che vi fu un tentativo di defezione da Demetrio fatto da Diodoro, posto a capo della guarnigione di Efeso, il quale aveva pattuito di cedere la città a Lisimaco per 50 talenti. Demetrio, che stava per approdare nella Caria, ritornò subito indietro e potè conservare la città liberandosi del traditore con uno stratagemma. Questo episodio venne dal Droysen riferito subito dopo Ipso, ma il Possenti ha supposto, e mi pare non a torto, che si debba connettere invece

scopo di far bottino e mantenersi con questo mezzo fedeli i soldati che ancora aveva (Plut., *Demetr.*, 31; Niese, *Gesch. der griech. und mak. Staaten*, I, pag. 353; Possenti, *Il Re Lisimaco*, pag. 109). Ora siccome la battaglia di Ipso va posta nell'estate del 301, e dopo di essa Demetrio dovette fermarsi qualche tempo nell'Asia per organizzare, sia in Efeso, sia nelle altre città rimastegli, una difesa contro le milizie di Lisimaco che dopo la divisione del dominio di Antigono non avrebbero dovuto tardare a comparire per prenderne possesso, tenendo conto che qualche tempo dovette pure impiegare a raccogliere le sue forze navali con le quali contava di passare in Grecia, che si fermò un poco nelle Cicladi (Plut., *Demetr.*, 30) ed un po' di tempo dovette pure spendere nelle trattative con Atene, mi pare evidente che questa specie di prolungata razzìa contro i dominî del re di Tracia va posta non più nel 301/300, ma nel 300/299 (cfr. anche Possenti, *Il Re Lisimaco*, pag. 110). Che cosa abbia fatto Lisimaco contro di lui la tradizione non dice; Memnone dopo Ipso lo fa fermare, come s'è visto, a Sardi; Plutarco a questo momento dice che Lisimaco *ὑπὸ τῶν ἄλλων βασιλέων ἠμελεῖτο, μηδὲν ἐπιεικέστερος ἐκείνου* [scil. *Δημητρίου*] *δοκῶν εἶναι, τῷ δὲ μᾶλλον ἰσχύειν καὶ φοβερώτερος* (Plut., *Demetr.*, 31). Anche su queste parole possiamo fondarci per ritenere che quando Seleuco nel 300 av. Cr. tentò di occupare la Celesiria, Lisimaco non era alleato di Tolemeo, e Seleuco non desistette da questa sua impresa per l'avvicinarsi di Lisimaco; l'estendersi del dominio di Seleuco, che minacciava la Celesiria, determinò in realtà l'alleanza di Tolemeo con Lisimaco, conclusa, come ho detto, probabilmente sul principio del 299. Ritengo quindi che vada respinta la disposizione data a questo gruppo di avvenimenti dal Possenti, *Il Re Lisimaco*, pag. 114.

(1) Polyaen., IV, 7, 4.

col viaggio di Demetrio verso la Siria (1). Anche nella Caria del resto Demetrio doveva aver conservato qualche città; Alicarnasso, ad esempio, poteva essergli rimasta, e così pure Cauno che egli conservava, come appare da Plutarco, ancora nel 286/5 (2).

Dopo ciò, tentata anche la Cilicia ed incontratosi con sua moglie Fila, che in questo tempo era rimasta a Salamina di Cipro, pervenne finalmente nella Siria Seleucide ed approdò a Rosso (3), dove era venuto ad attenderlo Seleuco. In questo convegno non solo si ebbe uno scambio di cortesie tra i due re, ma essi presero anche i loro accordi, come si deduce dalle parole di Plutarco, circa le quistioni più importanti del momento, ed infine, come pegno di osservanza della lega allora definitivamente conclusa, Seleuco sposò Stratonice e la condusse seco con splendida pompa ad Antiochia, nella nuova capitale da lui recentemente fondata.

Demetrio, in quest'ultimo tratto della sua navigazione aveva approdato, secondo Plutarco, anche nella Cilicia. Anche in questa regione pare che qualche località gli fosse rimasta fedele, e Demetrio al suo ritorno aveva forse incominciato a riconquistare qualche tratto di questa regione che ora si trovava sotto Plistarco. Altrove ci viene anche raccontato di un assedio posto da Demetrio a Soli in Cilicia e di un aiuto che avrebbe portato Lisimaco alla città assediata (4). Ora questa notizia viene da taluni respinta come un aneddoto senza valore od una pura invenzione, da altri, pur respingendo com'è naturale l'aneddoto di Plutarco in cui è contenuta, si ritiene vera la notizia dell'assedio di Soli e di un qualche intervento di Lisimaco in favore della città bloccata. Difficilmente questo assedio si può riferire ad un altro momento; Lisimaco però non dovette entrare in campagna contro Demetrio, ma forse si limitò a fare una dimostrazione di simpatia alla causa di Plistarco, trovandosi

(1) Droysen, *Hist. de l'Hellén.*, pag. 512; Possenti, *Il Re Lisimaco*, pag. 112.

(2) Plut., *Demetr.*, 49; Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 2, pag. 267 sgg.

(3) I manoscritti di Plut., *Demetr.*, 32, hanno *ορσσσον* corretto giustamente dal Lubino in *Ῥωσσόν*; Niese, *Gesch. der griech. und mak. Staaten*, I, pag. 355, n. 1; cfr. Ptol., V, 15, 2: *Ῥῶσσος*.

(4) Plut., *Demetr.*, 20.

egli in buone relazioni col fratello di lui Cassandro (1). Plistarco, assalito da Demetrio, sapendo dell'alleanza che esso stava per stringere con Seleuco, vedendo forse che Lisimaco non gli avrebbe arrecato efficaci aiuti, cercò di prevenire Demetrio presso Seleuco, onde esporre a lui le sue lagnanze e proteste contro Demetrio, ed impedire che si stringesse effettivamente da Seleuco, senza il consenso degli altri re, quell'alleanza col loro comune nemico (2). Ma anche quest'ultimo tentativo fallì; dal racconto di Plutarco risulta che Plistarco fu preceduto da Demetrio, il quale andò prima a Kyinde, dove trovò ancora una parte del tesoro di suo padre Antigono e quindi s'affrettò verso la Siria (3). Dopo aver stretta l'alleanza con Seleuco, Demetrio ritornò all'assalto della Cilicia, avendo probabilmente compreso dal suo tentativo anteriore che non sarebbe stata cosa difficile toglierla a Plistarco, e difatti riuscì ad occuparla. Plistarco cacciato di qui dovette andarsene a protestare ed a cercare aiuto non più presso Lisimaco, che aveva sperimentato inefficace, ma presso il fratello Cassandro. Demetrio infatti, per non avere nel cognato un nuovo nemico, sentì il bisogno di mandare sua moglie Fila appunto al fratello di lei Cassandro, per giustificare il suo operato e difenderlo e scolparlo dalle accuse che gli avesse

(1) Hünerwadel, *Forsch. zur Gesch. des Königs Lysimachos*, pag. 56. Inesattamente il Possenti, *Il Re Lisimaco*, pag. 114, dice che la notizia di Plutarco è rifiutata dal Niese, mentre questi dice che non saprebbe riferire tale notizia ad altro momento che a questo assalto di Demetrio contro la Cilicia; Niese, *Gesch. der griech. und mak. Staaten*, I, pag. 355, n. 4; Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 1, pag. 221, n. 5.

(2) Plut., *Demetr.*, 31.

(3) Plut., *Demetr.*, 32. Le buone relazioni tra Seleuco e Demetrio sono anche testimoniate, per via epigrafica, da un decreto di Efeso in favore di *Νικαγόρας Ἀριστάρχου Ῥόδιος ἀποσταλεὶς παρὰ τῶμ βασιλέων Δημητρίου καὶ Σελεύκου πρός τε τὸν δῆμον τὸν Ἐφεσίων καὶ τοὺς ἄλλους Ἕλληνας κτλ.* Michel, *Recueil*, N. 492 = Dittenberger, *Or. Gr. Inscr.*, I, N. 10. La stessa deduzione si deve fare, come bene ha notato il Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 2, pag. 221, n. 3, dal fatto che a Mileto fu posto un decreto in onore di Antioco figlio di Seleuco prima del 294, perchè egli seguendo l'esempio del padre riguardo a Mileto ed al santuario di Didime *ἐ]π[αγγ]ὲλ[λε]ται στοὰν οἰκοδο[μήσειν .....]ωι κατὰ πόλιν, κτλ.*, Haussoullier, *Études sur Milet*, pag. 34 sgg.

mosse Plistarco (1). Cassandro del resto difficilmente poteva intervenire nella quistione, ed in realtà a Demetrio rimase il possesso della Cilicia.

La fortuna secondando l'audacia, il Poliorcete cominciava a risorgere in questo modo a nuovo splendore, e forse gli balenò allora l'idea di risuscitare un nuovo grande dominio nell'Asia in proprio vantaggio. Così, forte dell'appoggio di Seleuco, eccitato dai successi ottenuti, cercò di riordinare efficacemente la sua nuova conquista e quel poco che ancora aveva nella Fenicia, e volle poi cogliere anche qui qualche occasione favorevole, profittando dell'impreparazione e della lontananza di Tolemeo, o magari anche di un momento in cui questi si trovava occupato altrove, per tentare un audace colpo di mano contro la Celesiria. Anche questa volta pare che la fortuna, almeno sul principio, gli abbia arriso, se egli avanzatosi dalla Fenicia contro Samaria riuscì a conquistarla od a distruggerla (2).

Nel frattempo sembra che fosse avvenuto un nuovo ravvicinamento anche tra Seleuco e Tolemeo, forse già gelosi del crescere della potenza di Cassandro; ad ogni modo vediamo che Seleuco si fece in questo momento mediatore di pace tra Demetrio e Tolemeo (3). E qui ci troviamo di fronte ad un nuovo problema: perchè Seleuco si fece mediatore di questa pace? Fu risposto in vario modo a questo quesito. Anzitutto mi pare evi-

---

(1) Plut., *Demetr.*, 32. Dopo la partenza di Fila si recò presso Demetrio Deidamia, sorella di Pirro, che egli aveva sposata nel 302; poco tempo dopo essa morì forse a Cipro; cfr. Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 2, pag. 91.

(2) Euseb., II, 118, sotto l'Olimpiade 121, 1 (= 296/5 av. Cr.): *Demetrius rex Asianorum Poliorcetes appellatus Samaritanorum urbem a Perdicca constructam totam cepit*; Syncell., pag. 519 e 522 Bonn. Certo non si può accettare questa data (Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 1, pag. 221, n. 6), ma non si può dubitare seriamente del fatto, come fa il Niese, *Gesch. der griech. und mak. Staaten*, I, pag. 355, n. 6, per il silenzio di Plutarco; probabilmente esso deve riferirsi alla fine del 298.

(3) Questa pace non fu suggellata effettivamente da un matrimonio, ma pure fu stabilito che Demetrio avrebbe sposato Tolemaide, figlia di Tolemeo: *Γενομένης δὲ πρὸς Πτολεμαῖον διὰ Σελεύκου φιλίας αὐτῷ, ὡμολογήθη Πτολεμαΐδα τὴν Πτολεμαίου θυγατέρα λαβεῖν αὐτὸν γυναῖκα*, Plut., *Demetr.*, 32. Pirro scacciato dall'Epiro era sempre rimasto fedele ad Antigono ed a Demetrio, ed ora per Demetrio andò in ostaggio in Egitto: *καὶ συμβάσεων αὐτῷ* (Demetrio) *γενομένων πρὸς Πτολεμαῖον ἔπλευσεν εἰς Αἴγυπτον ὁμηρεύσων*, Plut., *Pyrrh.*, 4.

dente che per questo stesso fatto si debba escludere che Seleuco abbia partecipato direttamente od indirettamente a questa guerra (1). E senza dubbio poi una delle ragioni, e forse la più grave, del suo intervento per la conclusione della pace si ha appunto nelle condizioni in cui per Seleuco si trovava la Celesiria. Evidentemente la quistione della Celesiria sarebbe stata gravemente compromessa per i Seleucidi tanto nel caso in cui Demetrio l'avesse ricuperata contro Tolemeo, formandone così per diritto di conquista un possesso ereditario nella sua famiglia, quanto nel caso inverso in cui Tolemeo avesse respinto vittoriosamente gli assalti di Demetrio. Il nuovo diritto di guerra avrebbe annullato senz'altro di fatto il trattato concluso dai vincitori dopo Ipso, mentre il procrastinare la risoluzione definitiva della controversia tra Seleuco e Tolemeo non ne cambiava l'aspetto, non ne mutava le basi. Quindi era conveniente per Seleuco che pel momento non venisse turbato lo *statu quo* con nuove guerre, restasse cioè il dominio già contestato di Tolemeo, contro il quale conservavano sempre il loro valore tanto l'atto di spartizione dei sovrani vincitori ad Ipso, quanto l'affermazione del suo diritto fatta da parte di Seleuco. Così è che questi cercò che si venisse ad un'intesa, e la pace fu quindi segnata fra Tolemeo e Demetrio, il quale consentì, come pegno che le convenzioni allora stipulate sarebbero state mantenute, che Pirro andasse in Egitto come ostaggio (2).

(1) Diversamente giudica su questo punto il Bouché-Leclercq, *Hist. des Lagides*, I, pag. 86.

(2) Il Wilamowitz, *Antigonos von Karystos*, pag. 190, suppose che la Caria e la Licia facessero parte del dominio di Plistarco; ma ciò mi pare da escludere, perchè la testimonianza di Plutarco si riferisce in modo esplicito alla sola Cilicia; si vedano del resto anche le osservazioni del Niese, *Gesch. der griech. und mak. Staaten*, I, pag. 351, n. 7. Invece il Possenti, *Il Re Lisimaco*, pag. 115, accettando l'ipotesi del Wilamowitz, ritiene che anche Lisimaco deve essere stato compreso in questa pace, con la quale gli furono cedute la Licia e la Caria. In realtà noi non sappiamo quando precisamente Lisimaco abbia ottenuto la Caria, ma forse l'occupò un poco più tardi; in questa regione, come si è detto addietro, Demetrio possedeva Cauno ancora nel 286/5. Il silenzio della tradizione riguardo a Lisimaco in questo caso è assai significativo per farci ritenere che di Lisimaco in questa pace non si tenne conto, e ci induce anche in questa opinione il fatto stesso della mediazione di Seleuco.

A questo punto sembra però che si venissero delineando nuove tendenze. La Macedonia con Cassandro aveva riacquistata l'egemonia nella penisola ellenica, e nell'Epiro, sotto l'alto dominio di Cassandro, regnava ora Neottolemo, che ne aveva scacciato Pirro. Quindi Tolemeo, sospettoso di tutti ed anche della Macedonia, cercava di opporle un qualche ostacolo, e data sua figlia Antigone in moglie a Pirro, mandò questo come pretendente al trono di Epiro contro Neottolemo, il quale finì col riconoscerlo correggente (1). Il ritorno di Pirro in Epiro viene posto comunemente prima della morte di Cassandro, avvenuta verso la metà del 297 av. Cr. In realtà sarebbe stata cosa assai imprudente avventurarsi nell'impresa dell'Epiro, sia pure con l'appoggio di Tolemeo, se Cassandro fosse stato ancora in vita, poichè avrebbe potuto facilmente intervenire in favore del suo protetto Neottolemo. Così mi pare che a ragione il Beloch ponga l'invio di Pirro in Epiro in relazione con la morte di Cassandro, in un momento in cui la Macedonia assai difficilmente sarebbe intervenuta in Epiro, perchè entrava essa stessa in un periodo di stasi per effetto della successione e della discordia che si manifestò presto tra i figli di Cassandro (2).

D'altra parte Demetrio se aveva sperato nella formazione di un nuovo Stato asiatico, aveva pure sperimentato quali difficoltà gliel'avrebbero impedita, e quindi assai presto deve aver ripreso il pensiero, che aveva vagheggiato subito dopo Ipso, di formarsi il suo Stato nella penisola Ellenica e di occupare la Macedonia. L'occasione si presentava assai favorevole; ed ora, che nella Macedonia a cagione delle discordie scoppiate nella famiglia di Cassandro egli avrebbe più facilmente potuto riu-

(1) Plut., *Pyrrh.*, 4 sgg.

(2) Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 2, pag. 103. È questo il tempo in cui anche Agatocle, tiranno di Siracusa, cerca di entrare in relazione coi sovrani ellenistici. Egli aveva occupato verso questo tempo l'isola di Corcira togliendola a Cassandro (Diod., XXI, 2, Exc. Vatican., p. 42), che diede più tardi in dote a sua figlia Lanassa quando, nel 295, sposò Pirro, mentre forse egli stesso entrava in relazione di amicizia con Tolemeo, di cui sposò la figlia Teossena; cfr. De Sanctis, *Agatocle* (in " Rivista di filol. ", XXXIII, 1895, pag. 289 sgg.; ripubblicato con qualche aggiunta nel volume *Per la scienza dell'antichità*, pag. 141 sgg., al quale mi riferisco nelle mie indicazioni), pag. 201 sg.

scire, ritentò un'altra volta su quest'altro campo la sorte delle armi.

Le relazioni di Demetrio con Seleuco del resto non avevano tardato molto a turbarsi, e ben lieto doveva essere anche Tolemeo che sorgessero nuove cause ad allontanare dall'Asia un turbolento e pericoloso vicino. Seleuco infatti, il quale come ho accennato doveva essersi già guastato col suocero per la Celesiria, gli chiese in modo imperioso dapprima la cessione della Cilicia per una certa somma di denaro, alla quale Demetrio non volle acconsentire; poi cambiò la sua richiesta pretendendo che Demetrio gli cedesse le città fenicie di Tiro e Sidone; ma Demetrio rifiutò anche questo, anzi tenne queste città meglio fortificate e difese (1). Evidentemente Seleuco tendeva ad eliminare in proprio vantaggio il dominio di Demetrio in Asia.

Così, mentre si rendevano di nuovo tesi i rapporti con Seleuco, Demetrio, lasciando a Cipro la propria madre, la moglie Fila ed i figli, tornò nella penisola Ellenica ed anzitutto contro Atene (2). La fortuna tornò ancora una volta a favorirlo, ed un'altra volta ancora avvenne un rivolgimento nelle alleanze, poichè Tolemeo, Seleuco e Lisimaco, mentre Demetrio si costituiva un nuovo Stato, agirono di comune intesa contro i suoi possedimenti dell'Asia ed in massima parte glieli tolsero. Lisimaco occupò ora una parte delle città marittime dell'Asia Minore, Tolemeo si impadronì di Cipro e della Fenicia (3). La tradizione non ci dice nulla riguardo a Seleuco, ma è assai probabile che abbia anch'egli agito di comune accordo con Lisimaco e Tolemeo, occupando la Cilicia e forse la Cataonia. Le richieste

(1) Plut., *Demetr.*, 32 sgg.; egli dandoci queste notizie censura la cupidigia di Seleuco.

(2) Non è il caso di dilungarci qui sulla guerra di Demetrio contro Atene, nel Peloponneso e nella Macedonia di cui divenne re alla fine del 294 o sul principio del 293. Il suo primo infruttuoso tentativo contro Atene spetta al 296 od al 295, ma mi sembra da ritenere che la tirannia di Lacare fosse già incominciata (Plut., *Demetr.*, 33) e non fosse conseguenza di questo insuccesso di Demetrio; vedasi su questo De Sanctis, *Contributi alla Storia Ateniese*, p. 27; Niese, *Gesch. der griech. und mak. Staaten*, p. 359 sgg.; Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 1, pag. 222 sgg.

(3) Probabilmente nel 294, prima che egli diventasse re di Macedonia. Plut., *Demetr.*, 35, e cfr. 38; Beloch., *Griech. Gesch.*, III, 1, pag. 223 sgg.; III, 2, pag. 289.

che egli aveva fatto a Demetrio prima che si recasse in Grecia ed il fatto che nel 286 lo troviamo in possesso della Cilicia (1), rendono probabile questa ipotesi; del resto se una simile intesa non ci fosse stata, difficilmente Tolemeo avrebbe occupato la parte della Fenicia che ancora rimaneva a Demetrio. I successi di Demetrio in Grecia e la sua lontananza dall'Asia avevano destato un'altra volta la gelosia ed acuito la cupidigia dei rivali, ed avevano così determinato questa nuova intesa collo scopo di scacciare Demetrio definitivamente dall'Asia.

Quindi gli avvenimenti di questo aggrovigliato periodo di tempo vanno ordinati nel modo seguente:

301, estate. — Battaglia di Ipso. Divisione della parte asiatica dei possedimenti di Antigono fra Lisimaco, Seleuco e Plistarco. La Siria viene assegnata a Seleuco.

301/300. — Seleuco occupa la Siria settentrionale.

300. — Fondazione di Seleucia e di Antiochia. Seleuco occupa la Celesiria propriamente detta, con Damasco; quindi la Fenicia settentrionale. Tentativo di Seleuco di occupare la Celesiria, e proteste di Tolemeo.

300/299. — Tentativo di Demetrio contro la Grecia, ed assalto ai possedimenti di Lisimaco.

299. — Alleanza di Tolemeo con Lisimaco, e matrimonio di questi con Berenice. Offerte di Seleuco a Demetrio. Ritorno di Demetrio, e suoi approdi nell'Asia Minore.

299/98. inverno. — Convegno di Seleuco e Demetrio a Rosso. Matrimonio di Seleuco con Stratonice.

298. — Demetrio occupa la Cilicia. Riordinamento dei suoi possedimenti d'Asia. Assalto alla Celesiria, e conquista di Samaria. Pace tra Tolemeo e Demetrio colla mediazione di Seleuco.

297. — Matrimonio di Pirro con Deidamia. Ritorno di Pirro in Epiro. Richieste di Seleuco verso Demetrio della Cilicia, di Tiro e di Sidone.

296. — Ritorno di Demetrio in Grecia.

294. — Nuova intesa di Seleuco, Lisimaco e Tolemeo contro Demetrio. Seleuco occupa la Cilicia e la Cataonia, Lisimaco parte delle città dell'Asia Minore, Tolemeo prende Cipro e la Fenicia.

294/93. — Demetrio re di Macedonia.

(1) Plut., *Demetr.*, 47.

La nuova intesa fra i tre sovrani dell'Asia, mentre s'aggiungeva nuovo ostacolo a Seleuco per far valere i suoi diritti sulla Celesiria, dava a Tolemeo il mezzo di assicurarsene vieppiù il dominio coll'annessione di una parte della Fenicia. Per parecchi degli anni seguenti la tradizione ci parla delle guerre e delle conquiste di Demetrio, e nulla ci dice delle relazioni tra la corte di Siria e quella d'Egitto. Dopo la conquista della Cilicia sembra che Seleuco si dedicasse in modo particolare all'ordinamento interno dei suoi dominî, che divise in due parti, assegnando le alte satrapie dall'Eufrate all'Indo al proprio figlio Antioco. Questi così nel 293 venne fatto correggente, e prese in moglie Stratonice dalla quale si separò Seleuco. Quanto alla politica estera, pel momento Seleuco dovette disinteressarsi della Celesiria e forse si limitò per ora a cercare di rafforzare, senza destare però troppi sospetti, il partito dei *σελευκίζοντες* nelle città dell'Asia Minore, cominciando a questo modo a colorire il suo disegno, che riuscì ad effettuare più tardi, di togliere questa regione a Lisimaco.

Veramente riguardo alla Celesiria venne quasi in generale seguita l'opinione fissata già dallo Stark e meglio dal Droysen, che cioè Seleuco avesse occupata con la Cilicia anche la Celesiria, la quale avrebbe appartenuto a Demetrio (1). Ma è superfluo osservare che nella nostra ricostruzione questa ipotesi va respinta, perchè non abbiamo alcuna testimonianza dalla quale risulti che Demetrio o Seleuco abbiano effettivamente occupata questa regione su Tolemeo, e non basta certo a farci ammettere un cambiamento di dominio nella Celesiria la notizia della presa di Samaria. Le altre testimonianze su cui si volle appoggiare la ipotesi di una riconquista della Celesiria da parte di Tolemeo nel 294, e quindi di un dominio di Demetrio o di Seleuco in questa regione, non hanno alcun valore. Anzitutto la testimonianza di Libanio, che l'impero di Seleuco si estendesse sino ai

(1) Stark, *Gaza und die philistäische Küste*, pag. 362 sgg.; Droysen, *Hist. de l'Hellén.*, II, pag. 543; cfr. Bouché-Leclercq, *Hist. des Lagides*, I, pag. 86, n. 1, e pag. 94, n. 4. Il Niese, *Gesch. der griech. und mak. Staaten*, I, pag. 387, sebbene Plutarco non ne parli, ammette che Tolemeo ha forse ricuperato una parte della Siria meridionale quando prese Cipro, attenendosi così in parte al Koepp, *Die syrischen Kriege der ersten Ptolemäer*, in " Rhein. Mus. ", XXXIX (1884), pag. 213 sgg.

confini dell'Egitto è una frase assai vaga ed inesatta di uno scrittore tardo e di scarso valore, in un passo del resto in cui altri errori non mancano (1). Ed anche il fatto che nel 219, secondo Polibio, Antioco III, riguardo alla Celesiria, richiama ai diplomatici egiziani *τὴν Σελεύκου δυνάστειαν τῶν τόπων τούτων*, se pure è vero che per opportunità questa ragione egli facesse valere, resta sempre un'affermazione troppo sospetta, perchè fatta da una parte direttamente interessata nella quistione (2). Plutarco poi il quale, come abbiamo visto, parla delle conquiste di Lisimaco e di Tolemeo, menziona bensì Cipro e la Fenicia quali nuove conquiste di Tolemeo, ma tace della Celesiria, non già perchè questa sia passata come la Cilicia sotto il dominio di Seleuco, ma perchè in realtà già la possedeva Tolemeo. Perciò possiamo ritenere anche sostanzialmente vera, nonostante qualche inesattezza, la testimonianza di Pausania: *ἀποθανόντος δὲ Ἀντιγόνου Πτολεμαῖος Σύρους τε αὖθις καὶ Κύπρον εἷλε, κατήγαγε δὲ καὶ Πύρρον ἐς τὴν Θεσπρωτίδα ἤπειρον* (3). Quindi si può qui richiamare come conclusione la più giusta osservazione del Beloch, che non si trova prima del regno di Antioco il Grande nessuna traccia sicura della dominazione dei Seleucidi al sud di Damasco (4). In realtà Seleuco si trovò costretto a disinteressarsi, sia pure senza rinunziarvi, della quistione della Celesiria.

Anzi, per parecchi anni dopo il 294/93, non abbiamo neppure notizie intorno a Seleuco che ci attestino in qualche modo una sua azione molto attiva per ciò che si riferisce alla politica

(1) Liban., *Ἀντιοχικός*, I, p. 299, Reiske = Liban., *Orat.*, XI, 84, Foerster: ... *καὶ ὡρίζετο ἡ δυναστεία Σελεύκου Βαβυλῶνί τε καὶ τοῖς κατ' Αἴγυπτον ὅροις.*

(2) Polyb., V, 67, 6; ma anche in questa occasione Polibio stesso dice che si insistette sopratutto sul trattato di divisione del dominio di Antigono dopo Ipso.

(3) Paus., I, 6, 8; la Siria meridionale era stata occupata da Tolemeo al tempo della guerra di Antigono, e Cipro sette anni appresso fu da lui tolta a Demetrio. Ripeto qui che alle parole di Pausania, non storico, si deve dare solo un valore relativo, spiegandole possibilmente con le altre fonti e non già prendendole a base di ricostruzioni fantastiche. Il Bouché-Leclercq, *Hist. des Lagides*, I, pag. 88, n. 4, considera questa testimonianza come piena di inesattezze e senza valore; a ragione però solo nella ipotesi del Koepp, l. c.

(4) Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 2, pag. 252.

estera. Non è del resto mio còmpito esporre ora gli avvenimenti compresi tra l'avvenimento di Demetrio al trono di Macedonia e la morte di Seleuco (281 av. Cr.). Basti qui ricordare che spesso Seleuco si limitò a seguire gli avvenimenti senza prendervi parte. Anche quando Demetrio rafforzato notevolmente il suo potere, nella sua ambizione irrequieta cominciò a mostrare di voler mandare ad effetto un grandioso disegno di conquista, Seleuco rinnovò la lega con Tolemeo e Lisimaco, alla quale aderì anche Pirro, ma effettivamente non prese parte come gli altri collegati alla guerra contro Demetrio (1). Solo più tardi, quando Demetrio, tentato in Asia l'ultimo colpo contro Lisimaco, fu respinto da Agatocle e costretto a cercar rifugio nella Cilicia violando il territorio di Seleuco, questi rispettò il trattato di alleanza ed intervenne contro di lui, lo vinse, lo obbligò ad arrendersi a discrezione e lo internò ad Apamea sull'Oronte, dove Demetrio nel 283 morì (2). D'altra parte non abbiamo più alcun accenno a relazioni ostili tra Seleuco e l'Egitto per la Siria meridionale. Certo, mi pare, non si può fondare una ragionevole ipotesi che Seleuco pensasse un'altra volta a risuscitare la quistione della Celesiria, sul fatto che secondo Memnone egli promise, od almeno lasciò credere a Tolemeo Cerauno, che alla morte del padre di lui Tolemeo Sotere l'avrebbe condotto sul trono d'Egitto (3). Le mire di Seleuco erano ormai rivolte all'Asia Minore. Infatti, nell'ultima fase della guerra di Demetrio, Seleuco non volle accettare l'aiuto di Agatocle ed usò a Demetrio suo prigioniero i riguardi dovutigli come suocero e come sovrano, mostrando persino che lo avrebbe liberato dalla pri-

(1) Iustin., XVI, 2, 1 sgg. Pirro e Lisimaco, mentre Demetrio stava preparando nei cantieri del Pireo, di Corinto, ecc., una flotta formidabile, lo assalirono e lo cacciarono dalla Macedonia, mentre Tolemeo per fargli ribellare la Grecia spediva contro di lui la sua flotta, Plut., *Demetr.*, 44; De Sanctis, *Contributi alla Storia Ateniese*, pag. 31. Per le varie vicende di questa guerra a Demetrio restava unica risorsa notevole la flotta.

(2) Plut., *Demetr.*, 51 sgg.; Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 1, pag. 243 sgg.

(3) Memnon., 12, 2 (*F. H. G.*, III, pag. 533). Una simile ipotesi è smentita dai fatti. Tolemeo Cerauno era un buon elemento nelle mani di Seleuco per impedire che Tolemeo Filadelfo intervenisse nell'Asia Minore in favore di Lisimaco.

gionia e ricondotto sul trono di Macedonia (1); le relazioni con Lisimaco si fecero mano mano sempre più tese finchè da ultimo Seleuco, sotto pretesto di vendicare l'uccisione di Agatocle, invase l'Asia Minore, della quale rimase padrone nel 282 con la vittoria di Corupedio (2).

L'Egitto del resto poco poteva interessarsi della lotta fra Lisimaco e Seleuco, perchè agitato all'interno dalla quistione della successione. Tolemeo Filadelfo, che frattanto nel 285 per l'abdicazione del padre era succeduto sul trono d'Egitto, si limitò, a quanto pare, in questo periodo di agitazioni ad occupare alcuni degli avanzi del dominio marittimo del Poliorcete. Nel 281 anche Seleuco cadde vittima di Tolemeo Cerauno e gli succedette il figlio Antioco Sotere. La quistione della Celesiria veniva ereditata insoluta dai due nuovi sovrani, ed insoluta e cagione di lunghe guerre sarà poi trasmessa per oltre un secolo ai loro successori sull'uno e sull'altro trono: solo Antioco IV Epifane riesce ad occupare definitivamente la Celesiria.

***

Il nome di *Κοίλη Συρία* lo troviamo usato nei varî tempi con significato ora più ora meno esteso. Secondo una notizia di Strabone, sotto la denominazione di *Κοίλη Συρία* si comprendeva tutta la regione che si estende dalla Siria Seleucide fino all'Egitto, cioè quasi tutta la Siria, ma propriamente si dava questo nome alla regione del Libano e dell'Antilibano con Damasco: *Ἅπασα μὲν οὖν ἡ ὑπὲρ τῆς Σελευκίδος ὡς ἐπὶ τὴν Αἴγυπτον καὶ τὴν Ἀραβίαν ἀνίσχουσα χώρα κοίλη Συρία καλεῖται, ἰδίως δ' ἡ τῷ Λιβάνῳ καὶ τῷ Ἀντιλιβάνῳ ἀφορισμένη* (3). Da Tolemeo poi sembra che col nome di Celesiria venga indicata tutta la Siria settentrionale e media, dalla Cilicia e dalla Cappadocia fino al corso del Chorseus presso Caesarea Palaestina ed all'alto Giordano; la parte meridionale della Siria è detta

(1) Diod., XXI, 20 (Exc. de Virt. et vit., pag. 561 e 562); cfr. Plut., *Demetr.*, 51.

(2) Di questi avvenimenti tratto più ampiamente in un'altra mia memoria che spero di poter presto pubblicare.

(3) Strab., XVI, 2, 21 (p. 756 C.). Distingue qui Strabone la Celesiria propriamente detta, della quale per altro egli fa poi una descrizione errata.

da Tolemeo Palestina o Giudea (1). Ma è evidente che Diodoro e Polibio, ed è questo che a noi per ora più interessa, quando parlano della Celesiria danno a questo nome un significato alquanto diverso da quello che esso ha in Strabone ed in Tolemeo.

Osserviamo anzitutto che da Diodoro appare nettamente distinta la Fenicia dalla Celesiria. Ciò si vede tanto nel racconto che egli fa della spedizione di Tolemeo contro Antigono, dove Sidone è ben distinta dalle città conquistate nella Celesiria (2), quanto e meglio dove parla della spedizione di Seleuco cui fa venire nella Fenicia donde muove per occupare la Celesiria: *Σέλευκος μετὰ τὴν διαίρεσιν τῆς Ἀντιγόνου βασιλείας ἀναλαβὼν τὴν δύναμιν παρεγένετο εἰς Φοινίκην καὶ ἐπεχείρησε κατὰ τὰς γενομένας συνθήκας τὴν κοίλην Συρίαν ἰδιοποιεῖσθαι* (3). Una conferma per questa distinzione si ha dove Diodoro racconta la conquista fatta della regione da Nicanore per Tolemeo I: *ὁρῶν δὲ τήν τε Φοινίκην καὶ τὴν κοίλην ὀνομαζομένην Συρίαν εὐφυῶς κειμένας κατὰ τῆς Αἰγύπτου, πολλὴν εἰσεφέρετο σπουδὴν κυριεῦσαι τούτων τῶν πόλεων.* Ed incaricò di conquistarla Nicanore il quale *στρατεύσας εἰς τὴν Συρίαν Λαομέδοντα μὲν τὸν σατράπην ἐζώγρησε, τὴν δὲ Συρίαν ἅπασαν ἐχειρώσατο. Ὁμοίως δὲ καὶ τὰς κατὰ τὴν Φοινίκην πόλεις προσαγαγόμενος καὶ ποιήσας ἐμφρούρους, ἐπανῆλθεν εἰς τὴν Αἴγυπτον. κτλ.* (4).

Anche Polibio che più volte accenna alle guerre fra i Seleucidi ed i Tolemei per la Celesiria, fa frequentemente come Diodoro la stessa distinzione tra la Celesiria e la Fenicia. Un chiarissimo esempio si ha dove Polibio riferisce le trattative di Antioco III con gli ambasciatori di Tolemeo IV Filopatore a Seleucia nel 219 per dirimere in modo pacifico la quistione della Celesiria. Antioco accampò allora la conquista che aveva fatto Antigono ed il dominio di Seleuco (molto problematico questo, come si è già sopra osservato), insistendo specialmente

(1) Ptol., V, 15, *Συρίας κοίλης θέσις*, e per la Palestina o Giudea c. 16, 1. Anche Tolemeo distingue in questa regione la Celesiria propriamente detta: *Κοίλης Συρίας Δεκαπόλεως πόλεις αἵδε, κτλ.* Ptol., V, 15, 22, e comprende in essa, come Strabone, anche Damasco.

(2) Diod., XX, 113, 1 sgg.

(3) Diod., XXI, 1, 5 (Exc. Vatican., p. 42, 43).

(4) Diod., XVIII, 43; cfr. XVIII, 61, 5. Anche altrove Diodoro distingue analogamente *Σύροι καὶ Φοίνικες*, Diod., XV, 90, 3.

sulla aggiudicazione che a Seleuco si era fatta di *tutta la Siria* dopo la vittoria di Ipso: *μάλιστα δὲ τὸ κοινὸν ἐπιέζει πάντων τῶν βασιλέων συγχώρημα, καθ' οὓς καιροὺς Ἀντίγονον νικήσαντες καὶ βουλευόμενοι κατὰ προαίρεσιν ὁμόσε πάντες, Κάσσανδρος Λυσίμαχος Σέλευκος, ἔκριναν Σελεύκου τὴν ὅλην Συρίαν ὑπάρχειν* (1). Al che gli ambasciatori egiziani opponevano che Tolemeo si era unito a Seleuco contro Antigono colla esplicita condizione che Seleuco ottenesse bensì l'Asia, ma a Tolemeo andasse la Celesiria e la Fenicia: *...τὰ δὲ κατὰ Κοίλην Συρίαν αὐτῷ* (cioè a Tolemeo) *κατακτήσασθαι καὶ Φοινίκην* (2). Come si vede la distinzione che fa Polibio tra la Siria, la Celesiria e la Fenicia non potrebbe essere più esplicita.

Del resto questa stessa distinzione appare chiaramente anche dove Polibio racconta della conquista di Tiro e di Tolemaide da parte dello stesso Antioco, il quale di qui, cioè dalla Fenicia, si apparecchiò per assalire la Celesiria: *Ἀντίοχος δέ, Πτολεμαΐδα καὶ Τύρον παραδόντος αὐτῷ Θεοδότου, τοῖς κατὰ Κοίλην Συρίαν ἐγχειρεῖν ἐπεβάλετο* (3). Non dimentichiamo che Polibio, il quale parla così esplicitamente della Siria, della Fenicia e della Celesiria, non allude mai alla Celesiria propriamente detta fra il Libano e l'Antilibano, e non fa mai menzione della Palestina o Giudea.

Quindi mi pare naturale che dobbiamo concludere che per Celesiria si deve qui intendere, poichè non si allude mai alla regione dell'alto Giordano e di Damasco, non già con Strabone tutta la regione dalla Siria Seleucide all'Egitto, comprendente cioè la Celesiria propria, la Fenicia e la Palestina, nè con Tolemeo la Siria settentrionale e media, ma soltanto la parte meridionale della Siria, approssimativamente dal gruppo del monte Hermon e da Cesarea fino al Mar Morto ed a Rafia.

Ed ora mi piace aggiungere qui qualche altra considerazione intorno alla divisione amministrativa della Siria. È ben noto il passo in cui Strabone descrive la Siria settentrionale o

(1) Polyb., V, 67, 8.

(2) Polyb., V, 67, 10.

(3) Polyb., IV, 37, 5; cfr. III, 2, 8; V, 66, 6; 87, 6; VIII, 19, 11; XXVIII, 1, 2, ecc. Così pure è considerata come Celesiria la parte meridionale della Siria in Joseph., *Ant. Iud.*, X, 9, 7; XII, 3, 3, ed in questo senso va inteso anche XII, 4, 1, cfr. Appian., *Syr.*, 5, e Polyb., XXVIII, 17, 9.

Seleucide e, dopo aver accennato che era anche designata col nome di provincia dalle quattro città (a causa delle sue quattro città principali, Antiochia, Seleucia, Laodicea, Apamea), aggiunge sulla testimonianza di Posidonio che si divideva in quattro satrapie, come cioè era divisa la Celesiria: *οἰκείως δὲ τῇ τετραπόλει καὶ εἰς σατραπείας διῄρητο τέτταρας ἡ Σελευκίς, ὥς φησι Ποσειδώνιος, εἰς ὅσας καὶ ἡ κοίλη Συρία, **εἰς μίαν δ' ἡ Μεσοποταμία* (1). In base a questa testimonianza di Strabone si suole comunemente ammettere che le quattro satrapie della Siria Seleucide abbiano preso il loro nome dalle quattro città più importanti della regione, e le altre quattro satrapie della Celesiria cui allude Strabone, siano le satrapie della Celesiria propriamente detta, della Fenicia, della Samaria e della Giudea od Idumea. Questa opinione, come ho osservato altrove, va incontro a qualche obbiezione (2), ed intorno al passo di Strabone è possibile formulare anche un'altra ipotesi, per la quale è però necessario premettere qualche osservazione.

Non è naturalmente il caso di addentrarci nelle varie quistioni relative all'amministrazione dei Seleucidi; basti qui ricordare che nelle nostre fonti epigrafiche e letterarie relative al regno di Siria troviamo i governatori superiori delle provincie indicati con i vari nomi di *σατράπης*, *στρατηγός*, *ἔπαρχος*, *ἐπιστάτης*, *ὕπαρχος*. Il nome di *στρατηγός*, che indicava in origine un comandante militare, nell'età ellenistica, posto lo stratego funzionario militare anche a capo dell'amministrazione civile delle provincie, ha sostituito il nome di *σατράπης* (3). È chiara la relazione fra *σατράπης* e *σατράπεια*, fra *ἔπαρχος* ed *ἐπαρχία*, fra *ὕπαρχος* ed *ὑπαρχία*; ma è senza dubbio da respingere l'ipotesi accettata qualche volta dai moderni, che il vocabolo

(1) Strab., XVI, 2, 4 (p. 750 C.).

(2) Cfr. le mie *Note sulla guerra tra Tolemeo Evergete e Seleuco Callinico* in " Atti dell'Acc. Reale delle Scienze di Torino ", vol. XL (1905), estr. pag. 7 sg.

(3) Haussoullier, *Études sur Milet*, pag. 90 sgg.; Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 2, pag. 298 sgg. La *σατράπεια* ha sempre conservato il suo antico nome; più tardi fu sostituita, pare, dall'*ἐπαρχία*, vedasi appresso pag. 611, n. 5, Il nome *στρατηγός*, come è noto, non fu usato unicamente in questo senso; in molte città col nome di *στρατηγοί* erano indicati i magistrati cittadini superiori, che si trovano talvolta anche riuniti in collegi.

ὑπαρχία debba considerarsi come sinonimo di *σατράπεια* e di *ἐπαρχία* (1).

Certo dobbiamo ammettere che nell'impero Seleucide il nome di *ἐπαρχία* si trova usato come corrispondente a quello di *σατράπεια*. Vediamo infatti che la Babilonia venne divisa in due parti, la satrapia di Babilonia (2) ed il territorio della foce del Tigri e dell'Eufrate sul golfo Persico, cioè la *ἐπαρχία περὶ τὴν Ἐρυθρὰν θάλατταν*, come attesta Polibio: *μεταπεμψάμενος Διογένην τὸν τῆς Σουσιανῆς ἔπαρχον καὶ Πυθιάδην τὸν τῆς Ἐρυθρᾶς θαλάττης* (3). Ora secondo questo passo di Polibio anche la Susiana avrebbe formato una *ἐπαρχία* con a capo un *ἔπαρχος*; ma d'altra parte per questa provincia troviamo ricordato in una iscrizione un *Ἀρρενείδην* | *Ἀρρενείδου, τὸν στρατηγὸν* | *τῆς Σουσιανῆς* (4), donde appare chiaramente che l'*ἔπαρχος* menzionato da Polibio va considerato come un vero e proprio *στρατηγός*, e che *ἐπαρχία* è usato qualche volta come sinonimo di *σατράπεια* (5), come avviene anche per l'Idumea.

(1) Bérard, in " Bull. de Corr. Hell. ", XV (1891), pag. 556, N. 8; Bevan, *The House of Seleucus*, II, pag. 297, Appendix F. L'*ἐπαρχία* continuò a sussistere anche durante l'età romana; è incerto se abbia continuato a sussistere l'*ὑπαρχία*, e ad ogni modo quale significato avesse; cfr. Dittenberger, *Or. Gr. Inscr.*, II, 532, l. 37, n.

(2) Appian., *Syr.*, 45; cfr. 47.

(3) Polyb., V, 46, 7; cfr. 48, 3: *γενόμενος δὲ κύριος τῆς τε Βαβυλωνίας καὶ τῆς περὶ τὴν Ἐρυθρὰν θάλατταν, κτλ.*

(4) Dittenberger, *Or. Gr. Inscr.*, II, N. 747.

(5) Si veda il già citato Plut., *Demetr.*, 30. Analoghe osservazioni si possono fare anche per l'Idumea, che viene detta da Diodoro ora *ἐπαρχία* (*ἀπὸ τῆς Ἰδουμαίας ἐπαρχίας*, Diod., XIX, 95, 2), ora invece *σατράπεια* (*κεῖται γὰρ κατὰ μέσην τὴν σατράπειαν τῆς Ἰδουμαίας*, Diod., XIX, 98, 1), ed a capo di essa troviamo uno *στρατηγός*, Gorgia (II *Mach.*, 12, 32). Si comprende facilmente come la persistenza della *σατράπεια* può aver contribuito a far sopravvivere nelle fonti letterarie l'uso del nome dell'antico governatore, il *σατράπης*, sebbene ormai il titolo ufficiale per designare questo funzionario superiore fosse certo *στρατηγός*. Più difficile invece mi sembra spiegare l'uso di *ἔπαρχος* accanto a questo. In realtà pare che sia avvenuto a poco a poco un cambiamento di significato dei due vocaboli *ἔπαρχος* ed *ἐπαρχία*. Da Diodoro infatti appare che un tempo l'*ἐπαρχία* non era realmente equivalente alla *σατράπεια*, ma una parte di essa: *Ὁ δ' Ἀντίγονος τὴν δύναμιν ἅπασαν ἀναλαβὼν εἰς Μηδίαν, αὐτὸς μὲν ἔν τινι κώμῃ παρεχείμασεν οὔσῃ πλησίον Ἐκβατάνων, ἐν ᾗ τῆς χώρας ἐκείνης ἐστὶ*

Più incerto è se anche l'*ἐπιστάτης* sia qualche volta da considerare come sinonimo di *στρατηγός*. Pare difatti che la Commagene formasse una provincia a sè; ma nelle nostre fonti non è mai ricordata come una *σατράπεια*, nè ci si parla mai di uno *στρατηγός* come posto a capo di essa, bensì di un *ἐπιστάτης*, poichè Diodoro ricorda un Tolemeo *ὁ τῆς Κομμαγηνῆς ἐπιστάτης* (1).

Ma certamente come un funzionario inferiore allo *στρατηγός* e come a lui subordinato va invece considerato l'*ὕπαρχος*. Nel regno di Siria finora abbiamo notizia di due *ὕπαρχοι* e di una *ὑπαρχία*. Come tale va considerato Dionytas, *ὕπαρχος* probabilmente nella Frigia Grande (piuttosto che nella Caria), la quale costituiva una *σατράπεια* con a capo Anassimbroto (2). Del-

τὰ βασίλεια, τοὺς δὲ στρατιώτας ἐπιδιεῖλεν εἰς ἅπασαν τὴν σατραπείαν, καὶ μάλιστα εἰς τὴν ἐπαρχίαν τὴν προσαγορευομένην Ῥάγας, κτλ. Diod., XIX, 44, 4. Forse dobbiamo ritenere che i nomi di *ἔπαρχος* e di *ἐπαρχία*, dato il loro significato più generico, furono usati, con un significato un po' diverso da quello che aveva il termine tecnico *στρατηγός* (che conservò il suo significato più schiettamente militare anche presso gli scrittori di cose romane), a designare le divisioni amministrative ed i capi di esse, che avevano attribuzioni prevalentemente civili. Ed il risultato fu che mentre dapprima l'*ἐπαρχία* indicava una suddivisione della *σατράπεια*, fu poi usato come sinonimo di questa, e finì col sostituirsele nell'uso; con questo significato venne poi usato nell'età romana. Non dimentichiamo che qualche volta troviamo indicato il comandante militare non già col suo nome ufficiale di *στρατηγός*, ma con quello di significato più generico di *ἄρχων*, nei libri dei Maccabei: *καὶ ἤκουσε Σήρων ὁ ἄρχων τῆς δυνάμεως Συρίας, κτλ.* (I *Mach.*, 3, 13; cfr. 6, 28; 7, 26). Con valore diverso è poi usato *ἔπαρχος* in II *Mach.*, 4, 27, dove si fa menzione di Sostrato *τοῦ τῆς ἀκροπόλεως ἐπάρχου*.

(1) Diod., XXXI, 19 a. Anche questo può essere un titolo usato come equivalente di *στρατηγός*, ma può pure indicare un funzionario inferiore dipendente realmente da uno *στρατηγός*. È noto del resto come con questo titolo vengano anche indicati dei magistrati cittadini tanto nel regno di Siria quanto fuori di esso. Cfr. Polyb., V, 48, 12: *παραλαβὼν δὲ* [scil. *Μόλων*] *καὶ ταύτην* [scil. *Σελεύκειαν*] *ἐξ ἐφόδου διὰ τὸ πεφευγέναι τοὺς περὶ τὸν Ζεῦξιν, ἅμα δὲ τούτοις τὸν Διομέδοντα τὸν ἐπιστάτην τῆς Σελευκείας, κτλ.* In una iscrizione troviamo menzionato lo stratego Democrates *ἐπιστάτης* di Babilonia, Dittenberger, *Or. Gr. Inscr.*, I, N. 254: *Ἡ πόλις | Δημοκράτην Βυττάκου, | τὸν στρατηγὸν καὶ ἐπιστά|την τῆς πόλεως, κτλ.* Cfr. II *Mach.*, 5, 22.

(2) Dittenberger, *Or. Gr. Inscr.*, I, N. 224, n. 1.

l'altro ci è conservato solo l'ultima parte del nome ...*κ|ράιους τοῦ ὑπάρχου*, in una iscrizione di Mileto (Didime), un *ὕπαρχος* assai probabilmente dell'Ellesponto, *ἡ ἐφ' Ἑλλησποντίῳ σατράπεια*, a capo della quale si trovava come *στρατηγός* Metrofane (1). Gli *ὕπαρχοι* erano a capo delle *ὑπαρχίαι*, di cui abbiamo per il regno di Siria una testimonianza in una epigrafe, nella quale sono ricordati *οἱ ἐν τῆι περὶ Ἐρίζαν ὑπαρχίαι | φυλακῖται* (2). Sicchè in base a questi elementi fu giustamente ammesso che le satrapie fossero, tutte o in parte, suddivise in distretti amministrativi più piccoli, che portavano il nome di *ὑπαρχίαι* ed avevano a capo degli *ὕπαρχοι* subordinati agli *στρατηγοί* (3).

Ora l'Haussoullier a proposito della divisione della Siria Seleucide in quattro satrapie, ha proposto dubitativamente l'ipotesi che si tratti invece di quattro *ὑπαρχίαι*. Ho già osservato altrove che questa ipotesi non mi pareva fosse fondata (4). Anzitutto Strabone in base a Posidonio parla esplicitamente di *σατράπειαι* e non di *ὑπαρχίαι*, e poi una parziale ma importantissima conferma si ha per via epigrafica che la Seleucide era divisa realmente in satrapie, perchè una iscrizione ricorda *κώμην τὴν Βαιτοκαι[κη]νήν, ἣν πρότερον ἔσχεν Δημήτριος | Δημητρίου τοῦ Μνασ(έ)ου ἐντουρίωνα τῆς περὶ Ἀπάμ(ε)ιαν σατραπείας* (5), e d'altra parte non troviamo mai in nessuna fonte ricordata la Siria Seleucide come formante da sè un'unica satrapia.

È più probabile invece che in quattro *ὑπαρχίαι* fosse divisa la Celesiria propriamente detta? È questa una ipotesi possibile, poichè Strabone quando menziona la Celesiria intende sempre la Celesiria propriamente detta, e quindi nel passo sopra

(1) Haussoullier, *Études sur Milet*, pag. 76 sgg.; Dittenberger, *Or. Gr. Inscr.*, I, n. 235, n. 31.

(2) Dittenberger, *Or. Gr. Inscr.*, I, N. 238. Questa iscrizione fu attribuita anche al dominio Pergameno e Tolemaico.

(3) Koehler, nelle " Sitzungsber. der Akad. zu Berlin ,, 1894, pag. 451; Haussoullier, *Études sur Milet*, pag. 92 sgg.; Beloch, *Griech. Gesch.*, III, 1, pag. 400, n. 2; III, 2, pag. 297 sgg. Del resto anche in un frammento di Nicolao Damasceno l'*ὕπαρχος* appare in modo esplicito come subordinato allo *στρατηγός* (Fr. 9, in *F. H. G.*, III, pag. 358): *ἀλλ' ἐάν γε Βαβυλῶνος σατραπεύσω, σὲ ὕπαρχον καταστήσω τῆς ὅλης σατραπείας.*

(4) Cfr. le mie *Note sulla Guerra, ecc.*, cit., pag. 8. n. 1.

(5) Dittenberger, *Or. Gr. Inscr.*, I, N. 262, lin. 6 sg.

riferito può alludere ad una suddivisione di essa in distretti amministrativi minori, in *ὑπαρχίαι*; ma d'altra parte questo passo può essere desunto da Posidonio e quindi non è punto improbabile che, contrariamente all'uso comune dello stesso Strabone, la parola Celesiria vi sia presa, come già s'è congetturato, in senso ampio, in modo da comprendervi tutta la Siria media e meridionale, nella quale le quattro satrapie sarebbero quelle della Fenicia, della Celesiria propria, della Samaria e della Idumea. Ed è ad ogni modo assai probabile che la Celesiria propria formasse da sè una sola satrapia, anche se si resta incerti che il *Σήρων, ὁ τῆς Κοίλης Συρίας στρατηγός* menzionato da Flavio Giuseppe fosse realmente governatore della Celesiria propria (1).

S' intende del resto che non è necessario ammettere che tutte le satrapie dell' impero Seleucidico fossero suddivise in *ὑπαρχίαι*; ma ad una tale suddivisione può essersi ricorso in una parte soltanto di esse per ragioni particolari, sia per la loro maggiore estensione, o per la più densa popolazione, sia per accrescere la sorveglianza, sia per rendere più facile la riscossione dei tributi, sia per impedire possibili ribellioni dei governatori, e renderle ad ogni modo meno pericolose.

(1) IOSEPH., *Ant. Iud.*, XII, 7, 1.

Per la storia di alcune dinastie greche nell'Asia Minore.

Nota di LUIGI PARETI

Intorno ai tempi delle guerre contro i Persiani, sorsero, com'è noto, nella Misia e nella Lidia, tre piccoli staterelli in città donate dal gran re ad esuli greci che presso di lui avevano riparato; apparvero così le dinastie dei Demaratidi, dei Gongilidi e quella di Temistocle (1).

Demarato, quando nel 491 (2) fu deposto, andò in Elide, poi a Zacinto e infine *ἐς τὴν Ἀσίην παρὰ βασιλέα Δαρεῖον· ὁ δὲ ὑπεδέξατό τε αὐτὸν μεγαλωστὶ καὶ γῆν τε καὶ πόλιας ἔδωκε* (3). Si deduce unicamente da questo passo che egli ebbe in dono più di una città. Quando Demarato andò in Asia non era più molto giovane, se già intorno al 507 era in grado di condurre insieme con Cleomene l'esercito Spartano ad Eleusi (4); non può dunque esser nato che al più tardi intorno al 530, e all'inizio del suo regno in Asia doveva aver certamente passata la quarantina. Se si dà retta ad un aneddoto di apparenza molto dubbia

(1) Su tutte tre le famiglie la trattazione più recente è quella di E. Babelon, *Traité des monnaies Grecques et Romaines*, II, 2, col. 73 sgg., Paris, 1910. Dello stesso autore si ved. le opere anteriori: *Catal. des monn. Grecq. du Cab. de Paris: Perses Achém.*, p. LXVIII sgg.; 57 sgg. e n.; *Mélanges numism.*, II, p. 191 sgg. Sul regno di Temistocle: Busolt, *Gr. Gesch.*, II², p. 640, III, 1, 124 sgg.; Kirchner, *Prosop. Att.*, I, 433; Curtius, *Gr. Gesch.*, trad. fr., II, 391 sg.; e le altre storie greche generali. Sui Demaratidi e sui Gongilidi: Homolle, " B. C. H. „, 1896 (20), p. 505 sgg.; Six, " Num. Chron. „, 1890, p. 188 sg.; 1884, p. 315 sg.; Thraemer, *Pergamos*, p. 220-221; Th. Reinach, *Les origines de la ville de Pergame*, " Rev. hist. „, 1886 (32), p. 74 sgg.; Hesselmeyer, *Die Ursprünge der Stadt Pergamos*, 1885; Collignon-Pontremoli, *Pergame*, 1900, p. 23; Cardinali, *Il regno di Pergamo*, 1906, p. 2 sg.

(2) Erod., VI, 65 sgg.; Diod., XI, 48. XII, 35; Tucid., III, 1, 89 (per il regno del successore Leotichida). Cfr. Busolt, *Gr. Gesch.*, II², 573; Meyer, *Gesch. d. Alt.*, III, p. 323 n.

(3) Erod., VI, 70.

(4) Erod., V, 75. Per la cronologia Beloch, *Gr. Gesch.*, I, p. 338 e sgg.

conservatoci da Plutarco (1), Demarato sarebbe ancora vissuto posteriormente al 464, dopo l'arrivo di Temistocle nell'Asia Minore, epoca in cui avrebbe avuto almeno 70 anni.

Quando nel 399 si iniziò la guerra degli Spartani, condotti allora da Tibrone, contro i Persiani, tra le città dell'Asia Minore che si schierarono dalla parte dei Greci, furono, al dire di Senofonte, anche Pergamo, Teutrania e Alisarna. È necessario riportare la notizia nel testo (2): *ἐπεὶ δὲ σωθέντες οἱ ἀναβάντες μετὰ Κύρου συνέμειξαν αὐτῷ* [= a Tibrone]. *ἐκ τούτου ἤδη καὶ ἐν τοῖς πεδίοις ἀντετάττετο τῷ Τισσαφέρνει, καὶ πόλεις Πέργαμον μὲν ἑκοῦσαν προσέλαβε καὶ Τευθρανίαν καὶ Ἁλίσαρναν, ὧν Εὐρυσθένης τε καὶ Προκλῆς ἦρχον οἱ ἀπὸ Δημαράτου τοῦ Λακεδαιμονίου· ἐκείνῳ δ'αὕτη ἡ χώρα δῶρον ἐκ βασιλέως ἐδόθη ἀντὶ τῆς ἐπὶ τὴν Ἑλλάδα συστρατείας...*

Dunque secondo Senofonte Procle ed Euristene sarebbero stati signori di quelle stesse città ch'erano state donate al loro antenato, e queste città, secondo l'interpretazione meno forzata del testo, erano non solo Teutrania e Alisarna, ma anche Pergamo. Saranno stati Procle ed Euristene entrambi signori di quelle città? o vi sarà stata una divisione dei possessi? Ci aiuta a sciogliere il dubbio Senofonte stesso, che parlando due altre volte di Procle lo dice: *ὁ Τευθρανίας ἄρχων, γεγονὼς ἀπὸ Δαμαράτου τοῦ Λάκωνος* (3), e lo fa giungere in soccorso dei Cirei da Alisarna e Teutrania: *συνεβοήθει δὲ καὶ Προκλῆς ἐξ Ἁλισάρνης καὶ Τευθρανίας ὁ ἀπὸ Δαμαράτου* (4).

Se dunque del solo Procle si parla come di signore della regione Teutrania, o delle città di Teutrania e Alisarna, parrebbe logicamente da dedurre che in esse non dominava Euristene, ma bensì nella terza città donata a Demarato, Pergamo che non è mai unita in Senofonte col nome di Procle.

(1) Plut., *Temist.*, 29.

(2) Senof., *Ellen.*, III, 1, 6. Non posso seguire il Babelon, *Traité*, col. 79 sg., 88, quando crede che nel 399 Pergamo fosse dei Demaratidi, ma che fosse stata da essi acquistata solo col tempo. Il passo di Senofonte dice chiaramente che nel 399 i Demaratidi avevano quelle stesse città, qualunque esse fossero, ch'eran state di Demarato.

(3) Senof., *Anab.*, II, 1, 3.

(4) Senof., *Anab.*, VII, 8, 17.

La cosa a parer mio trova una conferma in un altro passo di Senofonte, dove parlandoci dell'arrivo dei Cirei nella valle del Caico ed a Pergamo e dell'accoglienza fatta da Ellade (di cui tosto parleremo) a Senofonte, la quale gli consigliò il colpo di mano sul Persiano Asidate, aggiunge che Ellade *ἔπεμψε τόν τε αὑτῆς ἀνεψιὸν καὶ Δαφναγόραν, ὃν περὶ πλείστου ἐποιεῖτο* (1). Ora qualunque fosse la posizione di Ellade a Pergamo, parrebbe naturale che quel suo cugino ch'essa spinse a secondare l'azione dei Cirei non fosse altri che Euristene, signore di Pergamo, vale a dire quegli che aveva il diritto di disporre delle cose. Chè se in realtà chi dovette dirigere le mosse fu Dafnagora che con lui era stato inviato, ciò sarebbe semplicemente una prova che il signore di Pergamo era ancor molto giovane. Nè reggerebbe l'obbiezione di chi negasse questa deduzione sull'età di Euristene fondandosi sul fatto che suo fratello Procle partecipò alla spedizione di Ciro (2), perchè in realtà quando Senofonte nel passo delle Elleniche già citato nomina Euristene prima di Procle non si può sicuramente dedurne che Euristene fosse il primogenito (3). Si ricordi infatti che i Demaratidi erano Euripontidi, e quindi discendenti da Procle: il che ci farebbe pensare che il nome di Procle dovesse essere preferito per i primogeniti, e ne è conferma ad esempio il nome che Procle II diede ai suoi due figli, i discepoli di Teofrasto (4): Procle e Demarato. Inoltre la presenza di Procle invece di Euristene nella spedizione di Ciro lascia appunto supporre ch'egli fosse il maggiore; mentre l'ordine in cui li dispone Senofonte doveva venirgli spontaneamente pel ricordo della posizione reciproca nella leggenda dei due eponimi della diarchia spartana.

Da Senofonte adunque credo risulti che intorno al 400 av. Cr. due discendenti di Demarato si erano diviso il potere: il maggiore, Procle, restò signore di Teutrania e Alisarna; il minore, Euristene, di Pergamo (5). Quest'ultimo doveva nel 399 essere

(1) Senof., *Anab.*, VII, 8, 9.

(2) Senof., *Anab.*, II, 1, 3; 2, 1.

(3) Senof., *Ellen.*, III, 1, 6.

(4) Sest. Emp., *adv. math.*, I, 158.

(5) Giacchè mi si presenta l'occasione apro una breve parentesi su Pitane. Recentemente il Fick, *Vorgriech. Ortsnamen*, 1905, pag. 91. 114. 116. 136, stabilì un confronto tra *Πιτάνα* tribù locale a Sparta, *Πιτάνα* del-

ancor molto giovane, e neanche per il fratello abbiamo motivo di credere che fosse molto più avanzato in età. Risulta, secondo il mio modo di vedere, da queste conclusioni, e da quanto dicemmo sulla cronologia di Demarato, che è improbabile considerare Procle ed Euristene come suoi nipoti: devono esservi state di mezzo almeno due generazioni di dinasti di cui non ci è pervenuta notizia.

* * *

Gongilo di Eretria viene dalla tradizione rappresentato come un fautore di Pausania dopo il suo ritorno nell'Ellesponto. Secondo la versione ufficiale spartana che si trova presso Tucidide (1), a Gongilo aveva Pausania commessa la guardia di Bisanzio, donde di comune accordo furono lasciati fuggire i prigionieri Persiani, e sarebbe stato Gongilo a portare a Serse la famosa lettera di Pausania. Non è qui il luogo di fermarsi a discutere delle accuse fatte al reggente di Sparta; basta per noi notare che intorno al 477 o 476 Gongilo già doveva essere un uomo di età matura, se fu un coadiutore di Pausania; e che quindi non possiamo credere ch'egli sia nato molto dopo il 510 av. Cr.

Senofonte (2) parlandoci delle città dell'Asia Minore che nel 399 fecero causa comune cogli Spartani, afferma: *προσεχώρησαν δὲ αὐτῷ καὶ Γοργίων καὶ Γογγύλος, ἀδελφοὶ ὄντες, ἔχοντες ὁ μὲν Γάμβριον καὶ Παλαιγάμβριον, ὁ δὲ Μύριναν καὶ Γρύ-*

l'Eolide, *Πίτνισσα· πόλις Λυκαονίας* (Stef. Biz.), *Πιτάου πόλις* in Caria: tutti questi nomi sarebbero di origine Lelegica. Lasciando ora stare *Πίτνισσα* e *Πιτάου πόλις* il cui confronto con *Πιτάνα* è del tutto ipotetico ed arbitrario, mi basti osservare che se non si tratta di coincidenza casuale, pare derivata la località dell'Asia anzichè quella laconica: par chiaro infatti che tale nome potè sorgere, ed essere importato col dominio dei Demaratidi, entro il quale, come pare, Pitana era inclusa. Nè deve fare difficoltà che Erodoto, I, 149, la enumeri tra le dodici città antiche della Eolide, perchè se anche si vuol credere a tale notizia si può pensare che con Demarato se non la città, sorgesse quel nome per essa. D'altronde si badi che in Erodoto manca il nome di Elea: può esser facilmente ch'essa vada posta nella lista al posto di Pitane introdottasi per errore.

(1) Tucid., I, 128; Diod., XI, 44.

(2) Senof., *Ellen.*, III, 1, 6.

νειον· δῶρον δὲ καὶ αὗται αἱ πόλεις ἦσαν παρὰ βασιλέως Γογγύλῳ, ὅτι μόνος Ἐρετριέων μηδίσας ἔφυγεν. Una prima cosa da notare è che al dire di Senofonte i Gongilidi nel 399 possedevano quelle stesse città che Serse aveva donate a Gongilo, evidentemente dopo i fatti di Pausania, all'incirca tra il 475 e il 470. Quando Gongilo si stabilì nel suo piccolo regno doveva avere almeno una quarantina d'anni.

Intorno ai suoi discendenti Gorgione e Gongilo interessa ora notare che da un passo di Senofonte parrebbe risultare che nel 399 uno di essi almeno doveva essere abbastanza giovane, sì da potersi ancor parlare del consenso o meno della sua madre Ellade alle sue azioni; dice infatti Senofonte che durante la lotta suggerita da Ellade ai Cirei contro il persiano Asidate, *ἐπεὶ δὲ ἑώρα Γογγύλος ὀλίγους μὲν τοὺς Ἕλληνας, πολλοὺς δὲ τοὺς ἐπικειμένους, ἐξέρχεται καὶ αὐτὸς βίᾳ τῆς μητρὸς ἔχων τὴν ἑαυτοῦ δύναμιν, βουλόμενος μετασχεῖν τοῦ ἔργου* (1). Chi tenga conto di quanto siamo venuti dicendo non potrà così facilmente accettare la teoria recente secondo cui Gorgione e Gongilo sarebbero figli di Gongilo I; tra questi e i suoi discendenti che troviamo nel 399 v'è di mezzo almeno un altro regnante (2). Se non che contro questa conclusione, che pare così naturale, fu addotto un passo di Senofonte, che a primo aspetto può far sorgere dei dubbî; quando nell'*Anabasi* si parla dell'arrivo a Pergamo dei Cirei, vien detto (3): *ἐνταῦθα δὴ ξενοῦται Ξενοφῶν Ἑλλάδι τῇ Γογγύλου τοῦ Ἐρετριέως γυναικὶ καὶ Γοργίωνος καὶ Γογγύλου μητρί.* Qui sarebbe adunque senz'altro affermato che la madre di Gorgione e Gongilo, Ellade, era moglie di Gongilo I, l'Eretrieo. Ma vediamo a quali conseguenze porti una simile esegesi (4). Bisognerebbe in tal caso ammettere che Gongilo I avesse sposato Ellade avendo già 45 o 50 anni; che ai tempi di Pausania invece d'esser uomo maturo fosse un giovane di 24 o 25 anni; che se morì nel 425 circa vivesse almeno 80 anni; che Ellade nel 399 avesse anch'essa ottant'anni, mentre pure suo cugino Euristene compare ancor molto giovane: che

(1) Senof., *Anab.*, VII, 8, 17.

(2) Bene intese la cosa Th. Reinach, " Rev. hist. ", 1886 (32), p. 74.

(3) Senof., *Anab.*, VII, 8, 8.

(4) Tale tesi sostenne negli studi citati E. Babelon.

infine Gorgione e Gongilo nel 399 avessero già una sessantina d'anni (e tuttavia avrebbero dovuto agire col permesso della madre), tranne che si voglia farli nascere quando il padre era ottantenne e la madre sessantenne. Par chiaro da tutto ciò che se non si vuole incorrere in tutte queste improbabilità, si deve interpretare altrimenti il passo di Senofonte: in tal caso, senza pensare che la frase riferita contenga una forte concisione, e senza ricorrere a correzioni del testo (che sarebbero tanto facili), o credere che Senofonte abbia dato notizie erronee, basta prendere con un po' di larghezza l'apposizione *τοῦ Ἐρετριέως*, nel senso che Senofonte, parlando per la prima volta di un Gongilide, gli abbia dato l'epiteto di Eretrieo, poichè si trattava di dinastia fondata da un cittadino di Eretria. D'altronde nulla impedisce che a qualche discendente di Gongilo I fosse concessa la cittadinanza dalla madrepatria. Per me, in conclusione, è indubitato che Ellade non fu moglie di Gongilo I, ma di un suo figlio omonimo, Gongilo II. È qui il luogo di aggiungere alcune altre riflessioni su Ellade stessa.

Una delle congetture intorno ad Ellade, che trovò più fortuna, fu quella fatta dal Six dal suo nome (1), simile a quelli delle figlie di Temistocle: Italia, Sibari, Nicomaca, Asia (2): si pensò quindi, che tale fosse anch'essa. Se si crede con noi che Ellade non fu moglie di Gongilo I, e che i suoi figli erano giovani intorno al 400 è chiaro che non si può accettare la congettura del Six, almeno com'è. D'altra parte è più che naturale l'affermazione dell'Homolle a proposito delle famiglie regnanti che ci interessano (3): " Ces... familles grecques rapprochées par une destinée semblable, dans une même contrée, loin de leur patrie, n'auront pas manqué d'entretenir des relations; il est plus que vraisemblable qu'elles se soient alliées ".

(1) Six, " Numism. Chron. ", 1890, p. 192, n. 27.

(2) Cfr. Kirchner, *Prosop. Attica*, I, p. 434. Si badi d'altronde al fatto che il nome di Ellade appunto non compare tra quelli delle figlie di Temistocle.

(3) " B. C. H. ", 1896 (20), p. 510.

Ora se il nome di Ellade può far pensare ch'essa discendesse se non direttamente da Temistocle, almeno da una delle sue figlie, vi sono altri fatti che portano a considerarla uscita dalla famiglia dei Demaratidi. Già vedemmo come, dai passi di Senofonte (1), essa sembri cugina del re di Pergamo Euristene. Inoltre il nome stesso ch'essa dà al suo primogenito (probabilmente) Gorgione, ritorna anche in seguito nei Demaratidi col nome del padre di Demarato amico di Lisimaco (2); e nomi identici o simili sono comunissimi tra le persone specialmente di ceto elevato a Sparta, come nella colonia laconica Tera e a Cirene (3). Se così è, si può con probabilità credere che Ellade fosse figlia di un nipote di Demarato, e di una figlia di Temistocle; e che suo padre fosse fratello del padre di Procle ed Euristene. Si può ancora aggiungere che non è improbabile che appunto il nome di Gorgione figlio di Ellade, riproduca quello del padre di costei.

Così si verrebbe anche a spiegare la presenza di Ellade nel 399 a Pergamo, e l'influenza che ha il suo consiglio su Euristene. Ellade infatti a Pergamo veniva ad essere presso la sua famiglia originaria; cosa ben naturale ad ammettere dopo la divisione dei possessi Gongilidi tra i suoi due figli. E appunto il legame di parentela tra Gongilidi e Demaratidi è quello che spiega la presenza a Pergamo nel 399 non solo di Ellade oltre ad Euristene, ma anche di Gongilo, mentre da Teutrania e Alisarna giungevano gli aiuti di Procle. Con ciò credo si debba

(1) Senof., *Anab.*, III, 8, 9; *Ellen.*, III, 1, 6. Vedi indietro.

(2) Iscrizione in " B. C. H. ", 1896 (20), p. 508, framm. B, lin. 5.

(3) Vedi Homolle, " B. C. H. ", 1896, p. 510. Per Sparta le fonti letterarie ci parlano di *Γοργώπας, ἐπιστολεύς* nel 389/88 (Senof., *Ellen.*, V, 1, 5), e di Gorgopas comandante al Giteo nel 195 (Livio, 34, 29); le fonti epigrafiche ci dànno i nomi di *Γοργιάδας* (*Dial. Inschr.*, 4445 = *Sparta Cat.*, n. 205); [*Γορ*]*γιππίδας* (*Dial. Inschr.*, 4451 = *Sp. Cat.*, 612); *Γόργιππος Γοργίωνος* (*Dial. Inschr.*, 4446 = *Sp. Cat.*, 206); *Πολυκλῆς Γοργίππου* (*D. I.*, 4452 = *Sp. C.*, 216); *Γόργιππος Γοργίππου* (*D. I.*, 4500 = *Sp. C.*, 219 + 501; Le Bas, 168 g = *Sp. C.*, 411; *C. I. G.*, 1254); *Ἵππαρχος Γοργίππου* (*D. I.*, 4447 = *Sp. C.*, 797 a); *Γόργιππος Φιλι...* (*Sp. C.*, 784); *Γό(ρ)γις* (*D. I.*, 1379 = Dittenb., *Syll.*², 482 = *Sp.C.*, 217 a); *Γοργίων Κρεοβούλου* (*C. I. G.*, 1241 = *Sp. C.*, 204, I; *C. I. G.*, 1249); *Γοργώπας Ἁβρία* (*D. I.*, 4446 = *Sp. C.*, 206); *Γοργῶς Κορείδα* (*D. I.*, 4446 = *Sp. C.*, 206); *Γοργιππίδ*[*ας*] (*C. I. G.*, 1248) e così via. Per Tera si ha *Γοργοσθένης* (*C. I. G.*, 2459); *Καλλικράτης Γοργώπας* (*D. I.*,

definitivamente accedere alla teoria del Babelon (1), secondo cui Pergamo allora era in possesso dei Demaratidi, respingendo le opinioni di chi crede Pergamo possesso dei Gongilidi (2), o città indipendente intorno al 400 (3), o possesso diretto di Ellade a nome di un suo nipote (4); come si deve respingere l'identificazione, già sfatata nell'antichità, di Pergamo con Teutrania (5).

Dobbiamo però in questo punto prepararci a toccare una questione di numismatica che fu implicata con quella della origine di Pergamo. Dopo Procle ed Euristene, che troviamo intorno al 399, ci mancano notizie fin circa il 322, epoca dopo la quale si deve porre il matrimonio di un Procle discendente di Demarato con Pizia II, nata da Aristotele e da Pizia I figlia di Ermeia signore d'Atarneo (6). Poichè sappiamo che

---

4704 a); *Γοργωπί*[*δας*?] (*D. I.*, 4702); *Γοργοσθένης Ἀρτέμων*[*α*] (ibid.); *Ἀρχίνικος Γοργώπα, Γοργώπας Ἀρχινίκου, Γοργώπας Ἐχεστράτου, Γοργώπας Καρτιδάμα* (*D. I.*, 4706); *Καρτιδάμας Γοργώπα* (*D. I.*, 4779) etc. Per Cirene si veda *Γόργος Κωμάρχω* (*D. I.*, 4835).

(1) Vedi gli studi citati; specialmente il più recente *Traité* etc., II, 2, 88 sgg.; dove si adducono altri argomenti, quali la distanza di Pergamo da Mirina e le altre città dei Gongilidi, mentre è vicina a Teutrania e Alisarna; e il fatto che Pergamo fu il luogo di concentrazione delle forze greche che aiutarono nel 399 i Cirei; come a Pergamo Senofonte consegnò le sue truppe a Tibrone.

(2) Thraemer, *Pergamos*, p. 220-221.

(3) Th. Reinach, " Rev. hist. ", 1886 (32), p. 75. Se regge la mia interpretazione del luogo di Senof. (*Anab.*, VII, 8, 9) dove si parla dell'*ἀνεψιός* di Ellade viene a mancare l'obbiezione che Senofonte taccia di Euristene a Pergamo.

(4) Six, " Numism. Chron. ", 1890, 195, pensa che mentre Gorgione regnava a Gambrio e Palegambrio, e Gongilo a Mirina e Grineo, Ellade fosse signora di Pergamo, a nome di un suo nipote (l'*ἀνεψιός* sec. Senofonte). Ellade poi avrebbe coniato moneta coll'effigie del marito defunto. Su queste monete vedi in appresso. Quanto all'*ἀνεψιός* la traduzione naturale non è di nipote (figlio di figli) come vuole il Six, nè di nipote (figlio di fratello) o pronipote come crede il Babelon, ma di cugino.

(5) Cfr. Eschil., *Suppl.*, 532; Plinio, *N. H.*, V, 30, 125 sg.; Strab., XIII, 571.615. Per la posizione di Teutrania: Conze, *Teuthrania*, " Ath. Mitt. ", XII (1887), p. 149 sgg.

(6) Sest. Emp., *Adv. Math.*, I, 158; Diog. Laerzio, V, 1, 5; Fabricius, *Bibl. Graec.*, II, 485.504. Su Ermeia: Böckh, *Kl. Schrift.*, VI, 185 sgg.; Lolling, " Ath. Mitt. ", IV, 1 sgg.; Thraemer, *Perg.*, p. 215.

Aristotele sposò Pizia I circa il 345, data della morte di Ermea; che nel 322 quando morì Aristotele Pizia II non era ancor maritata, e che prima che fosse di Procle fu moglie dello Stagirita Nicanore (1); che infine i due figli che Procle ebbe da Pizia, di nome Procle e Demarato, furono allievi di Teofrasto circa il 200-190 av. Cr. (2) ne deriva come assai probabile che Procle, che diremo II, fosse ancor giovane circa l'epoca della morte di Aristotele, e fosse nato intorno o dopo il 350. Se d'altra parte Procle I ed Euristene nacquero intorno al 425/420, è chiaro che Procle I non fu padre, ma almeno nonno di Procle II, e che di mezzo vi fu un altro personaggio di cui non ci fu conservato il nome. Ma qui dobbiamo porci il quesito, fin quando i Demaratidi siano stati signori delle singole città che loro appartengono ancora nel 399. Quanto a Pergamo verso la metà del secolo IV non doveva più appartenere ai Demaratidi, come risulta chiaramente dalle notizie conservateci dai frammenti di una cronaca in marmo trovata a Pergamo stessa (3). Per il resto dei domini possiamo solo fare alcune constatazioni: si suole supporre che i Demaratidi siano stati spodestati da Alessandro Magno, o in seguito durante i subbugli determinati dalla sua morte (4); in tal caso Procle II probabilmente o non avrebbe regnato, o per pochi anni. Però da un'iscrizione trovata a Delo, in cui un Demaratide viene detto amico del re Lisimaco, risulterebbe che circa il 295 v'erano ancora nell'Asia Minore dei Demaratidi, con una certa potenza (5). È qui il luogo, prima di proseguire ad esaminare la genealogia della famiglia, di prendere in esame la questione numismatica, cui abbiamo accennato.

Vi sono delle monete di Pergamo, col quadrato incusso, raffiguranti una testa barbuta di dinasta, con la tiara Persiana; e monete di Teutrania di stile sensibilmente più recente, con la testa di un giovane imberbe, ornata anch'essa dalla tiara

(1) [Ammon.], *Aristot. Vita*; Diog. Laerzio, V, 1, 9.

(2) Sest. Emp., l. c.

(3) Fraenkel, 613 = Dittenb., *O. G. I.*, 264. Cfr. Cardinali, *Il Regno di Pergamo*, p. 3,

(4) Babelon, *Traité*, II, 2, col. 82.

(5) " B. C. H. ", XX (1896), p. 507 sgg. Vedi appresso.

Persiana. Lasciando le identificazioni meno recenti, che partono da presupposti non ammissibili sull'origine di Pergamo; il Babelon (1) crede che le prime appartengano a Euristene, le seconde a suo fratello Procle. Per lui lo stile più arcaico delle monete di Pergamo, si spiega essendo Euristene più vecchio di Procle (2), e con quest'altro argomento: " les traits du per-
" sonnage désignent un homme ayant dépassé l'âge mur, cir-
" constance qui vient à l'appui de notre attribution, car Eury-
" sthénès, petit-fils aîné de Démarate, avait en 399, un âge
" nécessairement fort avancé; ses monnaies peuvent être de
" vingt ans antérieures à cette date „ (3). Quanto alle monete di Teutrania, egli respinge l'opinione del Six (4), che appartengano a Procle II, basata sul fatto che la testa imberbe ci porterebbe alla caduta dell'impero persiano, durante il quale v'era l'uso di portare la barba lunga: " On peut citer, même
" en numismatique, des exemples contraires à cette assertion.
" par exemple, la darique attribuée à Cyrus le Jeune et les
" statères de Cyzique qui portent des portraits d'hommes im-
" berbes. D'autre part, Proclès II, le gendre d'Aristote, n'est
" mentionné qu' après Alexandre, en 322, et il n'est vraisem-
" blable qu'à cette époque tardive, il eût pu jouir du droit de
" battre monnaie. La ville même de Teuthranie était, en ce
" temps-là, absorbée par Pergame sa proche voisine, ou du moins
" bien déchue de l'importance qu'elle avait eue 80 ans aupa-
" ravant. Enfin, le style des pièces ne s'oppose pas à ce qu'on
" les fasse remonter jusqu'au début du IV^{e} siècle, etc. „ (5). Vi sono alcuni punti che restano fissi: che le monete di Pergamo raffigurino un dinasta in età matura, e che quelle di Teutrania siano alquanto più recenti; ma altri punti della dimostrazione del Babelon sono discutibili: che cioè Euristene nel 399 fosse già avanti in età, mentre ci parve di poter affermare l'opposto, come pure che fosse il primogenito. Inoltre, se anche col Ba-

(1) *Traité*, II, 2, p. 83 sgg., n. 41-46; Pl. LXXXVIII, fig. 4-8, e bibliografia ivi citata.

(2) Ibid., col. 87.

(3) Ibid., col. 89.

(4) Six, " Numism. Chr. „, 1890, p. 188 sgg.

(5) Babelon, *Traité*, II, 2, col. 85, n. 1.

belon si ammette che con Alessandro Magno cessasse la dinastia dei Demaratidi (cosa dubbia, come già vedemmo), i termini della questione sono molto più lati di quelli ch'egli stabilì. Non basta infatti dimostrare per le monete di Teutrania che non possono essere attribuite a Procle II, per affermarle di Procle I, quando si deve pure ammettere l'esistenza di un personaggio intermedio; come, se si è dimostrata la relativa arcaicità di quelle di Pergamo, non si può considerarle senz'altro di Euristene, che a Pergamo fu preceduto da almeno due dinasti oltre a Demarato (1). La questione per me sta in questi termini: o non si ha difficoltà a far discendere l'epoca delle monete di Pergamo fino al 385-380 circa, in cui Euristene poteva essere di età matura, e allora quelle di Teutrania più recenti devono appartenere allo sconosciuto successore di Procle I, padre di Procle II: in tal caso non ci sarebbero più le difficoltà notate dal Six, per la presenza della barba, senza incontrare d'altra parte quelle che il Babelon oppone all'identificazione con Procle II — oppure le monete di Pergamo non si vogliono considerare posteriori al finire del V secolo e allora possono spettare al padre di Procle ed Euristene, e quelle di Teutrania sono sempre posteriori, vale a dire appartengono o a Procle I, o al suo successore. Io personalmente sarei propenso a credere piuttosto a quest'ultima soluzione; ma ad ogni modo credo che il problema sia finora stato chiuso entro limiti troppo stretti.

***

Secondo Pausania (2) i discendenti di Demarato regnarono a lungo in Asia. Già vedemmo però come verso la metà del IV secolo cessasse il loro dominio a Pergamo. Fu trovata a Delo un'iscrizione, molto bene illustrata dall'Homolle (3), in onore di un Demarato figlio di Gorgione Lacedemone, che dall'editore fu considerato discendente di Demarato. Un primo punto risulta dal decreto, che cioè l'onorato era cittadino di Sparta, dal che seguirebbe che la sua famiglia risiedeva allora in quella città.

---

(1) Vedi indietro.

(2) III, 7, 8.

(3) " B. C. H. ", XX (1896), p. 507 sgg.

L'esser detto figlio di un Gorgione non significa punto ch'egli in qualche modo discendesse dai Gongilidi; perchè abbiamo veduto anzi che il nome di Gorgione passò in quest'ultima famiglia da quella dei Demaratidi. D'altra parte il Demarato del decreto ha favorito i Deli colla sua amicizia con Lisimaco: *καὶ νῦν Δημάρατος διατρίβων παρὰ τῶι βασιλεῖ Λυσιμάχωι χρείας παρέχεται Δηλίων τοῖς ἐντυγχάνουσιν ἑαυτῶι. καὶ τὸ ἱερὸν τιμᾶι διαφ[υ]λάττων τὴν τοῦ πατρὸς τοῦ ἑαυτοῦ περὶ τὸ ἱερὸν καὶ Δηλίους εὔνοιαν, ἐ[μφαν]ίζε[ι] δὲ καὶ αὐτὸς παραγενόμενος ὅτι καὶ τῶι πατρὶ καὶ αὐτῶι προσήκει τιμᾶν τὸ ἱερὸν καθάπε[ρ] καὶ οἱ πρόγονοι αὐτῶν Λακεδαιμόνιοι πλεῖστον λόγον ἐποήσαντο τοῦ ἱεροῦ καὶ Δηλίων ὅπως σωιζόμεν[ον? ἐ]ῶσι τὸ ἱερόν κ.τ.λ.* Acutamente l'Homolle notò come tra i benefici dei *πρόγονοι* Lacedemoni si debbano veder accennati non solo quelli degli Spartani dalla guerra del Peloponneso in poi (1), ma anche quelli personali degli antenati di Demarato, tra cui forse anche del fondatore della dinastia in Asia, che può esser stato considerato il suggeritore ai Persiani della conservazione del tempio di Delo. A parte questa ipotesi, non credo dubbio che Demarato figlio di Gorgione fosse discendente di Demarato, e vivesse a Sparta; la sua relazione con Lisimaco però può suggerire l'idea che parte della famiglia fosse ancora in Asia, nel dominio di quel re. Così si potrebbe credere che in un momento una parte dei Demaratidi tornasse in patria: si affaccia naturale l'ipotesi che ciò sia accaduto al tempo della perdita di Pergamo, e che a Sparta andassero, bene accolti pel ricordo degli aiuti del 399, i discendenti di Euristene, mentre quelli di Procle continuavano, almeno per qualche tempo, il loro dominio su Teutrania e Alisarna.

L'Homolle pubblicò insieme con l'iscrizione ora accennata, un'altra anch'essa trovata a Delo (2), in cui il re Nabide è detto Lacedemone, e figlio di Demarato: *βασιλεὺς Νάβις Δαμαράτου Λακεδαιμόνιος*; di qui egli prende le mosse per una dimostrazione molto attraente ch'egli fosse discendente del re Demarato. Chi osservi la cronologia dei fatti cui allude l'iscri-

(1) Ibid., p. 510 sgg. Quanto alla cronologia dei fatti ricordati vedi ibid., p. 508 sgg.
(2) Ibid., p. 503.

zione precedente, può con verisimiglianza supporre che Demarato figlio di Gorgione dei tempi di Lisimaco sia l'avo del padre di Nabide. In tal modo questi sarebbe un discendente di Euristene, il dinasta di Pergamo al tempo dei Cirei. Secondo il mio modo di vedere adunque è giustificata la teoria dell'Homolle, che spiega il sorgere del regno di Nabide, rappresentante legittimo degli Eraclidi dopo l'estinzione dei due rami fin allora regnanti; e che bene concilia (come dimostrò l'Homolle stesso cui rimando) una quantità di notizie sparse nelle nostre fonti.

Chiudo queste brevi note fissando in una tabella i risultati più o meno ipotetici che ne deriverebbero per la genealogia delle dinastie Greche nell'Asia Minore.

L'Accademico Segretario
GAETANO DE SANCTIS.

DEMARATO
n. c. 530
[sign. di Teutr. Alis. e Pergamo]
dal 491 al 460?
N.
n. c. 500
[regn. ipot. 460-430?]
Temistocle
n. c. 525
[regn. dal 464 c.]
Gongilo I
n. c. 510
[regn. dal 475 c. a Gambrio
Palegambrio, Mirina, Grineo]
N'
n. c. 470
[regn. ipot. 430-405]
[Gorgione?]
n. c. 470
?
(figlia di Temist.)
n. c. 470
Gongilo II
n. c. 460
[regn. c. 440-405]
Ellade
n. c. 445-440
Procle
n. c. 430
[regn. dal 405 c.
a Teutr. e Alis.]
Euristene
n. c. 425
[regn. dal 405 c.
a Pergamo]
Gorgione
n. c. 425
[regn. dal 405 c.
a Gambrio
e Palegambrio]
Gongilo III
n. c. 420
[regn. dal 405 c.
a Mirina e Grineo]
Ermeia
[sign. di Atarneo]
Pizia I
Aristotele
N''
n. c. 390
[regno ipot. dal 370 c.]
N'''
n. c. 390
Gorgione
n. c. 370-60
Pizia II
n. c. 345
Procle II
n. c. 350
Demarato (III)
n. c. 330
(amico di Lisimaco c. il 295)
Procle III
Demarato II
(allievi di Teofrasto 300-290 c.)
N''''
n. c. 300
Demarato (IV)
n. c. 270
Nabide
n. c. 235
[re di Sparta dal 207]

CLASSI UNITE

Adunanza del 23 Aprile 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO S. E. PAOLO BOSELLI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: il Vice-Presidente Camerano e i Soci: Naccari, Direttore della Classe, Salvadori, D'Ovidio, Spezia, Jadanza, Foà, Guareschi, Fileti, Parona, Mattirolo, Grassi, Somigliana e Segre Segretario;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche i Soci: Manno, Direttore della Classe, Rossi, Carle, Renier, Pizzi, Ruffini, D'Ercole, Einaudi, Baudi di Vesme e Schiaparelli. — Scusano l'assenza i Soci Guidi e Brondi.

Viene letto ed approvato il verbale dell'adunanza precedente.

Il Presidente espone all'Assemblea come la Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, nella sua riunione del 12 marzo scorso, intese la lettura della Nota del Socio corrispondente Patetta, *Come il manoscritto udinese della così detta " Lex romana raetica curiensis „ e un prezioso codice Sessoriano siano emigrati dall'Italia*, ed accolse con vivo consenso le considerazioni che il Socio Ruffini fece seguire a quella lettura. La gravità delle rivelazioni del Patetta e le considerazioni d'ordine generale che ne derivano vengono messe in luce dal Presidente.

L'Assemblea unanime si associa alle considerazioni del Presidente, e fa sue le seguenti conclusioni da lui proposte:

1° Si comunichi lo scritto del Socio Patetta al Governo del Re e alle altre Accademie ed Istituti scientifici italiani.

2° Si chieda al Governo che procuri di ottenere in via diplomatica il ricupero del codice udinese; e si esprima al Governo il voto caldissimo affinchè con tutti i mezzi amministrativi e giudiziari, e creando nuove funzioni e nuove facoltà, sia per appositi organi, sia per uffici ed istituti che già esistano, si provveda efficacemente a prevenire e reprimere i trafugamenti e le vendite all'estero dei nostri codici, e alla loro vigile ed acconcia conservazione nel nostro paese.

3° S'invitino le altre Accademie ed Istituti scientifici italiani ad associarsi al nostro voto.

Le parole pronunziate dal Presidente S. E. Boselli furono le seguenti:

Chiarissimi Colleghi,

La Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, nell'adunanza del 12 marzo p. p., intese la lettura della Nota del Socio corrispondente Federico Patetta che a ciascuno di noi fu trasmessa insieme coll'invito dell'odierna riunione. In quell'adunanza il Socio Ruffini illustrò adeguatamente, com'egli suole, con perspicua dottrina, la Nota del Patetta. La Classe l'accolse con particolare attenzione e con vivo consenso. Le rivelazioni erudite del Patetta sono di singolare importanza per sè stesse e più ancora come esempio caratteristico dell'oblio e delle frodi che privano il patrimonio scientifico del nostro paese di antichi e preziosi codici, fondamento di tanti avanzamenti negli acquisti del moderno sapere.

Il Patetta accenna a che il Governo italiano si provi a procurare il recupero del manoscritto udinese; ma per verità con scarsa fiducia, in quanto che il procedimento giudiziario che annullerebbe la vendita cadde vano, e la proprietà appartiene oggi all'Università di Lipsia, che potrebbe per fraternità scientifica consentire alla restituzione, ma alla quale sarebbe arduo anche per il Governo sassone l'imporla. Ad ogni modo si avvisò non inopportuno eccitare il Governo italiano a reclamare nuovamente il manoscritto prezioso, tanto più ora che gli studiosi germanici

poterono con tutta comodità esaminarlo e valersene, senza dire che qualche buona ragione giuridica si potrebbe additare se non riuscisse malagevole l'esperirla in paese straniero, per le peculiari circostanze del caso.

Ma parve sopratutto che dal fatto deplorevolissimo giovi trarre argomento per stimolare il Governo italiano a meglio invigilare rispetto al trafugamento e alla dispersione dei nostri codici e ad impedire le vendite e le peregrinazioni all'estero, che sono senza ritorno; ciò che il Governo può fare emanando calde esortazioni alle Autorità d'ogni ordine, creando appositi organi ed assegnando ad uffici od istituti che già esistono apposite funzioni o facoltà, e col punire efficacemente le trasgressioni, gli abusi e le negligenze, sia nelle vie amministrative disciplinari, sia per le vie giudiziarie.

Affinchè la parola rivolta al Governo giunga con tutta l'autorità della nostra Accademia, il voto che deve esprimere il rammarico per quanto avvenne e l'eccitamento affinchè non più si rinnovi tanto danno, d'uopo è ch'esso emerga dalle manifestazioni della nostra generale assemblea. Il sentimento che ci muove, lo scopo cui miriamo concernono la difesa e l'onore di tutte le scienze.

Io non so celare che la mia fiducia nell'opera del Governo sta in limitati confini. Penso che più possano fare i Corpi scientifici, i solerti cultori della scienza, e l'opinione colta del paese che occorre sia informata di simili biasimevoli fatti e persuasa ed accesa nel cooperare per prevenirli e reprimerli.

Avverte il Patetta come sia cresciuto il valore venale di simili tesori. Ciò palesa come ne sia pure cresciuto il pregio nell'estimazione dei ceti intellettuali. Ond'è che, diffondendo la notizia delle prevaricazioni, non è inutile lo sperare di raccogliere alleati che vengano con noi al riparo.

Che potè l'editto Pacca di fronte al furto di S. Croce? Potrà invece molto questa monografia del Patetta per la tutela avvenire dei nostri codici, perchè è un grido di scienza, di onore e di dovere nazionale gettato in mezzo al nostro paese dove la serietà e il culto degli studi si diffondono e si rinvigoriscono notabilmente.

Il Patetta merita la lode nostra caldissima e grata perchè non colle consuete perorazioni generiche, ma mercè fatti precisi

studiosamente e perseverantemente adunati, avvalorò, con nuova e stringente dimostrazione, la sollecitudine rivolta ad uno degli argomenti che più interessano le nostre tradizioni e i nostri studi.

Propongo all'Accademia di comunicare lo scritto del Socio Patetta al Governo del Re e alle altre Accademie ed Istituti scientifici italiani.

Propongo di chiedere al Governo del Re che procuri d'ottenere in via diplomatica il recupero del codice udinese e di esprimere al Governo del Re il voto caldissimo affinchè con tutti i mezzi amministrativi e giudiziari e creando nuove funzioni e nuove facoltà sia per appositi organi, sia per uffici ed istituti, che già esistano, si provveda efficacemente a prevenire e reprimere i trafugamenti e le vendite all'estero dei nostri codici e alla loro vigile e acconcia conservazione nel nostro paese.

Propongo che si invitino le altre Accademie ed Istituti scientifici italiani ad associarsi al nostro voto.

Gli Accademici Segretari

Corrado Segre.

Gaetano De Sanctis.

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 23 Aprile 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO S. E. PAOLO BOSELLI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Camerano, Vice-Presidente dell'Accademia, Naccari, Direttore della Classe, Salvadori, D'Ovidio, Spezia, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona, Mattirolo, Grassi, Somigliana e Segre, Segretario.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Vengono presentate per la pubblicazione negli *Atti* le tre seguenti Note:

Dr. V. Fontana, *Il micrometro dell'equatoriale dell'Osservatorio Peratoner a Firenze,* dal Socio Jadanza;

Dr. V. Monti, *Sul clima del Gran Paradiso,* dal Socio Naccari;

I. Guareschi, *Alcuni nuovi derivati dei cicloesanoni.*

LETTURE

Il micrometro dell'equatoriale dell'Osservatorio Peratoner a Firenze.

Nota del Dott. VITTORIO FONTANA

Il mio direttore, prof. G. Boccardi, mi dava nello scorso dicembre una nuova prova della sua benevolenza, fornendomi i mezzi per un mio breve soggiorno (9-24 dicembre 1910) all'Osservatorio di Arcetri allo scopo d'iniziarmi nello studio dell'equatoriale. Fortunatamente arrivai colà quando quegli astronomi stavano per esaminare il micrometro di posizione appena costruito dal meccanico Righini per commissione del sig. capitano Alberto Peratoner e per il proprio equatoriale Steinheil-Righini installatogli dal prof. Viaro nel cupolino appositamente eretto sopra una terrazza del suo palazzo in Firenze (*). Dopo il mio arrivo, lo studio del nuovo micrometro fu affidato a me sotto la guida dello stesso prof. Viaro, e qui io mi propongo di riferirne in proposito.

Le operazioni da me eseguite furono le seguenti:

1° Misura millimetrica del passo della vite del micrometro Righini mediante esperienze di laboratorio;

2° Misura astronomica del passo angolare della stessa vite applicando il micrometro al piccolo equatoriale di Fraunhofer dell'Osservatorio di Arcetri;

3° Determinazione delle distanze focali degli obiettivi degli equatoriali Fraunhofer e Steinheil-Righini.

Con queste operazioni mi sono procurato gli elementi per avere un giudizio sulla bontà della vite, opera del Righini, e per poter concludere il valore del passo angolare di questa vite

(*) B. Viaro, *Installazione di un equatoriale nel nuovo Osservatorio Peratoner in Firenze*, " Rivista di Astronomia e Scienze affini ", anno III, maggio 1909.

rispetto all'obiettivo dell'equatoriale Steinheil-Righini, per il quale il micrometro fu costruito.

Le osservazioni astronomiche all'equatoriale di Fraunhofer furono da me fatte negli ultimi giorni della mia permanenza in Arcetri e si riferiscono al passo del micrometro ed anche ad una prova col pianetino (4) Vesta.

Misure millimetriche del passo della vite del micrometro Righini. — Questo micrometro è doppio, cioè a lamine ed a fili, e fu fatto prendendo a modello i micrometri di Arcetri dell'equatoriale di Amici e del piccolo equatoriale di Fraunhofer (*). Però qui si ha in più la possibilità di avere l'illuminazione dei fili in campo oscuro (**). Nel campo, oltre ad una coppia di lamine che serve per le misure in ascensione retta e ad una lamina mobile che serve per le misure in declinazione, si vedono tre fili paralleli alla coppia di lamine e due circostanti e paralleli alla lamina mobile. Inoltre vi è anche il filo delle coincidenze, mosso da una vite opposta e di identica fattura a quella che fu da me studiata e che muove la lamina e i due fili mobili. Le frazioni di rivoluzione della vite micrometrica si leggono in centesimi su di un tamburo ed a vista si stima il millesimo; il numero intero di rivoluzioni, da 0 a 30, rimane registrato su di un secondo tamburo, e i due tamburi sono collegati fra loro mediante apposito ingranaggio composto di due ruote e due rocchetti con appropriate dentature. Gli angoli di posizione si hanno da un cerchio di 14 cm. di diametro, il cui lembo ha il nastro d'argento diviso in 1440 parti, cioè in quarti di grado: due vernieri, situati a 180° l'uno dall'altro, dànno il quindicesimo di una divisione, cioè il minuto primo di arco.

Su di un robusto panchetto di legno, alto poco più di un metro, con due piani bucati in centro e situati l'uno in testa al panchetto, l'altro al disotto a circa mezzo metro, furono collocati il micrometro Righini da esaminare ed un micrometro filare Merz di proprietà dell'Osservatorio di Arcetri. Il primo fu av-

---

(*) Cfr. “ Pubblicazioni dell'Osservatorio di Arcetri ”, fascicolo n. 2 e n. 15 Appendice.

(**) Cfr. A. Abetti, *Sul modo di illuminare il campo oppure il reticolo di un refrattore* (“ Mem. Spettroscopisti ”, XL, anno 1911).

vitato al piano inferiore, il secondo al superiore e furono centrati mediante le viti di rettifica di cui sono provvisti i due piani. Nel micrometro Righini si collocò sul telaio mosso dalla vite da esaminare una scala di vetro divisa di mezzo in mezzo millimetro, com'è il passo della vite. Poi si è spostato convenientemente l'oculare in modo che delle divisioni della scala si formasse un'immagine molto ingrandita nel piano dei fili del Merz. Le cose risultarono regolate in modo che per portare il filo del Merz a coincidere con le immagini di due successive divisioni della scala si doveva far percorrere ad esso uno spazio corrispondente a circa 14 rivoluzioni della vite del Merz, la quale ha il passo millimetrico di 1/3 di millimetro. Uno specchio obliquo, fissato al piano di base del panchetto e spostabile in azimut ed in altezza, serviva ad illuminare, per mezzo della luce diurna o di una lampada, il campo di visione, nel quale si distinguevano come sottili linee nere i fili del Merz e come tratti larghi a margini irregolari (a causa della piccola scheggiatura prodotta dal diamante nel tracciare i segni) le divisioni ingrandite della scala di vetro. Portando successivamente il filo mobile del Merz a bisecare sempre lo spazio racchiuso tra le due linee limitanti ciascun tratto e movendo opportunamente la vite del Righini misurai l'ampiezza apparente delle successive divisioni della scala di vetro allo scopo di costituire nel Merz l'ampiezza media del mezzo millimetro ingrandito. Vennero fatte quattro serie di misure, le prime due avanzando e retrogradando con la vite del Merz su una posizione del micrometro Righini, le altre due sull'altra posizione invertita di 180°. Dalla media dei 144 valori dedotti da queste misure si ebbe il mezzo millimetro medio ingrandito eguale a 13^r.957 del Merz. Costituito il mezzo millimetro mediante i due fili fisso e mobile all'intervallo suddetto, si mosse la scala di vetro facendone passare i tratti sotto l'invariata distanza dei due fili del Merz, leggendo ogni volta il tamburo della vite del Righini, e percorrendo tutte le rivoluzioni di questa tanto col moto diretto quanto col retrogrado. I risultati delle letture fatte sono riportati nella seguente tabella I, alle colonne 2^a e 5^a, intestate " Osservazione ". Nella colonna 8^a, pure intestata " Osservazione ", sono dati, per ogni mezzo millimetro, i medî dei valori ottenuti avanzando e retrogradando con la vite.

TABELLA I.

Mezzo mm.	Avanzando			Retrogradando			Medio		
	Osservazione	Calcolo	O−C	Osservazione	Calcolo	O−C	Osservazione	Calcolo	O−C
0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0
1	1.000	0.999	+ 1	1.000	0.999	+ 1	1.000	0.999	+ 1
2	2.000	1.998	+ 2	1.999	1.998	+ 1	1.999	1.998	+ 1
3	3.000	2.997	+ 3	2.998	2.996	+ 2	2.999	2.997	+ 2
4	3.999	3.996	+ 3	3.998	3.995	+ 3	3.999	3.996	+ 3
5	5.003	4.995	+ 8	4.995	4.994	+ 1	4.999	4.994	+ 5
6	6.000	5.994	+ 6	5.996	5.993	+ 3	5.998	5.993	+ 5
7	7.000	6.993	+ 7	6.995	6.992	+ 3	6.998	6.992	+ 6
8	8.000	7.991	+ 9	7.994	7.991	+ 3	7.997	7.991	+ 6
9	9.000	8.990	+ 10	8.994	8.989	+ 5	8.997	8.990	+ 7
10	9.999	9.989	+ 10	9.995	9.988	+ 7	9.997	9.989	+ 8
11	11.001	10.988	+ 13	10.993	10.987	+ 6	10.997	10.988	+ 9
12	12.000	11.987	+ 13	11.992	11.986	+ 6	11.996	11.987	+ 9
13	12.997	12.986	+ 11	12.989	12.985	+ 4	12.993	12.985	+ 8
14	13.993	13.985	+ 8	13.982	13.984	− 2	13.988	13.984	+ 4
15	14.993	14.983	+ 10	14.989	14.982	+ 7	14.991	14.983	+ 8
16	15.993	15.983	+ 10	15.984	15.981	+ 3	15.989	15.982	+ 7
17	16.990	16.982	+ 8	16.981	16.980	+ 1	16.986	16.981	+ 5
18	17.984	17.981	+ 3	17.977	17.979	− 2	17.981	17.980	+ 1
19	18.981	18.980	+ 1	18.975	18.978	− 3	18.978	18.979	− 1
20	19.985	19.979	+ 6	19.974	19.977	− 3	19.980	19.978	+ 2
21	20.980	20.978	+ 2	20.971	20.975	− 4	20.975	20.976	− 1
22	21.974	21.976	− 2	21.971	21.974	− 3	21.973	21.975	− 2
23	22.975	22.974	+ 1	22.966	22.973	− 7	22.970	22.974	− 4
24	23.972	23.974	− 2	23.966	23.972	− 6	23.969	23.973	− 4
25	24.970	24.972	− 2	24.965	24.971	− 6	24.967	24.972	− 5
26	25.973	25.972	+ 1	25.963	25.970	− 7	25.968	25.971	− 3
27	26.970	26.971	− 1	26.958	26.968	− 10	26.964	26.970	− 6
28	27.968	27.970	− 2	27.957	27.967	− 10	27.963	27.969	− 6
29	28.968	28.969	− 1	28.961	28.966	− 5	28.964	28.968	− 4
30	29.968	29.968	0	29.965	29.965	0	29.966	29.966	0

Dividendo per 30 la differenza tra l'ultima lettura a 30^r e la prima di partenza a 0^r, si ebbero i seguenti valori:

(*a*)	Avanzando:	$0^r.99893$
	Retrogradando:	0 .99883
	Medio:	0 .99888

Questi valori, moltiplicati successivamente per 0, 1, 2, ... fino a 30, hanno fornito i numeri che sono dati nelle colonne intestate “ Calcolo „ e che hanno servito a fare gli O — C riportati nelle colonne 4ª, 7ª e 10ª; dall'esame dei quali si può concludere sulla bontà della vite che, come vedesi nella colonna degli O — C medî, non diede scarti superiori al centesimo di rivoluzione.

Indicando con P_{mm} il passo in millimetri, possiamo stabilire la proporzione:

$$\frac{1}{2}\,\text{mm.} : 0^r.99893 = P_{mm} : 1^r$$

e altre due analoghe per gli altri due valori della serie (a), e così si ottiene per il passo millimetrico:

		mm
(b)	Avanzando:	0.50053
	Retrogradando:	0.50058
	Medio:	0.50056

L'errore medio ($\pm$ $0^r.00097$) del terzo di questi risultati (b) proveniente dall'errore medio ϵ del terzo valore (a) è, come facilmente si può vedere, uguale a $\frac{\epsilon}{2} = 0^{mm}.00049$ (*).

(*) Infatti, indicando con P''' il terzo valore (b) e con K''' il terzo valore (a), si ha dalla proporzione analoga alla soprascritta:

$$P''' = \frac{1}{2K'''}$$

ed essendo $\pm\epsilon$ l'errore medio di K''', sarà:

$$P''' = \frac{1}{2(K''' \pm \epsilon)} = \frac{1}{2}\,\frac{1}{K'''}\left(1 \mp \frac{\epsilon}{K'''}\right) = \frac{1}{2K'''} \mp \frac{1}{2}\,\frac{\epsilon}{K'''^2}\,.$$

Ma K''' è all'incirca uguale all'unità, per cui:

$$P''' = \frac{1}{2K'''} \pm \frac{\epsilon}{2}\,.$$

Avvertiamo che l'errore medio del terzo valore (a) è stato calcolato dai relativi scarti v, con la formola $\epsilon = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}}$.

Distanze focali degli obiettivi. — Il prof. Abetti aveva fatto disporre in una sala dell'Osservatorio lunga tanto da potervi tracciare, com'è richiesto dal metodo di Bessel, un allineamento alquanto maggiore del quadruplo della distanza focale degli obiettivi da esaminare, un lungo tavolone solidamente fissato su robuste capre e livellato con cura. Questo tavolone portava lateralmente due guide, entro le quali scorreva un altro tavolone su cui s'ergeva l'obiettivo; così era possibile dare a questo gli spostamenti necessarî per fargli assumere le due posizioni richieste dal metodo. Ad uno degli estremi si dispose, per mezzo di apposito sostegno, un filo a piombo, che costituiva l'oggetto, il quale era illuminato da una lampada a mano, e la cui immagine era raccolta in un oculare situato all'altro estremo dell'allineamento.

Il metodo consiste nelle misure delle distanze $d+d'$ e $d-d'$ tra il filo a piombo e la sua immagine e tra le due posizioni dell'obiettivo. Fatte queste due misure, la distanza focale risulta dalla formola (*):

$$f=\frac{d+d'}{4}-\frac{(d-d')^2}{4(d+d')}.$$

Bessel non dà il passaggio dalla classica formola delle lenti a questa, ma il prof. Viaro ebbe la bontà di fornirmelo, come lo riporto qui in nota (**).

(*) Cfr. " Astr. Nachr. ", vol. 17, pag. 289, od anche: *Abhandlungen von F. W. Bessel* (Engelmann), Leipzig, 1876, vol. II, pag. 107.

(**) Ogni obiettivo, collocato framezzo ad un oggetto e ad un oculare, situati lungo l'asse dell'obiettivo ad una reciproca distanza maggiore del quadruplo della distanza focale dell'obiettivo medesimo, ha la proprietà di dare nel campo dell'oculare, consecutivamente, due immagini in corrispondenza a due determinate posizioni dell'obiettivo simmetriche rispetto alla posizione di mezzo. Ottenuta la prima immagine, se indichiamo con d la sua distanza dal centro dell'obiettivo e con d' la distanza fra lo stesso centro e l'oggetto, si ha subito la seconda posizione dell'obiettivo facendolo spostare lungo il suo asse per modo che le due distanze d e d' vengano a scambiarsi tra loro.

La nota formola:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{d}+\frac{1}{d'} \qquad (1)$$

ha in sè la suddetta proprietà relativa alle due posizioni dell' obiettivo, poichè è *simmetrica* rispetto a d e d'. Da questa si ricava facilmente la

Nelle seguenti tabelle II e III sono esposti i risultati delle osservazioni eseguite rispettivamente per il Fraunhofer e per lo Steinheil.

Ritenendo di egual peso tutte le misure eseguite, risultò per il Fraunhofer (mm. 108 di apertura):

$$f = \text{mm. } 1634.052 \pm 0.057$$

e per lo Steinheil (mm. 160 di apertura):

$$f = \text{mm. } 2279.604 \pm 0.041.$$

La distanza focale così determinata va diminuita, secondo insegna Gauss nelle *Dioptrische Untersuchungen* (*), di $^1/_4\,\lambda$, indicando con λ l'espressione:

$$\lambda = \frac{n-1}{n}\, ne\,,$$

dove n rappresenta l'indice di rifrazione del vetro Crown o del Flint ed ne lo spessore delle lenti.

---

formola di Bessel, in cui la distanza focale f viene espressa in funzione della somma $d + d'$ e della differenza $d - d'$ (supposto $d > d'$), così che non occorre conoscere separatamente le due distanze d e d', le cui misure, che dovrebbero venir prese a partire dal centro incognito dell'obiettivo, non potrebbero farsi con tutto il desiderabile rigore.

Poniamo pertanto:

$$d + d' = a$$
$$d - d' = b$$

avremo:

$$d = \frac{1}{2}(a+b) \qquad d' = \frac{1}{2}(a-b) \tag{2}$$

e poichè dalla (1) si ha:

$$f = \frac{dd'}{d+d'}\,,$$

sostituendo in questa le (2) otteniamo:

$$f = \frac{1}{4} \cdot \frac{a^2 - b^2}{a} = \frac{a}{4} - \frac{b^2}{4a}$$
$$= \frac{d+d'}{4} - \frac{(d-d')^2}{4(d+d')} \qquad \text{c. d. d.}$$

(*) Cfr. il citato fasc. n. 2 delle “ Pubblicazioni dell' Osservatorio di Arcetri ”.

TABELLA II.

Obiettivo Fraunhofer.

N°	$d+d'$	$d-d'$	f	N°	$d+d'$	$d-d'$	f
	mm.	mm.	mm.		mm.	mm.	mm.
1	6748	1201	1634.562	29	6616	746	1633.971
2	6731	1139	1634.565	30	6666	934	1633.783
3	6712	1083	1634.314	31	6646	849	1634.386
4	6737	1173	1633.190	32	6630	783	1634.382
5	6721	1111	1634.337	33	6606	687	1634.443
6	6701	1046	1634.431	34	6655	887	1634.194
7	6682	987	1634.053	35	6635	806	1634.272
8	6730	1140	1634.224	36	6614	724	1633.687
9	6693	1031	1633.546	37	6595	634	1633.513
10	6671	954	1633.643	38	6583	558	1633.889
11	6716	1096	1634.285	39	6603	675	1633.499
12	6676	959	1634.560	40	6622	747	1634.433
13	6656	903	1633.373	41	6643	842	1634.069
14	6688	1011	1633.793	42	6631	795	1633.922
15	6667	945	1633.263	43	6611	703	1634.061
16	6647	862	1633.803	44	6593	604	1634.417
17	6657	900	1633.831	45	6571	483	1633.874
18	6699	1047	1633.841	46	6620	750	1633.758
19	6680	969	1634.859	47	6600	642	1634.388
20	6659	894	1634.744	48	6580	533	1634.206
21	6638	829	1633.617	49	6560	406	1633.718
22	6627	778	1633.916	50	6608	706	1633.143
23	6647	862	1633.803	51	6587	582	1633.894
24	6668	942	1633.731	52	6568	443	1634.530
25	6687	1000	1634.364	53	6548	269	1634.237
26	6675	960	1634.233	54	6597	644	1633.533
27	6655	878	1634.791	55	6576	499	1634.534
28	6636	803	1634.708	56	6556	370	1633.780

Tabella III. — Obiettivo Steinheil.

N°	$d+d'$	$d-d'$	f	N°	$d+d'$	$d-d'$	f
	mm.	mm.	mm.		mm.	mm.	mm.
1	9409	1656	2279.385	42	9271	1189	2279.628
2	9388	1595	2279.253	43	9252	1109	2279.767
3	9369	1534	2279.459	44	9232	1025	2279.549
4	9349	1471	2279.387	45	9220	965	2279.668
5	9337	1440	2278.729	46	9240	1065	2279.312
6	9358	1497	2279.631	47	9259	1136	2279.906
7	9375	1563	2278.604	48	9281	1224	2279.894
8	9397	1628	2278.739	49	9266	1171	2279.503
9	9387	1581	2280.180	50	9247	1091	2279.570
10	9366	1524	2279.505	51	9228	1008	2279.473
11	9348	1465	2279.602	52	9207	889	2280.290
12	9327	1400	2279.214	53	9191	829	2279.057
13	9312	1343	2279,577	54	9211	923	2279.627
14	9331	1407	2279.710	55	9229	1008	2279.726
15	9351	1476	2279.506	56	9250	1105	2279.499
16	9372	1542	2279.573	57	9235	1045	2279.188
17	9360	1504	2279.583	58	9216	942	2279.929
18	9340	1440	2279.597	59	9196	838	2279.909
19	9320	1368	2279.901	60	9176	718	2279.955
20	9301	1299	2279.895	61	9189	811	2279.356
21	9289	1251	2280.130	62	9165	627	2280.526
22	9309	1329	2279.816	63	9184	777	2279.566
23	9328	1393	2279.994	64	9204	884	2279.774
24	9349	1460	2280.249	65	9225	991	2279.635
25	9339	1439	2279.318	66	9211	922	2279.677
26	9320	1369	2279.728	67	9191	813	2279.771
27	9300	1286	2280.543	68	9172	716	2279.027
28	9279	1220	2279.649	69	9152	552	2279.677
29	9267	1169	2279.884	70	9141	457	2279.538
30	9288	1259	2279.335	71	9161	629	2279.453
31	9307	1318	2280.088	72	9179	742	2279.755
32	9327	1391	2279.888	73	9201	879	2279.257
33	9314	1353	2279.364	74	9190	806	2279.828
34	9295	1284	2279.407	75	9169	680	2279.642
35	9274	1210	2279.032	76	9150	540	2279.533
36	9254	1112	2280.194	77	9140	448	2279.510
37	9242	1065	2279.819	78	9151	558	2279.244
38	9262	1154	2279.554	79	9161	632	2279.350
39	9285	1244	2279.582	80	9169	705	2278.698
40	9302	1309	2279.448	81	9178	737	2279.705
41	9291	1262	2279.896				

Per il Fraunhofer si ottenne:

$$\frac{1}{4}\lambda = \text{mm. } 1.501$$

e per lo Steinheil:

$$\frac{1}{4}\lambda = \text{mm. } 2.848$$

per cui risultò:

Distanza focale dell'obiettivo Fraunhofer = mm. 1632.551 ± 0.057
„ „ „ *Steinheil* = mm. 2276.756 ± 0.041

Passo angolare del micrometro Righini rispetto ai due obiettivi. — Dividendo il passo millimetrico del micrometro per le distanze focali dei due obiettivi e riducendo in secondi di arco, risultò per valore del passo angolare del micrometro rispetto al Fraunhofer:

$$P_f = \frac{0.50056}{1632.551}\,206264''.81 = 63''.243$$

e rispetto allo Steinheil:

$$P_s = \frac{0.50056}{2276.756}\,206264''.81 = 45''.349.$$

Gli errori medî di questi due valori, provenienti dagli errori medî dei rispettivi numeratori e denominatori, risultarono (*):

$$m_f = \pm\, 0''.061$$
$$m_s = \pm\, 0''.044.$$

(*) Questi errori furono calcolati applicando la nota formola generale:

$$m = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 m_x^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 m_y^2 + \ldots}$$

che dà l'errore medio della quantità:

$$V = \varphi(x, y, \ldots)$$

in funzione degli errori m_x, m_y, ... dei valori trovati per le incognite $x, y, \ldots$

Determinazione del valore angolare del passo del micrometro Righini, applicato al Fraunhofer, mediante osservazioni astronomiche. — Nella sera del 21 dicembre 1910 feci una serie di misure dell'intervallo della coppia di fili mossi dalla vite micrometrica, mediante coincidenze col filo fisso. E ciò a campo illuminato prima dalla luce diurna, poi con luce rossa artificiale. Le osservazioni fatte nelle due diverse condizioni di illuminazione del campo non hanno presentato caratteri diversi. Il risultato medio di 80 coincidenze fu:

$$8^{r}.222 \pm 0^{r}.0016.$$

D'altra parte determinai in tempo lo stesso l'intervallo tra i due fili, mediante l'osservazione, in campo illuminato, di passaggi ad essi della stella *ι Piscium* e della BD — 0°.307. Alle differenze dei passaggi ottenute con la prima stella, che ha una declinazione boreale di 5°, ho applicato la riduzione all'equatore. La media di 97 differenze di passaggi così ottenute diede per l'intervallo dei due fili:

$$34^{s}.613 = 519''.195,$$

con un error medio di ± 0''.294. Dividendo l'espressione in secondi di arco della distanza tra i due fili per il numero delle rivoluzioni e frazioni di rivoluzione della vite micrometrica che corrispondono al medesimo intervallo, si è ottenuto come *valore angolare del passo, mediante osservazioni di passaggi di stelle:*

$$63''.144 \pm 0''.038.$$

Un altro valore del passo angolare, determinato ancora per via astronomica, si ebbe osservando le differenze di declinazione di alcune coppie di Battermann (*). Le misure furono eseguite nelle sere del 19 e 20 dicembre, parte dal prof. Viaro, parte da me, con campo illuminato e fili neri. I risultati sono esposti nella seguente tabella IV, dove la prima colonna contiene il numero ordinativo delle coppie osservate, la seconda il nome delle stelle componenti le coppie, la terza le differenze di declinazione

(*) " Astr. Nachr. ", 3513.

Tabella IV.

Coppie di Battermann.

N°	⚹	Δδ″	Δδ^r	Oss.	Passo
1	H. 886	852″.333	13^r.563	V	62″.843
	H. 958		13.563	F	62.843
2	H. 1576	652.758	10.375	V	62.916
	ε Cassiop.		10.302	F	63.362
3	H. 1744	821.865	13.045	F	63.002
	Br. 266		12.979	V	63.323
4	Gr. 716	488.896	7.694	V	63.543
	H. 3169		7.713	F	63.386
5	Ch. 663	597.331	9.428	F	63.357
	Ch. 681		9.473	V	63.056
6	ψ Cassiop.	1030.379	16.232	F	63.478
	Ch. 285		16.213	V	63.553
7	H. 1744	821.865	13.048	F	62.988
	Br. 266		13.002	V	63.211
8	Ch. 453	1082.761	17.170	F	63.061
	Ch. 460		17.159	V	63.102
9	H. 2604	808.232	12.813	F	63.079
	H. 2665		12.799	V	63.148
10	Ch. 556	872.785	13.826	F	63.126
	Ch. 565		13.820	V	63.154

calcolate, la quarta le differenze osservate in rivoluzioni della vite micrometrica, quali risultarono dalle misure fatte rispettivamente dai due osservatori, i cui nomi sono indicati nella colonna quinta. Nell'ultima si trovano i valori del passo ottenuto per ogni coppia dividendo le differenze di declinazione per il corrispondente numero di rivoluzioni fatte con la vite micrometrica.

Ritenendo tutte le osservazioni di egual peso, senza far distinzione tra le misure eseguite dai singoli osservatori, se ne fece la media, ottenendo così, per valore del passo angolare:

$$63''.177 \pm 0''.049.$$

Riassumiamo i tre valori ottenuti per il passo del micrometro al Fraunhofer:

1° Con misure millimetriche . . . . 63″.243 ± 0″.061
2° Con osservazioni astronomiche al Fraunhofer,
  a) passaggi di stelle equatoriali . . . . . 63″.144 ± 0″.038
  b) coppie di Battermann . . . . 63″.177 ± 0″.049

Dando a ciascuno di questi valori il peso che gli compete in base al rispettivo errore medio, e facendone la media pesata, si ebbe:

$$R_f = 63''.175 \pm 0''.027.$$

Conclusione del passo del micrometro rispetto all'obiettivo Steinheil. — Per il passo del micrometro rispetto all'obiettivo Steinheil si hanno due valori. Il primo è quello trovato direttamente con misure millimetriche, cioè $45''.349 \pm 0''.044$, il secondo si ha indirettamente da R_f moltiplicato per il rapporto della distanza focale del Fraunhofer a quella dello Steinheil, e così facendo risulta $45''.300 \pm 0''.019$. La media pesata dà:

$$R_s = 45''.307 \pm 0''.017.$$

Osservazioni di Vesta. — Il nuovo micrometro, opera egregia del meccanico Righini e frutto della liberalità del sig. Peratoner e dei consigli degli astronomi di Arcetri, riuscì

dunque bene a lamine ed a fili ed in modo che questi possono esser veduti o neri in campo chiaro o lucidi in campo oscuro. Per maggiore conferma, per mio esercizio e per soddisfazione delle cortesi persone di Firenze, feci anche la misura delle differenze di coordinate $\Delta\alpha$ (con passaggi) e $\Delta\delta$ tra Vesta e due stelle di confronto, nelle sere del 21 e 22 dicembre, approfittando della circostanza che tale pianetino veniva a trovarsi abbastanza prossimo a

$$\ast_1 = \text{BD} + 2^\circ 297$$
$$\ast_2 = \text{BD} + 2^\circ 302$$

le cui posizioni esatte oltre che essere dàte nel catalogo di Albany erano pure contenute nel catalogo generale di Küstner e nei volumi dell'Osservatorio d'Abbadia. Tali osservazioni furono fatte in buone condizioni di serenità a fili lucidi in campo oscuro. Alcuni tentativi di osservare coi fili neri in campo rosso riuscirono vani per il debole splendore degli astri e le modeste dimensioni dello strumento. I risultati ottenuti sono esposti nel quadro seguente.

Quadro delle Osserv

Osservazioni di (4) Vesta e confronto di esse c

1910	T. m. Arcetri	Δα	Δδ	Cfr.	α app.	Par. α
	h m s	m s	′ ″		h m s	s
Dic. 21	11 12 1	+ 1 48.63	+ 4 53.2	18.8	1 52 47.90	+ 0.17
„ 21	11 12 1	— 0 34.46	— 0 46.5	18.8	1 52 47.92	+ 0.17
„ 22	7 13 57	+ 1 53.44	+ 9 4.2	12.8	1 52 52.70	— 0.04
„ 22	7 13 57	— 0 29.67	+ 3 24.5	12.8	1 52 52.71	— 0.04

Riduzione delle stelle *ad locum apparentem.*

		s	″
1910 Dic. 21	$*_1$	+ 2.88	+ 16.6
„ „ 21	$*_2$	+ 2.89	+ 16.6
„ „ 22	$*_1$	+ 2.87	+ 16.5
„ „ 22	$*_2$	+ 2.89	+ 16.5

ioni di (4) Vesta.

ffemeride data dal "Nautical Almanac 1910".

δ app.	Par. δ	α calcolata	δ calcolata	O — C		*
+ 3° 13′ 23″.5	+ 3″.0	1h 52m 47s.65	+ 3° 13′ 26″.2	+ 0s.42	+ 0″.3	1
+ 3 13 24.6	+ 3.0	"	"	+ 0.44	+ 1.4	2
+ 3 17 34.4	+ 2.9	1 52 52.43	+ 3 17 35.8	+ 0.23	+ 1.5	1
+ 3 17 35.5	+ 2.9	"	"	+ 0.24	+ 2.5	2

Posizioni medie delle stelle di confronto.

*	$\alpha_{1910\cdot0}$	$\delta_{1910\cdot0}$	Autorità
1	1h 50m 56s.39	+ 3° 8′ 13″.7	1/3 (AG. Alb. + Kü 00 + Abbadia)
2	1 53 19.49	+ 3 13 54.5	1/3 (AG. Alb. + Kü 00 + Abbadia)

Sul clima del Gran Paradiso.

Nota di V. MONTI.

1. Avendo incominciato nell'estate del 1910 uno studio sui ghiacciai del Gran Paradiso che conto di proseguire in avvenire, sono stato condotto a raccogliere qualche dato sul clima di quella regione. Dati siffatti possono pure presentare un certo interesse, anche se considerati in sè ed astraendo dai fenomeni dei ghiacciai; perciò pubblico qui i risultati a cui son giunto, non senza dissimularmi la loro manchevolezza, dipendente in gran parte dalla natura stessa dell'argomento.

2. A Cogne ed a Ceresole, località situate, la prima sul versante settentrionale del Gran Paradiso, la seconda su quello meridionale, alle altitudini rispettive di m. 1540 e 1620 circa, funzionarono in passato due stazioni meteoriche. P. Busin calcolò (*Boll. mens. della Soc. Met. It.*, 1889) le medie temperature mensili di Cogne deducendole dal sedicennio d'osservazioni 1871-86. Eccole:

Gennaio	—4°,7	Maggio	8°,9	Settembre	10°,5
Febbraio	—2,7	Giugno	12,7	Ottobre	5,4
Marzo	0,1	Luglio	15,5	Novembre	—0,5
Aprile	4,4	Agosto	14,8	Dicembre	—3,3

Questo andamento si può rappresentare colla formola:

$$t = 5{,}09 - 9{,}86 \operatorname{sen}(87^\circ 26' + 30x) + 0{,}80 \operatorname{sen}(27^\circ 31' + 60x)$$
$$- 0{,}11 \operatorname{sen}(41^\circ 11' + 90x)$$

dove x assume i valori 0, 1, 2, ... al 15 Gennaio, 15 Febbraio, 15 Marzo, ecc. Se ne deduce che la temperatura minima ha luogo nella 3ª pentade di Gennaio, la massima nella 5ª di Luglio.

Uguale calcolo, fondato sul settennio d'osservazioni 1877-83, egli fece per Ceresole. Ma l'estrema brevità di questo periodo rende i dati riportati dal Busin per Ceresole meno sicuri e non comparabili con quelli più su riportati per Cogne.

Seguendo il metodo suggerito per casi di questo genere da Lamont e frequentemente impiegato nella climatologia, ho calcolato le medie mensili di Cogne nello stesso periodo 1877-83, ed ho determinato le loro differenze coi valori assegnati da Busin a Ceresole. Ripigliando poi le medie di Cogne più su riportate e valevoli pel periodo 1871-86, ne ho dedotte quelle di Ceresole per lo stesso periodo, valendomi delle suddette differenze.

Ecco i risultati di questo computo:

Gennaio	—3°,1	Maggio	8°,1	Settembre	11°,4
Febbraio	—1,9	Giugno	11,9	Ottobre	5,3
Marzo	0,7	Luglio	15,7	Novembre	—0,7
Aprile	3,4	Agosto	15,1	Dicembre	—2,1

L'andamento si può rappresentare colla formola:

$$t = 5,32 - 9,27 \text{ sen } (84°48' + 30x) + 1,5 \text{ sen } (38°47' + 60x) - 0,22 \text{ sen } (326°18' + 90x);$$

il minimo cade nella 1° pentade di Gennaio, il massimo nella 1ª di Agosto.

Considerando i tre mesi di Dicembre, Gennaio, Febbraio come costituenti l'inverno, quelli di Marzo, Aprile e Maggio, come costituenti la primavera, e così via, si hanno le seguenti medie stagionali ed annue:

	Cogne	Ceresole
Inverno . . .	—3°,6	—2°,4
Primavera . . .	4,5	4,1
Estate	14,3	14,2
Autunno . . .	5,1	5,3
Anno	5,1	5,3

Per poter paragonare queste medie fra loro, esse hanno ancora bisogno di venir ridotte ad uno stesso livello. Ho perciò determinato il gradiente termico verticale nei pressi del Gran Paradiso, utilizzando le medie stagionali ed annue delle quattro stazioni di Aosta, Cogne, Gran S. Bernardo e Piccolo S. Bernardo, le uniche che nella regione dispongano d'un lungo periodo d'osservazione. Applicando il metodo dei minimi quadrati, e supponendo, al solito, la temperatura funzione lineare dell'altezza, ho avuto i gradienti seguenti, non dissimili da quelli già noti per le Alpi tirolesi e svizzere:

Inverno . . .	0°,47	per Em. verticale
Primavera . .	,66	" "
Estate	,69	" "
Autunno . . .	,57	" "
Anno	0°,60	" "

Con essi possono ridursi le medie di Cogne e di Ceresole ad un livello comune, intermedio, p. e. a quello di 1580 m.; viene:

	Cogne	Ceresole
Inverno . . .	—3°,8	—2°,2
Primavera . . .	4,2	4,4
Estate	14,0	14,5
Autunno . . .	4,9	5,5
Anno	4,8	5,5

È notevole la forte differenza invernale tra i due versanti; essa si ripercuote sulla differenza media annua, che, data la differenza di 10′ nelle latitudini di Cogne e Ceresole, importa, a quell'altitudine, l'eccezionale gradiente orizzontale di 4° per grado.

3. Le due prime tabelle del paragrafo precedente ci dànno come differenza tra Luglio e Gennaio, cioè come escursione termica annua:

20°,2 per Cogne
18°,8 per Ceresole.

Quanto all'escursione diurna, non ho potuto calcolarla che per Cogne, sui dati pubblicati dal R. Ufficio di Meteorologia pel periodo 1880-87. Eccone i valori medî mensili, insieme a quelli delle temperature diurne estreme.

Mese	Massima	Minima	Escurs.	Mese	Massima	Minima	Escurs.
Gennaio. .	—2°,0	—8°,1	6°,1	Luglio . .	20°,5	10°,2	10°,3
Febbraio .	0,65	—6,7	7,35	Agosto . .	19,1	9,5	9,6
Marzo. . .	4,2	—3,7	7,9	Settembre	14,4	6,4	8,0
Aprile. . .	7,45	0,0	7,45	Ottobre .	7,9	1,3	6,6
Maggio . .	12,9	3,8	9,1	Novembre	3,0	—2,7	5,7
Giugno . .	16,7	7,1	9,6	Dicembre	—0,6	—6,3	5,7

Nell'andamento annuo, perfettamente normale, dell'escursione diurna colpisce la brusca diminuzione sua in Aprile. Probabilmente questa si collega col massimo di nebulosità che, come vedremo, si ha a Cogne in quel mese.

Le medie stagionali ed annua sono:

Inverno	6°,4
Primavera . . .	8,1
Estate	9,8
Autunno	6,8
Anno	7,8

4. Segue una tabella contenente le medie mensili della pressione atmosferica a Cogne, dedotte dal diciasettennio 1871-87:

Gennaio	mm. 633,2	Maggio	mm. 632,9	Settembre	mm. 635,7
Febbraio	„ 32,9	Giugno	„ 34,9	Ottobre	„ 33,7
Marzo	„ 31,4	Luglio	„ 36,5	Novembre	„ 32,0
Aprile	„ 30,0	Agosto	„ 36,1	Dicembre	„ 31,5

L'andamento si può rappresentare colla formola:

$$H = 633,40 - 2,23 \operatorname{sen}(60°40' + 30x) + 1,45 \operatorname{sen}(61°40 + 60x) + \\ + 0,46 \operatorname{sen}(24°46' + 90x),$$

con un massimo principale nella 6ª pentade di Luglio ed uno secondario nella 1ª di Febbraio; col minimo principale nella 2ª e 3ª pentade di Aprile, ed uno secondario nella 6ª di Novembre e 1ª di Dicembre.

Si rileva qui l'andamento annuo caratteristico dell'alta montagna, per cui la pressione ha un massimo estivo, anzichè invernale come al piano. Si può già subito prevedere che altrettanto deve accadere sul versante meridionale, alla stessa altezza. Difatti, le osservazioni barometriche di Ceresole, benchè vadano soltanto, e non senza interruzioni, dal 1878 al 1882, si accordano con quelle di Cogne a mostrare l'esistenza di un massimo estivo. Scendendo, sul versante settentrionale da Cogne ad Aosta (m. 600 circa) che ha un lungo periodo d'osservazioni, si trova che quivi è già in pieno vigore il regime del massimo barometrico invernale. Sul versante meridionale, scendendo da Ceresole, si arriva a Valchiusella (m. 1100 circa), dove si hanno osservazioni pel solo triennio 1881-83, e il massimo cade sempre nei mesi di Gennaio e di Febbraio. Parrebbe pertanto, benchè la pochezza delle osservazioni di Valchiusella non lasci concludere nulla di sicuro, che l'inversione dell'andamento barometrico annuo abbia luogo tra m. 1100 e m. 1500. Si sarebbe anzi portati a fissare a poco più di m. 1100 l'altezza di tale inversione, perchè uscendo dal gruppo del Gran Paradiso, si trovano in Piemonte le stazioni di Crissolo (m. 1390), Casteldelfino (m. 1310) e Oropa (m. 1175), in cui il massimo barometrico è estivo.

5. In uno studio come questo non è da aspettarsi di poter fornire alcun dato sicuro e generale sulla circolazione dei venti, perchè in territorio montuoso come quello di cui qui si discorre troppe sono le perturbazioni apportate dalle condizioni orografiche variabili da punto a punto.

Non rimane che passare all'argomento importantissimo dell'acqua atmosferica; e poichè pei valori dell'umidità assoluta o

relativa si presenta la stessa difficoltà notata or ora pel vento. incomincio subito dalla nebulosità, stimata al solito in decimi del cielo visibile (*).

Per la stazione di Cogne e per l'ottennio 1880-87, si possono calcolare le medie seguenti:

Gennaio	3,2	Maggio	4,7	Settembre	4,6
Febbraio	3,5	Giugno	4,9	Ottobre	5,0
Marzo	4,0	Luglio	3,7	Novembre	4,3
Aprile	5,5	Agosto	3,5	Dicembre	4,4

La media annua è 4,3, inferiore a 4,6 che è il valore complessivamente spettante alla valle Padana. Il versante settentrionale del Gran Paradiso è dunque piuttosto sereno.

Dal periodo 1871-87 si ricava che la distribuzione annua dei giorni sereni, misti e coperti è a Cogne la seguente:

Giorni sereni	91
„ misti	230
„ coperti	44

I giorni sereni e coperti sono in numero difettivo, se si confrontano ai 130 e 101 che se ne hanno rispettivamente a Milano, ai 118 e 94 di Torino, ai 139 e 74 di Biella. Prevalgono quindi sul versante settentrionale del Gran Paradiso e sono in numero eccessivo, i giorni misti. Nè si creda che questo gran numero provenga dall'aver dato soverchia importanza a condensazioni locali sui monti vicini. Se infatti si attribuisce ai 230 giorni una nebulosità media di 5, dando, bene inteso, una nebulosità 0 ai 91 giorni sereni ed una 10 ai 44 coperti, si ricava una media annua 4,4, ben poco diversa da quella 4,3 a

(*) Anche i redattori delle *Moyennes de 10 ans pour les éléments météorologiques observés aux fortifications de Saint-Maurice*, nel riportare i dati di quattro diverse stazioni scaglionate ad altitudini variabili tra 440 m. e 1450 m., ed istituite dalla Svizzera presso il suo confine savoiardo, si astengono dal fornire indicazioni sul vento e sull'umidità, e si diffondono invece sulla temperatura, pressione, nebulosità, pioggia e neve, che sono appunto gli elementi presi in considerazione in questa nota.

cui siamo giunti direttamente. Al valore 4,4 si arriva pure applicando al caso nostro la nota formola di Grossmann (*Met. Zeitschr.*, 1884)

$$N = 5{,}3 + 4{,}5 \frac{t - k}{n} .$$

dove N è la nebulosità media in un periodo di n giorni dei quali t sono coperti e k sereni.

Pel periodo 1877-82, ecco le medie stagionali ed annue dei giorni sereni, misti e coperti a Cogne ed a Ceresole, messe a raffronto.

	Inverno		Primavera		Estate		Autunno		Anno	
	Cogne	Ceres.	Cogne	Ceres.	Cogne	Ceres.	Cogne	Ceres.	Cogne	Ceres.
Giorni sereni	33,1	43,8	20,8	27,0	22,1	29,4	23,9	30,6	99,9	130,8
„ misti	45,6	28,2	54,9	32,4	66,0	49,8	50,8	34,7	217.3	145,1
„ coperti	11,5	18,1	16.4	32,5	4,3	12,9	16,3	25,7	48,5	89,2

Si vede che il versante meridionale del Gran Paradiso è sempre più povero di quello settentrionale in giorni misti, più ricco in giorni sereni e coperti; si comporta cioè in modo più somigliante a quello che si verifica nella rimanente valle Padana.

Adoperando la formola di Grossmann, di cui abbiamo visto or ora l'applicabilità al caso nostro, si calcolano dalla tabella precedente, e sempre pel periodo 1877-82, le seguenti nebulosità medie.

Inverno		Primavera		Estate		Autunno		Anno	
Cogne	Ceres.	Cogne	Ceres.	Cogne	Ceres.	Cogne	Ceres.	Cogne	Ceres.
4,2	4,0	5,1	5,6	4,4	4,5	4,9	5,1	4,6	4,8

Il versante settentrionale è più sereno del meridionale in primavera, estate ed autunno, più nuvoloso in inverno. La dif-

ferenza tra le nebulosità dei due versanti è massima nella stagione del massimo comune di nebulosità, cioè in primavera. Il maggior sbalzo di nebulosità da stagione a stagione si ha nel trapasso dall'inverno alla primavera.

6. Utilizzando i dati contenuti nei lavori di Millosevich (*Ann. del R. Uff. di Met.*, 1881 e 1883), e quelli forniti dall'osservatorio di Cogne finchè continuò a funzionare, si calcola per Cogne la piovosità media annua di mm. 687.

La piovosità non è però, a pari altitudine, uguale sui due principali versanti del Gran Paradiso. Fin dal 1868 il P. Denza (*Statistica pluviom. del Piemonte per gli anni 1856-67*) faceva osservare come ad Aosta la pioggia sia molto scarsa, ad onta dell'altitudine e della posizione della città in mezzo alle montagne. Nel 1876 lo stesso A. ritornava su questo argomento per Aosta e per Cogne, nel suo studio sulla climatologia della valle d'Aosta, apparso nella *Guida* dell'Ab. Gorret e di C. Bich, ripubblicato poi nel *Boll. Met. di Moncalieri.*

Nel 1883 Millosevich (*loc. cit.*) notava egli pure la stessa cosa, risultandogli per Torino, Biella, Aosta e Cogne le piovosità annue di mm. 901, 1287, 572, 698 rispettivamente. Alle quali se aggiungiamo mm. 1150 che sono assegnati a Bard, e 1408, assegnati ad Ivrea, si vede subito trattarsi di una peculiarità dell'alta valle d'Aosta e di una differenza grave tra i due versanti del Gran Paradiso. Accade insomma per l'alta valle d'Aosta il caso già noto per l'Engadina, riputata come la meno piovosa delle valli alpine, dove Landeck e Remüs hanno piovosità di cm. 57 e Zernetz di 59.

Seguono le piovosità medie mensili di Cogne.

Gennaio	mm.	44,0	Maggio	mm.	71,0	Settembre	mm.	60,0
Febbraio	„	20,2	Giugno	„	67,0	Ottobre	„	104,5
Marzo	„	38,0	Luglio	„	45,4	Novembre	„	50,2
Aprile	„	100,4	Agosto	„	43,6	Dicembre	„	44,8

L'andamento della piovosità giornaliera media può essere rappresentata dalla formola:

$$P = 1{,}91 - 0{,}35 \operatorname{sen}(84°37' + 30x) - 0{,}83 \operatorname{sen}(65°45' + 60x) + \\ + 0{,}23 \operatorname{sen}(87°18' + 90x).$$

Si hanno due massimi quasi uguali, uno tra la 1ª e 2ª pentade di Maggio, l'altro nella 1ª metà di Ottobre; un minimo principale nella 1ª metà di Febbraio, un minimo secondario nella 5ª pentade di Luglio.

Se ne ricavano le seguenti piovosità stagionali che mettiamo a confronto con quelle di Torino valevoli per gli stessi anni.

Stazioni	Cogne	Torino	Differenze (*)
Inverno	mm. 109,0	mm. 119,0	mm. 10,0
Primavera . . .	209,4	275,9	66,5
Estate	156,0	227,8	71,8
Autunno	214,7	220,9	6,2

Dove si vede che le condizioni locali per cui è meno piovoso il versante settentrionale del Gran Paradiso hanno la loro minima azione in autunno ed inverno, la massima in primavera ed estate.

Ora in primavera ed estate dominano nell'alto Piemonte i venti del I quadrante, i quali non possono pervenire all'alta valle d'Aosta ed al Gran Paradiso, se non superando quel tratto di barriera alpina che va dal Cervino fino al gruppo del Monte Bianco, e scaricano per conseguenza la massima parte del loro contenuto acqueo sul versante Svizzero, dando al Gran S. Bernardo un massimo stagionale di piovosità appunto in estate. D'inverno poi dominano nella provincia di Torino le correnti del III quadrante, obbligate, a lor volta, a superare il Gran Paradiso prima di scendere in val d'Aosta, ed a subire per parte di esso un'azione analoga, ma minore, date le dimensioni minori dell'ostacolo.

Si è poi nell'impossibilità di formarci alcun criterio sul come la piovosità varii lungo i fianchi del Gran Paradiso dal livello

(*) Non sarà inutile avvertire che queste differenze possono essere, specie per l'inverno, turbate dalla difficoltà di valutare in acqua la neve.

di Cogne a livelli più elevati. Hann, come è noto, trovò che sulle Alpi la piovosità raggiunge il suo massimo valore verso i 2000 metri. Ora nella valle d'Aosta, al disopra del livello di Cogne, abbiamo i due osservatori del Grande e del Piccolo S. Bernardo, le cui piovosità superano quella di Cogne. Ma è impossibile ed illogico mettere a raffronto con Cogne, adagiata in un breve spazio pianeggiante, attorno alla quale torreggiano colossi imponenti e la serrano d'ogni parte, tranne da NW, dove s'apre la lunga e tortuosa gola della Grand'Eiva, i due osservatorî citati, annessi agli omonimi Ospizî, sul culmine di due valichi aperti sulla Savoia, la valle d'Aosta e il Vallese, dove le correnti atmosferiche hanno ben altra libertà di gioco che a Cogne.

7. Parte importantissima dello studio della climatologia di un massiccio come quello del Gran Paradiso è la considerazione della neve.

Ma prima occorre por mente a due circostanze, di ordine meteorologico l'una, di ordine glaciologico l'altra.

Anzitutto non è a credere che si possa stabilire una proporzionalità neppure approssimata tra l'altezza della neve caduta in una stazione alpina e la quantità d'acqua che la costituisce. A seconda che la neve cade in forma di granuli gelati, o in grossi fiocchi, o a falde larghe, essa è più o meno pesante a parità d'altezza. Cade con ciò gran parte dell'interesse climatologico che possono presentare le misure dell'altezza della neve caduta.

Si può per altro pensare che queste misure possano fornire qualche importante criterio sulla alimentazione dei ghiacciai; p. e., fissando quale sia l'altezza media della neve che annualmente cade in una certa stazione di montagna, si può presumere che negli anni in cui questa media è superata, l'innevazione dei ghiacciai sia maggiore, e possa attendersi, entro un periodo più o meno lungo, un'avanzata delle fronti loro.

Una simile presunzione non è però corretta. Già l'Ab. Chanoux, il compianto direttore dell'Ospizio del Piccolo S. Bernardo, aveva notato che una stessa annata può figurare tra le più nevose in un determinato punto d'un gruppo montuoso, ed essere tra le meno nevose in un altro punto. Ho trovato perfettamente con-

fermato questo modo di vedere confrontando le altezze di neve cadute in ciascuno degli anni 1898-1907 nelle quattro stazioni meteoriche che la Svizzera ha installato, ad altitudini differenti, nelle fortificazioni di St.-Maurice, al confine colla Savoia. Classificando per ciascuna di esse gli inverni del decennio considerato in ordine di nevosità decrescente, le quattro liste ottenute sono estremamente discordanti tra loro, come quelle che si hanno confrontando allo stesso modo Ginevra e il Gran S. Bernardc. Si deve quindi concludere che se, in un gruppo montuoso, qualche ghiacciaio ha avuto in un anno una alimentazione nevosa superiore alla media, qualcun altro può averla avuta, nello stesso anno, inferiore.

Dalle misure fatte a Cogne nel quindicennio 1871-85, si ricavano le seguenti nevosità mensili, stagionali ed annua, espresse in mm. arrotondati.

Gennaio	610	Maggio	60	Settembre	30	Inverno	1395
Febbraio	280	Giugno	35	Ottobre	90	Primavera	820
Marzo	325	Luglio	0	Novembre	395	Estate	35
Aprile	440	Agosto	0	Dicembre	505	Autunno	515

Anno 2765.

Dividendo, come si suole, per 10 l'altezza della neve ad ottenere quella della precipitazione acquea equivalente, e tenuto conto larghissimo dell'incertezza di questo procedimento, si può dire che a Cogne la neve rappresenta una porzione della precipitazione complessiva, espressa in centesimi dai numeri seguenti:

Inverno . . .	100
Primavera . .	40
Estate . . .	1
Autunno . .	25
Anno . . .	40

A Ceresole si misurò l'altezza della neve nel sessennio 1877-82. Le altezze osservate sono qui poste a raffronto con quelle avutesi a Cogne nei medesimi anni.

	Ceresole	Cogne
1877	mm. 3945	mm. 2650
78	„ 3805	„ 2975
79	„ 3630	„ 3855
80	„ 1510	„ 1155
81	„ 1525	„ ?
82	„ 4105	„ 2610

Come medie, si ha 3090 per Ceresole, 2650 per Cogne. La differenza, di circa 400 mm., non può dipendere dal solo fatto che Ceresole è di un'ottantina di metri più elevata di Cogne; probabilmente si collega colla maggior ricchezza di precipitazioni che si ha sul versante meridionale del Gran Paradiso.

Dato che così sia veramente, colpisce alla prima il fatto che i ghiacciai sono molto più sviluppati dalla parte di Cogne. È da questa parte che si trova il più esteso del gruppo, quello cioè della Tribolazione, che, considerato come un tutto con quello minore di Dzasset, misura più di 7 km^2. Ma occorre pensare prima di tutto che è pur questo uno dei ghiacciai di maggiore altezza media (m. 3330 circa sul mare), e poi che la sua esposizione a NE è pure più sfavorevole all'ablazione.

Roma, marzo 1911.

Alcuni nuovi derivati dei cicloesanoni.

Nota del Socio ICILIO GUARESCHI.

Già sino dal 1901 nella mia memoria: *Sintesi di composti piridinici e trimetilenpirrolici* (1) avevo promesso che avrei studiato l'azione dell'etere cianacetico su molti altri chetoni, fra i quali i chetoni ciclici. Ed invero da allora, specialmente nel 1908, ho studiato molti altri chetoni, fra i quali il *cicloesanone* ed il *metilcicloesanone* 1.3, ed ho ottenuto dei bellissimi prodotti.

Recentemente (2) i sigg. F. B. Thole e J. F. Thorpe allo scopo di preparare delle imidi glutariche ββ bisostituite, hanno estesa la mia reazione, adoperando invece dell'etere cianacetico, la cianacetamide. Essi hanno confermato le mie ricerche ed hanno trasformato le imidi glutariche nei corrispondenti acidi ββ dialchilglutarici, col mio metodo, cioè, ebollizione con acido solforico al 60-70 %. Questo lavoro mi spinge a pubblicare le mie ricerche sul cicloesanone e sul metilcicloesanone 1.3 e in un'altra nota descriverò poi alcuni altri nuovi acidi glutarici ββ bisostituiti, oltre quelli da me descritti nel 1901, e che ho già ottenuto da vari anni. Così pure in una successiva memoria: *Intorno ad una reazione generale dei chetoni* descriverò i numerosi composti che io ho preparato già da lungo tempo esperimentando l'azione dell'etere cianacetico su moltissimi chetoni a struttura chimica diversa; questa reazione è, secondo me, forse la reazione più generale dei chetoni.

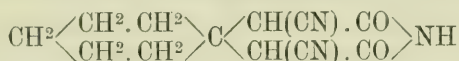
Dopo le mie prime ricerche intorno alle condensazioni che si effettuano tra i chetoni e le aldeidi coll'etere cianacetico e l'ammoniaca, alcuni altri chimici hanno studiato l'azione dell'etere cianacetico sui chetoni e sulle aldeidi ma in condizioni diverse dalle mie. Così Harding, Haworth e Perkin (3), nota-

(1) " Mem. R. Accad. delle Scienze di Torino „ (II), vol. L, p. 277.
(2) " Journ. Chem. Soc. „, marzo 1911, p. 422.
(3) " J. Chem. Soc. „, 1908, t. 93, p. 1943.

rono che il cicloesanone coll'etere cianacetico in presenza di etilato sodico o di piperidina fornisce l'*etere α ciano Δ'-cicloesanacetico* ed in questo caso il cicloesanone agisce nella forma enolica; insieme all'acido α ciano Δ'-cicloesanacetico si forma una piccola quantità di *etere cianocicloessilidenacetico*, nel qual caso il cicloesanone funziona nella sua forma chetonica.

Nella mia reazione invece il cicloesanone ed il metilcicloesanone agiscono essenzialmente nella loro forma chetonica.

ββ pentametilen ββ' dicianglutarimide

$$CH^2\left\langle\begin{matrix}CH^2.CH^2\\CH^2.CH^2\end{matrix}\right\rangle C\left\langle\begin{matrix}CH(CN).CO\\CH(CN).CO\end{matrix}\right\rangle NH$$

Il cicloesanone impiegato proveniva dalla fabbrica del Dott. König di Lipsia e bolliva a 154°5-155° sotto 740 mm. Mescolai 1 mol. di cicloesanone (21 cm.^{3} circa) con 2 mol. di etere cianacetico (46 cm.^{3}) ed aggiunsi poco più di 3 mol. di ammoniaca alcolica all'11.5 %. La soluzione limpida ed incolora a poco a poco si fa gialla, con lieve sviluppo di calore. Dopo 2 ore incominciano a depositarsi dei cristalli e dopo 24 ore si ha una massa compatta cristallina. Tratto la massa con acqua nella quale si scioglie bene, eccetto una piccola quantità di sostanza che rimane sul filtro ma che poi si scioglie anch'essa in acqua calda. Tratto la soluzione ammoniacale con acido cloridrico diluito, il quale fornisce un abbondante precipitato cristallino bianchissimo. Pesa 18 grammi circa. Questo prodotto, che grezzo fonde a 208°-209°, quando è ricristallizzato dall'alcol a 60 % si ha purissimo e fusibile a 211°-212°.

Prima del trattamento con acido cloridrico si può esaurinare due volte con etere il liquido diluito ammoniacale, per togliere il cicloesanone rimasto inalterato.

Il prodotto così ottenuto diede all'analisi i risultati seguenti:

I. Gr. 0.1760 di sostanza fornirono 0.4032 di CO^2 e 0.0939 di H^2O.

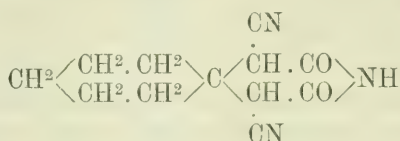
II. Gr. 0.1360 diedero 21.6 cm.^{3} di N a 18° e 738 mm.; corr. = 19.4 cm.^{3} di N.

III. Gr. 0.1190 diedero 18.8 cm.^{3} di N a 18° e 738.5 mm.; corr. = 16.9 N.

Da cui:

	trovato I	II	III	calcolato per $C^{12}H^{13}N^{3}O^{2}$
C =	62.48	—	—	62.33
H =	5.96	—	—	5.6
N =	—	17.72	17.75	18.18

Per il modo di formazione, la composizione, le proprietà e i derivati che fornisce questo composto è senza dubbio la ββ*pentametilen*ββ'*dicianglutarimide*:

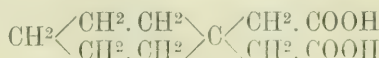
$$CH^2\left<\begin{matrix}CH^2.CH^2\\CH^2.CH^2\end{matrix}\right>C\left<\begin{matrix}\overset{CN}{\dot{C}H}.CO\\\underset{CN}{\dot{C}H}.CO\end{matrix}\right>NH$$

Cioè due nuclei *essanico-piperidinico* con un atomo di carbonio in comune.

Questa imide cristallizza in aghi incolori, fusibili a 211°-212°, solubili nell'acqua bollente, poco nella fredda, solubilissimi nell'alcol, e cristallizza bene dall'alcol a 60 %. Ha reazione acida; è solubilissima negli alcali ed è riprecipitata dagli acidi; neutralizzata con ammoniaca dà col nitrato d'argento un precipitato bianco solubile a caldo e che cristallizza per raffreddamento.

Per riduzione con sodio e alcol amilico spero di poter arrivare alla base *esametilenpiperidina* o meglio *pentametilenpiperidina*:

$$CH^2\left<\begin{matrix}CH^2.CH^2\\CH^2.CH^2\end{matrix}\right>C\left<\begin{matrix}CH^2.CH^2\\CH^2.CH^2\end{matrix}\right>NH$$

Ho studiato l'azione dell'acido solforico al 60 % su questa sostanza per ottenere l'acido *esametilenglutarico*:

$$CH^2\left<\begin{matrix}CH^2.CH^2\\CH^2.CH^2\end{matrix}\right>C\left<\begin{matrix}CH^2.COOH\\CH^2.COOH\end{matrix}\right.$$

ma non ho ancora ottenuto risultati decisivi. Ho ottenuto un prodotto azotato che non fonde, e sublima a temperatura molto elevata.

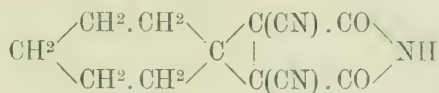
Il suo *sale ammonico* è il prodotto primitivo della reazione, e può essere ottenuto raccogliendolo su filtro alla pompa, poi lavandolo con acqua ammoniacale. Gr. 1.0047 di questo sale secco sul cloruro di calcio fornirono per distillazione con latte di magnesia 0.7845 di cloroplatinato ammonico pari a 0.0611 di NH^3 cioè 6 % di NH^3, pel sale anidro $C^{12}H^{12}(NH^4)N^4O^2$ si calcola 6.8 % di NH^3; ma probabilmente aveva già perduto un poco di ammoniaca.

La soluzione acquosa del sale ammonico precipita in giallo o gialloverdognolo coll'acetato e col solfato di rame.

Il prodotto fusibile a 211°-212° assorbe con avidità il bromo.

Prodotto di sostituzione col bromo. Grammi 5 di composto fusibile a 211°-212° trattati con acqua di bromo, a poco a poco la scolorano. Si deve aggiungere l'acqua di bromo in lieve eccesso. Occorrono quattro molecole di bromo. In questo modo si ottengono 8.1 a 8.2 gr. di prodotto bromurato; si calcola 8.4. In altra esperienza da 1 g. di composto ottenni 1.7 di prodotto bibromurato $C^{12}H^{13}Br^2N^3O^2$ (teorico = 1.7); e così in altra preparazione da 3.3 gr. di composto ottenni 5.5 di prodotto bibromurato. Sempre si ottiene subito la quantità teorica di prodotto. Il composto bromurato fonde, sviluppando bromo, a 164°-165°. Non può essere ricristallizzato dall'alcol perchè si sbromura facilmente.

Eliminazione del bromo dal composto bibromurato. — 3.3 pentametilen 1.2 diciantrimetilendicarbonimide:

```
      /CH².CH²\     /C(CN).CO\
CH²             C    |         NH
      \CH².CH²/     \C(CN).CO/
```

Questo curioso composto, che risulterebbe dalla concatenazione di tre nuclei diversi: esametilenico, trimetilenico e pirrolico, con un atomo di carbonio in comune, si forma facilmente sbromurando il bibromuro precedente. I due atomi di bromo si staccano facilmente.

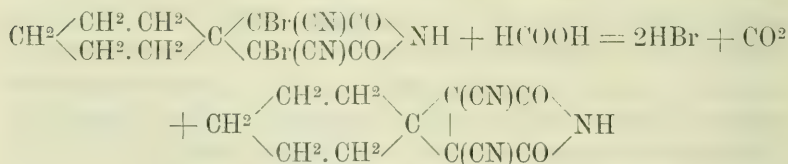
Nelle mie note e memorie precedenti già da lungo tempo feci osservare che si poteva togliere in più modi il bromo ai derivati bibromurati delle glutarimidi ββ bisostituite; o per l'azione diretta del calore, o scaldando la soluzione del composto

nell'acido acetico al 50 $^0/_0$ e meglio se in corrente di aria per eliminare più presto il bromo ed avere perdite minori.

Ora ho trovato che è, come nel caso attuale, molto più facilmente eliminato il bromo se si scioglie a caldo il composto bibromurato nell'alcol etilico al 90 $^0/_0$ o anche al 60 $^0/_0$. Si nota odore analogo a quello dell'aldeide. Talora basta far cristallizzare il derivato bibromurato dall'alcol al 60 $^0/_0$ per avere subito il derivato trimetilenico in bei cristalli.

Ho poi inoltre osservato che l'*acido formico* si presta benissimo a questa reazione. Basta sciogliere il derivato bromurato nell'acido formico al 50 $^0/_0$, oppure al 25 $^0/_0$, ed anche al 12 $^0/_0$, perchè dopo riscaldamento sino a cessazione dell'effervescenza si depositi per raffreddamento il nuovo composto privo affatto di bromo. Si sviluppa dell'acido carbonico. Si ha anche qui la quantità teorica di prodotto:

$$CH^2\left\langle\begin{matrix}CH^2.CH^2\\CH^2.CH^2\end{matrix}\right\rangle C\left\langle\begin{matrix}CBr(CN)CO\\CBr(CN)CO\end{matrix}\right\rangle NH + HCOOH = 2HBr + CO^2$$

$$+ CH^2\left\langle\begin{matrix}CH^2.CH^2\\CH^2.CH^2\end{matrix}\right\rangle C\left\langle\begin{matrix}C(CN)CO\\|\\C(CN)CO\end{matrix}\right\rangle NH$$

Infine ho trovato che nella stessa operazione si può fare successivamente la bromurazione a temperatura ordinaria e la sbromurazione a caldo. Si sciolga il composto da bromurare nell'acido formico al 50 $^0/_0$ od anche solamente si agiti sospeso nell'acido formico, e si aggiunga a poco a poco il bromo sciolto nell'acqua o nell'acido formico diluito, sino a che il liquido non si decolora più; quando tutto il bromo è stato assorbito e ve ne è ancora un lieve eccesso, si scaldi sino verso la ebollizione ed allora il precipitato si scioglie con effervescenza, dando un liquido perfettamente incoloro che lasciato a sè deposita cristallizzato il nuovo composto trimetilenico, completamente sbromurato. È un modo semplicissimo di chiudere l'anello trimetilenico. Non si può adoperare l'acido formico concentrato, chè reagirebbe facilmente col bromo.

Ecco il risultato, ad esempio, di una esperienza fatta in questo senso: 3 grammi del composto fusibile a 211°-212° furono trattati con 40 cm.^{3} di acido formico al 50 $^0/_0$, poi aggiunsi

200 cm.^{3} di acqua di bromo recentemente preparata; scaldando la poltiglia cristallina a b. m. sino quasi all'ebollizione si nota effervescenza per acido carbonico. Dopo raffreddamento si ha il prodotto completamente sbromurato e ben cristallizzato, che fonde a 238°-240°; pesa 2.6; cioè quasi la quantità teorica.

Farò delle esperienze per vedere se l'acido formico (o un suo derivato) può servire bene come sbromurante in altri casi diversi da questi, da me ora studiati.

Il bibromuro precedente $C^{12}H^{13}Br^2N^2O^2$ scaldato dunque a b. m. con acido formico al 50 % si scioglie con effervescenza, ingiallisce, poi a poco a poco tutto il liquido si fa incoloro; il nuovo prodotto, che fonde a 237°-239°, cristallizza benissimo.

Anche sciogliendo a caldo e continuando a scaldare alquanto il composto fusibile a 211°-212°, con alcol a 60 % si ha per cristallizzazione direttamente il derivato sbromurato fusibile a 237°-239° che dopo ricristallizzazione dall'alcol si ha puro e fusibile a 238°-240°.

Questo nuovo composto diede all'analisi i risultati seguenti:

I. Gr. 0.2466 di sostanza diedero 0.5624 di CO^2 e 0.1108 di H^2O.

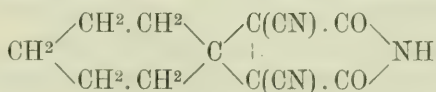
II. Gr. 0.1374 fornirono 21.8 cm.^{3} di N a 20° e 729 mm. pari a 19.48 cm.^{3} N corr.

III. Gr. 0.1194 fornirono 19.5 cm.^{3} di N a 18° e 728 mm. cioè N corr. = 17.28.

Da cui:

	trovato			calcolato per $C^{12}H^{11}N^3O^2$
	I	II	III	
C =	62.97	—	—	62.8
H =	5.03	—	—	4.8
N =	—	17.72	18.07	18.3

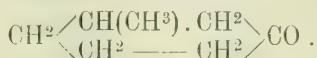
Questo composto:

$$CH^2\begin{matrix} \diagup CH^2.CH^2 \diagdown \\ \diagdown CH^2.CH^2 \diagup \end{matrix} C \begin{matrix} \diagup C(CN).CO \diagdown \\ | \\ \diagdown C(CN).CO \diagup \end{matrix} NH$$

che può essere denominato: 3.3*pentametilen*1.2*diciantrimetilendicarbonimide* cristallizza dall'alcol in begli aghi leggieri splen-

denti, fusibili a 238°-240° in liquido bruno che per raffreddamento cristallizza. Non dà ammoniaca colla magnesia. Solubile negli alcali e riprecipitabile dagli acidi. Ha reazione acida. Neutralizzato con ammoniaca precipita col nitrato d'argento e colla soluzione di acetato o di solfato di rame dà precipitato azzurro a differenza del composto 211°-212° dal quale deriva, che invece dà precipitato giallo o gialloverdognolo.

Metilcicloesanone 1.3.

Prodotti perfettamente analoghi ai precedenti io ho ottenuto dal metilcicloesanone1.3.

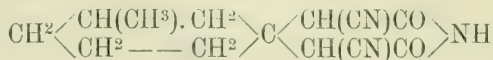
$$CH^2\left\langle\begin{matrix}CH(CH^3).CH^2\\CH^2 —— CH^2\end{matrix}\right\rangle CO .$$

Tratto il metilcicloesanone con etere cianacetico ed ammoniaca alcolica all'11.5 % come ho detto pel cicloesanone. Ottengo subito un bellissimo prodotto che ricristallizzato dall'alcol fonde a 240°-241° (sul blocco Maquenne fonde a 244°-245°) imbrunendo.

I. Gr. 0.1614 di sostanza fornirono 23.8 cm.³ di azoto a 15° e 729 mm.; N corr. = 21.6 cm.³.

Cioè:

	trovato	calcolato per $C^{13}H^{15}N^3O^2$
N %	16.73	17.1

Vale a dire la 1.3*metilpentametilen* ββ'*dicianglutarimide*:

$$CH^2\left\langle\begin{matrix}CH(CH^3).CH^2\\CH^2 —— CH^2\end{matrix}\right\rangle C\left\langle\begin{matrix}CH(CN)CO\\CH(CN)CO\end{matrix}\right\rangle NH$$

Il sale *ammonico* cristallizza bene. Col solfato o coll'acetato di rame dà precipitato giallo o gialloverdognolo; col nitrato d'argento precipitato bianco poco solubile anche a caldo.

Questo composto fusibile a 240°-241° assorbe la quantità teorica di bromo ed il *bibroderivato* ottenuto si sbromura pure facilmente nelle stesse condizioni del composto derivante dal cicloesanone.

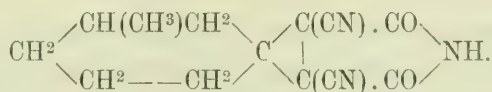
Il nuovo prodotto sbromurato, cioè contenente H^2 in meno, cosa curiosa, fonde pressochè alla stessa temperatura di quella del composto da cui deriva, cioè fonde a 241°-242° (sul blocco Maquenne).

I. Gr. 0.2194 danno 0.5152 di CO^2 e 0.1094 di H^2O. (Questa ed alcune delle precedenti combustioni furono eseguite dal Dott. M. Ghiglieno).

Cioè:

	trovato	Calcolato per $C^{13}H^{13}N^3O^2$
C =	64.04	64.19
H =	5.58	5.35

Vale a dire è la: 1.3 *metilpentametilen* 1.2-*diciantrimetilendicarbonimide*:

```
      /CH(CH³)CH²\   /C(CN).CO\
CH²               C    |        NH.
      \CH²———CH²/   \C(CN).CO/
```

Questa reazione deve essere studiata anche con altri ciclochetoni per vedere in quali rapporti stia colla posizione del carbonile o colla vicinanza di —CH^2, oppure = CH, oppure ≡ C come, ad esempio, nel *mentone* e *tetraidrocarvone* nei quali si ha — CH^2.CO.CH =; nel *pulegone*, d. *carvone* e *canfora* in cui si ha — CH^2.CO — C ≡. I due ciclochetoni da me studiati contengono — CH^2 — CO — CH^2 —.

Da alcune esperienze che ho fatto col *mentone* risulta che questo ciclochetone reagisce coll'etere cianacetico molto meno facilmente che non il cicloesanone ed il metilcicloesanone1.3.

Torino. R. Università. Laboratorio di Chimica farm. e tossicologica. Aprile 1911.

L'Accademico Segretario
CORRADO SEGRE.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 30 Aprile 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO S. E. PAOLO BOSELLI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Manno, Direttore della Classe, Carle, Ruffini, Brondi, Einaudi, Renier che funge da Segretario. — Il Socio De Sanctis scusa l'assenza.

È letto ed approvato il verbale dell'adunanza precedente.

Il Socio Ruffini espone con molti elogi il contenuto dei due volumi, che presenta, di Mario Falco, *Il riordinamento della proprietà ecclesiastica. Progetti italiani e sistemi germanici* (Torino, Bocca, 1910) e *Le disposizioni " pro anima ". Fondamenti dottrinali e forme giuridiche* (Torino, Bocca, 1911).

Il Socio Einaudi presenta e commenta con lode le due pubblicazioni di Giuseppe Prato, *Il protezionismo operaio. L'esclusione del lavoro straniero* (Torino, Società tipografica nazionale editrice, 1910) e *Le dogane interne nel secolo XX. Il mercantilismo municipale* (Torino, Società tipografica nazionale editrice, 1911).

Il resoconto analitico con cui queste presentazioni furono accompagnate trovasi inserito negli *Atti* per cura dei rispettivi Soci presentatori.

LETTURE

Mario Falco, *Il riordinamento della proprietà ecclesiastica. Progetti italiani e sistemi germanici*; Torino, Bocca, 1910.
Lo stesso, *Le disposizioni " pro anima ". Fondamenti dottrinali e forme giuridiche*; Torino, Bocca, 1911.

Parole dette dal Socio FRANCESCO RUFFINI.

Il giovane Autore — uno dei più valorosi scolari usciti di questi ultimi anni dal nostro Ateneo — si è rivelato al mondo scientifico italiano con queste due pubblicazioni pressochè contemporanee in modo così brillante e promettente, che, noto appena in addietro per alcuni brevi saggi rimontanti al periodo delle sue esercitazioni scolastiche, e non ancora libero docente, egli fu testè assunto, per giudizio unanime dei più competenti in materia di diritto ecclesiastico, alla dignità dell'insegnamento ufficiale di questa difficile disciplina. La quale è di quelle che presuppongono una preparazione tecnica più profonda e più svariata.

I due libri testimoniano della padronanza dal Falco con sorprendente rapidità acquistata in due campi fra i più disparati e remoti della scienza.

Il primo, invero, affronta il problema più formidabile che da decennii affatichi in queste materie le menti e frustri tutti gli sforzi dei legislatori di parecchi paesi e in particolare d'Italia; i quali non sono riusciti ancora dopo quarant'anni giusti di studi e di tentativi ad assolvere la promessa solennemente fatta con l'articolo 18 della legge 13 maggio 1871, di provvedere con un'altra legge, che allora si diceva prossima, al riordinamento della proprietà ecclesiastica. Del complesso problema il Falco anzi ha voluto prendere in considerazione il lato rimasto fin qui più oscuro ed irto quindi di maggiori difficoltà. Più segni, in questi ultimi tempi, venuti anche dall'alto e da fonte ufficiale,

facevano pensare e, diciamo senz'altro, temere che i nostri reggitori fossero per cacciarsi da un momento all'altro alla disperata sopra quell'esempio francese delle famose *Associazioni cultuali*, di cui il gran chiasso, che se ne fece, e in genere la più agevole e diffusa conoscenza delle cose francesi avevano resa pressochè popolare l'idea anche presso di noi. E sarebbe stata iattura grave, chi pensi, non diciamo neppure, la cattiva prova, ma la nessuna prova ch'esse fecero in Francia, poichè la infelicemente concepita e progettata istituzione statuale vi naufragò a pieno contro la irriduttibile opposizione della Chiesa cattolica. Più teoristi in Italia, e noi confessiamo senz'altro di essere stati di tal numero, erano venuti da tempo fermando i loro sguardi sopra alcuni tipi di amministrazioni parrocchiali e diocesane, le quali già da più anni funzionano in parecchi degli Stati germanici e vi sembrano aver fatta ottima prova, oppure sono ora colà allo studio e vi eccitano le più ferventi discussioni fra statisti e giureconsulti, nelle aule parlamentari, nelle scuole, nella stampa. Se non che si trattava qui di una nuova orientazione, stiamo per dire, piuttosto di istinto che non di ragione; determinata prevalentemente dal successo pratico di quei sistemi germanici, più che non da una piena conoscenza e da una matura ponderazione dei loro intimi congegni. Della qual manchevolezza non ultima cagione era stata fin qui la difficoltà grave, e a primo acchito quasi repellente, di comprendere e dominare la particolarissima e molto astrusa terminologia germanica di questi argomenti. Cominciava, per farla breve, a circolare fra gli studiosi un'idea degli ordinamenti germanici tutta quanta di maniera, la quale avrebbe potuto a un dato momento generare inconvenienti non meno dannosi di quegli altri, di cui sopra dicemmo.

Ora di tali sistemi germanici appunto il Falco intraprese un'analisi minuta e profonda; di essi ha tracciato un quadro comparativo diligente e completo, essi ha sottoposto a una critica penetrante ed originale. Il suo tentativo manca perfino, nella forma sintetica con cui a noi si presenta, di un riscontro egualmente degno nella stessa letteratura tedesca. E che esso non sia fallito ci assicurano la subita considerazione in cui esso è stato preso dalle stesse riviste di Germania e l'approvazione che ne ebbe.

E il risultato del lavoro è meritevole davvero di essere meditato: la pedissequa imitazione degli esempi germanici ci trarrebbe a un eccesso, contrario bensì a quello dei francesi, ma ad un eccesso pur sempre, che sarebbe di assegnare alla Chiesa una ingerenza soverchia nei nostri pubblici ordinamenti e una potestà, quale le idee separatistiche presso di noi prevalenti non potrebbero più tollerare. Risultato negativo, adunque, anche da questo lato; il che non vuol dire per altro risultato inane. Poichè — a prescindere anche dai numerosi elementi di dettaglio, che questo studio per primo ci ha fatto conoscere e di cui ci potremo pur sempre giovare — un grave ammonimento ne rampolla al futuro legislatore italiano: quello, di por mente sopra tutto alle tradizioni nostre paesane e di badare massimamente, in luogo che a questo o a quell'altro sistema forestiero da importare presso di noi, ad adattare e rimodernare quegli istituti, che già vi han fatto buona prova od hanno quanto meno di già il suffragio di un lungo esperimento.

Tutt'altra e ben remota dalla precedente è la cerchia di idee, a cui il secondo lavoro del Falco si affisa. Ma non ne è minore la universalità e la importanza, così teorica come pratica. Non v'è, di fatti, indagatore di fonti medioevali ed anche più tarde che non siasi imbattuto in quel singolarissimo fra tutti i più singolari negozi giuridici, che la fertile casuistica abbia prodotto, e che è la disposizione " pro anima seu ad pias causas ". Ma esso è in pari tempo di tutti gli istituti elaborati dal diritto canonico quello indubbiamente, a cui la coscienza dell'universalità dei fedeli tuttavia più vivacemente si appassioni. Ora è accaduto a questo riguardo, che con un procedimento altrettanto semplicista quanto arbitrario siasi voluto isolare il fenomeno del diritto vigente dai suoi addentellati storici e dai suoi presupposti teologici. E fu errore grave. Poichè si diede nelle soluzioni più contradittorie e più cervellotiche, e quindi più scientificamente insignificanti e più praticamente malfide. Nè correttivo sufficiente sarebbe stato il rifarsi semplicemente ai precedenti di schietto carattere giuridico, poichè non v'è campo ove le norme giuridiche affondino più inestricabilmente le loro radici nel sottosuolo teologico. Onde — a parte anche quanto il Falco saviamente ammonisce, che è " diritto anche la teologia, ove si consideri la divinità dal punto di vista del cattolicismo medie-

vale come un ente giuridico in relazione di scambio con i mortali „ — si può con sicura coscienza asserire, che lo stralciarsi del diritto canonico dal gran ceppo degli studi teologici e il suo individuarsi quale disciplina autonoma, di cui gli storici della scienza a un dato punto discorrono, sia stato per rispetto a questo particolare argomento assolutamente nullo. A cotesti presupposti teologici — remoti ma essenziali — ha volto il suo studio il Falco, in questo libro, che però non vuole essere se non la prima parte di un'indagine completa ed esauriente dell'argomento. Or chi consideri lo stato, a cui gli studi di teologia sono ridotti in Italia, comprenderà agevolmente quanto eccezionalmente gravi siano state qui le difficoltà che il giovine Autore dovette superare, e con le sole sue forze superare, semplicemente per metterci al corrente della scienza e della letteratura moderna.

Nella prova scabrosa egli è così egregiamente riuscito, che non si è fatto soltanto espositore diligente e lucido dei risultati ultimi della dottrina straniera, ma anche qui critico sagace e coraggioso di essi. Quale che sia per essere la fortuna avvenire delle conclusioni, a cui il Falco è venuto, e delle opinioni ch'egli propugna — anche il semplice esporle ci trarrebbe in più lungo discorso che qui noi non vogliamo —, è certo però, che i suoi contributi non si potranno più preterire da nessun coscienzioso ricercatore di questi soggetti o italiano o straniero. E a questo basterebbe il fatto, che anche questo libro del Falco si raccomanda per quei pregi, che brillano in tutte le cose sue: ineccepibile correttezza di metodo, indipendenza, originalità di pensiero, larghezza di informazione, acutezza di critica, e, a gradevolissimo complemento e quasi suggello di tutto questo, sobria ma veramente signorile eleganza di forma.

Protezionismo operaio e protezionismo municipale.

Parole dette dal Socio LUIGI EINAUDI.

Ho l'onore di presentare all'Accademia, a nome dell'Autore, due volumi del prof. Giuseppe Prato, intitolato l'uno *Il protezionismo operaio — L'esclusione del lavoro straniero* e l'altro *Le dogane interne nel secolo XX — Il mercantilismo municipale*. I due volumi portano i numeri VII e X degli " Studi del Laboratorio di Economia politica S. Cognetti De Martiis „ di Torino (Società Tipografico-Editrice Nazionale, Torino, 1910 e 1911) e sono nuova testimonianza della serietà degli studi economici di cui l'Istituto torinese è divenuto il centro.

Le due opere del Prato hanno avuto amendue nascimento da un motivo occasionale, quasi si direbbe da un fatto di cronaca, dal quale l'A. ha saputo trarre partito per una trattazione severamente scientifica, ricca di fatti, male o niente affatto conosciuti, e di ragionamenti acuti e serrati. L'occasione che fece nascere nel Prato l'idea di scrivere il primo volume, sul *Protezionismo operaio*, fu la venuta in Italia di un condottiero di leghe americane, il signor Samuele Gompers, a cui arrise il successo di accoglienze cordialissime da parte di capi di uffici governativi intesi alla tutela del lavoratore italiano e di duci del movimento operaio italiano, a cui non parve vero di dimenticare le loro medesime ragioni di vita per avere l'insigne onore di banchettare coll'astuto *yankee* venuto in Italia a persuadere i nostri emigranti a rimanersene a casa loro ed a non andare a muovere concorrenza agli operai altamente pagati delle Federazioni americane del lavoro. Da questo episodio significativo prende le mosse il Prato per tratteggiare un quadro dalle grandi linee storiche e teoriche. In tre momenti si divide il corso della immigrazione nei paesi nuovi; nel primo dei quali domina la

tendenza favoreggiatrice, imposta dalla abbondanza di terre e dalla scarsezza degli uomini, ed intesa ad attirare, colla forza violenta della schiavitù o colla persuasione dei premi, dei viaggi pagati ecc. gli uomini delle contrade sovrapopolate. Ma, appena i nuovi venuti sono riusciti a costituire dei gruppi abbastanza potenti per avere la consapevolezza della propria forza, nasce in essi e nei partiti politici, che li guidano e li servono, la tendenza contraria di restringere l'immigrazione dei lavoratori i quali verrebbero a partecipare alle ricchezze nuove e grandi che le vergini terre contengono ed a far diminuire i salari privilegiati che la scarsezza delle braccia ha consentito ai primi immigranti. A più riprese si sviluppa la politica restrittiva: contentandosi dapprima della *esclusione dell'immigrazione di colore*. Australia, Nuova Zelanda, Stati Uniti (California) muovono in guerra contro polinesiani, cinesi e giapponesi e li vogliono escludere dal sacro suolo riservato alla razza bianca. L'A. analizza e rompe ad uno ad uno gli argomenti sentimentali, storici, economici che i fautori del monopolismo bianco hanno impugnato contro la concorrenza gialla. Falso ed ipocrita il timore della corruzione politica e della immoralità famigliare dei gialli; e certamente non degno in bocca di gente che hanno raggiunto i fastigi più alti della corruzione elettorale e della ipocrisia morale. Fuor di luogo il timore che i gialli non intendano a migliorare il proprio tenor di vita, di cui anzi si dimostrano, ove appena il possono, curantissimi. Dannosa infine alla medesima società bianca l'esclusione dei gialli, come quella che vieta di potere attendere ad occupazioni disdegnate dagli operai appartenenti alla civiltà dominatrice. Il carattere grettamente monopolistico dell'odio contro i gialli si palesa subito appena l'assalto al monopolismo operaio venga da nuovi concorrenti, appartenenti alla stessa razza bianca: da italiani, russi, ungheresi, ebrei. Comincia allora il periodo della *restrizione della immigrazione bianca*, di cui il Prato rintraccia gli episodi più significativi nella storia e nella legislazione dell'Australia, della Colonia del Capo, del Transvaal e degli Stati Uniti; rafforzando la dimostrazione dell'universale tendenza all'esclusivismo dei gruppi operai organizzati collo studio della legislazione e della politica operaia in Francia, in Svizzera, in Germania, in Inghilterra, dovunque accorrono schiere di operai immigranti in cerca di lavoro.

Di questo protezionismo operaio l'A. studia, in una ultima parte teorica, le analogie profonde col sistema protezionistico doganale; e come di questo sono indisputabili i tristi effetti economici, così di quello dimostra largamente gli uguali danni nel campo economico e sociale: ostacoli posti alla migliore applicazione dei fattori produttivi, impossibilità di attendere alle opere più umili, eppur necessarie, della società, indirizzo artificiale impresso alle migrazioni del lavoro, ritardo della messa in valore del globo, rialzo del costo della vita, specialmente per le classi operaie, crescente disoccupazione per la impossibilità negli imprenditori di sottostare al rincaro artificiale della mano d'opera indigena. Nè si dimentichi che le leghe operaie bianche, fautrici della politica dell'associazione, finchè si trattava di associazioni monopolistiche, più gridano contro i gialli ed i concorrenti bianchi quanto più questi si valgono delle loro stesse armi e sanno unirsi in associazioni indipendenti (cinesi e giapponesi potrebbero essere maestri ai troppo orgogliosi bianchi nell'arte di associarsi a difesa ed offesa) per ottenere migliori patti di lavoro.

Da un episodio torinese ebbe origine l'altro libro del Prato su *Le dogane interne nel secolo XX — Il mercantilismo municipale.* Sullo scorcio del 1909 la Giunta municipale di Torino per risolvere in parte l'assillante problema finanziario di Torino, propose di sostituire per talune specie di materiali da costruzione al metodo della tassazione all'atto della introduzione entro cinta il metodo, più razionale, della tassazione a misura ed a costruzione compiuta dei materiali impiegati nella costruzione di edifizi nuovi o in notevoli rifacimenti degli edifizi esistenti. Benchè il nuovo metodo fosse più razionale, perchè riusciva a colpire ugualmente i fabbricati entro e fuori cinta, suscitò le opposizioni dei produttori dell'entro cinta, i quali col vecchio sistema dei dazi esatti al momento della introduzione entro le mura della città, dazi, che erano assai più alti per i lavori finiti che per i prodotti semi-lavorati ed i greggi, erano riusciti ad ottenere buoni profitti grazie alla protezione daziaria di cui godevano contro i produttori dell'*extra-moenia.* Le petizioni che gli industriali e gli operai, subito riuniti in fraterna comunanza di pensiero e di minaccie, inviarono al Consiglio Comunale di Torino sono un documento storico, che il Prato, a ragione, integral-

mente riproduce, perchè degnissimo di essere tramandato ai posteri come parodia inarrivabile della tesi protezionistica e non inferiore forse in bellezza alla classica *Pétition des fabricants de chandelles* di Bastiat.

Prendendo le mosse dall'incidente torinese, l'A. ha istituito una indagine, dottrinale prima, per ricercare nei trattati della scienza finanziaria ed economica i non abbondanti accenni, che vi si leggono, intorno al protezionismo municipale, e pratica poi, per accertare se ed in quale misura il sistema della protezione alle industrie *intra-muros* per mezzo della tariffa daziaria sia invalso nelle città italiane. L'indagine portò a risultati interessantissimi: il protezionismo municipale fiorisce, dove più dove meno, in tutti i comuni murati italiani, come è manifesto dalla specializzazione crescente delle tariffe, in cui le voci si moltiplicano per permettere di raggiungere più facilmente l'intento protettivo, dalla differenza spiccata ed altrimenti inesplicabile tra i dazi bassi o nulli sulle materie prime ed i dazi alti sui prodotti semi-lavorati o finiti e dalla convinzione universalmente diffusa tra gli industriali che questo sia un sistema logico, legittimo di difesa contro i concorrenti del di fuori. Il protezionismo municipale si rafforza, come quello statale, con gli avvedimenti dei *drawbacks* o restituzioni di dazio in somme superiori all'ammontare dei dazi realmente pagati, instaurando così una politica di premi di esportazione. Come i dazi protettori statali anche i dazi protettori municipali danno uno scarsissimo rendimento al tesoro pubblico: a Roma quattro categorie, copiose di voci protettive, rendono nel 1908-1909 appena 1.369 mila lire su un provento totale di 20 milioni, a Napoli 592 mila lire su 11 milioni, a Firenze 500 mila lire nel 1909 su 7.390.333 lire, a Torino nello stesso anno 665 mila lire su un provento totale del dazio di 13.821.014 lire. L'onere dei consumatori ed il miserevole vantaggio del fisco servissero almeno al progresso dell'industria! Ma neppure questo può affermarsi, poichè lo sviluppo artificioso di talune industrie le rende dipendenti dal ristretto mercato locale ed incapaci di espandersi al di fuori e danneggia gravemente altre industrie situate in regioni vicinissime ai grossi mercati chiusi, che invano esse anelerebbero di approvvigionare. Nè dimentichiamo che il protezionismo municipale è cagione artificiosa dell'accentuarsi di quell'inurbamento

delle genti rurali, che è deprecato dagli statisti e che li costringe ad affannose cure ed a gravi dispendi per apprestare case ed alimenti alle turbe inquiete; che esso è in stridente contrasto con lo spirito ed anche con la lettera delle leggi fondamentali del paese sul dazio consumo, il quale dovrebbe essere, in virtù di quei testi, un tributo destinato a cadere esclusivamente sul consumo locale; ed è un impedimento non piccolo alla conclusione dei trattati di commercio con gli Stati esteri. Qual mai affidamento possono invero i governi stranieri riporre nella parola del governo italiano, quando gli effetti di un trattato di commercio solennemente conchiuso possono essere sconvolti dal capriccio dei reggitori di poco meno di 200 comuni chiusi, racchiudenti dentro le proprie mura circa un terzo della popolazione italiana e precisamente di questa la parte più ricca ed operosa?

I due volumi del Prato, eloquenti nel dettato e diritti nel ragionamento, sono dunque due buone battaglie, combattute con severità scientifica, per la libertà economica. Oggi che questa è insidiata dalle più opposte parti, da industriali e da operai, egoisti e monopolisti entrambi, questa franca voce di studioso meritava di essere rilevata ed incoraggiata.

L'Accademico Segretario
Gaetano De Sanctis.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 7 Maggio 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO S. E. PAOLO BOSELLI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: NACCARI, Direttore della Classe, D'OVIDIO, SPEZIA, JADANZA, FOÀ, GUARESCHI, FILETI, PARONA, FUSARI e SEGRE Segretario. — Scusa l'assenza il Socio GUIDI.

Si legge e si approva il verbale dell'adunanza precedente.

Il Presidente presenta: il vol. III delle *Opere matematiche* di Eugenio BELTRAMI, inviato in omaggio dal Comitato per le onoranze a quell'illustre scienziato; e l'opuscolo, dono dell'autore, Socio corrispondente TARAMELLI, *Di un giacimento di lignite in terreno cretaceo presso Olivetta, a Nord di Ventimiglia.*

Il Socio SPEZIA presenta, per l' inserzione negli *Atti*, una sua Nota: *Sopra alcuni presunti effetti chimici della pressione nel metamorfismo minerale.*

Il Socio PARONA legge una sua Memoria contenente *Nuovi studi sulle Rudiste dell'Appennino (Radiolitidi).* La Classe con votazione unanime ne delibera l'accoglimento nei volumi accademici.

LETTURE

Sopra alcuni presunti effetti chimici della pressione nel metamorfismo minerale.

Nota del Socio GIORGIO SPEZIA.

Le esperienze, sugli effetti della pressione statica nelle reazioni chimiche, hanno sempre il vantaggio per la geologia di controllare le ipotesi di coloro, che, trattando del metamorfismo delle rocce e della minerogenesi, ammettono essere la pressione il principale fattore chimico.

Perciò ritengo opportuno di considerare alcune idee emesse da van Hise nel suo *Treatise on metamorphism* (1); il quale trattato, costituendo la più voluminosa opera odierna sul metamorfismo e la più ricca in considerazioni e disquisizioni, può nella scienza geologica avere un'influenza sull'accettazione di teorie, le quali sono molto discutibili; perchè l'autore dà alla pressione, come causa di reazioni chimiche, un'importanza, la quale non essendo sostenuta dalle esperienze, rimane soltanto un principio ipotetico per fondarvi teorie sul metamorfismo.

Van Hise stabilisce due principali zone di metamorfismo nella crosta terrestre: quella superiore che chiama di *catamorfismo*, divisibile alla sua volta in due livelli, quello di alterazione e quello di cementazione, e la zona più profonda o inferiore che chiama di *anamorfismo*. La prima zona dalla superficie terrestre giungerebbe a 10000 o 12000 metri di profondità, e al disotto di tale limite si avrebbe la zona dell'anamorfismo.

Nella zona dell'anamorfismo le principali reazioni chimiche prodotte dalla pressione sarebbero la silicizzazione, la disidratazione e la disossidazione.

(1) *Monographs of the United States geol. Survey*, vol. XLVII, 1904.

Per la silicizzazione van Hise adduce, come fatto indiscusso ed illustrativo del processo, la formazione di silicati prodotti dall'azione della silice sui carbonati.

Per la disidratazione l'autore così si esprime (1): *The combined water is actually squeezed out of the hydrated mineral particles, trasforming them to less hydrous and to anhydrous forms in a manner similar to that in which free water is pressed from a sponge.*

A riguardo della disossidazione prodotta dalla pressione l'autore la ritiene incerta di fatto, ma teoricamente possibile. Infatti egli scrive (2): *Whether or not pressure in the zone of anamorphism is sufficient to deoxydize compounds is uncertain. Certainly it can not be asserted that the pressure is sufficient to squeeze out a part of the oxygen of hematite, thus tranforming it to magnetite.* Ma poi nel capitolo della disossidazione, dove parla di tale processo, prodotto da agenti riduttori quali le sostanze organiche, l'autore scrive (3): *In the above paragraph it is supposed that deoxidation takes place only if a reducing agent be present. There is no evidence that the pressure may be so great that oxigen is squeezed out because of the demand for decreased volume, although such a reaction is theoretically possible if the pressure were high enough.*

Quindi si scorge che van Hise ritiene come teoricamente possibile che la pressione possa scacciare l'ossigeno da un ossido; a tale idea non arrivò finora alcuno dei sostenitori della potenza della pressione nei processi chimici.

Esaminiamo ora se le esperienze comprovano l'ipotesi che la pressione da sola possa produrre la silicizzazione, la disidratazione e la disossidazione.

Van Hise non indica quanta pressione sarebbe necessaria per produrre gli indicati effetti chimici; ma, ritenendo egli che dette reazioni sieno possibili dove comincia la zona dell'anamorfismo, si può dedurre la pressione dalla profondità della

(1) Loc. cit., pag. 169.
(2) Loc. cit., pag. 169.
(3) Loc. cit., pag. 676.

zona, avendo l'autore detto (1): che ha calcolato che la superficie superiore della zona dell'anamorfismo è ad una profondità non maggiore di 10000 a 12000 metri.

Quindi prendendo la quota anche di 12000 metri, si può stabilire quale sarebbe la pressione in atmosfere esercitata a tale profondità dagli strati rocciosi, e ponendo come peso specifico medio delle rocce 2,8, la pressione a 12000 metri si può ritenere di 3400 atmosfere in cifra tonda.

Ora le esperienze si possono eseguire ad 8000 atmosfere di pressione anche colla durata di parecchi mesi senza che intervengano negli apparecchi effetti di deformazione tali che influiscano nell'esperienza.

È bensì vero che vi sono sperimentatori che parlano di esperienze eseguite anche con la pressione di 20000 atmosfere, come lo Spring, che può dirsi l'iniziatore dello studio sugli effetti chimici e fisici della pressione.

Detto sperimentatore ha adoperato due apparecchi, nei quali vi era sempre un cilindro compressore d'acciaio, che comprimeva le sostanze nel foro di eguale diametro di un robusto recipiente pure d'acciaio; in un apparecchio la compressione avveniva per mezzo di una leva con azione diretta e nell'altro per mezzo di una vite.

Ora adoperando l'apparecchio a leva lo Spring ha dichiarato (2): che il compressore si rompeva alla pressione di 10000 atmosfere, e per l'apparecchio a vite ha detto (3): che, calcolando la pressione dalla lunghezza del braccio della chiave agente sulla vite, dalla forza applicata a tale braccio e dal passo della vite, la pressione doveva risultare di 30000 atmosfere, ma che egli la riteneva solo di 20000, essendo avvenuta una parziale rottura del compressore.

Anzitutto si può osservare che se il solo calcolo teorico serve a stabilire la pressione in un apparecchio basato soltanto sull'azione di una semplice leva, esso non può servire per determinare la pressione in apparecchi, nei quali, come quello a vite, entra quale grave perdita di effetto utile l'attrito, che

(1) Loc. cit., pag. 657.
(2) “ Bull. Ac. roy. Belgique „, 2ª serie, T. XLIX, pag. 343.
(3) “ Bull. Ac. roy. Belgique „, 3ª serie, T. VI, pag. 535.

aumenta colla pressione. In questi casi la pressione utile si può dedurre soltanto o dalla misura diretta con un dinamometro o dal metodo di confronto sperimentale, che io ho indicato nella descrizione del mio apparecchio (1).

Il cilindro compressore (*piston* di Spring) costituisce evidentemente il pezzo debole in questi apparecchi; perchè il lavoro risultante dalla forza motrice sia con impiego di azione diretta di leva, sia con sistema moltiplicatore di ruote ad ingranaggio, sia con viti, finisce sempre a concentrarsi sul cilindro compressore; quindi la possibile pressione, potendosi alla massa d'acciaio nel cui foro entra il compressore dare qualunque dimensione di resistenza, ha per limite la rottura del compressore; il quale limite dipende a sua volta dalla resistenza al carico di rottura per compressione dell'acciaio adoperato.

Quindi a me pare che lo stabilire un effetto utile della pressione, quando il compressore è spezzato, diventa una semplice supposizione, e certamente non prova che si siano eseguite esperienze con pressione utile di 20000 atmosfere.

Inoltre se coi detti apparecchi si porta, come sempre avviene per le nostre esperienze, la pressione oltre al limite di carico detto di sicurezza, nel qual limite il tempo non influisce, bisogna avvertire che quanto più la pressione si avvicina al carico di rottura tanto minore deve essere il tempo di durata dell'esperienza. E nelle mie esperienze, per la qualità dell'acciaio del compressore, ho potuto mantenere la pressione di 8000 atmosfere per alcuni mesi ed anche di 9500 atmosfere per un mese.

Ritornando ora all'argomento di questo scritto, la pressione di 8000 atmosfere rappresenterebbe la profondità di rocce, ammesso il peso specifico sopra indicato, di 28000 metri in cifra tonda e le esperienze a tale pressione debbono avere valore per verificare le ipotesi di van Hise sugli effetti chimici prodotti dalla pressione nella zona dell'anamorfismo, ossia a 12000 metri di profondità.

A riguardo della silicizzazione prodotta dalla pressione, essendo, secondo van Hise, caratteristica quella della formazione della wollastonite, facendo reagire la silice con carbonato cal-

---

(1) " Atti Acc. scienze di Torino ,, vol. XXXV, pag. 750.

cico, io non ho che a ricordare un mio lavoro (1), nel quale ho dimostrato che alla temperatura ordinaria la pressione di 6000 atmosfere durante circa un anno non dà traccia di reazione chimica fra la silice idrata ed il carbonato calcico. Inoltre ho aggiunto in appoggio all'esperienza il fatto, che nella galleria del Sempione si trovò un calcare ricco di quarzo e senza traccia di wollastonite, quantunque la pressione statica degli strati rocciosi inclinati sovrastanti al calcare dovessero, ridotti all'orizzonte, fornire la pressione non minore di 1000 atmosfere e continuativa per epoche geologiche.

D'altronde anche Doelter (2) ha confermato il risultato delle mie esperienze dimostrando, che soltanto con alta temperatura e non colla pressione si forma wollastonite facendo reagire quarzo e calcite.

A riguardo della disidratazione prodotta dalla pressione, van Hise non stabilisce bene, se intenda parlare di acqua di cristallizzazione o di costituzione chimica. Ma dove (3) accenna ai minerali che si trovano nella zona dell'anamorfismo scrive: " che praticamente tutti gli importanti silicati anidri sono ab-" bondanti. Questi comprendono i feldispati, i pirosseni, gli " anfiboli, il gruppo sodalite-leucite, i granati, le olivine, le sca-" politi, gli epidoti, l'allanite, la chondrodite, l'andalusite, la " sillimanite, la cianite, la staurolite, le tormaline, le miche, il " cloritoide e l'ottrelite ".

Quindi l'autore aggiunge che i silicati che hanno una maggiore quantità di acqua sono l'epidoto, la staurolite e le miche, mentre egli invece trascura il cloritoide e l'ottrelite che sono più idrati che l'epidoto e la staurolite.

Ma ciò che importa è che l'autore asserisce che per l'epidoto, la staurolite e le miche l'ordinaria condizione di compressione nella zona non era abbastanza forte per disidratare i detti minerali. Tale asserzione dimostra che van Hise estende l'effetto della pressione nella disidratazione, non soltanto all'acqua di cristallizzazione, ma anche a quella di costituzione

(1) *Il dinamometamorfismo e la minerogenesi*, " Atti Acc. Sc. Torino ", vol. XL, pag. 698.

(2) " Tschermak's Min. Mitt. ", 1906, pag. 91.

(3) Loc. cit., pag. 683.

chimica, tale essendo l'acqua contenuta nelle tre specie di silicati contemplati.

Quindi io ho eseguito alcune esperienze relative ai due diversi modi in cui si trova l'acqua nei minerali.

Ma debbo dichiarare che alla loro esecuzione si presentava una difficoltà per la specie di pressione, che dovrebbe esservi nella zona dell'anamorfismo.

Van Hise ritiene che raramente nella zona dell'anamorfismo vi sia pressione uniforme in tutti i sensi e che la pressione agisca invece in una sola direzione, sia cioè unilaterale. È un'ipotesi la quale servirebbe meglio a spiegare alcuni fenomeni fisici, p. es.: quello della plasticità delle rocce, che alcuni geologi ammettono come prodotta anche da pressione uniforme in tutti i sensi, interpretando non esattamente le note esperienze di Tresca.

Questo sperimentatore dimostrò soltanto che i metalli diventano plastici quando la pressione non è eguale in tutti i sensi: infatti nel suo apparecchio al foro donde fluisce il metallo la pressione è soltanto quella atmosferica, ossia nulla in paragone dell'altissima pressione che comprime il metallo. Mentre se la pressione è uniforme in tutti i sensi, nessun metallo diventa plastico e nessun corpo plastico diventa liquido, come ho dimostrato (1) colla esperienza sulla cera.

Tale sostanza, secondo l'esperienza di Spring, con pressione in una sola direzione fluisce come l'acqua a 700 atmosfere di pressione; invece nelle mie esperienze, con pressione uniforme in tutti sensi, non diventa liquida neppure colla pressione di 9900 atmosfere per 12 giorni.

Del resto anche lo stesso bismuto che allo stato solido ha una densità minore che nello stato liquido e quindi la pressione per la diminuzione di volume sarebbe favorevole alla liquidità, non si liquefa, a temperatura ordinaria, se la pressione è uniforme in tutti i sensi.

Col solito metodo io ho compresso in un piccolo recipiente del bismuto, sopra cui avevo posto un cilindretto di platino, il quale doveva pel maggiore peso specifico trovarsi al fondo del

---

(1) *Sopra alcuni presunti effetti chimici e fisici della pressione uniforme in tutti i sensi*, " Atti Acc. Sc. Torino ", vol. XLV, pag. 532.

recipiente se il bismuto diventava liquido. La pressione fu per 48 ore di 9000 atmosfere; ma il platino rimase al suo posto. A mio avviso la pressione statica delle masse rocciose deve, coll'aumentare della profondità, dare luogo a una pressione, la quale intorno ad un minerale dovrebbe essere eguale in tutti i sensi; ed anche van Hise ammette la stessa specie di pressione nel caso, da lui ritenuto raro, che le rocce siano compresse entro i limiti di elasticità; infatti scrive (1): " che nella zona dell'anamorfismo se la pressione è nei limiti di elasticità essa rimane la stessa in tutte le direzioni di una particella minerale e quindi tale condizione si avvicina a quella idrostatica ".

Ciò posto mi fu difficile comprendere una disidratazione con una pressione eguale in tutte le direzioni, perchè non si capisce dove andrebbe l'acqua, che dovrebbe schizzare fuori dal minerale idrato, come da una spugna, secondo il paragone di van Hise; e l'unica ipotesi per l'esperienza mi parve quella di ammettere che il minerale idrato fosse circondato da un materiale minerale anidro, che avesse finissimi meati, nei quali si infiltrasse l'acqua del minerale idrato scacciata dalla pressione.

Partendo da tale ipotesi io eseguii contemporaneamente un'esperienza sull'allume di rocca, sull'alabastro gessoso e sulla limonite.

Da un cristallo di allume e da un pezzo di alabastro ho foggiato due cilindri del diametro di circa un centimetro e dell'altezza di due; e della limonite presi un piccolo frammento. Detto materiale fu posto nel foro di un cilindro d'acciaio insieme a fina polvere di quarzo ben asciutta, la quale circondava con un certo spessore ognuno dei preparati di allume, alabastro e limonite.

In tal modo ho condotto l'esperienza colla condizione presuntiva di supporre che l'acqua, scacciata dai detti corpi idrati, trovasse posto fra i minimi granuli di quarzo, prima che fosse raggiunta la massima pressione che avrebbe forse dato l'impermeabilità alla massa quarzosa.

Con la detta disposizione del materiale nel cilindro d'acciaio, questo col relativo compressore fu posto sotto la macchina a

---

(1) Loc. cit., pag. 671.

pressione descritta in altro lavoro (1); e la pressione fu di 8000 atmosfere continuativa per 8 mesi, e la temperatura oscillò da 15° a 24°.

Trascorso tale tempo esaminai il risultato dell'esperienza.

Il frammento di limonite riscaldato in un tubo dava ancora molta acqua e ridotto in polvere questa aveva il color giallo dell'idrossido di ferro. Per l'allume e l'alabastro ritenni opportuno di fare una determinazione quantitativa dell'acqua ed ottenni che l'allume aveva 45,25 % di acqua. Ora la formola chimica rappresentante l'allume di rocca essendo $K^2Al^2(SO^4)^4 + 24H^2O$, dà 45,55 % di acqua. Quindi trascurando la piccola differenza, forse dovuta al materiale adoperato, tanto più che il cristallo di allume, dal quale foggiai il cilindro per l'esperienza, non era perfettamente limpido, si può asserire che l'allume non perdette acqua per la pressione.

Per l'alabastro, avendo ancora un frammento di quello adoperato per l'esperienza, potei fare due determinazioni di confronto per l'acqua. Per l'alabastro non compresso trovai 21,01 % di acqua e per quello sottoposto alla pressione 20,92 %, quindi la piccola differenza di 0,09 permette ancora di dichiarare che l'alabastro non si sia disidratato; ed in complesso, considerando i risultati ottenuti colla limonite, coll'allume e coll'alabastro gessoso, si può affermare che la pressione di 8000 atmosfere durante 8 mesi e uniforme in tutti i sensi, non scaccia l'acqua di cristallizzazione, la quale viene invece facilmente eliminata dalla temperatura.

Il van Hise, a proposito dell'azione della temperatura nella disidratazione, in un capitolo dove conferma l'effetto della pressione citando come esempi il passaggio della limonite ad ematite, del gesso ad anidrite, dell'opale a quarzo, e della gibbsite a corindone, egli scrive (2): " indubbiamente anche l'aumento " di temperatura colla profondità promuove la disidratazione, " ma senza esperimenti definitivi è impossibile di stabilire quan- " titativamente la importanza relativa della pressione e della " temperatura nella disidratazione ".

---

(1) " Atti Acc. Scienze Torino ", vol. XXXV, pag. 750.

(2) Loc. cit., pag. 680.

Ora a me pare che l'importanza relativa della pressione e della temperatura nella disidratazione sia ben dimostrata dal fatto, che nell'allume e nell'alabastro gessoso non avviene disidratazione a temperatura ordinaria colla pressione di 8000 atmosfere durante 8 mesi; mentre si sa che l'allume perde tutta l'acqua riscaldandolo per 120 ore a 100° in una corrente d'aria ed il gesso si disidrata mantenendolo a 100°.

Ma un altro fatto che dimostra l'importanza della temperatura nella disidratazione è quello che la temperatura produce la disidratazione anche in presenza dell'acqua. Infatti due pezzi dello stesso alabastro, adoperato nella sopraindicata esperienza, posti nell'acqua distillata e riscaldati in un autoclave a 150°. in tre giorni si disidratarono completamente.

In una mia esperienza fatta per altri scopi ebbi occasione di riscaldare della limonite nell'acqua alla temperatura di 330° e trovai che essa si era mutata in ematite. Perciò ho ripetuto ora l'esperienza, collo scopo diretto della disidratazione dell'ossido idrato di ferro, adoperando invece della limonite la göthite, sia perchè essa ha una composizione chimica più costante, sia perchè l'acqua in essa è da ritenersi di costituzione chimica.

Alcuni frammenti di cristalli di göthite furono sottoposti colla polvere di quarzo, analogamente all'esperienza coll'allume e coll'alabastro, alla pressione di 9500 atmosfere per 26 giorni, e temperatura di 15°, ed altri frammenti di cristalli, presi, s'intende, dallo stesso esemplare di göthite, furono riscaldati nell'acqua in un autoclave alla temperatura da 320° a 330° per 7 giorni.

La göthite adoperata conteneva 10,16 $^0/_0$ di acqua; e determinata l'acqua dei cristalli che erano stati sottoposti alla pressione e tempo sopraindicati, trovai che contenevano 10,13 $^0/_0$ di acqua, e la trascurabile differenza di 0,03 $^0/_0$ è forse dovuta alla presenza di minime tracce di polvere di quarzo, che io non potei staccare totalmente dalla göthite, essendosi infiltrata fra le fibre per l'enorme azione fisica della pressione.

Invece determinata l'acqua dei cristalli di göthite, sottoposti ad alta temperatura nell'acqua, trovai che la quantità di acqua era ridotta a 0,13 $^0/_0$; ossia, aumentando la temperatura o il tempo, la disidratazione sarebbe stata completa.

E si noti che la disidratazione avvenne non ostante che

nell'autoclave vi fosse stata la pressione di circa 135 atmosfere corrispondente alla tensione del vapore acqueo alla temperatura di 330°. Ciò dimostra evidentemente come l'effetto prodotto dal calore agente quale forza molecolare sia enormemente superiore a quello prodotto dalla pressione. E per me è fuori dubbio che se la göthite fosse sottoposta nell'acqua alla pressione anche di 10000 atmosfere, alla temperatura ordinaria non si disidraterebbe; mentre la disidratazione avverrebbe anche con maggiore pressione se la temperatura fosse di 330°. Anche il Ruff (1), dalle sue esperienze sugli effetti della pressione e della temperatura nella trasformazione dei vari ossidi idrati di ferro, conchiuse: che egli non potè ottenere un ossido anidro al disotto di 100° e con una pressione che egli stimò di 5000 atmosfere.

Quindi appare gratuita l'asserzione di van Hise che non sia ancora stabilita l'importanza relativa della pressione e della temperatura nella disidratazione.

Per la disossidazione sarebbe stata inutile un'esperienza; perchè la chimica sinora ha sempre indicato come causa di dissociazione di molti ossidi soltanto la temperatura e non la pressione; ma avendo van Hise dichiarato come teoricamente sia possibile la disossidazione se la pressione è elevata, ho creduto bene di fare due esperienze.

Anche per la loro esecuzione mi si presentò la difficoltà analoga a quella per la disidratazione, che cioè non comprendevo come potesse avvenire la disossidazione e la sfuggita dell'ossigeno, se la pressione a grande profondità nella crosta terrestre deve ritenersi uniforme in tutti i sensi.

Ma credetti di risolvere il problema sperimentale supponendo un ossido al contatto di un metallo più avido di ossigeno di quello costituente l'ossido, il quale metallo dovrebbe prendere l'ossigeno scacciato dalla pressione.

Perciò preparai una mescolanza di polvere di CuO con fine limatura di magnesio metallico, talchè se la pressione avesse scacciato l'ossigeno dall'ossido cuprico si avrebbe avuto rame e l'ossigeno unendosi al magnesio avrebbe dato luogo all'ossido di magnesio. A' vantaggio di tale supposta reazione stava anche il fatto che la somma dei volumi molecolari di CuO e di Mg è

(1) " Berichte der deutsc. chem. Gesellschaft ", 1901, pag. 3422.

molto maggiore di quella dei volumi molecolari di Cu e MgO, quindi la pressione che doveva produrre la reazione sarebbe stata favorita dalla diminuzione di volume.

La indicata mescolanza di CuO e di Mg. posta in un cilindro di lamina di stagno fu compressa nel modo usato per le altre esperienze e la pressione fu di 9500 atmosfere durante 30 giorni, e temperatura di 15°. Ma non ottenni traccia di reazione chimica, nel duro e compattissimo cilindro, ottenuto per l'azione fisica della pressione; i granuli della limatura di magnesio brillavano di bianco splendore metallico nel nero colore dell'ossido cuprico.

Un'altra analoga esperienza ho eseguita comprimendo l'ossido cuprico CuO con un metallo molto più ossidabile che il magnesio, il potassio. Per questa esperienza dovetti usare una diversa disposizione; non potendo adoperare limatura di potassio, operai in modo che nel mezzo della polvere di CuO, posta nel cilindro di lamina di stagno, vi fosse una cavità cilindrica; quindi in un pezzo di potassio ho fatto penetrare un foratappi, scacciai fuori da questo il cilindretto di potassio formatosi, e facendolo andare nella cavità della polvere di CuO, lo coprii colla medesima polvere. L'operazione fu eseguita il più rapidamente possibile onde evitare che un leggero velo di ossidazione sul potassio prodotto dall'aria impedisse il perfetto contatto fra il metallo e la polvere di CuO. Poi il tutto, nel consueto modo, fu posto nell'apparecchio di pressione, la quale fu di 9500 atmosfere per 30 giorni, con la temperatura di 18°.

Il risultato dell'esperienza fu che, segato sotto petrolio il cilindro ottenuto per la compressione, comparve lo splendor metallico del potassio interno circondato dallo strato nero di CuO divenuto compattissimo, ma con nessuna traccia nel contatto, nè di rame nè dell'ossidulo Cu^2O.

Si noti che anche in questa esperienza la somma dei volumi molecolari dell'ossido cuprico e del potassio è maggiore di quella del rame e l'ossido di potassio; ossia il presunto effetto della pressione sarebbe stato favorito dalla diminuzione di volume.

Le dette due esperienze, oltre al dimostrare insussistente la possibilità teorica ammessa da van Hise che la pressione possa scacciare l'ossigeno da un ossido, provano anche quanto

sia insostenibile l'affermazione di molti autori che la pressione da sola produca reazioni chimiche quando la somma dei volumi molecolari dei corpi, che reagiscono fra loro, sia maggiore della somma dei volumi molecolari dei prodotti della reazione. La legge di van't Hoff che " un aumento di pressione favorisce il sistema col volume più piccolo „ non può interpretarsi che la pressione da sola produca una reazione chimica.

L'affinità chimica è la causa predisponente di reazione, ma la vera causa efficiente di questa è la temperatura; e la pressione non può fare altro che influire in certi casi sui volumi, a seconda del rapporto fra i volumi molecolari, dei corpi che reagiscono fra loro e quelli dei prodotti della reazione, ma soltanto a partire dal limite dove comincia l'effetto della temperatura.

Ossia l'azione modificatrice della pressione uniforme in tutti i sensi sia nella solubilità, sia sul punto di fusione, sia nelle reazioni chimiche non può svilupparsi prima del movimento atomico o molecolare prodotto dal calore, nello stesso modo che in una macchina le cause di variabilità delle resistenze producono i loro effetti solo quando essa è in movimento; ed in conclusione io sono convinto per le molte esperienze eseguite che, s'intende sempre nei corpi solidi, la pressione uniforme in tutti i sensi da sola senza il calore non produce nè solubilità, nè fusione, nè reazioni chimiche.

Dal complesso quindi delle riferite esperienze e delle pressioni adoperate si scorge che le tre essenziali reazioni, le quali, secondo van Hise, sarebbero prodotte dalla pressione alla profondità di 12000 metri stabilita per la zona dell'anamorfismo, non possono avvenire neppure alle profondità di 21000 metri per la silicizzazione, nè a 25000 per la disidratazione, nè a 28000 per la disossidazione. E si può affermare che le ipotesi di van Hise potranno sussistere soltanto per quelle profondità, dove la presunta energia chimica della pressione statica, non potendo essere nei suoi effetti controllata da esperienze, trova appoggio nell'immaginazione.

Ma non si comprende come anche per le profondità, dove l'ipotesi potrebbe sussistere per l'impossibilità della sua verifica, si ricorra alla pressione per i processi chimici e non alla temperatura; mentre soltanto a 21000 metri di profondità, dove

l'esperienza dimostra nullo l'effetto chimico della pressione, si avrebbe, col gradiente geotermico di 1° ogni 30 metri, la temperatura di circa 700°, la quale, unita al fattore geologico il tempo che funziona da integrante di minimi effetti, è più che sufficiente per numerosissime reazioni chimiche inerenti alla genesi dei minerali.

Il van Hise ritiene anche si debba spiegare la genesi dei minerali in base alla profondità nella crosta terrestre, attribuendo alla pressione esistente nelle varie zone determinate specie di minerali. È un concetto analogo a quello di Becke, quale, dando importanza alla temperatura interna della terra, stabilisce due livelli di profondità ai quali sarebbero proprii speciali minerali a seconda della temperatura.

Ma se l'idea del Becke ha ragione di essere ammessa in linea generale, perchè anche le esperienze dimostrano che dal grado di temperatura dipendono le reazioni chimiche, è certo che rimane insostenibile la divisione proposta dal van Hise in base alla pressione.

Infatti la divisione dei minerali che van Hise pone per le due zone del catamorfismo e dell'anamorfismo è tale che l'osservazione topografica mineralogica e lo studio della paragenesi dei minerali non le dànno alcun appoggio.

Per es.: van Hise pone fra i minerali caratteristici della zona dell'anamorfismo (1), escludendoli dalla zona superiore del catamorfismo, la pirite, l'ematite, il gruppo dei feldispati, i granati e la staurotide; mentre il mineralogo trova tali minerali in perfetti cristalli anche in rocce fossilifere, nelle quali i fossili ben conservati, non dimostrano di avere subìto gli effetti della pressione esistente nella zona dell'anamorfismo.

Van Hise dà poi una grande importanza alla pressione ammettendo che per essa si debbano formare soltanto i minerali di alto peso specifico. Per es.: a proposito della differente forma cristallina dell'anidride silicica, egli ritiene che la pressione sia la causa influente del presentarsi in forma di quarzo o di tridimite; ed asserisce (2): " che la tridimite, avendo un peso

(1) Loc. cit., pag. 363.
(2) Loc. cit., pag. 185.

specifico minore del quarzo, si trova soltanto nelle lave superficiali, mentre a grandi profondità si trova solo il quarzo „.

Ora il petrografo potrebbe chiedere all'autore perchè la tridimite esiste pure nelle trachiti quarzifere e perchè in dette trachiti anche superficiali il quarzo sia di molto più diffuso e sia un costituente principale di dette rocce, invece che la tridimite è un raro minerale accessorio, giacente in piccole druse della roccia.

E per la grande influenza che avrebbe la pressione sul peso specifico van Hise asserisce (1) che lo sviluppo dei minerali di debole peso specifico vicino alla superficie e di alto peso specifico in profondità ha una diretta importanza nella cristallizzazione di magma; mentre il Vogt (2) dimostrò con esperienze che nella struttura dei magma di rocce profonde la ragione sia da cercarsi nel tempo e non nella pressione.

D'altronde che la pressione non abbia l'influenza, che le attribuisce van Hise, sullo sviluppo dei minerali rispetto al loro peso specifico è provato dal fatto che i più profondi banchi costituiti da carbonato di calcio sieno formati da calcite che ha il peso specifico di 2,72 invece di essere di aragonite che ha il peso specifico di 2,92, quantunque van Hise consideri tale fatto contrario alle sue teorie come un'eccezione e lo spieghi in altro modo. Egli (3) trova la ragione del caso eccezionale nell'equilibrio cristallino, asserendo che per la disposizione simmetrica, le molecole della calcite resistono di più di quelle dell'aragonite, ma aggiunge che a grandissima profondità la calcite dovrebbe mutarsi in aragonite.

Tale osservazione mi condusse naturalmente ad eseguire un'esperienza sui presunti effetti della pressione nella trasformazione della calcite in aragonite.

Io ho ridotto in polvere frammenti di spato d'Islanda e frammenti di cristalli di aragonite; quindi le due polveri furono poste nello stesso apparecchio di pressione separandole fra loro con un disco di lamina di piombo; in tal modo subivano l'ef-

(1) Loc. cit., pag. 185.
(2) " Tschermak's Min. Mitt. „, 1908, pag. 176.
(3) Loc. cit., pag. 246.

fetto della stessa pressione, e questa fu di 7000 atmosfere durante 6 mesi, con temperatura varia da 15° a 25°.

Dall'esperienza ottenni due cilindri compattissimi; staccatone un frammento da ciascuno di essi e ridottolo in polvere lo sottoposi al trattamento di Meigen, ossia lo riscaldai in un tubo d'assaggio con soluzione di nitrato di cobalto; or bene la calcite rimase perfettamente bianca e l'aragonite prese il caratteristico colore violetto.

Ossia l'esperienza dimostra, che la calcite non si trasformerebbe in aragonite neppure alla profondità di 24000 metri, e come sia priva di probabilità l'ipotesi di van Hise, esposta per il caso contrario alle sue teorie, che la struttura cristallina della calcite sia tale da resistere alla pressione della zona dell'anamorfismo, ma che a maggior profondità debba cambiarsi in aragonite.

E tale esperienza credo possa anche autorizzare a ritenere molto ipotetica l'affermazione di van Hise a proposito della trasformazione per pressione della marcassite in pirite; egli dichiara (1) che: " se le rocce vicine alla superficie, nelle quali " si è formata la marcassite, sono sepolte a grandi profondità " per la sovrapposizione di strati, la marcassite formatasi an- " tecedentemente si cambia in pirite ".

E lo stesso dicasi per molte provenienze dei minerali, stabilite da van Hise nelle sue tavole *Sources of minerals* (2) in base alla diminuzione di volume prodotta dalla pressione, sia direttamente nei minerali anidri, sia per la disidratazione in quelli idrati; e p. es.: che il rutilo derivi dall'ottaedrite e dalla brookite, ed il corindone derivi dal diasporo e dalla gibbsite.

Volendo parlare dell'origine dei minerali non si può fare astrazione dallo sviluppo di essi e della loro diffusione nella crosta terrestre. Il dire che il rutilo provenga per diminuzione di volume dall'ottaedrite e dalla brookite è in opposizione, sia al fatto che il rutilo è più diffuso e si presenta in cristalli molto più grossi che gli altri due ossidi di titanio, sia all'osservazione che il rutilo fu trovato anche originario in rocce

(1) Loc. cit., pag. 215.
(2) Loc. cit., pag. 369.

eruttive non alterate, mentre finora tale giacitura è sconosciuta per l'ottaedrite e la brookite. D'altronde la diffusa descrizione fatta dal Bauer (1) delle rare paramorfosi di brookite e di ottaedrite in rutilo, autorizza soltanto a ritenere la forma del rutilo come rappresentante l'equilibrio cristallino più stabile dell'anidride titanica, ma non prova che della paramorfosi sia causa la pressione.

Parimenti l'affermazione, che il corindone, che è assai più diffuso e si trova in cristalli molto più voluminosi che non la gibbsite ed il diasporo, provenga da questi due minerali, è evidentemente contraria a quanto si conosce sulla presenza in natura del corindone.

Le osservazioni in natura dimostrano che la formazione dei minerali non può avere per causa diretta efficiente la pressione, la cui piccola influenza di accelerazione o di ritardo nelle reazioni chimiche, nella solubilità e nel punto di fusione, può essere modificata da una variazione di temperatura, ma è dovuta ad altri fattori.

Lo studio della giacitura dei minerali che ci presenta cristalli di quarzo nelle trachiti ed anche nelle concamerazioni di ammoniti fossili, cristalli di albite nei graniti ed anche nei calcari a foraminifere, cristalli di granato nelle rocce vulcaniche ed anche negli schisti con belemniti, ecc. ecc., prova ad evidenza come la genesi dello stesso minerale possa dipendere da svariatissime cause.

La temperatura, il tempo, le singole proprietà degli elementi, la loro reciproca affinità, la presenza di azioni catalitiche, le forze elettriche, lo stato di saturazione delle soluzioni, ecc. ecc. costituiscono un complesso di cause, le quali agendo anche sovente insieme danno effetti differenti a seconda del rapporto del loro concorso, e tale complesso fa della minerogenesi naturale un campo di studio ancora molto oscuro, poca essendo la luce data dal progresso della sintesi artificiale dei minerali.

E sebbene van Hise nel suo trattato per meglio avvalorare le sue teorie ne faccia l'applicazione alla genesi di molti minerali ed alle loro alterazioni, aggiungendo un gran numero di

(1) " Neues Jahrbuch f. Min. u. Pal. ", 1891, vol. I, pag. 217.

formole e reazioni chimiche fra i minerali col calcolato cambiamento di volume che si produrrebbe (1), tuttavia tale lavoro, lodevole per la necessaria pazienza di esecuzione, non persuade.

Il mineralogo, che abbia studiato i minerali in riguardo della loro giacitura, paragenesi e diffusione nella crosta terrestre, non può accettare le teorie geologiche di van Hise riflettenti gli effetti chimici della pressione, essendo esse fondate sopra ipotesi mancanti di conferma, sia sperimentale, sia di rigorosa osservazione dei fatti naturali. E dette teorie, nella grande serie di argomenti geologici considerati dall'autore ed arricchita di numerosi concetti di altri autori citati con diligente bibliografia, portano nella geniale ed erudita opera di van Hise alcune idee più attinenti alla geologia trascendentale, che a quella sperimentale.

(1) Loc. cit., pag. 369-408.

L'Accademico Segretario
CORRADO SEGRE.

CLASSI UNITE

Adunanza del 14 Maggio 1911.

PRESIDENZA DI S. ECC. IL COMM. PAOLO BOSELLI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Camerano, Vice Presidente dell'Accademia, Naccari, Direttore della Classe, D'Ovidio, Segre, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Fusari, Balbiano;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Manno, Direttore della Classe, Rossi, Cipolla, Pizzi, Ruffini, Stampini, Sforza, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli e De Sanctis, Segretario. — È scusata l'assenza del Socio Renier.

Invitato dal Presidente, il Socio Foà legge la commemorazione del defunto Socio Mosso, la quale sarà inserita negli *Atti* accademici. La lettura è accolta da vivi applausi, e il Presidente ringrazia con calde parole l'oratore.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza antecedente a Classi Unite, 23 aprile 1911, che viene approvato.

Il Socio Tesoriere dà lettura del Conto Consuntivo dell'Esercizio 1910, del Bilancio Preventivo per l'Esercizio 1911 e dei conti dei fondi dei premi. Questi Bilanci sono approvati con voto unanime.

Invitato dal Presidente, il Socio Camerano, Segretario della 1ª giunta del XVII premio Bressa (internaz., quadr. 1907-1910), legge la relazione intorno alle opere che possono venire consi-

derate pel premio. Il Presidente chiede ai Soci se abbiano nuove proposte a fare, ma nessuno prendendo la parola, dichiara chiuso il periodo delle proposte a tenore dell'art. 3° del Regolamento interno pel conferimento del premio Bressa.

A norma dell'art. 4° di detto Regolamento si procede poi alla nomina della 2ª giunta pel premio stesso. Le Classi votano separatamente a schede segrete. Riescono eletti, per la Classe di scienze fisiche, i Soci: Camerano, Naccari, Guareschi, Somigliana e Segre; per la Classe di scienze morali i Soci: Renier, De Sanctis, Sforza, Ruffini e Stampini.

ANGELO MOSSO

Commemorazione letta all'Accademia delle Scienze di Torino
nella seduta a Classi Unite del 14 maggio 1911
dal Socio Prof. PIO FOÀ

Nel decennio fra il 1860 e il 1870 il nostro Paese attendeva con un fervore, che sembrava derivasse da quello stesso che mosse gli Italiani alla conquista della unità e dell'indipendenza politica, al proprio rinnovamento scientifico e culturale in genere, accogliendo con sentimento di ammirazione e di emulazione ogni barlume di civiltà nuova, ogni nuova corrente di idee, come per rifarsi in breve tempo della minore attività cui l'avevano condannata i regimi antecedenti.

Se il grande moto politico riempiva gli animi di un esaltato nazionalismo, il nuovo moto scientifico trovò, invece, animi eclettici e propensi ad accogliere avidamente ogni corrente internazionale, e poichè il predominio quasi assoluto delle scienze sperimentali nella 2ª metà del secolo decimonono era dovuto alla Germania, noi vedemmo, a scopo di scienza e di cultura, la nostra gioventù cercare con ogni sollecitudine di apprendere quella lingua e quella letteratura tedesca, che nelle scuole era negli anni precedenti odiata e respinta perchè imposta sotto il dominio straniero. Vedemmo insegnanti tedeschi, o derivati dalle scuole germaniche, essere devotamente accolti tra noi come fossero importatori di civiltà, accettando da essi qualunque stranezza, persino qualunque impertinenza, che non era infrequente, pur di ottenere l'introduzione dei metodi nuovi di ricerca o l'indizio di quelle correnti d'idee che erano predominanti nella loro patria. La nostra gioventù era, a sua volta, spinta ad emigrare nelle scuole tedesche, di dove talvolta ritornava smarrita o sfiduciata per l'enorme distanza nella organizzazione scientifica tra l'estero e le scuole patrie. Un improvviso bisogno vivamente sentito di introdurre come che fosse un elemento nuovo e progressivo nelle nostre scuole superiori, creò

un personale insegnante ancora immaturo, ma tuttavia animato da spirito di conquista nel campo scientifico, e fra quelli il Paese nostro ha trovato anche i propri luminari che hanno fatto scuola e che hanno mantenuto ciò che avevano promesso, contribuendo largamente a redimere la nostra gioventù da uno stato di soggezione eccessiva verso le scuole estere, e dando ad essa la coscienza del proprio valore personale. Interessante fu il periodo di trasformazione nell'indirizzo delle nostre scuole a quei tempi, in cui, mentre il nazionalismo politico era all'avanguardia del progresso, il nazionalismo didattico-scientifico era invece sinonimo di regresso, di empirismo o di senile impotenza di fronte alle audacie del rinnovamento che si veniva poco a poco maturando. Il tempo ha eliminato spontaneamente gli ultimi avanzi di un prossimo passato poco glorioso, e la vivace intraprendenza dei giovani ha finito col ricevere il consenso universale, coll'impareggiabile vantaggio di preparare un terreno sgombro di preconcetti, e di creare scuole ove colla prevalenza assoluta del metodo sperimentale hanno predominio la bontà della ricerca e il valore personale dei ricercatori. È in quel periodo di preparazione e di lotta, di tradizionalismo morente e di audace rinnovamento, che si è formato Angelo Mosso. Egli era nato a Torino nel 1846, e tosto fu portato a Chieri dalla sua umile famiglia di falegnami. Percorse le scuole elementari e il ginnasio a Chieri, e gli anni di liceo li passò parte a Cuneo, parte ad Asti mercè un sussidio. Fu spesso uno scolaro irrequieto, e si dovettero pregare le autorità scolastiche per la sua riaccettazione in quella scuola d'onde era stato dispensato. Nella bottega di suo padre fece quel lavoro manuale, direi quell'esercizio del senso tattile e muscolare, che gli fu poi tanto vantaggioso nella vita di laboratorio, la quale ha necessità di tecnica operativa, e spesso è in contrasto colla deplorabile mancanza di preparazione materiale in chi lo deve frequentare e usufruire. La povertà che tende ad estinguere o a pervertire le anime deboli, e rinvigorisce, invece, le forti, ha temprato in Mosso un uomo d'azione senza risparmio, e lo vediamo già di forza eccezionale quando dopo il primo biennio di Università a Torino, ebbe col favore dei Proff. De-Filippi e Moris che lo stimarono, l'incarico dell'insegnamento delle scienze naturali al liceo di Chieri, il che l'obbligò a percorrere a piedi ad ogni stagione vari giorni la

settimana il tratto da Chieri a Torino attraverso la collina. Fu allievo al " Mauriziano „ mentre faceva il 5° anno di medicina, e si laureò nel luglio del 1870 con una dissertazione " intorno all'accrescimento delle ossa „. Successivamente fu per poco medico di battaglione, e nel 1871 con un posto di perfezionamento all'interno si recò a Firenze presso il Prof. Maurizio Schiff, dove ha compiuto le sue prime ricerche sperimentali.

Io lo conobbi in quel laboratorio nel novembre e dicembre del 1872, e ricordo di lui l'esempio di costante, ininterrotta operosità, e l'avidità sua a divenire signore della sua materia. Facile all'entusiasmo, vivace di modi, clamoroso e felice narratore di aneddoti, d'indole socievole, era gradito per il suo conversare, ed era facile presagire in lui il futuro conquistatore del suo bravo posto nel mondo.

Fu nel 1873 che venne per qualche tempo a Firenze, nel laboratorio di Schiff, Giulio Ceradini reduce dalle scuole di Heidelberg e di Lipsia, ove aveva compiuto un lavoro sul meccanismo delle valvole aortiche che gli aveva meritato gli elogi di sommi maestri della fisiologia, e, signore com'era del metodo grafico e in genere della fisica fisiologica, fece presentire a Mosso la superiorità metodica della scuola di Ludwig, che egli aspirava a frequentare, e fu in quel tempo e sotto la ispirazione diretta del Ceradini che il giovine Mosso ha eseguito il suo primo lavoro sui movimenti dell'esofago, che fu a così dire la sua carta di presentazione nel mondo scientifico tedesco. L'anno appresso, cioè nel 1874, ottenuto il posto di perfezionamento all'estero, si recò appunto a Lipsia nel laboratorio del Prof. Ludwig, ove ebbe a maestro più diretto nei lavori grafici il Kronecker, col quale strinse una durevole amicizia. Così fu paga la grande aspirazione del giovane nostro fisiologo che fin allora aveva tentato i primi studi sperimentali di fisiologia con metodi meno perfezionati e bramava di continuarli nella più celebrata scuola del mondo. Due anni di seguito andò all'estero il Mosso ed ebbe contatto coi volonterosi giovani ricercatori che da ogni parte del mondo convenivano in quegli anni a Lipsia, e che poi divennero personaggi illustri nei loro paesi, serbando sempre col nostro Italiano quei rapporti di collegialità e di amicizia che gli hanno facilitata la espansione dei propri lavori e della propria rinomanza.

È di questi anni l'acquisto che il Mosso veniva facendo di quel concetto meccanico della vita che era ampiamente professato nelle nuove scuole tedesche, e che era un più ampio sviluppo di quello che il fisico fisiologo napoletano Borelli aveva già introdotto nella medicina nel secolo XVII, creando la scuola che fu chiamata Jatro-matematica. Il Mosso andò vieppiù svolgendo quelle attitudini tecniche, quella facilità di comporre congegni e apparecchi che fu una delle sue note caratteristiche, e che verosimilmente, come già ho rilevato, risaliva agli antichi elementari lavori che fanciullo e giovinetto eseguiva nella bottega di falegname. Durante le ferie frequentava intanto il laboratorio di fisiologia di Moleschott, le cui lezioni aveva seguito negli anni precedenti, quando tutto il nostro mondo scientifico e professionale, parte per l'attrattiva che egli esercitava come straniero geniale, parte per le tendenze predominanti delle correnti materialistiche a quel tempo, parte per la acuta curiosità dei fenomeni biologici popolarmente esposti, era convinto di trovare nel celebre fisiologo Olandese la più alta e la più sicura espressione della scienza moderna. Il Mosso serbò affetto di allievo all'illustre maestro, che gli fu largo d'incoraggiamento e di appoggio, e che contemporaneamente allo Schiff rappresentava la reimportazione in Italia del metodo sperimentale, che fra le prime essa aveva introdotto nel mondo e non mai aveva interamente abbandonato. Dopo Lipsia avrebbe potuto essere assistente ad Heidelberg o a Kiel, ma preferì visitare i laboratori francesi di Claude Bernard, di Ranvier e di Marey.

Ritornato a Torino, il Govi, il Timmermans e il Bizzozero gli furono famigliari e presto divenne loro collega, assumendo, come incaricato, l'insegnamento della Materia Medica e Terapeutica sperimentale nel novembre del 1875. In quella circostanza il Mosso lesse una prelezione in cui proclamava il predominante valore dei fatti sulle interpretazioni e sulla loro applicabilità immediata, ed esprimeva il voto che sulle ceneri della cattedra si innalzasse il laboratorio. Si sentiva in queste parole il giovane fattivo di prevalente cultura tecnica, e insieme il combattente contro la vuota oratorietà cattedratica prevalsa in tempi non molto lontani dal suo. Il titolo di laboratorio aveva sopratutto il significato di scuola sperimentale, ma in tempi più maturi ed equilibrati si usò più esattamente il titolo comples-

sivo di Istituto per indicare quell'organico insieme di locali che comprende le parti ove si compiono varie sorta di ricerche e quelle ove si raccolgono libri, e altre dove si compiono funzioni accademiche, più il laboratorio propriamente detto ove sono gli utensili per preparare o per riparare ordegni ed apparecchi. Nel 1877 il Mosso fu fatto Professore straordinario, e nel 1878 fu proposto ad ordinario. Nel 1879, quando il Moleschott fu chiamato a coprire la cattedra di Roma, il Mosso fu nominato in luogo di lui Professore di fisiologia a Torino, e il di lui Istituto divenne presto un centro di febbrile attività, e vi passarono molti giovani valorosi quali il Giacosa, il Marcacci, il Fano, il Gaglio, l'Aducco, il Negro, il Grandis, il Patrizi, il Benedicenti, i quali tutti hanno coperto cattedre nelle nostre Università. Mosso era un insegnante che dalla cattedra esponeva poche cose essenziali un poco per volta, ma in modo da renderle stabili nella memoria degli allievi, ed era valoroso maestro nel laboratorio per la finezza della tecnica, per il rigore delle conclusioni, e per la consuetudine del lavoro in presenza di tutti gli allievi, così che ciascuno poteva profittare dell'esperienza del maestro. Inventato un apparecchio, affidava ad un allievo di trarne il maggior profitto nelle applicazioni scientifiche, e ammetteva la massima indipendenza di giudizio e di conclusioni nei suoi discepoli.

È nel periodo di lavoro tumultuoso e febbrile che corre dal 1875 al 1879 che il Mosso pubblicava le ricerche critiche sull'attività diastolica del cuore, sui moti del cuore, sulla circolazione del sangue nel cervello dell'uomo, sull'azione dell'aria compressa, sulle variazioni locali del polso, sui movimenti dei vasi sanguigni e sulla respirazione toracica e addominale.

L'anno 1879 l'Accademia dei Lincei gli conferiva il premio Reale per il lavoro sulla circolazione del sangue nel cervello dell'uomo su relazione di Helmoltz, di cui Quintino Sella volle regalare al Mosso l'originale scritto di proprio pugno dal celebre fisiologo. In segno di riconoscenza il Mosso ha dedicato più tardi a Helmoltz il suo libro sulla temperatura del cervello. Tre anni dopo il conferimento del premio suddetto il Mosso fu fatto Socio nazionale dell'Accademia dei Lincei.

Divenne Socio ordinario di questa nostra Accademia delle Scienze l'11 dicembre 1881. Certo non è impresa facile il riassumere il lavoro scientifico ininterrotto di 35 anni di ricerca

intensiva e ricca di nuovi fatti e di nuove dottrine. I temi trattati furono molti e disparati, e vertono particolarmente sulle relazioni che esistono tra i fenomeni del movimento, il sistema nervoso, e la composizione del sangue (Herlitzka).

Come dissi più volte, era ammirabile nell'attuazione di processi tecnici, ma di questi si serviva per approfondire con maggior copia e con maggiore esattezza di particolari i quesiti che voleva risolvere. Nei suoi lavori il Mosso ha largamente impiegato il metodo della vivisezione, ma ebbe anche la caratteristica fra molti fisiologi contemporanei di studiare direttamente l'uomo col mezzo di apparecchi perfezionati e ingegnosi. Di questi alcuni gli valsero a rendere più manifesti fenomeni delicati che sarebbero altrimenti stati impercettibili, altri resero molti risultati nelle mani di allievi, o entrarono come patrimonio comune nei laboratori e nelle cliniche. Cito il *Pletismografo*, che gli ha aperto la fama nei primordi della carriera, ossia uno strumento col quale si ottiene la misura assoluta dei cambiamenti lenti di volume di una parte senza modificare la pressione del liquido in cui è immersa. Esso è ora adoperato da tutti i fisiologi, i farmacologi e i clinici.

L'*idrosfigmografo*, l'*aerosfigmografo* e il *pletismografo gazometrico* servirono ad ottenere la grafica di cambiamenti più rapidi di volume, dovuti al polso.

Modificando il recipiente che nel pletismografo accoglie l'antibraccio ottenne di studiare i movimenti vasali della mano, della gamba e del piede. Colla *bilancia a letto* studiò i cambiamenti nella distribuzione del sangue tra le parti cefaliche e le podaliche del corpo. Meno fortunato del pletismografo, per il suo non facile impiego, fu lo *sfigmomanometro* con cui si misura la pressione arteriosa mediante una contropressione esterna. L'invenzione dell'*ergografo*, invece, fu assai felice, avendo aperti campi inesplorati nello studio delle leggi sulla fatica. Col *ponometro* il Mosso cercò di scrivere la curva con la quale cresce lo sforzo nervoso a misura che aumenta la fatica, e col *miotonometro* scrisse le variazioni della tonicità muscolare. Infine una quantità notevole di avvedimenti tecnici gli serviva a soddisfare di volta in volta le continue esigenze della indagine.

Fra le ricerche di Mosso è degna di nota la prima che ha iniziato nel laboratorio di Ludwig, perchè gli aperse la via alla

invenzione del pletismografo e perchè riguarda un complesso di risultati che contenevano in germe molte altre applicazioni future. Si tratta del lavoro sopra alcune nuove proprietà delle pareti dei vasi sanguigni, nel quale il Mosso, sotto la guida del Maestro, ha rilevato che i vasi sanguigni conservano a lungo la loro vitalità negli organi isolati e quindi reagiscono modificando il loro calibro alle variazioni del liquido circolante e specialmente a quelle dei suoi gaz. Trovò anche in essi dei movimenti spontanei, cioè indipendenti dalle condizioni sperimentali.

Sperimentò i veleni che dilatano e quelli che restringono la pupilla e trovò che se sono mescolati col sangue circolante nel rene dànno rispettivamente una diminuzione o un aumento del volume. Pensò quindi, e lo provò con altro lavoro sui movimenti idraulici dell'iride, che le variazioni del diametro pupillare fossero dovute a movimenti dei vasi iridici. Furono i risultati ottenuti colla circolazione artificiale negli organi staccati che lo condussero a saggiare le variazioni del circolo nelle parti viventi, donde la scoperta del pletismografo, che applicato all'uomo dimostrò che molti fenomeni osservati nel rene isolato si verificano anche nell'avambraccio dell'uomo. Fra le molte cause che cagionano le variazioni di volume dei vasi sanguigni il Mosso ricercò con particolare interesse le emozioni e il lavoro intellettuale, e da una lunga serie di ricerche trasse una larga messe di fatti, discriminando colla precisione tecnica le modificazioni proprie del cervello da quelle di altre parti e particolarmente del cuore, che è sempre in movimento e che può variare di grado ma non mai passare da uno stato di riposo a quello dell'azione. Trovò il Mosso che l'attività cerebrale provoca una costrizione dei vasi periferici, e che ciò che si osserva negli arti superiori, lo si trova anche negli inferiori, nei quali la bilancia a letto, traboccando verso il capo, rivela che nell'attività cerebrale si restringono i vasi. Del pari sono d'origine emotiva i moti vascolari nel padiglione delle orecchie del coniglio. Le belle ricerche fatte sui movimenti nel cervello e negli arti di individui che avevano una breccia nel tavolato osseo del cranio completarono i precedenti risultati e dimostrarono che durante i processi emotivi un certo volume di sangue è mandato verso il cervello, onde veniva posto in rilievo il rapporto esistente fra

gli atti della psiche e le funzioni somatiche. L'attività psichica modifica la forma del polso e molte varietà di questa ritenute tipiche di certe malattie si possono ottenere con azioni locali diverse, onde le note caratteristiche del polso, escluso il ritmo, derivano dallo stato delle pareti dell'albero arterioso. Le variazioni periferiche del polso nell'avambraccio coincidono con variazioni opposte del polso cerebrale, ossia sotto l'influenza delle emozioni si ha costrizione dei vasi periferici e afflusso maggiore di sangue al cervello. A queste ricerche fecero seguito quelle sulla temperatura del cervello, mosse da altre di Helmoltz e di Ludwig sui muscoli e sulle ghiandole salivari da cui risultò che nella loro funzione sprigionano dell'energia termica. Dalle sue indagini il Mosso concluse che sebbene il cervello sia un organo da cui si sprigioni più calore, pure non sarebbero gli atti psichici quelli che si associano alle maggiori elevazioni di temperatura. Uno dei fatti più salienti fu quello degli innalzamenti di temperatura indipendenti da ogni manifestazione psichica riconoscibile, e che si producono per eccitamenti interni od esterni al di là del campo della coscienza. Durante il sonno il volume del cervello diminuisce e il polso si fa meno alto, ma le più piccole cause, di cui non rimarrà traccia nella memoria del dormiente, producono un aumento del volume e del polso, di cui si modifica anche la forma. Anche nel cervello e particolarmente nel sonno si verificano quelle ondulazioni spontanee nel volume, che già il Mosso aveva rilevato nei vasi sanguigni del rene isolato. L'insieme dei fenomeni incoscienti che si svolgono nel sonno per cause esteriori anche tenuissime costituirebbe un apparato di difesa, chè affluendo maggior copia di sangue al cervello preparerebbe le condizioni atte a risvegliarne l'attività.

Nell'esaminare i pneumogrammi simultanei del torace e dell'addome il Mosso ha rilevato che nel sonno si ha una inversione nella durata, perchè l'espirazione diventa più breve che nella veglia; più una interferenza, poichè non coincidono più gli impulsi ai muscoli toracici e al diaframma; inoltre una alternazione per cui aumenta l'ampiezza dell'escursione toracica e scema quella del diaframma e infine una tendenza a stabilirsi un ritmo periodico.

È importante l'osservazione che il tipo del respiro periodico si palesa in varie condizioni normali ma specialmente nel sonno

e negli stati che ad esso si approssimano, e in montagna anche nella veglia; che l'ossigeno o la respirazione artificiale non modificano nè i periodi attivi, nè le pause, e ne trasse l'illazione che le pause del respiro sieno prodotte da una tendenza al riposo del centro respiratorio. Dalla osservazione che si può ridurre volontariamente alla metà il volume dell'aria respirata, e che in montagna si introduce un volume d'aria minore che in basso, il Mosso concepì la teoria della respirazione di lusso, secondo la quale i movimenti respiratori non sono direttamente proporzionali all'intensità della respirazione interna, perchè noi di solito respiriamo più del necessario e la respirazione dipende non solo dai bisogni chimici dell'organismo ma anche dallo stato fisiologico dei centri nervosi. Il Mosso ha pure osservato che il meccanismo respiratorio del torace può dissociarsi da quello del diaframma e dell'addome, onde concluse che i movimenti respiratori della faccia, del torace, del diaframma e dell'addome, costituiscono altrettanti meccanismi dotati di centri nervosi loro propri, posti sotto la egemonia del bulbo. Un'altra serie importante di studi sulla respirazione è quella che il Mosso ha eseguito sull'apnea. Osservò che nella produzione del fenomeno vi sono differenze individuali forse determinate dall'età, e attribuì l'abbassamento dell'eccitabilità dei centri respiratori nell'apnea alla diminuzione di CO_2 nel sangue, ossia all'*acapnia*, idea che era già stata manifestata da Minchez e da Fredericq; non senza escludere che vi sieno forme di apnea determinate anche da O_2.

Noti sono gli studi del Mosso sulle funzioni dei muscoli. Le classiche ricerche del Kronecker sui muscoli della rana, gli suggerirono di studiare anche nell'uomo le leggi della fatica. Costruì l'*ergografo*, col quale apparecchio verificò che nella fatica volontaria ciascuno ha la sua propria curva ergografica, che si conserva anche eccitando il nervo, ma scompare stimolando direttamente il muscolo. Molto distinta trovò pure l'azione delle emozioni e del lavoro intellettivo sul decorso della fatica. Avviate le ricerche sulle leggi della fatica, le lasciò poi compiere da allievi che le ampliarono e le completarono.

Al Mosso si deve la dimostrazione che colla fatica si deprime la tonicità dei muscoli, ad esempio, respiratori, e gli si deve pure la osservazione sulla tossicità del sangue per sostanze (ponogene) che vi si versano durante la fatica.

Sempre alla fisiologia dei muscoli appartengono i lavori sull'esofago, sulla vescica urinaria, sull'intestino retto e sul muscolo retrattore del pene.

Il Mosso trovò che un moto di deglutizione iniziatosi nel faringe continua sino all'ultimo segmento dell'esofago anche quando venga interrotta la continuità del canale. Negli studi sulle funzioni della vescica, del retto e ultimamente sul muscolo retrattore del pene dimostrò l'esistenza di movimenti spontanei e il persistere della reattività al CO_2 persino quando era cominciata la putrefazione, e la facile reazione ai fenomeni psichici, tanto da far considerare la vescica come un estesimmetro più sicuro della pressione sanguigna e non inferiore all'iride.

Il Mosso si occupò di un altro ordine di ricerche fino a che glielo consentì la malattia, ed è quello sulla vita a grandi altezze o in ambienti d'aria rarefatta. Egli rifece nella camera pneumatica e sulla montagna tutte le investigazioni a cui aveva sottoposto nel laboratorio l'uomo o gli animali, ed ebbe fra gli altri scopi, quello principale di spiegare il mal di montagna. Egli s'accorse presto che la teoria dell'anossiemia non poteva essere atta a spiegare tutti i fatti, tra i quali, per dire solo di qualcuno, il diminuire dell'ampiezza e della durata del respiro, il modo di comportarsi dell'apnea, il presentarsi del vomito e della sonnolenza in scimmie chiuse in un ambiente dove l'aria veniva rarefatta conservandovi però costante la pressione normale dell'O_2. Invece i fenomeni potevano meglio spiegarsi ammettendo che il fattore preponderante fosse un difetto di CO_2 nel sangue. Così sorse la dottrina dell'acapnia, comprovata fra altro dal fatto che nell'aria rarefatta la tensione parziale di CO_2 è sempre minore del normale, e che è maggiore l'eliminazione di CO_2 in chi respira in aria rarefatta, così da essere in $^1/_2$ ora più forte di 1,5-2 volte, in confronto di quella che si verifica alla pressione normale. L'aumento di frequenza del cuore nell'aria rarefatta cede introducendo CO_2 nell'ambiente. Da ciò la proposta di fornire agli aeronauti delle grandi quantità di O_2 compresso contenente dall'8-10 % di CO_2, mescolanza che si mostrò efficace, come l'O_2 compresso, nell' intossicazione da CO, della quale il Mosso sostenne la somiglianza col mal di montagna. Ma tutto questo non è e non poteva essere che una traccia delle linee generalissime delle ricerche fisiologiche originali del Mosso;

varie altre ricerche minori, e molti utili particolari furono di necessità ommessi, e molte altre idee si attingerebbero certo alle note tutt'ora inedite, nelle quali il Mosso avrebbe trovato l'appiglio per nuove ricerche. Benchè meno fortunato di quel che fosse nelle sue ricerche meccaniche, il Mosso ha lasciato tuttavia l'impronta anche nelle sue ricerche sul sangue, particolarmente colla scoperta di una tossina termolabile nel sangue delle murenidi e del ridisciogliersi spontaneo del coagulo sanguigno di *Mustelus laevis* e dell'azione emolitica del siero d'anguilla. Fu tra i primi che sperimentarono il processo di variazione della resistenza degli eritrociti per mezzo di soluzioni variamente concentrate di NaCl, e trovò l'azione anticoagulante del verde di metile. Angelo Mosso non fu pago soltanto delle sue ricerche di uomo di laboratorio: un intimo impulso sentimentale e artistico: la tendenza che sempre ha avuto di colorire colla immaginazione e di riscaldare col sentimento le nozioni o le idee di cui si nutriva la sua calda fantasia; la dimestichezza che egli ebbe con distinti letterati del tempo, di cui sembrava volesse emulare la gloria; la stretta parentela con un attivo Editore, nel cui circolo si trovò a contatto coi pubblicisti più celebri del nostro Paese, tutto ha cospirato a fare di Angelo Mosso un corretto divulgatore di scienza e poi un fortunato divagatore nel campo di fenomeni sociali, o un educatore là dove le nozioni scientifiche della vita gli fornivano elementi copiosi di applicazioni utili. Nè ha egli trascurato di rendere all'Italia l'utile servizio di un periodico che avesse a far penetrare più facilmente presso le nazioni estere tutto il movimento biologico italiano, onde ha fondato nel 1882 " Les Archives Italiennes de Biologie „, che sono ora al loro 54° volume. Come divulgatore egli aveva cominciato a provarsi in una conferenza sul vino nel 1880, che faceva parte di una serie di molte altre fatte da distinti conferenzieri intorno al medesimo argomento considerato dai più differenti punti di vista. Nel 1885 tenne discorso di una ascensione invernale difficile da lui compiuta con Alessandro Sella, sul Monte Rosa, e ne dedicò la pubblicazione alla distinta giovine che un anno appresso è divenuta sua moglie. Fu Quintino Sella che ha inspirato a lui come a tanti giovani Italiani l'amore delle Alpi, e la sua prima spedizione fu al Monviso per istudiarvi le modificazioni che la quantità d'aria respirata subisce quando si soggiorna a grandi

altezze; l'ultima, invece, fu nel 1903 con parecchi collaboratori alla Capanna Margherita, che egli ha contribuito a fondare, a m. 4560, ove furono compiute delle importanti ricerche, raccolte in uno splendido volume illustrato, intitolato: " L'uomo sulle Alpi ", presto diffuso nel mondo scientifico e di cui si ebbe più d'una edizione e che fu tradotto in lingue straniere. È frutto di questa passione crescente per la fisiologia e per le Alpi, la creazione di una Stazione Alpina internazionale al Col d'Olen, ove gli studiosi di tutte le nazioni per contribuzioni di molti governi esteri convengono a fare ricerche sulla fisiologia dell'uomo, degli animali e delle piante nelle grandi altezze. La Stazione scientifica Alpina ebbe il favore della regina Margherita e del Governo nazionale, e per voto unanime dei Fisiologi convenuti al 7° Congresso Internazionale di Fisiologia ad Heidelberg fu intitolata ad " Angelo Mosso " che ne aveva lanciata l'idea al 5° Congresso internazionale dei Fisiologi tenutosi a Torino nel 1901 con brillante successo sotto la sua presidenza. Fu destino di Mosso l'organizzazione di istituti scientifici; così egli aveva ingrandito e addensato di apparecchi l'antico istituto di via S. Francesco da Paola; indi organizzò lo splendido istituto di corso Raffaello, ove si può compiere qualunque ricerca di fisiologia sperimentale, e finalmente organizzò l'istituto che porta il suo nome al Col d'Olen, che egli con grande sforzo di volontà, benchè già minato da malattia, potè inaugurare il 27 agosto 1907. Ma ritorniamo al Mosso divulgatore e sociologo.

In Italia erano già molto rinomati due divulgatori di scienze e di problemi attinenti ad alcune discipline biologiche: il Mantegazza e il Lioy; in Francia per lunghi anni era stato assai celebre un libro popolare di medicina del Descuret. Nel 1883 il Mosso scriveva il libro intitolato: " La Paura " e otto anni dopo il libro divulgatissimo sulla Fatica, riassumendo in quelle opere i risultati più importanti di ricerche fisiologiche di cui egli era stato *magna pars*. La volgarizzazione di Mosso non fu triviale, ma sibbene ammaestratrice dello sforzo necessario a conoscere la verità e della necessità di non oltrepassare nell'interpretazione la misura dei risultati sperimentali e della critica razionale. In realtà la sostanza della ricerca scientifica rimane intatta nell'opera di divulgazione, e molti dati sperimentali in esse contenuti si trovano nelle Note già pubblicate da

Accademie e da Periodici. Il volume sulla Fatica non venne elaborato se non dopo avere messo insieme nel laboratorio e fuori i dati sperimentali di cui il libro doveva essere materiato. Le indagini coll'ergografo, le osservazioni sugli effetti delle marcie prolungate sul piano e in montagna, gli studi su animali affaticati con lunghe corse e con stimoli tetanizzanti ne costituiscono il sostrato fondamentale (Vedi la Commemorazione di A. Mosso all'Accademia dei Lincei fatta da Vittorio Aducco nell'aprile 1910). La forma delle due pubblicazioni fu attraente e ben tosto il gran pubblico se ne è impadronito, onde se ne fecero parecchie edizioni.

Le ricerche di Mosso sul lavoro muscolare e il largo successo che arrise al suo libro sulla fatica, spinsero l'attività di Mosso in una nuova direzione. Egli per molti anni cercò d'infondere negli Italiani la volontà di migliorarsi fisicamente per conservare intatte le alte doti delle nostre razze. Scrisse sulla riforma della ginnastica e sulla educazione fisica della gioventù; volle che si mirasse a fare l'uomo tutto intero fisicamente, moralmente, intellettualmente, e che si ritornasse alla tradizione Greco-Romana e Italica dei giuochi ginnici all'aria aperta, onde riprendere quel tenore di vita che nel rinascimento fece la nostra grandezza e che poi col servaggio avevamo perduta. Oltrechè colle pubblicazioni, il Mosso si adoperò nei Congressi, nelle palestre, nelle commissioni governative, nelle società ginnastiche, avvicinando in Italia e fuori educatori della gioventù, istigando uomini di governo e di scienza, mettendo in moto uffici e persone finchè come Senatore vide approvare la nuova legge sulla educazione fisica, per la quale spese più volte in Senato la sua alta parola. Tutti in questi giorni abbiamo deplorato che egli non potesse assistere allo splendido saggio degli alunni delle scuole elementari e delle scuole medie nel nostro *Stadium*. Sarebbe stato per lui il premio più ambito del suo generoso apostolato e avrebbe bene augurato dell'avvenire della nostra Patria. Si fu nel 1904 al Congresso internazionale dei fisiologi tenutosi a Bruxelles che si sono manifestati più accentuatamente i primi sintomi del male che lo trasse lentamente a morte immatura, e ciò era pochi mesi dopo che aveva ottenuta la dignità senatoriale. Sembrò d'un tratto alla famiglia e agli amici costernati che si fosse arrivati alla

fine di una sì eccezionale operosità, e i medici avevano consigliato il riposo assoluto. Ma per Mosso il lavoro era una condizione della vita, e inibitagli la fatica dell'esperimento si pose a ristudiare nelle collezioni dei suoi tracciati e a redigere osservazioni ed esperimenti rimasti nei quaderni allo stato di semplici annotazioni. Così pubblicò negli anni 1905 e 1906 una serie di note sui centri respiratori spinali, sugli scambi gassosi, sull'apnea, sull'asfissia, sulla rigidità del cuore, sui muscoli lisci, sulla pressione sanguigna e sul mal di montagna.

Recatosi a Roma, prese parte attiva a diverse sedute del Senato, di cui ha utilizzato largamente la ricca biblioteca, dove passava la maggior parte del tempo. Frattanto visitava il foro romano e a poco a poco gli è cresciuto nell'animo il desiderio di scrutare il secreto della vita dei nostri antichissimi progenitori. Studiò con fervore i crani più antichi dell'Etruria e del foro Romano, indi si recò a Creta, in Sicilia e in altri luoghi, ove frammezzo a difficoltà d'ogni specie, costretto talora a prepararsi da sè le vivande e a vivere poveramente come agli inizi della sua carriera, colpito da un'infermità che gli inibiva il libero uso degli arti inferiori, acceso tuttavia del fuoco ardente di un ideale di scienza, dava il meraviglioso esempio di un uomo che sfida il suo destino, che sembra negare il male di cui è compenetrato, e che ha sentimenti d'orgoglio ed espressioni di gioia quali negli anni precedenti non ebbe forse mai gli uguali. Alla mia malattia, egli diceva, devo questo grande beneficio di aver trovato una sorgente nuova di lavoro attraente e di gioie imprevedute; quella sopratutto di “ scoprire documenti che parlano dove tace la Storia „. Di questa epoca di lavoro sono frutto principale i due volumi “ Escursioni nel Mediterraneo e gli scavi di Creta „, in cui si propose di vulgarizzare la grandezza della civiltà Minoica, e “ Le origini della civiltà mediterranea „, destinato a far conoscere il periodo dell'età neolitica. In queste opere lo scopo dominante fu quello di aggiungere prove a conforto della dottrina dell' origine mediterranea della civiltà della Grecia e dell'Italia. Non è qui il luogo di valutare la portata e il valore intrinseco delle osservazioni archeologiche del Mosso, ma è impossibile trattenere un senso d'ammirazione per la meravigliosa operosità di un uomo infermo che accumula fatti coll'avidità di chi avesse il presen-

timento che non avrebbe potuto farlo per lunghi anni di seguito, e per un insaziabile bisogno di conoscenza. In pari tempo nasce un sentimento di riconoscenza per uno scrittore il quale con forma attraente e col fuoco del suo entusiasmo conduce l'indotto attraverso il cumulo di scoperte consegnate solo negli Archivi e di cui sono partecipi solo pochi privilegiati. Per l'esempio di lavoro, per l'opera della divulgazione anche in questo campo l'opera di Mosso fu benemerita, qualunque sia l'avviso che i più competenti nella materia potrebbero esprimere sul valore intrinseco di taluni particolari.

Il Mosso si trovava presso Molfetta agli scavi della metropoli neolitica di Rulo, quando gli morì improvvisamente il fratello. Accorse a Genova, vi compose nella bara la salma del suo caro, ritornò subito al lavoro, donde scriveva: " Non è lavoro molto adatto allo stato del mio animo addolorato: ma la primavera e i mandorli fioriti, che lasciavano cadere i loro petali sulla tomba che rivedeva la luce dopo cinquemila anni, mi convincevano della vanità della vita „. Nel 1908 scoperse nella ricercata metropoli 49 tombe neolitiche e lo stesso anno scopriva il dolman di Bisceglie in Provincia di Bari.

Le sue ricerche scientifiche non gli vietarono di interessarsi alla sorte degli abitanti di quelle terre nelle quali lavorò, e come nel 1900 nel vigore delle forze pubblicava in " La Democrazia nella religione e nella scienza „ le osservazioni che aveva raccolto negli Stati Uniti, ove un illustre collega suo del tempo di Lipsia lo aveva ospitato come conferenziere, così nel 1906 scrisse un opuscolo sulla vita moderna degli italiani, che ha dedicato a sua figlia perchè imparasse a conoscere il suo paese e ad amare i poveri.

Aveva disposto di fare una nuova campagna archeologica, e di pubblicare un nuovo libro intitolato: " Gli Italiani dall'età della pietra alle prime colonie elleniche „, e aveva anche fatte alcune lezioni all'Università, quando il 9 novembre 1910 fu còlto da una grave crisi tabetica, della quale ha sofferto e per la quale con lenta e compassionevole agonia dopo 15 giorni si spense il 24. La sua rigida maschera aveva l'impronta del vecchio lavoratore domato suo malgrado da una forza spietata, contro la quale aveva invano lottato sino all'ultimo giorno.

Così si spense Angelo Mosso, uomo dall'eccezionale vigore,

temprato al lavoro sin dall'infanzia nell'ambiente domestico e che conobbe le necessità della vita. Continuo e alto fu l'aculeo alla sua mente, colla quale si redense dagli stimoli di una passionalità vivace, e della quale nobilitò la sua figura d'uomo di azione sia nel campo della ricerca scientifica, sia in quello dell'azione sociale. Uomo di vivaci impulsi, pronto ad accogliere la grande idea o il grande disegno, pronto a comunicarsi col mondo rivestendo le sue parole di un colore imaginoso e sentimentale, era forse più uomo di tendenze, che d'azione pazientemente concreta nelle bisogna ordinarie della vita. Fu giusta cosa che egli fosse onorato di cariche pubbliche, e la nota che vi ha portato non fu mai triviale, ma non era altrettanto compatibile colla mobilità della sua ideazione il lavoro ordinato e modesto che esige l'attuazione di una determinata faccenda, salvo il caso che da essa dovesse scaturire la nuova scoperta, o il fascino di una nuova conquista come materia di nuova espansione e comunicazione del suo spirito. A questo proposito va segnalata la nobile propaganda che egli ha fatto, fra l'altro, con un notevole articolo sulla " Nuova Antologia „ in favore della costituzione del Politecnico di Torino come Istituto autonomo e rispondente alle esigenze della vita moderna.

Pochi fisiologi lo hanno superato nell'abilità meccanica delle ricerche, ma è giusto anche riconoscere che pochi ebbero la singolare fortuna di avere come lui al proprio fianco un intelligente, operoso meccanico pronto a interpretare e ad aiutare concretandole in parte le idee geniali del maestro. Al nome di Mosso come tecnico è doveroso far seguire quello di Corino, suo distinto meccanico, il cui nome è divenuto famigliare nei nostri ambienti di lavoro.

Il fisiologo del circolo, del respiro e dei muscoli; il pubblicista divulgatore di principi scientifici; l'apostolo dell'educazione fisica; l'archeologo; l'uomo accademico, sono tante faccie di una figura poliedrica che non sarebbe difficile ridurre a unità sotto la definizione di un cervello imaginoso e indagatore, guidato da un tecnicismo meccanico e illuminato dall'estetica di una produzione intensiva e impressionante, sospinto dal bisogno irresistibile di comunicazione orale o scritta, calda, scorrevole e sentimentale.

Angelo Mosso ebbe vivo e costante l'amore per la sua fa-

miglia; aiutò suo padre, sorresse il fratello, amò sua madre e sua sorella teneramente, e in più circostanze vantò le sue origini umili. Ebbe tenerezze d'affetti per la sua distinta signora e per la figlia sua, alle quali dedicò qualche suo scritto. Il suo nome è patrimonio della scienza, della Università nostra e della nostra Accademia, di cui fu parte altamente operosa. Angelo Mosso, uomo di scienza e di arte, tipo di lavoratore infaticabile e ardente prosecutore dell'ideale scientifico, avrà onore, fin che duri il culto del nostro incivilimento.

NOTA DELLE PUBBLICAZIONI

DI

ANGELO MOSSO

1. (1870–78). *Saggio di alcune ricerche fatte intorno all'accrescimento delle ossa.* Napoli, 1870.
2. — *L'irritazione del cervello per anemia* (*Lo Sperimentale,* 1872).
3. — *Sull'irritazione chimica dei nervi cardiaci* (*Lo Sperimentale,* XXIV, 1872).
4. — *Sopra alcuni sperimenti di trasfusione del sangue* (*Lo Sperimentale,* XXIV, 13, 1872, tomo XXX, pp. 369-375).
5. — *I movimenti dell'esofago* (*Giornale R. Acc. di Med. di Torino,* 1873).
6. — *Ueber die Bewegungen der Speiseröhre* (*Moleschott's Untersuchungen,* XI, 44, 1873).
7. — *Sull'azione del tartaro emetico* (*Lo Sperimentale,* XXIX, 1875, anno XXXVI, pp. 616-636).
8. — *Von einigen neuen Eigenschaften der Gefässwand* (*Ber. d. K. Sächs. Ges. d. Wiss.,* 1875, pp. 305-371, con 22 fig. nel testo). — *Sopra alcune nuove proprietà delle pareti dei vasi sanguigni* (*Giorn. R. Acc. Med. di Torino,* 1875).
9. — (In collab. con Schön) *Eine Beobachtung betreffend den Wettstreit der Sehfelder* (*Hering's Beit. z. Physiol.*). — *Sull'alternarsi del campo della visione* (*Giornale della R. Accad. Med. di Torino,* 1875).
10. — *Sui movimenti idraulici dell'iride* (*Ibid.,* 1875).
11. — *Sopra un nuovo metodo per scrivere i movimenti dei vasi sanguigni dell'uomo* (*Atti della R. Acc. d. Sc. di Torino,* XI, 1875).

12. (1870—78). *La farmacologia sperimentale. Ricerche sul cloralio. Prolusione al corso di materia medica.* Torino, 1875.

13. — (In collab. con Pagliani) *Critica sperimentale dell'attività diastolica del cuore* (*Giorn. R. Acc. Med.*, Torino, 1876).

14. — (Id.) *Intorno alla non esistenza dell'attività diastolica del cuore* (*Rivista clinica*, 1876).

15. — *Introduzione ad una serie di esperienze sui movimenti del cervello nell'uomo* (*Archivio Scienze Mediche*, I, 1876-77, pp. 216-244).

16. — (In collab. con Giacomini) *Esperienze sui movimenti del cervello nell'uomo* (*Ibid.*, I, 1876-88, pp. 247-278, con 4 fig. nel testo e 2 tav.).

17. — *Sull'indirizzo scientifico della clinica.* Elogio funebre di Leopoldo Rovida (*Giorn. R. Acc. Med. di Torino*, 1877).

18. — *Sopra un metodo per misurare la temperatura dell'orina* (*Transunti Acc. Lincei*, I, serie 3ª, 1877).

19. — *Modificazioni che subisce la circolazione del sangue per l'influenza dell'aria compressa* (*R. Acc. d. Sc. di Torino*, XII, 1877; e *Arch. per le sc. med.*, 1878, II, pp. 147-176, con 2 tav. e 3 fig. nel testo).

20. — (In collab. con Albertotti) *Osservazioni sui movimenti del cervello di un idiota epilettico* (*Giorn. R. Acc. Med. di Torino*, 1878).

21. — (In collab. con S. Fubini) *Gemelli xiphoide juncti* (*Ibid.*, 1878).

22. — *Gli effetti fisiologici del vino.* Conferenza.

23. — *Sulle variazioni locali del polso nell'antibraccio dell'uomo* (*R. Accad. delle Scienze*, XIII, 1877).

24. — *Sul polso negativo e sui rapporti della respirazione addominale e toracica nell'uomo* (*Arch. per le Sc. Med.*, II, 1878, pp. 401-464, con 31 fig. nel testo).

25. — *Ueber die gegenseitigen Beziehungen der Bauch- und Brustathmung* (*Du Bois-Reymond's Arch. f. Physiol.*, 1878, 461).

26. (1879). *Die Diagnostik des Pulses und die localen Veränderungen desselben.* Leipzig, Veit u. C., 1879.

27. — (In collab. con Depaoli) *Sull'azione del freddo e del caldo sopra i vasi sanguigni dell'uomo* (*Acc. dei Lincei, Transunti*, vol. IV, pp. 85-86).

28. (1879—80). *Sulla circolazione del sangue nel cervello dell'uomo* (*Mem. R. Acc. dei Lincei*, anno CCLXXVII, 1879-80, vol. V, p. 237-358, con 7 tavole e 86 figure nel testo). Riassunto in *Arch. per le sc. med.*, 1882, V, pp. 44-72 e 97-115.

29. (1881). *Nuovo apparecchio del dott. Lestar per l'anestesia locale* (*Giorn. R. Acc. Med. di Torino*, 1881, anno XLIV, vol. 29, pp. 736-739, con una fig.).

30. — *Nuovo apparecchio di Pettenkofer e Voit nell'Università di Torino* (*Ibid.*, pp. 314-318).

31. (1881—82). (In collab. con D. Bajardi) *Ricerche sulle variazioni del tono nei vasi sanguigni dell'uomo* (*R. Accad. dei Lincei*).

32. (1881—82). (In collab. con Pellacani) *Sulle funzioni della vescica* (*Memorie Acc. dei Lincei*, vol. XII, serie 3ª, pp. 3-64, con 7 tavole e 11 fig. nel testo; e *Archives it. de Biol.*, I, 1882, pp. 97-128 e 291-324).
33. — *Ricerche sui movimenti dell'intestino* (*Ibid.*).
34. — Fondazione delle *Archives italiennes de Biologie.*
35. (1882—83). *Applicazione della bilancia allo studio della circolazione del sangue nell'uomo* (*Atti R. Accad. delle Scienze di Torino*, 1882, vol. XVII, pp. 534-535).
36. — *Sopra un nuovo metodo per studiare la circolazione del sangue nell'uomo per mezzo della bilancia.* X° Congr. med. it. in Modena.
37. — *Application de la balance à l'étude de la circulation chez l'homme* (*Arch. it. de Biol.*, V, p. 130).
38. — *Il sonno sotto il rispetto fisiologico ed igienico* (*Giorn. d. Soc. Italiana d'Igiene*, 1882, IV, n. 11-12).
39. — (In collab. con Guareschi) *Ricerche sulle sostanze estratte da organi animali e putrefatti* (*Atti R. Acc. delle Scienze di Torino*, vol. XVII, pp. 793-795).
40. (1883—84). (In collab. con Guareschi) *Recherches sur les ptomaïnes* (*Arch. ital. de Biol.*, II, p. 367; III, p. 241).
41. — (In collab. con Guareschi) *Ricerche fatte sulla piridina estratta dall'alcool amilico del commercio* (*R. Acc. di Med. di Torino*, 1883, vol. XXXI, p. 6).
42. — *Sopra un nuovo sfigmografo che scrive i cinquantesimi di secondo nella curva stessa del polso* (*Ibid.*, p. 82).
43. — *Ricerche sulla fisiologia della fatica* (*Ibid.*, p. 667).
44. — *Ricerche sulla temperatura del sangue fuori dell'organismo e l'influenza dei bacteri sulla medesima* (*Ibid.*, XXXII, p. 268).
45. — *La temperatura del sangue fuori dell'organismo* (*Congresso internaz. di medicina a Copenhagen*, agosto 1884).
46. (1884—85). *La paura.* Treves, 1884.
47. — *Die Furcht.* Hirzel, Lipsia.
48. — *Le precauzioni contro il colera e le quarantene* (*Nuova Antol.*, 1884, n. 18).
49. — *La respirazione dell'uomo sulle alte montagne* (*R. Accad. di Med. di Torino*). Volume in onore di C. Sperino, 1884.
50. — *La respirazione periodica e la respirazione superflua o di lusso* (*Mem. R. Acc. dei Lincei*, serie 4ª, vol. I, pp. 457-519, con 8 tavole e 21 figure nel testo).
51. — *Le Università italiane e lo Stato* (*Nuova Antol.*, 1884, n. 21).
52. — *Un'ascensione d'inverno sul Monte Rosa.* Treves, 1885.
53. (1886—87). *Fisiologia e patologia dell'ipnotismo* (*Nuova Antologia*, 1886, n. 13).
54. — *L'istruzione superiore in Italia* (*Ibid.*, n. 23).
55 (1886—88). *Ricerche sopra la struttura dei globuli rossi* (*R. Acc. di Med. di Torino*, anno L, vol. 35, p. 9).

56. (1886—88). *Alterazioni dei corpuscoli rossi e coagulazione del sangue* (*Ibid.*, pp. 77-81).
57. — *Alterazioni dei corpuscoli rossi del sangue.* Nota 1ª (*Rend. Reale Accad. dei Lincei*, vol. III, 1° sem., pp. 253-257).
58. — *Coagulazione del sangue.* Nota 2ª (*Ibid.*, pp. 257-264).
59. — *Alterazioni cadaveriche dei corpuscoli rossi e formazione del coagulo.* Nota 3ª (*Ibid.*, p. 315-322).
60. — *Come i leucociti derivino dai corpuscoli rossi del sangue.* Nota 4ª (*Ibid.*, p. 322-328).
61. — *Formazione del pus dai corpuscoli rossi del sangue.* Nota 5ª (*Ibid.*, pp. 328-334).
62. — *Degenerazione dei corpuscoli rossi del sangue.* Nota 6ª (*Ibid.*, p. 334-389).
63. — *Sulle leggi della fatica.* Discorso alla R. Accad. dei Lincei, 29 maggio (*Ibid.*, p. 425-431).
64. — *Degenerazione dei corpuscoli rossi nelle rane, nei tritoni e nelle tartarughe.* Nota 7ª (*R. Acc. dei Lincei*, vol. III, 2° sem., pp. 124-131).
65. — *Degenerazione dei corpuscoli rossi nel sangue dell'uomo.* Nota 8ª (*Ibid.*, pp. 131-138).
66. — *Quels sont les principes à recommander pour la rédaction d'un règlement international des épidémies.* Ber. ü. d. VI. Internat. Congr. f. Hyg. u. Demog. Vienna, 1887.
67. (1888—89). *Applicazioni del verde di metile per conoscere la reazione chimica e la morte delle cellule.* Nota 9ª (*R. Acc. dei Lincei*, vol. IV, 1° sem., pp. 419-427).
68. — *Esame critico dei metodi adoperati per studiare i corpuscoli del sangue.* Nota 10ª (*Ibid.*, pp. 427-433).
69. — *Il sangue nello stato embrionale e la mancanza dei leucociti.* Nota 11ª (*Ibid.*, pp. 434-442).
70. — *Il sangue embrionale di « Scyllium Catulus ».* Nota 12ª (*Ibid.*, pp. 489-497).
71. — *Un veleno che si trova nel sangue dei murenidi.* Nota 13ª (*Ibid.*, pp. 665-673).
72. — *Azione fisiologica del veleno che si trova nel sangue dei murenidi.* Nota 14ª (*Ibid.*, 1888, 1° sem., p. 419).
73. — *Il veleno dei pesci e delle vipere* (*Nuova Antol.*, 1888, n. 14).
74. — *Necrologio di Salvatore Tommasi* (*Archives ital. de Biol.*, 1888, X).
75. — *Le leggi della fatica studiate nei muscoli dell'uomo.* Memoria 1ª (*R. Acc. dei Lincei*, 1888, serie 4ª, vol. V, con 21 figure nel testo).
76. (1889—90). *L'espressione del dolore* (*Nuova Antol.*, vol. XXIII).
77. — *Ueber verschiedene Resistenz der Blutkörperchen* (*62 Versammlung deutscher Naturforscher u. Aerzte in Heidelberg.* 1890, p. 318).
78. — *Les lois de la fatigue étudiées dans les muscles de l'homme* (*Arch. ital. de Biol.*, vol. XIII).

79. (1889—90). *Ueber die Gesetze Ermüdung* (*Du Bois-Reymond's Arch. für Physiol.*, 1890, pp. 89-168).

80. — *Travaux du Laboratoire de Physiologie de l'Université de Turin*, année 1889. Turin, Loescher, 1890.

81. (1891—92). *La fatica*. Treves, Milano.

82. — *Die Ermüdung*. Hirzel, Leipzig.

83. — *Studi sulla pressione del sangue nell'uomo* (*R. Acc. delle Sc. di Torino*).

84. — *Studi sulla pressione del sangue nell'uomo* (*Atti dell'XI Congr. med. internaz. di Roma*, vol. II, Fisiol., p. 280).

85. (1892—93). *Les phénomènes psychiques et la température du cerveau* (*Philos. Transactions of the R. Society of London*, t. CLXXXIII e *Archives it. de Biol.*, 1893, XVIII, pagine 277-290, con 3 figure).

85[bis]. — *L'educazione fisica della donna*. Treves, 1892.

86. — *L'educazione fisica e i giuochi nelle scuole* (*Nuova Antologia*, vol. XXXVI).

87. — *La riforma della ginnastica* (*Ibid.*, 1892, n. 2).

88. (1893—94). *Die Temperatur des Gehirnes*. Veit u. C., Lipsia.

89. — *La temperatura del cervello*. Treves, Milano, 1893.

90. — *L'educazione fisica della gioventù*. Treves, Milano.

91. — *In onore di J. Moleschott*. Discorso pronunziato in occasione delle feste giubilari. (Nel volume: *In memoria di J. Moleschott*, Roma, 1894, Tipogr. delle Mantellate, pp. 103-127).

92. — *Commemorazione di J. Moleschott*, nel giorno dell'inaugurazione del nuovo Istit. di Fisiol. di Torino (*Ibid.*, pp. 137-143).

93. — *Necrologia di Ermanno Loescher* (*Archives it. de Biol.*, 1893, XVIII, pp. 333-335).

94. (1894—95). *Il freddo*. Conferenza alla sede del C. A. I. (*Bollettino del Club Alpino*, XXVII).

95. — *Brown-Séquard* (*Illustrazione italiana*, 1894, n. 19).

96. — *L'osservazione microscopica dei termometri* (*Ibid.*, p. 229).

97. — *Necrologia di Carlo Ludwig* (*Nuova Antol.*, 1895, n. 12; *Die Nation*, n[i] 38 e 39; *Revue Scientifique*, 27 juillet).

98. — *Studi sull'aria rarefatta* (*Congr. int. di fisiologia*, Berna).

99. — *Sphygmomanomètre pour mesurer la pression du sang chez l'homme* (*Arch. it. de Biol.*, 1895, XXIII, pp. 177-197 con 9 figure).

100. — *Ueber Turn und Spielplätze* (*Zeitschr. f. Turnen und Jugendspiel*, IV, n. 11).

101. — *Urteil über das deutsche Turnen* (*Zeitschr. f. Schulgesundheitspflege*, VIII).

102. — *Die Evolution der Turnkunst* (*Deutsch. Turnzeitung*).

103. (1896—97). *Mesmer et les origines de l'hypnotisme* (*Revue scientif.*, t. VI, p. 257).

104. — *Il passato e l'avvenire dell'educazione fisica* (*Nuova Ant.*, 1° marzo 1896).

105. — *Materialismo e misticismo*. Discorso inaugur. nella R. Univ. di Torino.

106. (1896—97). *Der Mensch auf den Hochalpen.* Veit e C., Leipzig.
107. — *Life of man on the high Alps.* Fischer Unwin, Londra.
108. — *Fisiologia dell'uomo sulle Alpi.* 1897, Treves, Milano.
109. — *Descrizione di un miotonometro per studiare la tonicità dei muscoli nell'uomo* (*Mem. R. Acc. delle Sc. di Tor.*, 1896, serie 2ª, vol. XLVI, pp. 93-120, con 16 figure nel testo, e *Archives it. de Biol.*, XXV, pp. 349-384).
110. (1897—98). *La riforma dell'educazione.* 1898, Treves, Milano.
111. (1898—99). *Fisiologia dell'uomo sulle Alpi.* Nuova edizione, 1898.
112. — *L'educazione fisica dei Romani e della gioventù italica* (*Nuova Antol.*, 1° novembre 1898).
113. (1899—1900). *La Conferenza internazionale per il catalogo della letteratura scientifica* (*Nuova Antol.*, dicembre 1898).
114. — *Pensiero e moto.* Conferenza all'Università di Worcester (Stati Uniti).
115. — *Influenza del simpatico nei fenomeni delle emozioni* (Ibid.).
116. (1900—1901). *La respirazione nelle gallerie e l'azione dell'ossido di carbonio.* Un volume in collab. con alcuni allievi di A. Mosso. Contiene le seguenti Memorie:
117. — *Azione dell'ossido di carbonio sul cuore* (pp. 238-265 con 10 figure nel testo).
118. — *La rassomiglianza del mal di montagna coll'avvelenamento per ossido di carbonio* (pp. 266-291, con 8 figure).
119. — *La morte apparente del cuore ed i soccorsi nell'avvelenamento per ossido di carbonio* (pp. 292-306, con 2 fig.).
120. — *Come agiscano sui polmoni l'ossido di carbonio e l'aria rarefatta* (pp. 307-318, con 2 figure).
121. — *Analisi dell'aria presa nel fumaiolo delle macchine durante la trazione nelle gallerie dei Giovi* (pp. 319-320).
122. (1901—1902). *La democrazia nella religione e nella scienza.* Treves, Milano.
123. — *Commemorazione del Prof. Alberto Gamba a Bologna.*
124. — *L'educazione della donna agli Stati Uniti* (*Nuova Antol.*, marzo 1902).
125. (1902—1903). *La fisiologia dell'apnea studiata nell'uomo* (*Mem. R. Acc. delle Scienze di Torino*, serie II, vol. LIII, pp. 367-386, con 21 figure; e *Archives it. de Biol.*, XL, pp. 1-30).
126. — *Mens sana in corpore sano*, 1903, Milano, Treves.
127. — Traduzione francese di *Mens sana in corpore sano.* Alcan, Paris.
128. — *L'apnea quale si produce nei cambiamenti nel corpo dell'uomo* (*Mem. R. Acc. Sc. Torino*, Serie II, vol. LIII, pp. 387-395, con 11 figure; e *Arch. it. de Biol.*, XL, pp. 31-43).
129 — *Travaux de l'année 1903 du Laboratoire scientifique international du Monte Rosa*, tomo I.
130. — *I movimenti respiratorî del torace e del diaframma* (*Ibid.*, pp. 397-435, con 43 figure; e *Arch. it. de Biol.*, XL, pp. 43-98).

131. (1902—1903). *Di un politecnico a Torino* (*Nuova Antol.*, dicembre 1903).
132. — (In collab. con G. Marro) *L'acapnia prodotta nell'uomo dalla diminuita pressione barometrica* (*R. Accad. dei Lincei*, vol. XII, 1° sem., pp. 453-459; e *Archives it. de Biol.*, XXXIX, pp. 387-394, con 2 fig.).
133. — (In collab. con Marro) *Analisi dei gas del sangue a differenti pressioni barometriche* (*Ibid.*, pp. 461-465; e *Archives it. de Biol.*, XXXIX, p. 395).
134. — (In collab. con Marro) *Le variazioni che succedono nei gas del sangue sulla vetta del Monte Rosa* (*R. Acc. dei Lincei*, vol. XII, 1° sem., pp. 466-67; e *Archives it. de Biol.*, XXXIX, pp. 402-416).
135. — *L'apnea prodotta dall'ossigeno* (*Atti R. Acc. delle Scienze di Torino*, vol. XXXIX, pp. 95-114, 1903, con 9 figure; e *Arch. it. de Biol.*, XLI, pp. 138-157).
136. — *La pausa dei movimenti respiratorî nell'asfissia* (*Rend. R. Acc. dei Lincei*, 1905, 2° sem., pp. 535-543, con 4 figure; e *Archives it. de Biol.*, XLI, pp. 169-183).
137. — *I centri respiratorî spinali e le respirazioni che precedono la morte* (*Rend. Acc. dei Lincei*, XII, 2° sem., pp. 584-596, con 9 figure; e *Arch. it. de Biol.*, XLI, pp. 169-183).
138. — *L'estensione degli eccitamenti respiratorî a centri spinali* (*Arch. di Fisiologia*, 1894, I, pp. 143-170, con 21 figure).
139. — *E. S. Marey.* Necrologia in *Arch. it. de Biol.*, 1904, XLI, pp. 439-498.
140. — (In collab. con Marro) *La respirazione dei cani e la polipnea termica sulla vetta del Monte Rosa. Analisi dei gas del sangue dopo un lungo soggiorno a 4500 metri* (*Giorn. R. Acc. di Medicina*, Torino, 1904, anno LXVII, vol. 52, pp. 65-82, con 6 figure; e *Arch. it. de Biol.*, XLI, pp. 357-374, con 6 figure).
141. — *Le oscillazioni interferenziali della pressione sanguigna* (*Atti R. Acc. delle Scienze di Torino*, vol. XXXIX, pp. 507-529, con 13 figure: e *Archives it. de Biol.*, XLI, pp. 257-270).
142. (1904—1905). *Azione dei centri spinali sulla tonicità dei muscoli respiratorî* (*R. Acc di Med. di Torino*, anno XLVII, volume 51, pp. 755-781; e *Arch. it. de Biol.*, XLI, pagine 111-136, con 14 figure).
143. — *Il male di montagna ed il vomito* (*Atti R. Acc. delle Scienze di Torino*, vol. XL. pp. 432-443, con 3 figure' e *Archives it. de Biol.*, XLIII, pp. 467-479).
144. — (In collab. con Pagliani) *I cambiamenti di forma del cuore per effetto della rigidità cadaverica* (*Scritti medici in onore di C. Bozzolo*).
145. — *La ventilazione rapida dei polmoni per mezzo di un apparecchio che funziona con aria compressa e rare-*

fatta (*Rend. R. Acc. Lincei*, 1904, 1° sem., XIII, pagine 167-174, con 7 figure; e *Archives it. de Biol.* XLI, p. 192).

146. (1904—1905). *Centri respiratorî spinali* (*R. Accad. dei Lincei*, vol. XIV).

147. — *Teoria della tonicità muscolare basata sulla doppia innervazione dei muscoli striati* (*Ibid.*, p. 174-180; e *Archives it. de Biol.*, XLI, pp. 183-191).

148. — *A propos des observations critiques relatives à la note « Théorie de la tonicité musculaire etc. »* (*Archives it. de Biol.*, 1904, XLI, pp. 331-336).

149. — *Esperienze fatte sulle scimmie colla depressione barometrica* (*Ibid.*, pp. 201-211; e *Arch. it. de Biol.*, XLI, pp. 384-397).

150. — *Esperienze fatte sulle scimmie a Torino e sulla vetta del Monte Rosa* (*Ibid.*, pp. 212-215, con 2 figure; e *Archives it. de Biol.*, XLI, pp. 397-405).

151. — *Come sulla montagna diminuisca la sensibilità per l'anidride carbonica inspirata* (*Ibid.*, pp. 519-528, e 12 fig.; e *Archives it. de Biol.*, XLI, pp. 426-438).

152. — *Nella depressione barometrica diminuisce la sensibilità per l'anidride carbonica* (*Ibid.*, pp. 591-597, con 3 figure; e *Archives it. de Biol.*, XLI, pp. 438-445).

153. — *La rapidità dello scambio gassoso nei polmoni. I. Durata della reazione per l'CO_2 inspirata. L'espirazione attiva* (*Ibid.*, pp. 529-534, con 4 figure; e *Archives it. di Biol.*, XLI, pp. 418-425).

154. — *L'arresto del respiro e le modificazioni della sua durata nell'aria rarefatta e sulle montagne* (*Ibid.*, pp. 597-608, con 10 figure; e *Archives it. de Biol.*, XLI, pp. 446-460).

155. — *Esperienze fatte sul Monte Rosa respirando ossigeno puro e mescolanze di ossigeno e anidride carbonica* (*Ibid.*, pp. 670-680; e *Archives it. de Biol.*, XLII, p. 114).

156. — *La diminuita tensione dell'ossigeno non basta per spiegare il sonno ed altri fenomeni che produconsi nelle forti pressioni barometriche* (*Ibid.*, pp. 680-687; e *Archives it de Biol.*, XLII, pp. 23-31).

157. — (In collab. con Galeotti) *L'azione fisiologica dell'alcool a grandi altezze* (*Ibid.*, 2° sem., pp. 3-12).

158. — *L'acapnia prodotta dalle iniezioni di soda nel sangue* (*Ibid.*, 2° sem., pp. 307-518, con 11 figure; e *Archives it. de Biol.*, XLII, pp. 186-199).

159. (1905—1906). *Dimostrazione dei centri respiratorî spinali per mezzo dell'acapnia* (*Ibid.*, 1905, 1° sem., pp. 249-255, con 5 figure; e *Archives it. de Biol.*, XLIII, p. 216).

160. — *Differenze individuali alla pressione parziale dell'ossigeno* (*Ibid.*, pp. 255-264, con 5 figure; e *Archives it. de Biol.*, XLIII, p. 197).

161. — *Depressione barometrica e pressione parziale del CO_2 nell'aria respirata. Esperienze fatte sulle scimmie* (*Ibid.*, p. 291-295, e *Archives it. de Biol.*, XLIII, p. 209).

162. (1905—1906). *La pressione del sangue nell'aria rarefatta* (*Ibid.*, p. 296-307, con 8 figure; e *Archives it. de Biol.*, XLIII, p. 340).

163. — *L'anidride carbonica come rimedio del male di montagna, e perchè nelle ascensioni aerostatiche questa debba respirarsi coll'ossigeno* (*Ibid.*, pp. 308-315; e *Archives it. de Biol.*, XLIII, p. 355).

164. — *Contributo alla fisiologia dei muscoli lisci* (*Mem. R. Acc. dei Lincei*, serie 5ª, vol. VI, pp. 560-594, con 27 figure; e *Archives it. de Biol.*, XLV, pp. 311-334).

165. — *La respirazione periodica quale si produce nell'uomo sulle Alpi e per effetto dell'acapnia* (*Memorie R. Acc. delle Scienze di Torino*, serie 2ª, t. LV, p. 27-68, con 22 figure; e *Archives it. de Biol.*, XLIII, pp. 81-133).

166. — *La difesa della patria e il tiro a segno.* Due discorsi in Senato, 1905. Milano, Treves.

167. (1906—1907). *Crani etruschi* (*Mem. R. Acc. delle Sc. di Torino*, t. LVI, p. 268-281, con 4 tavole).

168. — *Crani preistorici trovati nel Foro Romano* (*Notizie degli Scavi*, 1906, fasc. 1°, pp. 46-54, con 5 figure e 3 tavole).

169. — *Vita moderna degli Italiani.* Treves, Milano, 1906.

170. — *Idoli femminili e figure di animali dell'età neolitica* (*Memorie R. Acc. delle Scienze di Torino*, t. LVII, pagine 375-396, con una tavola).

171. (1907—1908). *Travaux du Laboratoire scientifique international du Mont Rosa*, t. II.

172. — *Escursioni nel Mediterraneo e gli scavi di Creta.* Treves, Milano, 1908.

173. — *Vertebre di pesci che servirono come ornamento e come amuleti nei tempi preistorici* (*Atti R. Acc. delle Scienze di Torino*, vol. XLII, p. 1161-1165).

174. — *Femori umani usati come collane o amuleti* (*Ibid.*, pagine 1151-1161).

175. — *Le armi più antiche di rame e di bronzo* (*R. Acc. dei Lincei*, Classe sc. mor., stor. e glott., serie 5ª, vol. XII, anno CCCIV, 1907).

176. — *Discorso inaugurale alla Società ginnastica di Torino* (*Il Ginnasta*, Roma).

177. (1908). *Una tomba preistorica a S. Angelo di Muscaro* (*Memorie R. Acc. d. Sc. di Torino*, t. LIX, pp. 421-432, con 22 figure ed una tavola).

178. — *Le ricerche sperimentali sulle Alpi* (Discorso nella Seduta Reale dell'Accademia dei Lincei, 7 giugno 1908).

179. (1909—1910). *Villaggi preistorici di Caldare e Cannatello presso Girgenti* (*Monumenti antichi dei Lincei*, vol. XVIII).

180. — *La stazione preistorica di Coppa Nevigata presso Manfredonia* (*Ibid.*).

181. — *L'uomo sulle Alpi*, 3ª edizione. Treves, Milano.

182. — *Le origini della civiltà mediterranea.* Treves, Milano.

Gli Accademici Segretari
CORRADO SEGRE.
GAETANO DE SANCTIS.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 14 Maggio 1911.

PRESIDENZA DI S. ECC. IL COMM. PAOLO BOSELLI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Manno, Direttore della Classe, Rossi, Cipolla, Pizzi, Ruffini, Stampini, Sforza, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli e De Sanctis, Segretario. — È scusata l'assenza del Socio Renier.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 30 aprile 1911.

È presentato lo scritto del Socio corrispondente Giuseppe Biàdego, *Per una lettera dell'autore del Pastor Fido*, estr. dagli " Atti del R. Istituto Veneto ", t. LXX, p. 2ª, Venezia, 1911, dall'autore offerto in omaggio all'Accademia.

Il Socio Cipolla offre per le *Memorie* accademiche una sua monografia su *Le fazioni politiche di Bologna e i signori di Lombardia (1293-1299)*. La Classe, presa cognizione del lavoro del Cipolla, ne delibera con voto unanime l'inserzione nelle *Memorie*.

Per gli *Atti* il Socio De Sanctis presenta una Nota intitolata: *Ancora il decreto di Cn. Pompeio Strabone*.

LETTURE

Ancora il decreto di Cn. Pompeio Strabone.

Nota del Socio GAETANO DE SANCTIS.

E. Pais illustrando il decreto di Gneo Pompeio Strabone pubblicato dal Gatti (1) asserì che si tratta d'un " documento non completo „. " La prova indiscutibile di ciò (egli scriveva) è fornita dal fatto che in esso non si indica il luogo ed il tempo in cui il decreto fu pronunciato „ (2). Illustrando alla mia volta la stessa epigrafe osservai che v'è tutto lo spazio per la indicazione del tempo e del luogo nella parte mancante all'angolo superiore destro: che il documento, tolte le rotture agli angoli, è integro, e le dimensioni stesse della lamina mostrano ch'essa sta da sè (3).

Il Pais ha risposto a lungo, alternando derisioni ed argomentazioni ed insistendo " nell'escludere che ivi vi fosse luogo per accogliere le indicazioni del luogo e della data „ (4). Delle derisioni non è il caso di discorrere, anche perchè sarebbe, oggi, superfluo. Delle argomentazioni neppure: perchè a smentirle è venuto in luce il frammento mancante della epigrafe (5). E in esso, conforme in sostanza a' miei supplementi, è per l'appunto la indicazione del tempo e del luogo: [*in castre*|*is apud Asculum a. d. XIV K. Dec.* Dopo di che nessuno potrà dubitare più della " assoluta integrità della insigne lamina „ (6). E le conclusioni

(1) " Bull. archeol. comunale „, XXXIII (1908), p. 169 segg.

(2) " St. storici per l'ant. classica „, II (1909), p. 54 segg.

(3) " Atti dell'Acc. delle scienze „, XLV (1909-10), p. 144 segg.

(4) " Rend. dell'Acc. dei Lincei „, 1910, p. 72 segg.; " St. storici „, III (1910), p. 54 segg.

(5) " Bull. archeol. comunale „, XXXV (1910), p. 273 sgg.

(6) Gatti, l. cit., p. 280.

tratte dalla pretesa non integrità cadono da sè. E ne rimane confermato il commento giuridico che, d'accordo col Gatti e col prof. E. Costa, avevo dato anch'io della iscrizione. Come ha assai bene mostrato il Costa in una breve ma acuta noterella (1), le nostre osservazioni sulla piena legalità della concessione di cittadinanza fatta da Cn. Pompeio sono ora " ribadite dalle nuove indicazioni della *praescriptio* „.

Sopra un punto peraltro è necessario che io rettifichi quel che il Païs dice. Egli osserva che la *lex Antonia de Termessibus*, è incisa su di una tavola di bronzo di proporzioni e forme molto analoghe al nostro decreto; e lo stesso deve dirsi della *lex Cornelia de quaestoribus*. Eppure queste tavole sono le prime rispettivamente di due serie di tavole. Ignorando ciò io avrei dimostrato avventatezza e impreparazione (p. 68). Ma basterà osservare che il decreto di Pompeio misura cm. 0.29 × 0.515, la *lex de Termessibus* cm. 0.81 × m. 1.05, la *lex Cornelia* cm. 0.80 × 1.07. Potrà quindi trovar giustificate le censure del Pais contro le mie osservazioni intorno alle dimensioni della lamina solo chi ritenga che la matematica è una opinione. — Purtroppo argomenti matematici non posso addurre a proposito d'un'altra sua asserzione. Egli trova assurda, ridicola, incredibile la ipotesi che solo trenta cavalieri spagnuoli fossero nell'esercito di Strabone (p. 68 segg.). A me pare assurda la negazione di tale possibilità: dico possibilità, chè di questa soltanto ho parlato: e poichè logomachie non giovano e *testis nemo adest*, lasciamo pure che ciascuno giudichi da sè *utri convenit credere*.

Nella chiusa il Pais, invocando l'autorità di A. Grenier, mi domanda quale è il mio metodo. Ad A. Grenier ho risposto, credo, quanto basta (2), e non voglio per mio conto riaprire un

(1) *Ancora sopra il decreto di Pompeo Strabone e la " lex Iulia de civitate* „, " Rend. dell'Acc. delle Scienze di Bologna „, Cl. di scienze morali, sessione del 26 aprile 1911.

(2) *Per la scienza dell'antichità* (Torino, 1909), p. 46. Vedi la leale smentita che la direzione stessa del " Journal des Savants „ ha dato al sig. Grenier per l'unico preteso errore di fatto ch'egli ha creduto di notare nella mia *Storia dei Romani*, ivi, 1909, p. 46; e cfr. i miei articoli su *La légende historique des premiers siècles de Rome*, nello stesso " Journal „, 1909, p. 126 segg., 205 segg., 1910, p. 310 segg.

incidente ormai chiuso. Al Pais rispondo che nel reintegrare le iscrizioni, il mio metodo richiede che si tenga conto della conservazione dei margini e delle ragioni dello spazio. Dopo tutto è un metodo che qualche volta mi conduce, pare, a risultati abbastanza soddisfacenti. C'è appena bisogno di dire che non mi viene neppure in mente di valermi di questo fortunato trovamento, che mi dà ragione in un singolo caso contro il Pais, per argomentare contro il suo metodo di ricerca in generale, o, peggio, contro la sua competenza d'epigrafista, sulla quale non ho mai espresso alcun dubbio. Ma forse esso può tutti ammaestrarci a rispettare chi cerca il progresso della scienza per vie diverse da quelle che noi battiamo (1).

(1) Colgo questa occasione per esprimere la mia soddisfazione che sia venuta meno ogni ragione di disputare col Pais, sopra un punto in cui più dovetti esprimere il mio dissenso dalla sua *Storia di Roma*. Egli scriveva (I, 2, p. 716): " Il popolo romano-sabello, ben lungi dal riconoscere la fresca sua origine, che non risaliva, nell'ipotesi più favorevole, al di là della prima metà del V secolo, nello schema costante dell'annalistica, non solo la riconnetteva con dei ed eroi, come Enea, Marte e Romolo, ma, etc. ". " A me non è mai venuto in mente di affermare (scrive egli ora " Studi storici ", II, p. 360) che le origini del popolo romano si debbano fissare alla metà del V secolo ". E soggiunge parole le quali dimostrano che, pur non credendo si possa determinare l'epoca delle origini dei Romani, le ritiene però anteriori, e di parecchio, al V secolo. Siamo in tutto e per tutto d'accordo; e poco importa che egli abbia così buon giuoco contro argomenti miei, i quali, di fatto, non valgono contro la teoria da lui ora professata perchè erano diretti contro una sua teoria molto diversa.

L'Accademico Segretario
GAETANO DE SANCTIS.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 21 Maggio 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE LORENZO CAMERANO
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Naccari, Direttore della Classe, D'Ovidio, Spezia, Peano, Jadanza, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona, Mattirolo, Somigliana, Fusari e Segre Segretario.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Il Presidente presenta l'opera in 4 volumi, *Scritti editi ed inediti del Generale Giovanni Cavalli*, inviata per incarico di S. E. il Ministro della Guerra, dalla Commissione che ne curò la pubblicazione.

Presenta inoltre in omaggio, da parte dell'autore, l'opuscolo: E. Schwoerer, *Les phénomènes thermiques de l'atmosphère*, con un *Rapport* che ne ha fatto E. Bouty all' “ Académie des sciences „ di Parigi.

Il Socio Mattirolo presenta in dono la sua Nota: *Nuovi materiali scientifici pervenuti in dono al R. Istituto botanico di Torino 1903-1910.*

Vengono presentate per gli *Atti* le seguenti Note:

A. Roccati, *La Mollieresite. Anagenite gneissificata del vallone Marges presso Mollieres (Alpi Marittime)*, dal Socio Spezia;

C. Burali-Forti, *Sopra una formula generale per la trasformazione di integrali di omografie vettoriali*, dal Socio Peano;

G. Pagliero, *I numeri primi da 100 000 000 a 100 005 000*, dal Socio Peano.

Il Socio Fusari presenta, per la pubblicazione nei volumi delle *Memorie*, un lavoro del Dott. Carlo Foà, *Sulle cause del ritmo respiratorio*. Vengono incaricati di riferirne alla Classe i Soci Fusari e Camerano.

In seduta privata si procede poi alla nomina di un delegato al Consiglio di Amministrazione dell'Accademia. Viene riconfermato il Socio Jadanza per un nuovo triennio.

LETTURE

La Mollieresite.

Anagenite gneissificata del vallone Marges presso Mollieres (Alpi Marittime).

Nota di ALESSANDRO ROCCATI.

(Con una Tavola).

Il Prof. Federico Sacco nella sua recente Memoria sul Gruppo dell'Argentera (1), nella quale viene minutamente illustrata la Geologia e la Tettonica di una gran parte delle Alpi Marittime, richiamò l'attenzione sopra una interessante e curiosa formazione (da lui riferita al Permo-carbonifero), esistente in una ristretta zona del territorio di Mollieres. Tale formazione era già stata sommariamente accennata dal Franchi (2) parlando del Permiano, con puddinghe, breccie, arenarie e scisti filladici, in quella località, e posteriormente dal Léon Bertrand (3), il quale però, limitando il suo studio essenzialmente al territorio francese delle Alpi Marittime, non fece che riportare quanto era stato scritto dal Franchi in proposito.

Si tratta dell'affioramento di una roccia d'origine evidentemente clastica-conglomeratica, ove è specialmente interessante la natura del cemento che tiene uniti i ciottoli, poichè esso è di natura gneissica, corrispondendo assolutamente per la sua

(1) F. Sacco, *Il Gruppo dell'Argentera*, " Memorie della R. Acc. delle Sc. di Torino ", Serie II, Tom. LXI, 1910 (Con carta geologica all'1 : 100.000 e sezioni geologiche).

(2) S. Franchi, *Relazione sui principali risultati del rilevamento geologico nelle Alpi Marittime eseguito nelle campagne 1891-92-93*, " Boll. Com. Geol. Ital. ", 1894. — Id., *Osservazioni sopra alcuni recenti lavori sulla Geologia delle Alpi Marittime*, " Boll. Com. Geol. It. ", 1907.

(3) Léon Bertrand, *Étude géologique du Nord des Alpes Maritimes*, " Bulletin des Services de la Carte géologique de la France et des Topographies souterraines ", N. 56, Tom. IX, 1897-98.

composizione a quella dei caratteristici *gneiss arcosici* od *anagenitici*, così ampiamente sviluppati nella parte superiore della formazione cristallina, che costituisce il massiccio gneissico dell'Argentera (1), da alcuni autori, specialmente francesi, chiamato anche, ma meno propriamente, massiccio del Mercantour.

Il tipo litologico di Mollieres non è del resto assolutamente nuovo, poichè consimili *conglomerati gneissificati* (corrispondenti ordinariamente ai terreni del Carbonifero) furono già segnalati ed anche descritti in altri punti delle Alpi (2), così ad esempio nella valle della Germanasca, nell'alta valle d'Aosta, nella Savoia, in Vallorsine e nel materiale morenico del sottosuolo di Ginevra, ecc.

Io ebbi occasione di vedere i conglomerati gneissificati di tutte le località sopra indicate direttamente in posto, oppure sopra esemplari staccati, ma è mia impressione che in nessun caso essi presentano un così caratteristico aspetto (3), per cui con ragione il Sacco (loc. cit.) propose, per indicare la roccia di Mollieres, il nome speciale di *mollieresite*. Questa poi viene ad assumere un'importanza particolare nelle formazioni permo-carbonifere delle Alpi Marittime, perchè costituisce un vero anello di congiunzione fra le *anageniti* tipiche, così ampiamente e potentemente diffuse nella zona sud-orientale del Gruppo dell'Argentera (nelle quali anageniti il cemento esistente fra i ciottoli è di natura silicea o micaceo-metamorfico), ed i *gneiss arcosici*, a cui accennavo sopra. Per molti di questi infatti è difficile il dire con sicurezza se si tratti semplicemente di gneiss fortemente cataclastici, oppure di gneiss arcosici. quindi roccie clastiche, mentre hanno per lo più composizione mineralogica e struttura,

---

(1) F. Sacco, *Il Gruppo dell'Argentera*, loc. cit.

(2) V. Novarese, *Sul rilevamento geologico eseguito nel 1894 in Valle della Germanasca (Alpi Cozie)*, " Boll. Com. Geol. Ital. ", 1895.

F. Sacco, *Il Gruppo del Cenisio-Ambin-Fréjus*, Studio geologico applicato al progetto di una nuova galleria ferroviaria tra la Valle della Dora Riparia e la Valle dell'Arc (Pubblicazione del Comitato Pro Cenisio). Torino, 1910.

(3) Fra i conglomerati gneissificati da me esaminati quello che mi pare più rassomigli alla roccia di Mollieres sarebbe quello di Vallorsine, di cui blocchi e ciottoli furono pure ultimamente trovati nelle formazioni moreniche antiche del sottosuolo di Ginevra.

che corrispondono a quelle del materiale funzionante da cemento nella Mollieresite. Sopra queste interessanti roccie sto del resto preparando uno speciale studio, prendendo a tipo le formazioni della regione del Monte Bego, nell'alta valle della Roja.

La Mollieresite non ha grande sviluppo, poichè sembra esistere in un unico affioramento a sud di Mollieres e quivi non ha neppure estensione notevole; infatti essa è limitata alla cresta rocciosa compresa fra la Punta Barnon (2368 m. sul livello del mare) e la Testa Marges (2551 m.) nel versante sinistro (orientale) della cerchia terminale del vallone Marges, le cui acque vanno a confluire nel torrente di Mollieres (affluente della Tinea) quasi di fronte a questa remota frazione del comune di Valdieri, il cui accesso vien reso specialmente poco agevole dal fatto che si trova oltre lo spartiacque, sul versante francese delle Alpi Marittime e senza, si può dire, comunicazione diretta con il capoluogo.

L'affioramento in posto della roccia si estende per circa mezzo chilometro, ma essa forma una abbastanza estesa zona di detrito di falda con numerosi e grandi blocchi staccati, nei quali la natura conglomeratica della formazione è resa evidentissima dall'azione degli agenti atmosferici. Essi infatti, facendosi sentire più intensamente sulla parte cementante che non sugli inclusi, fanno sì che questi sporgono ovunque alla superficie e si trovano anche staccati del tutto nel detrito minuto.

Lo scorso estate percorrendo la pittoresca ed interessante regione ebbi occasione di raccogliere una buona quantità di materiale, che, unito a quello già precedentemente raccolto dal Prof. Sacco, mi permette ora di presentare una nota illustrativa nel riguardo litologico della formazione, quale complemento a quanto già ne scrisse il Sacco (1) circa la geologia e la tettonica.

Alcune fotografie (figg. 6, 7, 8) prese allora sul posto mi permettono di unire al lavoro una tavola, che aggiungerà certamente valore dimostrativo al mio scritto; alle fotografie della roccia *in situ* altre (figg. 1, 2, 3, 4, 5) ne ho aggiunte, in grandezza naturale, tratte da esemplari staccati, che stanno a far vedere sempre meglio la natura clastico-conglomeratica della

(1) F. Sacco, *Il Gruppo dell'Argentèra*, loc. cit.

formazione. Ad indicare poi la esatta posizione geologica e stratigrafica di questa non sarà inopportuno riportare qui le parole stesse del Prof. Sacco nel suo lavoro già citato (pag. 7):

" .... se dalla regione di Colle Ferriera, dove gli schisti " gneissici sono fortemente inclinati a N.-E., ci dirigiamo verso " Punta Barnon, dopo esser discesi per un certo tratto lungo " la dorsale di Testa Marges (dove detta inclinazione è anche " di 60°), vediamo che, verso 2450 m. s. l. m., tra tali schisti " gneissici si intercalano zone di *facies* anagenitica, già accen- " nate dal Franchi.

" Però queste anageniti hanno nulla a che fare colle tipiche " anageniti del Trias inferiore...; sono invece rappresentate da " elementi rotondeggianti (veri ciottoli) od angolosi, di varia " forma, di natura essenzialmente granitica o quarzitica, più di " rado gneissica, di grossezza variabile (da una ventina a pochi " centimetri di diametro), talora chiaramente frantumati e con " i frammenti risaldati in seguito, tutti perfettamente inglobati " e cementati da una pasta gneissica, analoga a quella della " circostante formazione; tale pasta gneissica, a struttura ca- " taclastica, talora quasi arcsoica, con le sue ondulazioni si " adatta assai bene a tutte le irregolarità prodotte dalla forma " dei cogoli inglobati, provandoci in modo evidente che la sua " gneissificazione si è compiuta quando essa già inglobava e rav- " volgeva detti cogoli. Perciò io indicherei questa curiosa roccia " con il nome di *Anagenite gneissificata* o *gneissica*, appunto per " precisarne la natura litologica speciale e per distinguerla dalle " solite anageniti tanto estese a S.-E. del Gruppo dell'Argen- " tera, o più sinteticamente la designerei con il nome di *mol- " lieresite.*

" Sul sito osservando le grandi lastre, e specialmente la " testata rotta degli strati, la natura clastica (ciottolosa o ciot- " toloso-breccioide) di questa roccia riesce evidentissima, più che " non nei campioni, per quanto ne abbia raccolti molti, e rela- " tivamente grandi, dato l'interesse loro.

" Tali schisti gneissico-anagenitici, o *mollieresitici*, alternati " con i soliti strati gneissici e con qualche schisto brunastro, " che al microscopio appaiono talora come arcosi laminate, si " sviluppano in direzione N.-N.O.-S.-S.E. all'incirca e con incli- " nazione di 40°-45°, sino alla Punta Barnon (2368 m. s. l. m.),

" dove essi vengono coperti da zone svariate di schisti lucidi " grigio-verdicci e di gneiss, ora granitoidi, ora invece mica- " schistosi ".

Prima di passare alla descrizione della mollieresite è però conveniente indicare brevemente la natura e composizione degli schisti gneissici, che la ricoprono o che si intercalano localmente ad essa, avendosi graduale ed evidente passaggio dall'uno all'altro tipo di roccia.

Questi schisti gneissici hanno cristallinità spiccata, con schistosità generalmente ben netta, anzi alle volte nettissima, passando tali roccie a vere *filladi*; sono allora essenzialmente ricche di un minerale micaceo metamorfico con aspetto di *sericite*, che si associa per lo più a *clorite*.

Il minerale micaceo è talora così abbondante che la roccia potrebbe indicarsi come *sericitoschisto*; ne consegue allora una facile divisione in lastre anche di piccolo spessore (fenomeno che si produce pure naturalmente sotto l'azione degli agenti meteorici), con superficie di schistosità lucenti, fibrose, con caratteristico aspetto sericeo. In altri tipi invece il minerale micaceo (1) è meno abbondante, la roccia assume una struttura piuttosto granulare, la schistosità diventa meno facile e meno evidente e si ha passaggio così a *gneiss psammitici*.

Qualunque sia la struttura, l'esame microscopico non lascia però mai alcun dubbio sull'origine clastica di questi schisti, che potrebbero quindi indicarsi con il nome di *gneiss anagenitici* o *gneiss arcosici* od anche semplicemente *arcosi*, e che sono perfettamente simili a quelli che si incontrano in parecchi altri punti della formazione cristallina e specialmente nell'alta valle della Roja, ove sono direttamente sovrapposti ai gneiss tipici. È del resto un fatto degno di nota, come già fece rilevare il

(1) Anche per gli schisti gneissici della regione di Mollieres, e questo per i motivi già da me indicati in un precedente lavoro, parlando di roccie analoghe esistenti nell'alta valle della Roja (*Il supposto porfido rosso della Rocca dell'Abisso* (*Alpi Marittime*), " Atti R. Acc. d. Scienze di Torino ", vol. XLIV, 1909), non sono alieno dall'ammettere che il minerale micaceo metamorfico non sia sempre da considerarsi come sericite, ma che possa talora esser anche rappresentato da *paragonite*.

Léon Bertrand (1), che se l'aspetto di tutte queste roccie varia esternamente di molto da luogo a luogo, si ha nondimeno una grande unità di composizione, come è logico ammettere che si abbia pure riguardo all'origine.

La massa della roccia si rivela in ogni caso formata da elementi granulari, tondeggianti o più o meno breccioidi, tenuti insieme da cemento vario: siliceo, micaceo-sericitico, oppure di aspetto argilloso, con poca o nulla azione sulla luce polarizzata, sovente inquinato da sostanza cloritosa o da limonite. In qualche caso, benchè più di rado, la sostanza cloritosa funziona direttamente ed esclusivamente da cemento, spingendosi anche a riempire le fessure dei granuli. Questi sono prevalentemente di *quarzo*, mentre scarseggia il feldspato, specialmente plagioclasio, fatto che ritengo sia collegato con l'origine clastica delle roccie in esame, poichè dal feldspato deve provenire il minerale micaceo metamorfico e la sostanza caolinosa, che abbiam visto sopra funzionare da cemento.

I granuli di *quarzo* sono per lo più tondeggianti, talora apparendo spezzati e come ricementati da altro quarzo finissimamente granulare, o dal minerale micaceo od anche da clorite. Non di rado grani che a luce ordinaria sembravano omogenei, a luce polarizzata si risolvono in aggregati di grani minori con differente orientazione, fatto che del resto è comune anche nelle roccie gneissiche del Massiccio dell'Argentera. Come già in queste, si osserva nel quarzo degli schisti la estinzione ondulata e frequenti inclusioni di *zircone*.

Il *feldspato*, sempre più o meno alterato, è rappresentato da *ortosio* e *plagioclasio*; il primo è però normalmente meglio conservato del secondo e non mancano anzi grani di ortosio in cui la conservazione è perfetta. Esso è in geminati con legge di Karlsbad oppure privo affatto di geminazione; comune vi è la estinzione ondulata e sono abbondanti le inclusioni, specialmente di quarzo. Notevole infine è il fatto che qualche granulo presenta distinta la " structure vermiculée ", che, come già il

(1) Léon Bertrand, *Étude géologique du nord des Alpes Maritimes*, " Bulletin des services de la Carte etc. ", loc. cit.

Franchi (1), ho potuto osservare nel feldspato di molte varietà di gneiss della regione (2).

Il *plagioclasio* non soltanto sembra più raro dell'ortosio, ma è anche sempre più profondamente alterato con trasformazione in caolino oppure nell' identico minerale micaceo che si vede nella roccia funzionare da cemento. Quando vi appariscono ancora traccie della geminazione primitiva, questa sembra essere stata esclusivamente quella dell'albite con striature fine e stipate, non di rado con distorsioni, rotture e spostamenti, che stanno ad indicare le forti azioni meccaniche subite dal minerale.

Dei componenti, i quali esistettero in origine negli gneiss che diedero il materiale di queste roccie clastiche, si osservano ancora qua e là frustoli o lamine di mica, *biotite* e, meno comunemente, *muscovite*. È questo un fatto evidentemente anche in rapporto con la natura dei gneiss del Massiccio dell'Argentera, nei quali la biotite è sempre la mica predominante.

Ora la pasta gneissica che funziona da cemento nella mollieresite ha esattamente la composizione mineralogica che ho indicata; anzi si può ritenere che tra gli schisti gneissici e l'anagenite gneissificata, che forma la mollieresite, non vi sia distacco, ma bensì un passaggio graduale visibile non solo al microscopio, ma anche nell'esame macroscopico della roccia, specialmente in posto.

Infatti se come termine estremo noi abbiamo la mollieresite a grossi elementi, costituita cioè dalla cementazione di ciottoli o di frammenti più o meno angolosi, aventi diametro fin di 20 ed anche più centimetri, insieme a questi sempre sono inglobati altri frammenti molto minori, di pochi centimetri od anche solo millimetri di diametro. Ora, come succede in parecchi punti, quando questi frammenti minuti sono esclusivamente presenti, si passa ad un tipo di roccia che corrisponde alle anageniti minute, arrivando così insensibilmente ai gneiss anagenitici o psammitici, ove la struttura frammentaria è soltanto più

(1) S. Franchi, *Relazione sui principali risultati*, ecc., loc. cit.

(2) A. Roccati, *Ricerche petrografiche sulle Valli del Gesso* (*Valle delle Rovine*), " Atti R. Acc. d. Sc. di Torino ", vol. XXXIX, 1904.

visibile al microscopio, tutte queste diverse roccie, differenti per struttura, avendo però un'identica origine clastica.

I ciottoli della mollieresite, come si è detto sopra, sono negli affioramenti superficiali sempre ben visibili, anche quando sono di piccole dimensioni, e ciò perchè gli agenti meteorici hanno un'azione notevolmente maggiore sulla parte che funziona da cemento; quindi ovunque, in posto, si vedono detti ciottoli sporgere, anche fortemente, alla superficie (Vedi tavola, figg. 5, 6, 7). Nell'interno della roccia è invece sovente difficile il segnare i limiti dei ciottoli e frammenti, tanto sono intimamente impastati con la massa fondamentale, facendo quasi corpo con essa ed essendo sovente di natura litologica analoga. L'aderenza è tale tra cemento e ciottoli che cercando di frantumare la roccia si possono vedere a spaccarsi i ciottoli, anzichè, come però succede anche non di rado, staccarsi nel contatto con la massa fondamentale. Quando si osservino isolati tali ciottoli, si verifica che molti di essi presentano ancora la loro superficie lucida, con tinta esternamente più scura, esattamente come si osserva nei ciottoli di natura alluvionale o negli elementi dei conglomerati recenti.

La parte gneissica che funziona da cemento ha, ed è naturale data l'origine della roccia, struttura clastica; infatti nell'esame al microscopio vi si ritrova la struttura e la composizione che ho già indicato parlando degli schisti gneissici associati alla mollieresite. Si hanno cioè granuli o piccoli frammenti, prevalentemente di *quarzo*, subordinatamente di *feldspato*, con pochi frustoli o lamine di *biotite* o *muscovite*, il tutto cementato da materiale siliceo-argilloso con più o meno abbondante il minerale micaceo metamorfico, che sovente si addensa nel contatto con i ciottoli avvolgendoli e disponendosi intorno ad essi con struttura come fluidale.

Tra il feldspato è ancora qui l'*ortosio* che sembra predominare, essendo in grani talora perfettamente conservati e geminati con legge di Karlsbad; riscontrai pure in qualche individuo ben distinta la " structure vermiculée ", anzi in un caso quel tipo speciale che ho descritto e figurato per il gneiss del Vallone delle Rovine (1).

(1) *Ricerche petrografiche*, ecc. (*Valle delle Rovine*), loc. cit.

Passando ora all'esame dei ciottoli e frammenti che entrano a costituire la mollieresite, dall'esame dei molti esemplari che hanno servito di base a questo studio, come anche dal prolungato esame che feci a suo tempo, sul luogo, della formazione, le roccie da cui sono formati mi pare si possano, per grado di frequenza, ordinare nel seguente modo:

Quarzo ialino o *latteo, Quarzite, Aplite, MicrOgranito, Gneiss a muscovite, Gneiss a due miche, Gneiss micaceo anfibolico.*

Oltre a queste roccie di tipo nettamente cristallino, originario, si hanno pure con una certa frequenza nella mollieresite ciottoli e frammenti provenienti da roccie clastiche e così *argilloschisto metamorfico, schisto nero, arcosi.*

I caratteri litologici di queste diverse roccie sono brevemente i seguenti:

Quarzo ialino o bianco-latteo, del tipo comunissimo in forma di filoni, banchi, lenti, ecc. in tutta la formazione gneissica del Gruppo dell'Argentera.

Quarziti, di cui un tipo granulare senza schistosità apparente ed un altro (*quarzite micacea*) con abbondante muscovite e schistosità evidente.

Aplite, afanitica, compatta, di color bianco, priva di mica o con poche laminette di muscovite; alcuni ciottoli sono di roccia a struttura cataclastica molto pronunziata.

Corrisponde perfettamente al tipo di roccia che si incontra a formare dicchi o filoni più o meno potenti in molti punti del massiccio gneissico.

Gneiss a muscovite a grana fina e schistosità distinta; è roccia per lo più a profonda struttura cataclistica, ricca di quarzo e di muscovite; corrisponde abbastanza bene alla quarzite micacea sopra indicata, dalla quale differisce per la presenza del feldspato (ortosio e plagioclasio).

Microgranito, finamente granulare, a struttura cataclistica, contenente muscovite e biotite; anche questa roccia corrisponde ad un tipo che s'incontra nel massiccio gneissico con giacitura analoga a quella dell'aplite.

Gneiss a due miche, che si può ritenere l'equivalente del gneiss formante le parti centrali del nucleo gneissico dell'Argentera e che affiora nell'alta valle delle Rovine, nel vallone di S. Giacomo, in quello delle Finestre, dell'Alta Gordolasca, ecc.

Qualche ciottolo si presenta inquinato da un pigmento violaceo, che sembra provenire dall'alterazione della biotite, con un fenomeno analogo a quanto ho avuto già (1) occasione di indicare per altre roccie della regione.

Gneiss micaceo-anfibolico, con struttura e composizione analoghe al precedente, ma in cui, come in consimili tipi di roccia della formazione gneissica, l'orneblenda sostituisce parzialmente la biotite.

Argilloschisto metamorfico, di color grigio o verde chiaro e con schistosità più o meno evidente, ricco in quarzo finamente granulare.

Schisto nero, carbonioso, a struttura schistosa molto netta; corrisponde ad un tipo di roccia che s'incontra in parecchi punti del gruppo dell'Argentera, fra cui presso Belvédère in Val Gordolasca, ove il Léon Bertrand (2) lo considera come rappresentante del Carbonifero superiore (*stefaniano*).

Arcosi, minutamente granulari, con mica più o meno abbondante.

La natura della mollieresite, come del resto quella degli svariati schisti gneissici (arcosici ed anagenitici), ed analogamente pure quella delle anageniti tipiche, roccie tutte così strettamente collegate nella loro origine clastica, non lascia alcun dubbio sull'esistenza, durante il Paleozoico, di un massiccio emerso sito a poca distanza dalle attuali formazioni anagenitico-schistose, e la cui degradazione avrebbe appunto fornito ad esse il materiale costitutivo.

(1) *Il supposto porfido rosso della Rocca dell'Abisso*, loc. cit.

(2) *Étude géologique du nord des Alpes Maritimes*, loc. cit

Neppure mi pare dubbio che di questo massiccio allora emerso almeno una parte ci sia attualmente rappresentata dal gruppo gneissico dell'Argentera; è questa del resto anche l'opinione di quanti si occuparono della Geologia dell'importante zona delle Alpi Marittime, come Franchi, Léon Bertrand, Sacco, ecc. D'altronde una prova chiarissima del fatto l'abbiamo nella natura mineralogica e litologica delle dette formazioni.

Quello però che, a proposito della mollieresite, mi pare opportuno rilevare, poichè è fatto non privo d'importanza geologica, si è la frequenza dei frammenti di aplite, mentre invece non è assolutamente presente il granito bianco a grossi elementi, che pure è una caratteristica litologica del Gruppo dell'Argentera. Infatti tale granito si estende attualmente ad un'area di circa 12 chilometri di lunghezza (N.O.-S.E.) per 10 di larghezza trasversale (1), affiorando potentemente nei dintorni immediati di Mollieres, essendo anzi per buona parte scavato in esso il vallone superiore del torrente Mollieres, come interamente quello di Saleses. Io credo che la spiegazione di tale mancanza si possa avere soltanto ammettendo che alla fine del Paleozoico la massa granitica non doveva ancora esser spogliata dal manto, certamente potente, di gneiss, che inizialmente la dovette ricoprire e che soltanto in seguito fu asportato dagli intensi fenomeni di denudazione a cui andò soggetta la formazione.

La messa allo scoperto del granito in questione sembra del resto doversi ritenere come un fenomeno molto posteriore, poichè neppure nelle anageniti tipiche, così caratteristiche della regione, e che si è d'accordo nel riferire al Permiano, ma che molto probabilmente rappresentano pure, secondo l'opinione del Prof. Sacco, in parte il Trias inferiore; non compariscono mai frammenti o ciottoli di tale granito.

Nella calotta gneissica ricoprente il granito, che vi doveva esser compreso quale una enorme laccolite, dovevano spingersi numerose apofisi di aplite (ultima manifestazione del fenomeno granitico nella sua parte superiore) in forma di dicchi e filoni, analogamente a quanto si osserva così frequentemente nella regione gneissica prossima ed avviluppante la massa granitica.

(1) F. Sacco, *Il Gruppo dell'Argentera*, loc. cit.

Dal disfacimento appunto di questa copertura gneissica, e delle insinuazioni di aplite in essa contenute, sarebbe provenuto il materiale che originò la mollieresite ed in seguito, in parte, le formazioni anagenitiche, senza che i fenomeni di denudazione arrivassero ancora ad interessare il granito sottostante.

Torino. Gabinetto Geo-Mineralogico del R. Politecnico.
Maggio 1911.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1. — Frammento di Mollieresite, in grandezza naturale, con ciottolo di *gneiss* e ciottolini di *quarzo.*

Fig. 2. — Frammento di Mollieresite, in grandezza naturale, con inclusi breccioidi di *aplite* (a sinistra), di schisto (in alto ed in basso) e ciottolini di quarzo, ecc.

Figg. 3-4. — Frammenti di Mollieresite, in grandezza naturale, con numerosi ciottolini di *quarzo, aplite, gneiss,* ecc.

Fig. 5. — Frammento di Mollieresite, in grandezza naturale, con ciottolo di *quarzo* sporgente fortemente.

Fig. 6. — Un tratto della cresta rocciosa, costituita da Mollieresite, fra la Punta Barnon e la Testa Marges.

Figg. 7-8. — Due massi di Mollieresite nel detrito di falde.

Fig. 1

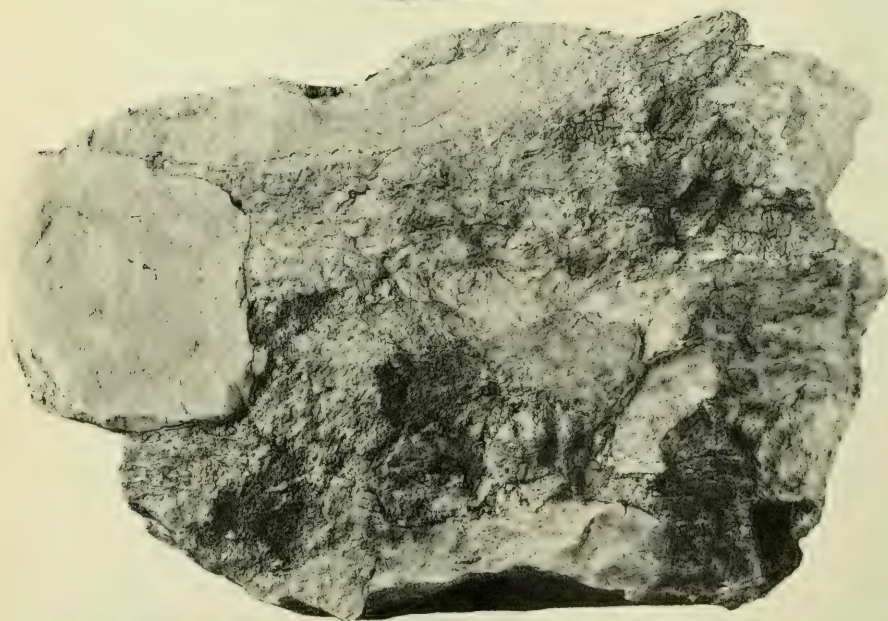



Fig. 2

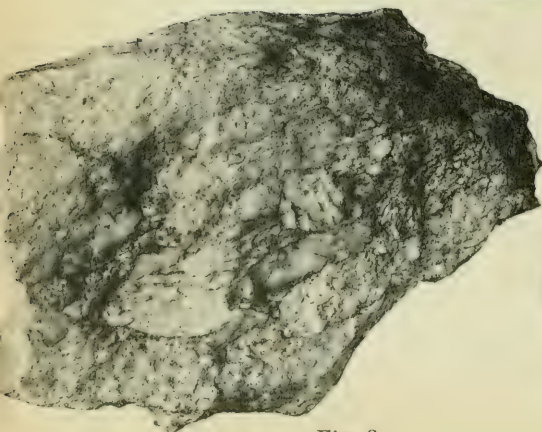



Fig. 3

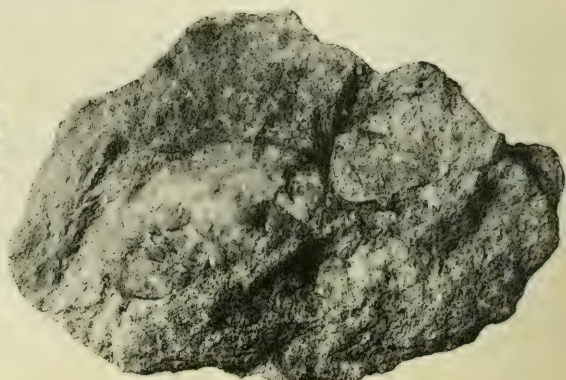



Fig. 4

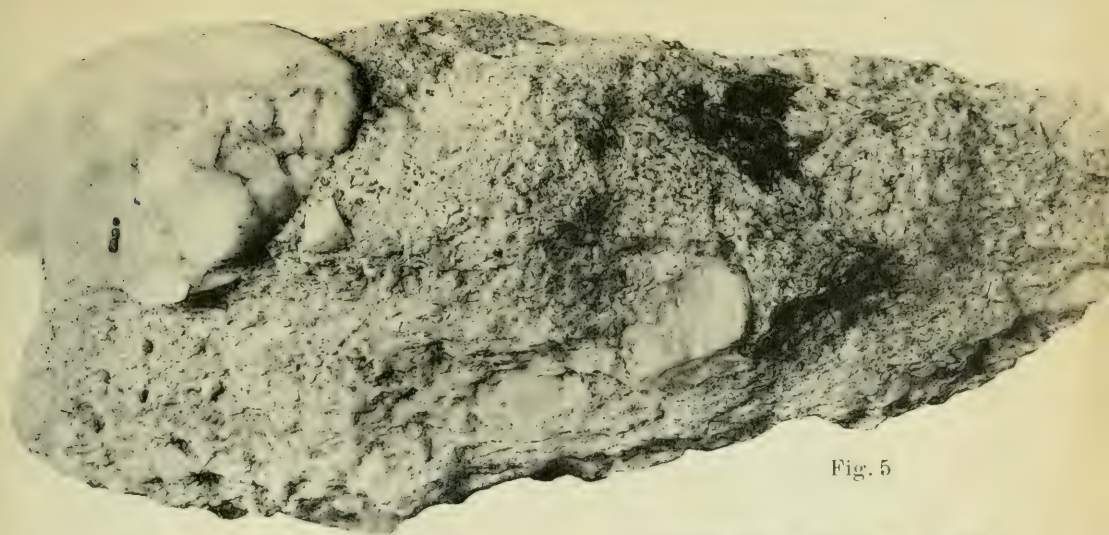
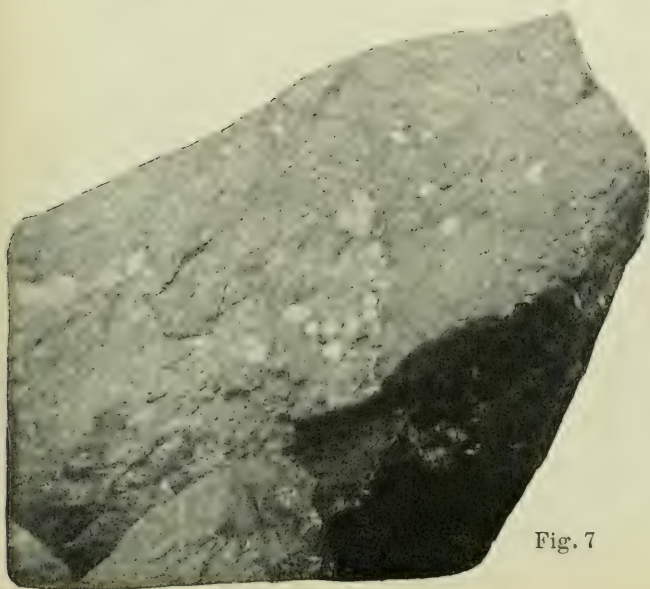



Fig. 5

Fig. 6

Fig. 7

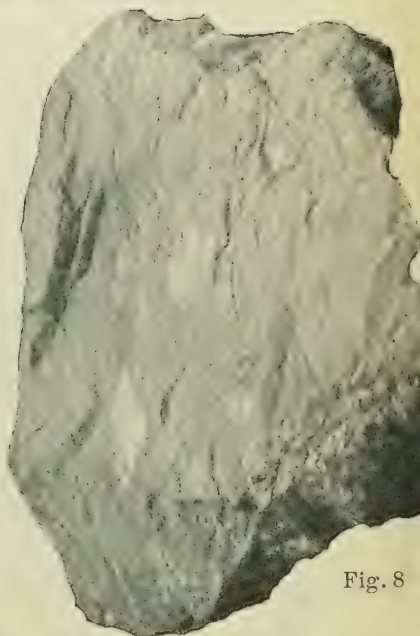



Fig. 8

Off. Fototecnica Ing. G. Molfese. Torino

Sopra una formula generale per la trasformazione di integrali di omografie vettoriali.

Nota di C. BURALI-FORTI

Sono già note molte formule vettoriali [1] che trasformano un integrale esteso ad un volume τ in un integrale esteso al suo contorno σ. Queste possono ottenersi tutte da un'unica formula che ne dà anche molte altre nuove ed evidentemente importanti per le applicazioni fisico-meccaniche. Nella formula generale ora indicata (la (1) del n. 1) comparisce un operatore μ del quale considero soltanto nove valori particolari per ottenere alcuni gruppi di formule generali; si comprende però facilmente che data la generalità dell'operatore μ è probabile che altri valori particolari di esso diano ancora altre formule notevoli.

Valgono, in tutto questo articolo, le ipotesi seguenti che è necessario siano nettamente stabilite e tenute sempre presenti:

il punto generico P, *variabile indipendente*, varia in un campo continuo Σ a tre dimensioni;

le funzioni di P che si considerano sono *regolari* (finite e continue con le loro derivate) in tutto il campo;

U è un *sistema lineare* di enti funzioni di P [2];

V è la classe degli operatori lineari (sempre a *sinistra*), funzioni di P, che trasformano vettori in elementi di U;

μ è un operatore lineare, funzione di P, che trasforma vettori in elementi di V;

---

[1] C. BURALI-FORTI e R. MARCOLONGO, *Éléments de calcul vectoriel* (A. Hermann, Paris, 1910; ediz. italiana, Zanichelli, Bologna, 1909). *Omografie vettoriali* (G. B. Petrini, Torino, 1909); citiamo con O. v.

[2] Più in generale si può anche ammettere che: U *è parte non lineare di un sistema lineare, ma le differenze degli* U *formano un sistema lineare.* Come, ad es., i *punti, bipunti, tripunti* del sistema geometrico di Grassmann-Peano (*Éléments*, Appendice, I); i *razionali non interi*; i *numeri irrazionali*; ecc.

τ è un volume contenuto in Σ; σ è la superficie chiusa che contorna τ; $\boldsymbol{N}$ è il vettore unitario normale a σ nel suo punto generico P e rivolto verso l'interno di τ.

Giova osservare, in base alle ipotesi fatte, che, se $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ sono vettori, $\mu\boldsymbol{x}$ è un elemento della classe V (un *operatore vettoriale*) e $(\mu\boldsymbol{x})\boldsymbol{y}$ è un elemento della classe U.

1. *Sia* $\Phi(\mu)$ *un ente della classe* V, *funzione di* μ, *e* $\Psi(\mu, \boldsymbol{u})$, *per* $\boldsymbol{u}$ *vettore funzione di* P, *un ente della classe* U, *funzione di* μ *e di* $\boldsymbol{u}$. *Le due funzioni* Φ, Ψ *sono, purchè esistenti, univocamente individuate dalle due condizioni*

$$(1) \qquad \int_\tau \{\Phi(\mu)\boldsymbol{u} + \Psi(\mu, \boldsymbol{u})\} d\tau = -\int_\sigma (\mu\boldsymbol{N})\boldsymbol{u} d\sigma$$

$$(2) \qquad \textit{per } \boldsymbol{u} = \text{cost.}, \textit{ si ha } \Psi(\mu, \boldsymbol{u}) = 0,$$

valendo la (1) *per* τ *fissato arbitrariamente in* Σ. *Inoltre: le funzioni* Φ, Ψ *esistono, quando esistono le derivate di* μ *ed* $\boldsymbol{u}$ *rispetto a* P; *comunque si fissi la terna, di vettori costanti, unitaria-ortogonale-destrogira* $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ *si ha sempre*

$$(3) \qquad \Phi(\mu) = \frac{d(\mu\boldsymbol{i})}{dP}\boldsymbol{i} + \frac{d(\mu\boldsymbol{j})}{dP}\boldsymbol{j} + \frac{d(\mu\boldsymbol{k})}{dP}\boldsymbol{k} = \left(\frac{d\mu}{dP}\boldsymbol{i}\right)\boldsymbol{i} + \dots$$

$$(4) \qquad \Psi(\mu, \boldsymbol{u}) = (\mu\boldsymbol{i})\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\boldsymbol{i} + (\mu\boldsymbol{j})\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\boldsymbol{j} + (\mu\boldsymbol{k})\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\boldsymbol{k}.$$

Le funzioni Φ, Φ' e Ψ, Ψ' sodisfino alle (1), (2). Dalla (1) si ha

$$\int_\tau \{\Phi(\mu) - \Phi'(\mu)\} \boldsymbol{u} d\tau + \int_\tau \{\Psi(\mu, \boldsymbol{u}) - \Psi'(\mu, \boldsymbol{u})\} d\tau = 0$$

per τ arbitrario in Σ e comunque si fissi $\boldsymbol{u}$. Ma per $\boldsymbol{u} =$ cost. il secondo integrale si annulla e il primo è nullo, per τ arbitrario, solamente quando $\Phi = \Phi'$; allora anche il secondo integrale è nullo per τ arbitrario, il che si verifica solamente quando $\Psi = \Psi'$. Resta così dimostrato che: *se* Φ, Ψ *esistono, le condizioni* (1), (2) *le individuano univocamente.*

La dimostrazione della seconda parte del teorema è del tutto simile a quella dell'ordinario teorema (vettoriale) della *divergenza* (Cfr. *Éléments*, p. 105).

Si scomponga τ in parallelepipedi rettangoli infinitesimi con i lati paralleli ai vettori $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ della terna unitaria-ecc. che possiamo scegliere ad arbitrio. Sia σ' la superficie totale formata da σ e dalle facce di tutti i parallelepipedi nei quali si è scomposto τ, e $\boldsymbol{N}$ abbia per σ' lo stesso significato già indicato per σ. Si ha subito

$$(a) \qquad \int_{\sigma'} (\mu \boldsymbol{N}) \boldsymbol{u} d\sigma' = \int_{\sigma} (\mu \boldsymbol{N}) \boldsymbol{u} d\sigma$$

perchè $\mu \boldsymbol{N}$ assume valori opposti in ogni faccia comune a due parallelepipedi secondochè si considera per l'una o per l'altra.

Consideriamo ora due facce opposte, normali ad $\boldsymbol{i}$, di uno stesso parallelepipedo e sia dh la loro distanza. I valori che assume $(\mu \boldsymbol{N}) \boldsymbol{u} d\sigma'$ nelle due facce sono

$$(\mu \boldsymbol{i}) \boldsymbol{u} d\sigma', \qquad -\left[(\mu \boldsymbol{i}) \boldsymbol{u} + d \left\{ (\mu \boldsymbol{i}) \boldsymbol{u} \right\}\right] d\sigma'$$

e la loro somma è

$$-d \left\{ (\mu \boldsymbol{i}) \boldsymbol{u} \right\} . d\sigma' = -\frac{d \left\{ (\mu \boldsymbol{i}) \boldsymbol{u} \right\}}{dP} dP . d\sigma' ;$$

ma, nella direzione $\boldsymbol{i}$ considerata, $dP = dh . \boldsymbol{i}$ e poichè $dh . d\sigma' = d\tau$ le somma precedente vale

$$-\frac{d \left\{ (\mu \boldsymbol{i}) \boldsymbol{u} \right\}}{dP} \boldsymbol{i} d\tau = -\left\{ \frac{d(\mu \boldsymbol{i})}{dP} \boldsymbol{i} \right\} \boldsymbol{u} . d\tau - (\mu \boldsymbol{i}) \frac{d\boldsymbol{u}}{dP} \boldsymbol{i} . d\tau .$$

Operando analogamente per le facce normali ad $\boldsymbol{j}$ e $\boldsymbol{k}$ e integrando a tutto τ si ha, in virtù della (a),

$$(b) \quad \int_{\tau} \left[\left\{ \frac{d(\mu \boldsymbol{i})}{dP} \boldsymbol{i} + \ldots \right\} \boldsymbol{u} + \left\{ (\mu \boldsymbol{i}) \frac{d\boldsymbol{u}}{dP} \boldsymbol{i} + \ldots \right\} \right] d\tau = -\int_{\sigma} (\mu \boldsymbol{N}) \boldsymbol{u} d\tau .$$

Confrontando la (b) con la (1) risulta che a Φ, Ψ si possono assegnare i valori (3), (4) dai quali si vede che Φ, Ψ esistono quando esistono le derivate $\left(\frac{d\mu}{dP}, \frac{du}{dP}\right)$ di μ ed u rispetto a P.

Che le (3), (4) valgano per i, j, k terna costante arbitraria, risulta dal fatto che esse soddisfano alle (1), (2) che, come si è già dimostrato, determinano univocamente Φ e Ψ. Ma ciò risulta anche dalle (3), (4) *soltanto*, in virtù del teorema generale seguente dovuto al prof. T. BOGGIO che me lo ha gentilmente comunicato:

Sia f(x, y) *un ente di un sistema lineare funzione dei vettori* x, y, *funzioni di* P, *tale che per* x, y, z *arbitrari e per* m *numero reale arbitrario ma costante, si abbia sempre*

$$f(x+z, y) = f(x, y) + f(z, y)$$

$$f(x, y+z) = f(x, y) + f(x, z)$$

$$f(mx, y) = f(x, my) = mf(x, y) .$$

In tali ipotesi l'ente

$$f(i, i) + f(j, j) + f(k, k)$$

non varia comunque si fissi la terna i, j, k *unitaria-ortogonale-destrogira-costante* (3).

2. Consideriamo i valori di Φ e Ψ per nove valori particolari di μ, che divideremo in tre gruppi A, B, C, nell'ipotesi, comune ai tre gruppi, che U sia la classe dei vettori e V sia, quindi, la classe delle omografie vettoriali (4). Supporremo che v sia vettore, α omografia, funzione del punto P, ed x indicherà un vettore del tutto arbitrario, la variabile indipendente nel campo dei vettori funzioni di P.

---

(3) Basta ripetere la dimostrazione data per grad α in O. v., p. 49.

(4) Si ricordi, in particolare, che ogni numero reale è una omografia, o, più esattamente, è omografia ogni numero seguito dal segno di operazione (sempre sottinteso, anzi non esistente) di prodotto.

$$(A)\begin{cases}\text{Per } \mu x = (\alpha x)\wedge \\ \Phi(\mu) = (\operatorname{grad}\alpha)\wedge\,; \qquad \Psi(\mu, u) = 2\mathrm{V}\left(\frac{du}{dP}\mathrm{K}\alpha\right) \\ \text{Per } \mu x = (x \wedge v)\wedge \\ \Phi(\mu) = (\operatorname{rot} v)\wedge\,; \qquad \Psi(\mu, u) = \left(\mathrm{CK}\frac{du}{dP}\right)v \;\; (5) \\ \text{Per } \mu x = \left(\frac{dv}{dP}x\right)\wedge \\ \Phi(\mu) = (\Delta' v)\wedge\,; \qquad \Psi(\mu, u) = 2\mathrm{V}\left(\frac{du}{dP}\mathrm{K}\frac{dv}{dP}\right) \;\; (6)\end{cases}$$

$$(B)\begin{cases}\text{Per } \mu x = (\alpha x)\times \\ \Phi(\mu) = (\operatorname{grad}\alpha)\times\,; \qquad \Psi(\mu, u) = \mathrm{I}_1\left(\frac{du}{dP}\mathrm{K}\alpha\right) \\ \text{Per } \mu x = (x \wedge v)\times \\ \Phi(\mu) = (\operatorname{rot} v)\times\,; \qquad \Psi(\mu, u) = -v \times \operatorname{rot} u \\ \text{Per } \mu x = \left(\frac{dv}{dP}x\right)\times \\ \Phi(\mu) = (\Delta' v)\times\,; \qquad \Psi(\mu, u) = \mathrm{I}_1\left(\frac{du}{dP}\mathrm{K}\frac{dv}{dP}\right)\end{cases}$$

$$(C)\begin{cases}\text{Per } \mu x = v \times x \\ \Phi(\mu) = \operatorname{div} v\,; \qquad \Psi(\mu, u) = \frac{du}{dP}v \\ \text{Per } \mu x = x \wedge \alpha \\ \Phi(\mu) = \operatorname{Rot}\alpha\,; \qquad \Psi(\mu, u) = 2\mathrm{V}\left(\alpha\frac{du}{dP}\right) \\ \text{Per } \mu x = \frac{d\alpha}{dP}x \\ \Phi(\mu) = \Delta\alpha\,; \qquad \Psi(\mu, u) = \operatorname{grad}\left(\alpha\frac{du}{dP}\right) - \alpha\Delta' u\end{cases}$$

---

(5) Si osservi che si ha

$$\mathrm{CK}\frac{du}{dP} = \operatorname{div} u - \mathrm{K}\frac{du}{dP} = \mathrm{C}\frac{du}{dP} + (\operatorname{rot} u)\wedge = (\operatorname{rot} u)\wedge - \operatorname{Rot}(u\wedge).$$

(6) Se $\bigcirc$ è il simbolo di operazione *prodotto alternato* (Cfr. *Éléments*, Appendice I) è noto che $x \wedge y = |\,(x \bigcirc y)$: allora se U è la classe dei bivettori, in tutte le (A) si può cambiare $\wedge$ in $\bigcirc$.

In particolare, per $u = P - O$, con O punto fisso arbitrario, si ha, ordinatamente, nei nove casi considerati,

$$\begin{array}{llll}
(A') & \Psi(\mu, u) = -2V\alpha\,; & \Psi(\mu, u) = 2v\,; & \Psi(\mu, u) = -\operatorname{rot} v \\
(B') & \Psi(\mu, u) = I_1\alpha\,; & \Psi(\mu, u) = 0\,; & \Psi(\mu, u) = \operatorname{div} v \\
(C') & \Psi(\mu, u) = v\,; & \Psi(\mu, u) = 2V\alpha\,; & \Psi(\mu, u) = \operatorname{grad}\alpha.
\end{array}$$

Le formule precedenti si deducono tutte facilmente dalle (3), (4) e da regole ben note di calcolo omografico [7] [7 bis].

L'importanza pratica dei nove casi considerati si rende manifesta osservando che le funzioni Φ, Ψ dànno i quattro operatori differenziali del primo ordine grad, rot, div, Rot e i due operatori differenziali del secondo ordine Δ', Δ ben noti [8].

---

[7] Per l'operatore Rot, cfr. la mia Nota, *Sopra un nuovo operatore differenziale per le omografie vettoriali*, " Rend. Lincei „, v. XX, s. 5ª, p. 641.

[7 bis] Per il valore di $\Psi(\mu, u)$ nell'ultimo caso C, cfr. la mia Nota, *Sull'operatore di Laplace per le omografie vettoriali*, " Rend. Lincei „, v. XX, s. 5ª, 1911, 2ª nota a p. 12.

[8] Introdotte le coordinate cartesiane x, y, z di P, la (3) del n. 1 dà

$$\Phi(\mu) = \frac{\partial\mu}{\partial x} i + \frac{\partial\mu}{\partial y} j + \frac{\partial\mu}{\partial z} k, \quad \text{ovvero}, \quad \Phi = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k$$

e così i *nove* operatori Φ delle A, B, C hanno a comune un tachigrafo cartesiano, *sebbene* siano OPERATORI GEOMETRICI BEN DISTINTI. Ciò non può far meraviglia, perchè una volta introdotte le coordinate cartesiane *si distruggono le proprietà geometriche degli enti che si considerano per ottenere proprietà di numeri il cui carattere invariantivo esprime l'esistenza di una proprietà geometrica, che è però necessario trovare non essendo essa espressa dall'invariante.* — Ciò che deve recar meraviglia è come si possa ancor sostenere che, ad es., Δ e Δ' *costituiscono un unico operatore*, cioè $\Delta = \Delta'$, PERCHÈ *hanno a comune l'operatore analitico di Laplace.* Questa forma di ragionamento applicata al tachigrafo Φ, dà come conseguenza

$$\operatorname{grad} = \operatorname{rot} = \Delta'\,; \qquad \operatorname{div} = \operatorname{Rot} = \Delta$$

e l'*assurdo* non può essere maggiormente evidente perchè un operatore differenziale del 1° ordine non potrà mai esser identico ad un operatore diff. del 2° ordine.

L'operatore Φ sotto la sua forma di tachigrafo cartesiano somiglia al *nabla* di Hamilton. Ne differisce però profondamente per la sostanza. Nel *nabla* i, j, k *devono* esser *quaternioni*, mentre in Φ *devono* esser *vettori*; nel *nabla* μ *deve* esser quaternione (sottintendiamo la *notazione completa*, cfr. *Éléments*, App. II, che vale anche quando, *e specialmente quando*, non la si usa) che è operatore vettoriale in un campo a *due* dimensioni, mentre in Φ *deve* essere operatore in un campo a *tre* dimensioni.

3. Alla (1) del n. 1 diamo la forma

$$\int_\tau \Phi(\mu) u d\tau = -\int_\sigma (\mu N) u d\sigma - \int_\tau \Psi(\mu, u) d\tau$$

ed esaminiamo le formule che da questa si ottengono per i valori particolari A, B, C di μ e poi per il valore particolare $P-O$ di u.

Per u vettore qualunque si ha subito, dalle formule del n. 2 e senza bisogno di ulteriori calcoli,

$$\mathrm{I_A} \begin{cases} \int_\tau (\operatorname{grad} \alpha) \wedge u d\tau = -\int_\sigma (\alpha N) \wedge u d\sigma - 2\int_\tau \mathrm{V}\left(\frac{du}{dP}\mathrm{K}\alpha\right) d\tau \\ \int_\tau (\operatorname{rot} v) \wedge u d\tau = -\int_\sigma (N \wedge v) \wedge u d\sigma - \int_\tau \mathrm{CK}\frac{du}{dP} v d\tau \\ \int_\tau \Delta' v) \wedge u d\tau = -\int_\sigma \left(\frac{dv}{dP} N\right) \wedge u d\sigma - 2\int_\tau \mathrm{V}\left(\frac{du}{dP}\mathrm{K}\frac{dv}{dP}\right) d\tau \end{cases}$$

$$\mathrm{I_B} \begin{cases} \int_\tau \operatorname{grad} \alpha \times u d\tau = -\int_\sigma (\alpha N) \times u d\sigma - \int_\tau \mathrm{I_1}\left(\frac{du}{dP}\mathrm{K}\alpha\right) d\tau \\ \int_\tau \operatorname{rot} v \times u d\tau = -\int_\sigma N \wedge v \times u d\sigma \times \int_\tau v \times \operatorname{rot} u d\tau \quad (^9) \\ \int_\tau \Delta' v \times u d\tau = -\int_\sigma \frac{dv}{dP} N \times u d\sigma - \int_\tau \mathrm{I_1}\left(\frac{du}{dP}\mathrm{K}\frac{dv}{dP}\right) d\tau \quad (^{10}) \end{cases}$$

$$\mathrm{I_C} \begin{cases} \int_\tau (\operatorname{div} v) u d\tau = -\int_\sigma v \times N . u d\sigma - \int_\tau \frac{du}{dP} v d\tau \quad (^{11}) \\ \int_\tau (\operatorname{Rot} \alpha) u d\tau = -\int_\sigma N \wedge \alpha u d\sigma - 2\int_\tau \mathrm{V}\left(\alpha\frac{du}{dP}\right) d\tau \\ \int_\tau (\Delta\alpha) u d\tau = -\int_\sigma \left(\frac{d\alpha}{dP} N\right) u d\sigma - \int_\tau \left\{\operatorname{grad}\left(\alpha\frac{du}{dP}\right) - \alpha\Delta' u\right\} d\tau . \end{cases}$$

[9] Trasportando l'ultimo termine nel primo membro si ha

$$\int_\tau \operatorname{div}(v \wedge u) = -\int_\sigma v \wedge u \times N d\sigma$$

che è la prima delle II_c ponendo $v \wedge u$ al posto di u.

[10] Questa formula, dalla quale possono dedursi tutti i *lemmi* di Green (Cfr. *Éléments*), mi è stata comunicata dal Prof. Marcolongo fin dal settembre del 1910.

[11] Questa formula che si può riguardare come una generalizzazione del primo lemma di Green è molto importante per l'idrodinamica. Quando

Se ricordiamo (nota [5]) che

$$\mathrm{CK}\frac{du}{dP}v = \mathrm{C}\frac{du}{dP}v + (\mathrm{rot}\, u)\wedge v$$

allora la seconda delle $\mathrm{I_A}$ assume la forma

$$\mathrm{I'_A} \quad \int_\tau \{(\mathrm{rot}\, v)\wedge u + (\mathrm{rot}\, u)\wedge v\}\, d\tau =$$

$$= -\int_\sigma (N\wedge v)\wedge u\, d\sigma - \int_\tau \mathrm{C}\frac{du}{dP} v\, d\tau$$

$$= -\int_\sigma (N\wedge u)\wedge v\, d\sigma - \int_\tau \mathrm{C}\frac{dv}{dP} u\, d\tau \text{ [12]}.$$

Per $u =$ cost gli ultimi termini delle I si annullano tutti; l'u essendo costante arbitraria si può portare fuori del segno d'integrazione; i segni $\wedge$, $\times$ si possono sopprimere perchè da $x\wedge = y\wedge$, ovvero $x\times = y\times$ risulta sempre $x = y$. Le I divengono

$$\mathrm{II_{A,B}} \quad \begin{cases} \int_\tau \mathrm{grad}\,\alpha\, d\tau = -\int_\sigma \alpha N d\sigma \\ \int_\tau \mathrm{rot}\, v\, d\tau = -\int_\sigma N\wedge v\, d\sigma \\ \int_\tau \Delta' v\, d\tau = -\int_\sigma \frac{dv}{dP} N d\sigma \end{cases}$$

u, v sono eguali al gradiente di un numero essa è stata data dal Prof. T. Levi-Civita, *Sulla contrazione delle vene liquide*, “ Atti Istituto Veneto ”, t. LXIV, 1904-05. Le equazioni cartesiane equivalenti alla prima $\mathrm{I_C}$ sono state date dal Prof. U. Cisotti, *Sul moto permanente di un solido in un fluido indefinito*, “ Atti Ist. Veneto ”, t. LXIX, 1909-10. Sotto la forma vettoriale considerata nel testo è dovuta al Prof. T. Boggio, *Sul moto permanente di un solido in un fluido indefinito*, “ Atti Istit. Veneto ”, t. LXIX, 1909-10.

Trasportando l'ultimo termine nel primo membro, si ha

$$\int_\tau \mathrm{grad\, H}(v, u)\, d\tau = -\int_\sigma \mathrm{H}(v, u) N d\sigma$$

che è la prima delle $\mathrm{II_{A,B}}$ per $\alpha = H(v, u)$.

[12] I due secondi membri dànno (O, v, p. 58, [11])

$$\int_\tau \mathrm{rot}(u\wedge v)\, d\tau = -\int_\sigma N\wedge(u\wedge v)\, d\sigma$$

che è la seconda delle $\mathrm{II_{A,B}}$. Alla stessa formula si giunge se per mezzo della seconda $\mathrm{I_A}$ si calcola l' $\int_\tau \{(\mathrm{rot}\, v)\wedge u - (\mathrm{rot}\, u)\wedge v\}\, d\tau$.

$$\text{II}_c \qquad \left\{ \begin{array}{ll} \int_\tau \operatorname{div} \boldsymbol{v} d\tau & = - \int_\sigma \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{N} d\sigma \\ \int_\tau \operatorname{Rot} \alpha d\tau & = - \int_\sigma \boldsymbol{N} \wedge \alpha d\sigma \\ \int_\tau \Delta \alpha d\tau & = - \int_\sigma \frac{d\alpha}{dP} \boldsymbol{N} d\sigma \end{array} \right.$$

che dànno i noti teoremi del *gradiente* della *divergenza* e della *rotazione* (cfr. *Éléments*) insieme ad altri nuovi.

È noto (cfr. nota (7)) che all'omog. α, funzione di P, si può dare, in infiniti modi, la forma $\operatorname{Rot} \beta + \mathrm{K} \frac{du}{dP}$. Ciò permette, in virtù delle II, di calcolare l' $\int_\tau \alpha d\tau$. Si ha

$$\text{II}' \qquad \left\{ \begin{array}{l} \text{Per} \qquad \alpha = \operatorname{Rot} \beta + \mathrm{K} \frac{du}{dP} \\ \int_\tau \alpha d\tau = - \int_\sigma \{ \boldsymbol{N} \wedge \beta + \mathrm{H}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{N}) \} d\sigma . \end{array} \right.$$

Invero. Se $\boldsymbol{a}$ è vettore costante si ha

$$\alpha \boldsymbol{a} = \operatorname{rot}(\beta \boldsymbol{a}) + \operatorname{grad}(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{a})$$

e per le II

$$\int_\tau \alpha \boldsymbol{a} d\tau = - \int_\sigma \boldsymbol{N} \wedge \beta \boldsymbol{a} d\sigma - \int_\sigma \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{a} . \boldsymbol{N} d\sigma =$$

$$= - \int_\sigma \{ \boldsymbol{N} \wedge \beta + \mathrm{H}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{N}) \} \boldsymbol{a} d\sigma$$

che per l'arbitrarietà di $\boldsymbol{a}$ dimostra la II'.

In particolare si ha

$$\text{II}'' \qquad \left\{ \begin{array}{l} \int_\tau \mathrm{K} \frac{d\boldsymbol{u}}{dP} d\tau = - \int_\sigma \mathrm{H}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{N}) d\sigma ; \\ \int_\tau \frac{d\boldsymbol{u}}{dP} d\tau = - \int_\sigma \mathrm{H}(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{u}) d\sigma . \end{array} \right.$$

Per $\boldsymbol{u} = P - O$, con O punto fisso, si ha dalle I, tenendo conto delle A', B', C' del n. 2, e delle II

$$\text{III}_A \begin{cases} \int_\tau (\operatorname{grad}\alpha)\wedge(P-O)\,d\tau = -\int_\sigma(\alpha \boldsymbol{N})\wedge(P-O) + 2\int_\tau \operatorname{V}\alpha\, d\tau \\ \int_\tau (\operatorname{rot} \boldsymbol{v})\wedge(P-O)\,d\tau = -\int_\sigma(\boldsymbol{N}\wedge\boldsymbol{v})\wedge(P-O) - 2\int_\tau \boldsymbol{v}\, d\tau \\ \int_\tau (\Delta'\boldsymbol{v})\wedge(P-O)\,d\tau = -\int_\sigma\left\{\left(\frac{d\boldsymbol{v}}{dP}\boldsymbol{N}\right)\wedge(P-O)+\boldsymbol{N}\wedge\boldsymbol{v}\right\}d\sigma \end{cases}$$

$$\text{III}_B \begin{cases} \int_\tau (\operatorname{grad}\alpha)\times(P-O)\,d\tau = -\int_\sigma(\alpha \boldsymbol{N})\times(P-O)\,d\sigma - \int_\tau \operatorname{I}_1\alpha\, d\tau \\ \int_\tau (\operatorname{rot}\boldsymbol{v})\times(P-O)\,d\tau = -\int_\sigma \boldsymbol{N}\wedge\boldsymbol{v}\times(P-O)\,d\sigma \\ \int_\tau (\Delta'\boldsymbol{v})\times(P-O)\,d\tau = -\int_\sigma\left\{\left(\frac{d\boldsymbol{v}}{dP}\boldsymbol{N}\right)\times(P-O)-\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{N}\right\}d\sigma \end{cases}$$

$$\text{III}_C \begin{cases} \int_\tau \operatorname{div}\boldsymbol{v}\,.\,(P-O)\,d\tau = -\int_\sigma \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{N}\,.\,(P-O)\,d\sigma - \int_\tau \boldsymbol{v}\,d\tau \\ \int_\tau \operatorname{Rot}\alpha(P-O)\,d\tau = -\int_\sigma \boldsymbol{N}\wedge\alpha\,(P-O)\,d\sigma - 2\int_\tau \operatorname{V}\alpha\,d\tau \\ \int_\tau \Delta\alpha(P-O)\,d\tau = -\int_\sigma\left\{\left(\frac{d\alpha}{dP}\boldsymbol{N}\right)(P-O)-\alpha\boldsymbol{N}\right\}d\sigma. \end{cases}$$

Le III_A dànno i *momenti* di speciali forze applicate ai punti P del volume τ. Le prime due III_A sono già contenute in O. v., p. 72, [γ], [δ], le altre formule III sono nuove.

Le prime due III_A dànno l' $\int_\tau \operatorname{V}\alpha\,d\tau$ e l' $\int_\tau \boldsymbol{v}\,d\tau$; i medesimi integrali sono dati sotto altra forma dalle prime due delle III_C. La prima delle III_B dà l' $\int_\tau \operatorname{I}_1\alpha\,d\tau$. Questi integrali sono praticamente importanti.

Eliminando $\int_\tau \operatorname{V}\alpha\,d\tau$ e $\int_\tau \boldsymbol{v}\,d\tau$ tra le III_A e III_B che li contengono si hanno le due formule

$$\text{III}'_{A,C} \begin{cases} \int_\tau \{\operatorname{grad}\alpha\wedge + \operatorname{Rot}\alpha\}(P-O)\,d\tau = \\ \qquad = -\int_\sigma\{(\alpha\boldsymbol{N})\wedge + \boldsymbol{N}\wedge\alpha\}(P-O)\,d\sigma \\ \int_\tau \{(\operatorname{rot}\boldsymbol{v})\wedge + 2\operatorname{div}\boldsymbol{v}\}(P-O)\,d\tau = \\ \qquad = -\int_\sigma\{(\boldsymbol{N}\wedge\boldsymbol{v})\wedge + 2\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{N}\}(P-O)\,d\sigma\ (^{13}). \end{cases}$$

(13) Con le corrispondenti formule I si può eliminare una parte dell' $\int_\tau$ del secondo membro; si ottengono due formule che dànno le III' come caso particolare.

Le formule III_A sono della forma generale

$$\int_\tau x \wedge (P - O)\, d\tau = -\int_\sigma y \wedge (P - O)\, d\sigma - \int_\tau z d\tau;$$

operando nei due membri con *indice* (operatore di Grassmann, cfr. *Éléments*, App. I) e sopprimendo, come di solito, il simbolo ○ di *operazione* per il prodotto alternato, si ha

$$\int_\tau (P - O)\, x d\tau = -\int_\sigma (P - O)\, y d\sigma + | \int_\tau z d\tau ;$$

ma dalle II risulta, essendo O costante,

$$\int_\tau O x d\tau = -\int_\sigma O y d\sigma$$

che sommata con la precedente dà

$$\int_\tau P x d\tau = -\int_\sigma P y d\sigma + | \int_\tau z d\tau .$$

Operando analogamente sulla prima delle III_C mediante *formazioni di prima specie* (cfr. *Éléments*), si hanno le formule

$$\mathrm{IV}_A \quad \begin{cases} \int_\tau P(\mathrm{grad}\,\alpha)\, d\tau = -\int_\sigma P(\alpha N)\, d\sigma - 2 | \int_\tau \mathrm{V}\alpha d\tau \\ \int_\tau P(\mathrm{rot}\, v)\, d\tau = -\int_\sigma P | (N v)\, d\sigma - 2 | \int_\tau v d\tau \\ \int_\tau P(\Delta' v)\, d\tau = -\int_\sigma \left\{ P\left(\frac{dv}{dP} N\right) - N v \right\} d\sigma \end{cases}$$

$$\mathrm{IV}_C \quad \int_\tau (\mathrm{div}\, v)\, P d\tau = -\int_\sigma (v \times N)\, P d\sigma - \int_\tau v d\tau .$$

Le formule IV_A [14] riducono un sistema di forze applicato al volume *rigido* τ, a forze applicate in superficie e ad una coppia (bivettore) che dipende dal volume. L'importanza di tali

---

[14] Ho data la prima, nel caso di α numero, sin dal 1906, *Sopra alcune operazioni proiettive...*, " Atti Acc. Torino ".

formule è notevole, poichè, anche per i corpi non rigidi, applicato il *principio di solidificazione*, una sola formula contiene le due usuali condizioni di equilibrio (nullo il vettore delle forze, nullo il momento).

La IV_C dà il baricentro dei punti P di τ con le masse div $\boldsymbol{v}$, come baricentro dei punti del contorno, con le masse $-\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{N}$, spostato secondo un vettore che dipende dal campo τ e dal vettore $\boldsymbol{v}$. La massa della formazione di prima specie $\int_\tau (\operatorname{div} \boldsymbol{v}) P d\tau$ è data dall' $\int_\tau \operatorname{div} \boldsymbol{v} d\tau$ che, per le II, vale $-\int_\sigma \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{N} d\sigma$ che è la massa delle formazioni in superficie. Anche questa formula è praticamente importante.

Se m è numero funzione del punto P, il baricentro dei punti P con le masse m è dato, per il volume τ, dall' $\int_\tau m P d\tau$, che si ottiene dalla IV_C risolvendo, rispetto a $\boldsymbol{v}$, l'equazione differenziale $\operatorname{div} \boldsymbol{v} = m$ (15).

Se le forze applicate ai punti P del volume *rigido* τ hanno vettore $\boldsymbol{u}$, funzione di P, allora la risultante di tale sistema di forze, cioè

$$\int_\tau P \boldsymbol{u} d\tau ,$$

si calcola con le IV_A dando a $\boldsymbol{u}$ la forma

$$\boldsymbol{u} = \operatorname{rot} \boldsymbol{v} + \operatorname{grad} m$$

mediante il noto teorema di Clebsch (cfr. BURGATTI, l. c.).

Lo stesso, mediante le II, per l' $\int_\tau \boldsymbol{u} d\tau$.

4. Prima di ottenere altre formule, ci sarà utile introdurre il nuovo operatore differenziale binario

$$S(\alpha, \boldsymbol{u})$$

che, insieme alle sue notevoli proprietà fondamentali che qui riporto, mi è stato gentilmente comunicato dal prof. M. Pieri.

---

(15) Per la risoluzione di tale equazione cfr. BURGATTI, *Risoluzione di alcuni problemi relativi ai campi vettoriali*, " Atti Ist. Bologna ", 1910.

Tale operatore non è, data la sua definizione (1), strettamente necessario per quanto esporremo nei numeri seguenti; riesce però utile e anzi si annunzia utilissimo per altre questioni che non possono trovar luogo in questa Nota.

Essendo α omografia ed $\boldsymbol{u}$ vettori, funzioni del punto P, si pone, per definizione

$$\mathrm{S}(\alpha, \boldsymbol{u}) = \frac{d(\alpha \boldsymbol{u})}{dP} - \alpha \frac{d\boldsymbol{u}}{dP}; \tag{1}$$

in altri termini (O. v., p. 47, [7]) $\mathrm{S}(\alpha, \boldsymbol{u})$ è l'omografia tale che per $\boldsymbol{x}$ vettore arbitrario

$$\mathrm{S}(\alpha, \boldsymbol{u})\, \boldsymbol{x} = \left(\frac{d\alpha}{dP} \boldsymbol{x}\right) \boldsymbol{u}. \tag{1'}$$

Le proprietà fondamentali del nuovo simbolo sono espresse dalle formule seguenti, nelle quali: α, β sono omografie, $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$ vettori, m numero, funzioni del punto P.

$$\left\{\begin{array}{l} \mathrm{S}(\alpha + \beta, \boldsymbol{u}) = \mathrm{S}(\alpha, \boldsymbol{u}) + \mathrm{S}(\beta, \boldsymbol{u}) \\ \mathrm{S}(\alpha, \boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}) = \mathrm{S}(\alpha, \boldsymbol{u}) + \mathrm{S}(\alpha, \boldsymbol{v}) \\ \mathrm{S}(\alpha, m\boldsymbol{u}) = m\,\mathrm{S}(\alpha, \boldsymbol{u}) \end{array}\right. \tag{2}$$

$$2\mathrm{VS}(\alpha, \boldsymbol{u}) = (\mathrm{Rot}\,\alpha)\, \boldsymbol{u} \tag{3}$$

$$\mathrm{I}_1 \mathrm{S}(\alpha, \boldsymbol{u}) = \boldsymbol{u} \times \mathrm{grad}\, \mathrm{K}\alpha \tag{4}$$

$$\mathrm{S}(m, \boldsymbol{u}) = \mathrm{H}(\mathrm{grad}\, m, \boldsymbol{u}) \tag{5}$$

$$\mathrm{S}(\boldsymbol{v} \wedge, \boldsymbol{u}) = - \boldsymbol{u} \wedge \frac{d\boldsymbol{v}}{dP} \text{ (16)}. \tag{6}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{S}\,\}\, \mathrm{H}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}), \boldsymbol{w}\, \{ &= \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{w} \,.\, \frac{d\boldsymbol{v}}{dP} + \\ &+ \mathrm{H}\,\}\, \mathrm{grad}(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{w}), \boldsymbol{v}\, \{ - \mathrm{H}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) \frac{d\boldsymbol{w}}{dP} \end{aligned} \tag{7}$$

$$\mathrm{S}(\boldsymbol{v} \wedge \alpha, \boldsymbol{u}) = \boldsymbol{v} \wedge \mathrm{S}(\alpha, \boldsymbol{u}) - (\alpha \boldsymbol{u}) \wedge \frac{d\boldsymbol{v}}{dP} \tag{8}$$

$$\mathrm{S}(\mathrm{K}\alpha, \boldsymbol{u}) = \mathrm{S}(\alpha, \boldsymbol{u}) + 2\boldsymbol{u} \wedge \frac{d\mathrm{V}\alpha}{dP} \tag{9}$$

$$\mathrm{S}(\mathrm{D}\alpha, \boldsymbol{u}) = \mathrm{S}(\alpha, \boldsymbol{u}) + \boldsymbol{u} \wedge \frac{d\mathrm{V}\alpha}{dP} \tag{10}$$

(16) Da cui risulta $\frac{d(\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v})}{dP} = \mathrm{S}(\boldsymbol{u} \wedge, \boldsymbol{v}) - \mathrm{S}(\boldsymbol{v} \wedge, \boldsymbol{u})$; (Pieri).

(11) $$S(\beta\alpha, u) = \beta S(\alpha, u) + S(\beta, \alpha u)$$

(12) $$S(m\alpha, u) = m S(\alpha, u) + H(\mathrm{grad}\, m, \alpha u)\,.$$

Credo importante non tralasciare una curiosa osservazione, alla quale dà luogo il nuovo operatore binario, osservazione relativa al modo usuale di formare i *tachigrafi* e *operatori simbolici* cartesiani, o anche *pseudo-vettoriali* mediante una terna i, j, k di riferimento.

Dalla (1′) si ha subito

(a) $$S(\alpha, u) = \frac{d(\alpha i)}{dP} \,.\, i \times u + \frac{d(\alpha j)}{dP} \,.\, j \times u + \frac{d(\alpha k)}{dP} \,.\, k \times u$$

ed è noto (O. v., p. 50) che

(b) $$\mathrm{grad}\, \alpha = \frac{d(\alpha i)}{dP}\, i + \frac{d(\alpha j)}{dP}\, j + \frac{d(\alpha k)}{dP}\, k$$

Esaminando le (*a*), (*b*) ed imitando, ad es., i criteri che hanno indotto vari autori a indicare col simbolo u grad l'operatore $\frac{d}{dP}\, u$, *sebbene esso abbia nulla a che fare col gradiente* (O. v., p. 51, nota 2ª), oppure imitando il Gibbs per la definizione delle diadiche ([17]), si può creder lecito fabbricare un *tachigrafo*,

([17]) Si veda in proposito un articolo del Prof. Marcolongo e mio che sarà pubblicato presto, relativo alle notazioni simboliche e alle diadiche del Gibbs che risultano non esattamente stabilite e quindi inservibili.

Anche con i pseudo quaternioni, a notazione abbreviata, (cfr. *Éléments*, App. II) si giunge allo stesso genere di tachigrafi; con i veri quaternioni di Hamilton, a notazione completa, si opera soltanto con quaternioni dimostrati *insufficienti* (ibidem) per le applicazioni. La strenua difesa che il Sig. J. B. Shaw (“ Bulletin of the International Association... „, October 1910) fa dei pseudo-quaternioni è dunque del tutto inefficace e per essa si può ripetere esattamente quanto il Prof. Marcolongo ed io abbiamo detto al Sig. C. G. Knott (*Enseignement*, 1910). — Inoltre: dicendo, ad es., il Sig. Shaw (nota a p. 34) che *l'operatore* grad *ha negli Elementi e in* O. v. *due diversi significati* (!?) e dando (p. 34) la formula $H\,.\,\alpha = \frac{1}{2}(\alpha - \breve{\alpha}) = V\,.\,\epsilon(\ \ )$, (mentre noi usiamo H dinanzi ad una *coppia di vettori* e NON dinanzi ad una *omografia*!), dà prova indiscutibile di non aver ben comprese le notazioni che il Prof. Marcolongo ed io abbiamo introdotte negli Elementi e in O. v.; *dunque* il Sig. Shaw rivolge le sue critiche non a quanto noi abbiamo scritto, ma a quanto egli ha non esattamente interpretato; e ciò non ci riguarda. — Dal nostro operatore generale $\frac{d}{dP}$ si DEDUCONO *tutti gli altri operatori*

o un *operatore simbolico*, che esprima $S(\alpha, u)$ mediante $\operatorname{grad} \alpha$ ed u, cioè che dia, in sostanza, $S(\alpha, u)$ in funzione di $\operatorname{grad} \alpha$ e di u. In generale i tachigrafi così ottenuti conducono a notazioni praticamente *inutili* per un *calcolo intrinseco*; nel caso nostro particolare, si otterrebbe un tachigrafo semplicemente *assurdo*, perchè, nonostante le relazioni di *forma* delle (a), (b), $S(\alpha, u)$ *non è una funzione di* $\operatorname{grad} \alpha$ *e di* u. Ciò si dimostra facilmente. Le omografie che hanno a comune con α il gradiente sono tutte e sole (cfr. la nota [7]) le omografie

$$\alpha + K \operatorname{Rot} \beta$$

con β omog. arbitraria; ma

$$S(\alpha + K \operatorname{Rot} \beta, u) = S(\alpha, u) + S(K \operatorname{Rot} \beta, u),$$

e poichè, in generale, $S(K \operatorname{Rot} \beta, u) \neq 0$, segue che col variare di α varia $S(\alpha, u)$, pur non variando il gradiente di α.

5. Ponendo nelle I, del n. 4, $u = \beta a$, con β omog. funzione di P e a vettore costante, e messo a in evidenza nei tre termini lo sopprimiamo, essendo esso arbitrario, si hanno le formule seguenti [18], che scriviamo come si presentano per la

---

differenziali; ne segue che soltanto dopo aver espresso $\frac{d}{dP}$ con i quaternioni (ed è *impossibile* farlo anche con l'inesatta corrispondenza stabilita dal Sig. Shaw tra Φ e le omografie!) si può stabilire un confronto fra questi e le omografie. Non potevamo certo pretendere dal Sig. Shaw la citazione di questo fatto (forse a lui ignoto) sufficiente a distruggere e la difesa dei quaternioni e la critica delle nostre omografie.

[18] È noto (O. v.) che l'operatore $u \wedge \alpha$ è tale che

$$(u \wedge \alpha)\, x = u \wedge (\alpha x);$$

analogamente, e con le stesse leggi funzionali, $u \times \alpha$ è tale che

$$(u \times \alpha)\, x = u \times (\alpha x);$$

$u \wedge \alpha$ è omografia, mentre $u \times \alpha$ è operatore lineare tra vettore e numeri.

Dal teorema di commutazione si ha

$$u \times \alpha = (K \alpha u) \times,$$

e quindi alle V_B si può anche dare forma diversa; ad es. la seconda diviene

$$\int_\tau \{ K\beta \operatorname{rot} v - K \operatorname{Rot} \beta v \} \, d\tau = - \int_\sigma K\beta (N \wedge v) \, d\sigma.$$

sostituzione di βa ad u, ma alle quali è facile, e talvolta opportuno, dare anche altre forme (specialmente le V_B).

$$
V_A \left\{
\begin{aligned}
&\int_\tau (\text{grad}\,\alpha) \wedge \beta d\tau = -\int_\sigma (\alpha \boldsymbol{N}) \wedge \beta d\sigma + \\
&\qquad + \int_\tau \left\{ \text{Rot}(\alpha\beta) - (\text{Rot}\,\alpha)\beta - (\text{CK}\alpha)\,\text{Rot}\,\beta \right\} d\tau \\
&\int_\tau (\text{rot}\, \boldsymbol{v}) \wedge \beta d\tau = -\int_\sigma (\boldsymbol{N} \wedge \boldsymbol{v}) \wedge \beta d\sigma - \\
&\qquad - \int_\tau \left\{ \text{H}(\text{grad}\,\text{K}\beta, \boldsymbol{v}) - \boldsymbol{v} \wedge \text{Rot}\,\beta - \frac{d\beta}{dP}\boldsymbol{v} \right\} d\tau \\
&\int_\tau (\Delta' \boldsymbol{v}) \wedge \beta d\tau = -\int_\sigma \left(\frac{d\boldsymbol{v}}{dP}\boldsymbol{N}\right) \wedge \beta d\sigma + \\
&\qquad + \int_\tau \left\{ \text{Rot}\left(\frac{d\boldsymbol{v}}{dP}\beta\right) - \left(\text{Rot}\,\frac{d\boldsymbol{v}}{dP}\right)\beta - \left(\text{CK}\,\frac{d\boldsymbol{v}}{dP}\right)\text{Rot}\,\beta \right\} d\tau
\end{aligned}
\right.
$$

$$
V_B \left\{
\begin{aligned}
&\int_\tau (\text{grad}\,\alpha) \times \beta d\tau = -\int_\sigma (\alpha \boldsymbol{N}) \times \beta d\sigma - \\
&\qquad - \int_\tau \left\{ \text{grad}(\text{K}\beta \,.\, \alpha) - \text{K}\beta\,\text{grad}\,\alpha \right\} \times d\tau \\
&\int_\tau \text{rot}\, \boldsymbol{v}) \times \beta d\tau = -\int_\sigma (\boldsymbol{N} \wedge \boldsymbol{v}) \times \beta d\sigma + \int_\tau \boldsymbol{v} \times \text{Rot}\,\beta d\tau \\
&\int_\tau (\Delta' \boldsymbol{v}) \times \beta d\tau = -\int_\sigma \left(\frac{d\boldsymbol{v}}{dP}\boldsymbol{N}\right) \times \beta d\sigma - \\
&\qquad - \int_\tau \left\{ \text{grad}\left(\text{K}\beta \,.\, \frac{d\boldsymbol{v}}{dP}\right) - \text{K}\beta\,\Delta'\boldsymbol{v} \right\} \times d\tau
\end{aligned}
\right.
$$

$$
V_C \left\{
\begin{aligned}
&\int_\tau (\text{div}\, \boldsymbol{v}) \beta d\tau = -\int_\sigma (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{N}) \beta d\sigma - \int_\tau \frac{d\beta}{dP} \boldsymbol{v} d\tau \quad (^{19}) \\
&\int_\tau (\Delta\alpha) \beta d\tau = -\int_\sigma \left(\frac{d\alpha}{dP}\boldsymbol{N}\right) \beta d\sigma - \\
&\qquad - \int_\tau \left\{ \frac{d\alpha}{dP}\boldsymbol{i} \,.\, \frac{d\beta}{dP}\boldsymbol{i} + \ldots \right\} d\tau \quad (^{19\,bis}).
\end{aligned}
\right.
$$

---

(19) Se nella seconda delle I_c si pone $u = \beta a$ e si osserva (formule del Pieri) che

$$2\text{V}\left(\alpha \frac{d(\beta a)}{dP}\right) = 2\text{V}\left\{\alpha \text{S}(\beta, a)\right\} = 2\text{V}\left\{\text{S}(\alpha\beta, a) - \text{S}(\alpha, \beta a)\right\} = \left\{\text{Rot}(\alpha\beta) - (\text{Rot}\,\alpha)\beta\right\} a$$

si vede che $\int_\tau (\text{Rot}\,\alpha)\beta$ sparisce e rimane

$$\int_\tau \text{Rot}(\alpha\beta) d\tau = -\int_\sigma \boldsymbol{N} \wedge \alpha\beta d\sigma$$

che è una delle formule II.

(19 bis) Non sappiamo attualmente esprimere questo ultimo termine in funzione di α e β soltanto.

Dim. V_A. — Dalle formule del n. 4 si ha

$$-2V\left(\frac{d(\beta u)}{dP}K\alpha\right) = -2V\,\}\,S(\beta, a)K\alpha\,\{ = 2V\,\}\,\alpha\,.\,KS(\beta, a)\,\{ =$$
$$= 2V\,\}\,\alpha S(\beta, a) - \alpha\,.\,2\,[VS(\beta, a)] \wedge \{ =$$
$$= 2V\,\}\,S(\alpha\beta, a) - S\,[\alpha, \beta a) - \alpha\,.\,(\mathrm{Rot}\,\beta a) \wedge \{ =$$
$$= \mathrm{Rot}(\alpha\beta)a - (\mathrm{Rot}\,\alpha)\beta a - 2V\,\}(\mathrm{Rot}\,\beta a) \wedge K\alpha\,\{ =$$
$$= \{\,\mathrm{Rot}\,(\alpha\beta) - (\mathrm{Rot}\,\alpha)\beta - (CK\alpha)\,\mathrm{Rot}\,\beta\,\}\,a$$

che dimostra la prima.

Per la seconda si ha:

$$CK\frac{du}{dP} = \mathrm{div}\,u - \frac{du}{dP} + (\mathrm{rot}\,u) \wedge$$

e quindi per $u = \beta a$

$$\left(CK\frac{d(\beta a)}{dP}\right)v = \mathrm{grad}\,K\beta \times a\,.\,v - \left(\frac{d\beta}{dP}v\right)a + (\mathrm{Rot}\,\beta a) \wedge v = \text{ecc.}$$

La terza si ottiene dalla prima per $\alpha = \frac{dv}{dP}$.

Dim. V_B. — Da O. v., p. 57, [10] si ha

$$I_1\left(\frac{d(\beta a)}{dP}K\alpha\right) = I_1\left(K\alpha\,.\,\frac{d(\beta a)}{dP}\right) = \mathrm{div}\,(K\alpha\,.\,\beta a) - \mathrm{grad}\,\alpha \times \beta a =$$
$$= \}\,\mathrm{grad}\,(K\beta\,.\,\alpha) - K\beta\,\mathrm{grad}\,\alpha\,\{ \times a\,,$$

che dimostra la prima [20]. Le altre due si ottengono immediatamente.

---

[20] Calcolando con le formule del Pieri si trova

$$I_1\left(\frac{d(\beta\alpha)}{dP}K\alpha\right) = \}\,\mathrm{grad}\,K(\alpha\beta) - K\beta\,\mathrm{grad}\,\alpha + K\,\mathrm{Rot}\,\beta\,V\alpha\,\{ \times a$$

che si riduce (nota (7)) alla forma precedente.

La prima delle V_A si poteva dimostrare direttamente, senza l'S, valendosi della formula (nota (7))

$$(a)\qquad 2V\left(\alpha\frac{du}{dP}\right) = 2V(\alpha u) - (\mathrm{Rot}\,\alpha)\,u$$

come la prima delle V_B è stata dimostrata valendosi della formula (O. v., p. 57)

$$(b)\qquad I_1\left(\alpha\frac{du}{dP}\right) = \mathrm{div}(\alpha u) - (\mathrm{grad}\,K\alpha) \times u.$$

Le (a), (b) si corrispondono per il calcolo del vettore o dell'invariante primo della omografia $\alpha\frac{du}{dP}$.

DIM. V_C. — Si ottengono subito dalle I_C.

Osserviamo che la prima delle V_C dà l' $\int_\tau \frac{d\beta}{dP} v d\tau$. Se v è costante ed estendiamo la notazione $H(u, v)$ ponendo

$$H'(u, \alpha)\, x = u \times x \,.\, \alpha$$

allora si ha

$$\int_\tau \frac{d\beta}{dP}\, d\tau = -\int_\sigma H'(N, \beta)\, d\sigma$$

che presenta una notevole analogia con la seconda delle II″. Anzi tale analogia, e altre che pure si presentano, fanno ritenere che allargandosi sempre più il campo delle applicazioni, si renda necessario, o almeno molto utile, introdurre il nuovo operatore lineare $H'(u, \alpha)$ che trasforma vettori in omografie multiple di α.

6. Essendo h un ente, funzione di P, e derivabile rispetto a P, per abbreviare la scrittura porremo

$$\frac{dh}{dn} = \frac{dh}{dP} N$$

e così il simbolo ordinario $\frac{dh}{dn}$, " derivata di h nella direzione della normale a σ in P ", resta definito in modo assoluto.

Dalle ultime I_A, I_B si ha, ricordando che

$$V K\alpha = - V\alpha\,, \qquad I_1(K\alpha) = I_1\alpha$$

e senza ulteriori calcoli

$$VI_A \quad \int_\tau \left\{ u \wedge \Delta' v + v \wedge \Delta' u \right\} d\tau = -\int_\sigma \left\{ u \wedge \frac{dv}{dn} + v \wedge \frac{du}{dn} \right\} d\sigma \text{ [21]}$$

$$VI_B \quad \int_\tau \left\{ u \times \Delta' v - v \times \Delta' u \right\} d\tau = -\int_\sigma \left\{ u \times \frac{dv}{dn} - v \times \frac{du}{dn} \right\} d\sigma\,.$$

Se nella prima I_A si pone $\frac{d(\alpha v)}{dP}$ al posto di α e si ricorda (cfr. nota [7]) che

$$\operatorname{grad} \frac{d(\alpha v)}{dP} = \Delta'(\alpha v) = (\Delta\alpha) v - \alpha(\Delta' v) + 2 \operatorname{grad}\left(\alpha \frac{dv}{dP}\right)$$

---

[21] Si può anche ottenere da O. v., p. 62, [9] e dalla prima delle $II_{A,B}$.

si hanno le formule seguenti:

$$\text{VII}_A \left\{ \begin{aligned} \int_\tau (\Delta\alpha \,.\, v - \alpha\Delta' v) \wedge u d\tau &= -\int_\sigma \left(\frac{d\alpha}{dn} v - \alpha \frac{dv}{dn}\right) \wedge u d\sigma - \\ &\quad -2\int_\tau \mathrm{V}\left[\frac{du}{dP} \mathrm{K} \left\{ \mathrm{S}(\alpha, v) - \alpha \frac{dv}{dP} \right\}\right] d\tau \\ \int_\tau (\Delta\alpha \,.\, v - \alpha\Delta' v) \wedge (P - O) d\tau &= -\int_\sigma \left(\frac{d\alpha}{dn} v - \alpha \frac{dv}{dn}\right) \wedge (P - O) d\sigma - \\ &\quad -\int_\tau \left\{ 2\mathrm{V}\left(\alpha \frac{dv}{dP}\right) - (\mathrm{Rot}\,\alpha)\, v \right\} d\tau \\ \int_\tau P(\Delta\alpha \,.\, v - \alpha\Delta' v) d\tau &= -\int_\sigma P\left(\frac{d\alpha}{dn} v - \alpha \frac{dv}{dn}\right) d\sigma + \\ &\quad + \left| \int_\tau \left\{ 2\mathrm{V}\left(\alpha \frac{dv}{dP}\right) - (\mathrm{Rot}\,\alpha) v \right\} d\tau \right. \\ \int_\tau (\Delta\alpha \,.\, v - \alpha\Delta' v) d\tau &= -\int_\sigma \left(\frac{d\alpha}{dn} v - \alpha \frac{dv}{dn}\right) d\sigma \end{aligned} \right.$$ [22].

Il lettore può ottenere due formule VII_B analoghe per l'

$$\int_\tau (\Delta\alpha \,.\, v - \alpha\Delta' v) \times u d\tau$$

ponendo, nella prima delle I_B, $\frac{d(\alpha v)}{dP}$ al posto di α.

Se nell'ultima delle V_C cambiamo α e β in $\mathrm{K}\beta$ e $\mathrm{K}\alpha$, indi operiamo con K nei due membri, si ha

$$\int_\tau \alpha \,.\, \Delta\beta = -\int_\sigma \alpha \frac{d\beta}{dn} d\sigma - \int_\tau \left\{ \frac{d\alpha}{dP} i \,.\, \frac{d\beta}{dP} i + \ldots \right\} d\sigma\,;$$

sottraendo dall'ultima V_C si ha

$$\text{VII}_C \quad \int_\tau (\alpha \,.\, \Delta\beta - \Delta\alpha \,.\, \beta) d\tau = -\int_\sigma \left(\alpha \frac{d\beta}{dn} - \frac{d\alpha}{dn} \beta\right) d\sigma.$$

7. Il teorema di Stokes, così importante in pratica, non può esser conseguenza del teorema generale del n. 1. Credo di

[22] Questa formula, conseguenza della prima per $u = \text{cost}$, era stata già trovata dal Prof. Boggio, con deduzione diretta dalla prima $\text{II}_{A,B}$. Si può anche dedurre dall'ultima I_C e dalla prima delle $\text{II}_{A,B}$. Anche la VII_C era già stata trovata dal Prof. Boggio, con deduzione dall'ultima VII_A ponendo $v = \beta\alpha$ per α vettore costante.

dare un utile ed importante complemento alle cose precedenti riportando quanto mi ha recentemente comunicato il prof. Boggio.

Si supponga, come di solito, che s sia una linea chiusa e σ un diagramma avente s per contorno (s e σ contenuti in Σ nel qual campo varia P) e quando P varia in s percorra tale contorno di σ in un senso determinato (il senso di dP). Se α è omografia e $\boldsymbol{u}$ vettore, funzioni di P, si ha

$$(1) \qquad \int_s \alpha dP = \int_\sigma \mathrm{K}\,\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha \boldsymbol{N} d\sigma$$

$$(2) \qquad \int_s \boldsymbol{u} \wedge dP = \int_\sigma \mathrm{CK} \frac{d\boldsymbol{u}}{dP} \boldsymbol{N} d\sigma$$

$$(3) \qquad \int_s \boldsymbol{u} \times dP = \int_\sigma \boldsymbol{N} \times \mathrm{rot}\, \boldsymbol{u} d\sigma \quad [23]$$

e la (1) corrisponde, per generalità, alla formula (1) del n. 1.

La (1) si può dimostrare direttamente [24] imitando la dimostrazione del teorema di Stokes (*Éléments*, p. 111). Supposto s e σ in un piano ($\boldsymbol{N}$ è allora costante) si giunge alla formula

$$\int_s \alpha dP = \int_\sigma \mathrm{grad}\,(\alpha\,.\,\boldsymbol{N}\wedge)\, d\sigma\,;$$

ma osservando che, in generale,

$$\mathrm{grad}\,(\alpha\,.\,\boldsymbol{u}\wedge) = (\mathrm{K}\,\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha)\,\boldsymbol{u} - \alpha\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{u} \quad [25]$$

si ha la (1), perchè, nelle ipotesi fatte, $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{N} = 0$. Se s e σ non

---

[23] Questa corrisponde all'ordinario teorema di Stokes (cfr. *Éléments*). La (2) mi fu anche comunicata dal Prof. Pieri.

[24] Si deduce anche dalla (3), cioè dal noto teorema di Stokes, così:

$$\boldsymbol{a} \times \int_s \alpha dP = \int_s \boldsymbol{a} \times \alpha dP = \int_s (\mathrm{K}\alpha \boldsymbol{a}) \times dP = \int_\sigma \boldsymbol{N} \times \mathrm{rot}\,(\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{a}) d\sigma =$$

$$\int_\sigma \boldsymbol{N} \times (\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha)\, \boldsymbol{a} d\sigma = \boldsymbol{a} \times \int_\sigma \mathrm{K}\,\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha \boldsymbol{N} d \;.$$

[25] $\boldsymbol{a} \times \mathrm{grad}\,(\alpha\,.\,\boldsymbol{u}\wedge) = \mathrm{div}\,[\mathrm{K}(\alpha\,.\,\boldsymbol{u}\wedge)\boldsymbol{a}] = -\,\mathrm{div}\,(\boldsymbol{u} \wedge \mathrm{K}\alpha\boldsymbol{a}) =$ $-\,\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{a} \times \mathrm{rot}\,\boldsymbol{u} + \boldsymbol{u} \times \mathrm{rot}(\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{a}) = -\,\boldsymbol{a} \times \alpha\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{u} + \boldsymbol{u} \times (\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha)\boldsymbol{a} =$ $\boldsymbol{a} \times \{\mathrm{K}\,\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha \boldsymbol{u} - \alpha\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{u}\}$.

sono in un piano la (1) vale per gli elementi infinitesimi piani di σ, ecc.

La (2) si ottiene dalla (1) per $\alpha = u \wedge$; la (3) moltiplicando ($\times$) i due membri per a e ponendo poi $u = \mathrm{K}\alpha a$.

Dalla (1) risulta che αdP è differenziale esatto, almeno lungo s, solamente quando $\int_\sigma \mathrm{K}\,\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha N d\sigma = 0$ per σ arbitrario, vale a dire solamente quando $\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha = 0$ in tutto Σ; ma tale condizione è indipendente da s e quindi: αdP è un differenziale esatto in tutto il campo Σ, vale a dire α individua una deformazione di corpo continuo solamente quando $\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha = 0$. Questo risultato era già stato ottenuto per altra via (cfr. nota [7]).

In modo analogo la (2) dimostra che: $u \wedge dP$ è differenziale esatto in tutto Σ solamente quando $\mathrm{C}\frac{du}{dP} = 0$, cioè $u = \mathrm{cost.}$ perchè $\mathrm{C}0 = 0$ e C è operatore invertibile.

Similmente dalla (3): $u \times dP$ è differenziale esatto in tutto Σ solamente quando $\mathrm{rot}\,u = 0$, cioè u è il gradiente di un numero [26].

Dalla (1) si ottengono anche le formule

$$\int_s m\,dP = \int_\sigma N \wedge \mathrm{grad}\, m\, d\sigma$$

$$\int_s \frac{du}{dP} dP = 0\,; \qquad \int_s \mathrm{K}\frac{du}{dP} dP = \int_\sigma \mathrm{K}\frac{d\,\mathrm{rot}\,u}{dP} d\sigma$$

$$\int_s \Delta\alpha\, dP = \int_\sigma \Delta\mathrm{K}\,\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha N d\sigma.$$

---

[26] Queste ultime due condizioni (come la prima) si possono dimostrare anche indipendentemente dai teoremi (1)-(3). Ad es., se $u \wedge dP$ è diff. esatto si ha successivamente

$$\delta(u \wedge dP) = d(u \wedge \delta P);\ \delta u \wedge dP - du \wedge dP = 0\,;$$

$$\left(\frac{du}{dP}\delta P\right) \wedge dP - \left(\frac{du}{dP}dP\right) \wedge \delta P = 0\,;$$

$$\mathrm{C}\frac{du}{dP}\left(dP \wedge \delta P\right) = 0\,; \quad \mathrm{C}\frac{du}{dP} = 0\,; \quad \frac{du}{dP} = 0\,; \quad u = \mathrm{cost}.$$

I numeri primi da 100 000 000 a 100 005 000.

Calcolati dagli allievi della R. Scuola media maschile di Commercio
FERAUD, QUARANTA, TERRACINI
sotto la direzione del Prof. G. PAGLIERO.

Esistono parecchie tavole di numeri primi e di divisori (vedi il *Formulario Mathematico* del Peano, tomo V).

Nel 1909 è stata pubblicata una tavola dei divisori di tutti i numeri da 0 a 10 017 000 (*).

Oltre 10 017 000 non esisteva sino ad ora che la tavola dei numeri primi da 100 000 000 a 100 001 700, dovuta a William Davis e pubblicata nel " Journal de Mathématiques „, a. 1866, s. 2, t. 11, p. 188. Pare che l'autore abbia seguito, per tale ricerca, " la méthode si connue, mais si pénible, qui consiste à " essayer la division par les nombres premiers inférieurs à la " racine carrée des divers nombres dont on s'occupe, c'est-à-dire " ici inférieurs à 10 000 „.

È interessante conoscere i numeri primi in un intervallo ampio e distante nella serie naturale, per osservarne la frequenza ed esperimentare alcuni teoremi relativi ad essi numeri.

Desiderando di verificare i risultati del Davis, ed anzi di estendere la sua ricerca, ho proposto a tre distinti allievi della R. Scuola Media Maschile di Commercio, come lavoro da presentarsi alla Mostra didattica annessa all'Esposizione Internazionale di Torino, di trovare tutti i divisori primi dei numeri da 100 000 000 a 100 005 000.

(*) *Factor table for the first ten millions, containing the smallest factor of every number not divisible by 2, 3, 5, or 7, between the limits 0 and 10 017 000*, by DERRICK NORMAN LEHMER, Washington, D. C., " Carnegie Institution of Washington „, Publication, No. 105, 1909.

Ecco il procedimento seguito a tale scopo:

Scritti in colonne i numeri da 100 000 000 a 100 005 000, si sono subito segnati i divisori 2, 3, 5 accanto ai rispettivi multipli.

Si sono poi trovati i resti delle divisioni di 100 000 000 per ciascuno dei numeri primi da 7 a 10 000 e le differenze fra ciascuno di questi numeri primi ed il rispettivo resto; allora, per segnare i divisori 7, 11, 13, 17, ... accanto ai rispettivi multipli, si è operato nel modo seguente:

Il resto della divisione di 100 000 000 per 7 è 2; la differenza fra 7 e 2 è 5; dunque 100 000 005 è il primo numero, dopo 100 000 000, multiplo di 7; i successivi multipli di 7 si ottengono aggiungendo successivamente 7 a 100 000 005.

Il resto della divisione di 100 000 000 per 11 è 1; la differenza fra 11 e 1 è 10; dunque 100 000 010 è il primo numero, dopo 100 000 000, multiplo di 11; i successivi multipli di 11 si ottengono aggiungendo successivamente 11 a 100 000 010.

E così via.

Poichè i numeri primi da 7 a 10 000 sono 1226, il lavoro ha richiesto 1226 divisioni, altrettante sottrazioni ed inoltre tutte le addizioni necessarie per trovare i successivi multipli di un dato numero primo, una volta trovato il primo di essi multipli dopo 100 000 000; ma queste addizioni vanno facendosi sempre più rade col crescere del numero primo, anzi, già per alcuni numeri primi inferiori a 5 000, e per ogni numero primo superiore a 5 000, non occorre più alcuna di tali addizioni.

Il calcolo più laborioso essendo quello dovuto alle divisioni, si vede che il procedimento seguito per la ricerca dei divisori primi dei numeri da 100 000 000 a 100 005 000, ha richiesto un lavoro di poco superiore a quello necessario per trovare i divisori primi di uno solo di essi numeri.

Si osservi poi che la conoscenza delle differenze fra ciascuno dei numeri primi inferiori a 10 000 ed il resto della divisione di 100 000 000 per lo stesso numero, permette di proseguire facilmente la ricerca dopo il punto a cui noi ci siamo arrestati.

Per maggior garanzia di risultati attendibili, ho fatto ripetere due volte l'intero calcolo.

Tutte le operazioni sono state eseguite mediante un aritmometro.

*
* *

Nella prima delle due tavole seguenti, si trovano i numeri fra 100 000 000 e 100 005 000 che a noi sono risultati primi. Essi sono in tutto 277. Fra 100 000 000 e 100 001 700 sono 91. Il " Journal de Mathématiques „, loc. cit., dà invece 99 numeri primi fra 100 000 000 e 100 001 700; precisamente dà come numeri primi: 100 000 000 +

13 ; 391 ; 657 ; 723 ; 1221 ; 1353 ; 1549 ; 1647,

mentre essi ammettono rispettivamente i divisori:

827 ; 2153 ; 2711 ; 1447 ; 2689 ; 7247 ; 2447 ; 5737.

Gli altri numeri primi coincidono coi nostri.

*
* *

Nella seconda tavola si trova il numero dei numeri primi in ciascuna delle prime cinquanta centinaia sia dopo zero che dopo 100 000 000, ed il numero dei numeri primi a partire sia da zero che da 100 000 000 sino a ciascuna delle prime cinquanta centinaia successive.

Questa tavola ci dice che:

I numeri primi da 0 a 5 000 sono 669, cioè in media 13-14 per centinaio; quelli da 100 000 000 a 100 005 000 sono 277 — i quattro decimi circa del numero precedente — cioè in media 5-6 per centinaio.

Nel primo intervallo vi è un massimo di 25 numeri primi per centinaio ed un minimo di 8; nel secondo intervallo vi sono al massimo 12 ed al minimo 2 numeri primi per centinaio. Dunque dopo 100 000 000 si trovano ancora delle centinaia più dense di numeri primi che non alcune delle prime centinaia dopo zero.

Aggiungiamo ancora che da 0 a 5 000 la più grande successione di numeri consecutivi non primi consta di 33 numeri, ed è quella da 1328 a 1360; l'analoga successione fra 100 000 000 e 100 005 000 consta di 75 numeri, ed è quella da 100 001 228 a 100 001 302.

Torino, maggio 1911.

Tavola I.

I numeri primi da 100 000 000 a 100 005 000.

100 000 000 +

7	609	1203	1801	2337	2937	3549	4017	4501
37	627	1207	1809	2349	2941	3559	4027	4503
39	643	1219	1813	2389	2943	3573	4029	4507
49	651	1227	1819	2421	2961	3601	4041	4519
73	661	1303	1821	2431	2967	3619	4059	4521
81	669	1329	1827	2437	2979	3621	4089	4533
123	673	1333	1843	2493	3021	3679	4119	4537
127	687	1347	1887	2499	3037	3691	4137	4539
193	717	1357	1893	2503	3063	3699	4141	4549
213	721	1399	1903	2509	3091	3703	4143	4551
217	793	1431	1927	2541	3151	3721	4153	4561
223	799	1449	1929	2569	3153	3753	4159	4563
231	801	1467	1983	2571	3157	3759	4167	4629
237	837	1507	1987	2589	3181	3763	4189	4647
259	841	1533	2011	2593	3219	3777	4243	4651
267	853	1537	2013	2611	3243	3789	4263	4677
279	891	1569	2017	2613	3247	3801	4287	4719
357	921	1581	2031	2629	3259	3807	4309	4741
379	937	1591	2037	2641	3273	3811	4327	4813
393	939	1611	2059	2647	3279	3823	4347	4819
399	963	1623	2103	2671	3283	3829	4363	4831
421	969	1651	2113	2673	3291	3831	4389	4833
429	1029	1653	2127	2677	3301	3867	4393	4857
463	1053	1687	2139	2737	3313	3873	4407	4881
469	1059	1689	2163	2751	3331	3901	4417	4893
471	1081	1719	2167	2769	3349	3913	4449	4929
493	1087	1761	2169	2797	3361	3927	4461	4981
541	1107	1767	2173	2839	3381	3957	4473	
543	1119	1777	2181	2863	3417	3963	4477	
561	1131	1791	2223	2899	3447			
567	1147		2233		3481			
577	1159		2251		3499			
	1177		2283					
	1183		2289					

TAVOLA 2ª.

Confronto

fra la frequenza dei numeri primi da 0 a 5 000
e quella dei numeri primi da 100 000 000 a 100 005 000.

Colonna x: centinaia.
„ a: numero dei numeri primi nell'x^{mo} centinaio dopo 0.
„ b: id. dopo 100 000 000.
„ c: numero dei numeri primi da 0 a $100\,x$.
„ d: id. da 100 000 000 a 100 000 000 + $100\,x$.

x	a	b	c	d	x	a	b	c	d
1	25	6	25	6	26	11	7	378	145
2	21	3	46	9	27	15	8	393	153
3	16	8	62	17	28	14	4	407	157
4	16	4	78	21	29	12	3	419	160
5	17	6	95	27	30	11	6	430	166
6	14	5	109	32	31	12	4	442	170
7	16	8	125	40	32	10	4	452	174
8	14	4	139	44	33	11	8	463	182
9	15	5	154	49	34	15	6	478	188
10	14	5	168	54	35	11	4	489	192
11	16	5	184	59	36	14	3	503	195
12	12	7	196	66	37	13	6	516	201
13	15	4	211	70	38	12	7	528	208
14	11	6	222	76	39	11	8	539	216
15	17	3	239	79	40	11	5	550	221
16	12	6	251	85	41	15	6	565	227
17	15	6	266	91	42	9	8	574	235
18	12	5	278	96	43	16	3	590	238
19	12	9	290	105	44	9	6	599	244
20	13	5	303	110	45	11	6	610	250
21	14	6	317	116	46	12	12	622	262
22	10	9	327	125	47	12	4	634	266
23	14	5	341	130	48	12	2	646	268
24	16	3	357	133	49	8	7	654	275
25	10	5	367	138	50	15	2	669	277

L'Accademico Segretario
CORRADO SEGRE.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 28 Maggio 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE LORENZO CAMERANO
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Rossi, Carle, Allievo, Renier, Pizzi, Ruffini, Stampini, D'Ercole, Brondi, Sforza, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli e De Sanctis Segretario.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 14 maggio 1911.

Il Presidente partecipa la morte del prof. Francesco Bonatelli, Socio corrispondente dell'Accademia per la Sezione di scienze filosofiche, avvenuta in Padova il 13 corrente maggio e comunica una lettera inviata a nome dei figli dell'estinto dal prof. Adelchi Bonatelli. L'Accademia prende atto della lettera e delibera d'inviare le sue vive condoglianze alla famiglia del compianto filosofo.

Il Socio D'Ercole, ricorda con le seguenti parole il Bonatelli, esprimendo il suo profondo dolore per la perdita che fa la scienza con la morte dell'illustre filosofo:

Il prof. Bonatelli era senza dubbio un insigne cultore della disciplina filosofica, nella quale fu di una grande attività e produttività. Ed è cosa notevole, che, mentre produsse molte cose, queste erano ad un tempo seriamente e ponderatamente pensate e scritte.

Un'altra particolarità non meno notevole della sua produttività filosofica è che questa si manifestò ed estese alla trattazione de' più varii argomenti attinenti a tutto l'ámbito della filosofia.

Ebbe conoscenza larghissima di questa nella Storia della Filosofia in genere, ma in modo speciale in quella della Filosofia moderna, sopratutto della Filosofia contemporanea.

Quanto alla Filosofia contemporanea, la conobbe eccellentemente e ne scrisse con competenza dottrinale ed acume critico, come additano i suoi scritti intorno a Trendelenburg, Herbart, Lotze, Eduard von Hartmann, Wundt e ad altri per la Germania; i suoi scritti intorno ad E. Renan, Fr. Bouiller, J. Stuart Mill, al Dr. Mercier, per la Francia, l'Inghilterra, l'Olanda, congiuntamente a non pochi altri concernenti la Filosofia italiana.

Quanto alla conoscenza e trattazione de' filosofi esteri, egli era in possesso di uno strumento indispensabile, quello cioè delle lingue estere moderne, che egli conosceva eccellentemente.

Un punto poi in cui egli emergeva era quello della trattazione de' problemi psicologici, nei quali era finissimo osservatore e descrittore. Tra i tanti suoi lavori in sì fatto campo uno di quelli, in cui tale qualità spicca in modo veramente notevole, è a ricordare quello intitolato: *La coscienza e il meccanismo interiore.*

Tutta la predetta produttività filosofica era, naturalmente, concepita, trattata ed effettuata dal punto di vista filosofico che gli era proprio, il quale è quello del teismo o spiritualismo cristiano. Senza entrare nell'apprezzamento di tal punto di vista, è degno di esser notato che egli in questo non era pedissequo delle note idee e teorie cristiane, ma portava in queste un proprio acume e un proprio modo di considerazione e trattazione.

Lo stesso Socio D' Ercole presenta poi i suoi due volumi intitolati: *Il Saggio di Panlogica ovvero l'enciclopedia filosofica dell'hegeliano Pietro Ceretti* (Torino, 1911) e si sofferma a discorrere della vita e delle opere del Ceretti, lumeggiando la figura di questo insigne pensatore. Le parole di lui dette in tal proposito sono inserite negli *Atti.*

Il Segretario De Sanctis presenta la 3ª edizione della 1ª sezione della 2ª parte della *Geschichte der römischen Litteratur* del professore Martino Schanz dell'Università di Würzburg, già premiato dalla nostra Accademia col premio Vallauri, e rileva che il volume ora offerto in omaggio dall'Autore, contiene una trattazione veramente magistrale dell'età augustea. Il Socio Stampini associandosi alle parole di lode dette dal Segretario, dice che la nuova edizione della Storia della letteratura romana nell'età augustea, onora sia l'Autore sia l'Accademia che lo ha reputato degno di premio.

Il Socio Stampini, anche a nome del Socio De Sanctis, legge la relazione sulla Memoria del Dr. Ettore Provana, *Blossio Emilio Draconzio. Studio biografico e letterario.*

La Classe, approvata la Relazione e presa cognizione della monografia del Provana, ne delibera con voto unanime la inserzione nelle *Memorie* accademiche.

LETTURE

Presentazione all'Accademia del " Saggio di Panlogica dell'hegeliano Pietro Ceretti „

del Socio PASQUALE D'ERCOLE

Nel presentare all'Accademia il *Saggio di Panlogica* di Pietro Ceretti, prego gli illustri colleghi che mi permettano di entrare in alcune particolarità tanto rispetto alla persona, quanto rispetto agli scritti di lui; tanto più che, benchè egli sia meritevolissimo di esser conosciuto ed ammirato, pur vi sono non pochi, e forse alcuni anche fra noi, che non ne hanno sufficiente notizia.

Il Ceretti è un piemontese nato ad Intra il 1823 e morto ivi stesso il 1884; ed è tale uomo che fa onore non solo al luogo natio ed al Piemonte, ma anche all'Italia ed alla stessa Filosofia.

Egli era a tutti ignoto pochi anni addietro. Circa 25 anni fa il libraio Loescher, per desiderio della figlia del Filosofo, mi mandò a casa tre ponderosi volumi di lui stampati in latino col titolo di " *Pasaelogices Specimen*, Theophilo Eleuthero, editum Intri, 1864 „. — Di qui il titolo di *Saggio di Panlogica, ecc.* dell'opera che presento ai colleghi.

Da prima io rimasi maravigliato del titolo e dell'opera, e ancor più della circostanza che questa fosse interamente sconosciuta. Ma con vivissima curiosità impresi subito a percorrerne il primo volume; e confesso che fin dalle prime pagine fui preso da vera ammirazione. Progredendo nella lettura, l'ammirazione si mutò presto in vero entusiasmo, perchè trovai in lui un uomo di mente superiore, e, per giunta, appartenente ad un'orbita di pensiere, quella dell'hegelianismo, nella quale io stesso mi moveva con vivo amore e profonda convinzione.

Ho detto che si muove nell'orbita dell'hegelianismo, ma egli, uomo singolare in tutto, si era chiamato Teofilo Eleutero. Teofilo fu veramente, in quanto fu cultore ed attuatore del Divino ne' suoi scritti, Divino che era per lui la *Ragione assoluta*. Ed Eleutero lo fu davvero in modo non meno eminente, in quanto fu liberissimo di pensiere e di organismo scientifico nell'istessa orbita dell'hegelianismo.

Quanto alla sua produzione filosofica, questa fu addirittura sorprendente: egli ha una quantità grandissima di opere. Oltre ai grossi volumi latini mentovati, scrisse anche delle *Considerazioni* intorno alla Natura ed allo Spirito: una *Sinossi*, che è una vera enciclopedia filosofica in compendio; e poi anche l'*Insegnamento filosofico*; i *Sogni e Favole*; le *Memorie postume*; *La mia celebrità*, e qualche altra. Oltre a queste scrisse anche poesie, romanzi filosofici di genere sociale, ed anche un *Poema* col pseudonimo di Pietro Goreni.

In questa ingente quantità di opere si manifesta una vera evoluzione del suo pensiere, che passò per diverse *fasi*, da me ampiamente descritte in una mia antecedente opera intitolata: " *Notizia* degli scritti e del pensiere filosofico di Pietro Ceretti ", Torino, 1886.

La *prima* di queste fasi, per indicarle qui brevemente, fu la *Fase poetica*, nella quale cadono appunto le sue opere poetiche e romantiche. La *seconda* fu la *Fase filosofica* in genere ed *hegeliana* in ispecie; ed in questa cadono le sue opere filosofiche propriamente dette, specialmente i tre volumi latini e le *Considerazioni* e la *Sinossi* mentovate. La *terza* fu una *Fase di transizione* del suo pensiere, nella quale comincia a modificare il suo schietto pensiere hegeliano. La *quarta* fu la *Fase utopistica e riformativa* della Società civile, alla qual fase appartiene quel suo *Romanzo sociale* intitolato *Gregorio*, con cui descrive la *Società dell'avvenire*, Società, tra le altre cose, pensata già in possesso della stessa *Navigazione aerea*, da lui preveduta e propugnata fin da cinquant'anni fa. La *quinta* ed *ultima fase* è quella da lui denominata del *Sistema contemplativo*, nella quale egli cade e vive in una specie di soggettivismo mentale.

Ora, ecco una breve delineazione dell' *Opera Panlogica* che presento all'Accademia.

Questa si compone di quattro *parti* importantissime.

La *Prima Parte* porta il titolo di *Prolegomeni*, i quali sono una *Prefazione* e ad un tempo un *Prospetto storico* di tutta la *Dottrina filosofica* nella storica evoluzione della medesima. Questa evoluzione si compie e manifesta nelle tre epoche filosofiche *antica, medioevale* e *moderna*. Ed il prospetto che egli ci presenta in questi *Prolegomeni* è uno dei più dotti e più interessanti del genere, perchè, nel riferire dei filosofi che cadono nei diversi periodi storici, attinge direttamente alle fonti originali degli autori, non esclusi i filosofi indiani, perchè il Ceretti conosceva anche il Sanscrito, oltre alle lingue antiche; ed aveva inoltre una conoscenza amplissima delle lingue moderne da lui imparate e parlate tra le principali nazioni d'Europa nei lunghi viaggi da lui fatti in queste. Giungendo alla fine del mentovato *Prospetto*, una delle cose più compiute ed importanti è la esposizione e disamina della dottrina hegeliana, fatta ed accompagnata dal proprio disegno e delineazione di *Riformazione* dell'hegelianismo.

La *Seconda Parte* è costituita dal *primo volume* della sua *Enciclopedia filosofica riformante la hegeliana*. Questo volume contiene la propria dottrina logico-metafisica, che, secondo il principio metodico e dialettico hegeliano della tricotomia, consiste della *Prologia* (che comprende e tratta la dottrina della Proposizione, del Giudizio e del Sillogismo); della *Dialogia* (che comprende e tratta la Dottrina dell'Essere, dell'Essenza e dell'Esistenza; e della *Autologia* (che comprende e tratta la Dottrina del Sapere, del Volere e dell'Agire), la quale ultima parte di questo primo volume è concepita e trattata in modo veramente stupendo.

La *Terza Parte* è la *Filosofia della Natura*, la quale è distinta in *Natura Meccanica*, in *Fisica* e *Biologia* o Natura vivente. Una delle cose più notevoli ed importanti di questa parte dell'Enciclopedia filosofica cerettiana è la considerazione della *evoluzione storica* della *Filosofia della Natura*, a cominciare da' tempi più antichi, continuare coi medioevali e giungere fino agli ultimi tempi; nella quale evoluzione ei prende un posto di ulteriore sviluppo e progresso rispetto all'istesso concetto hegeliano della Filosofia della Natura. Altra cosa di massima importanza, nella trattazione ed esposizione di questa evoluzione storica, è che il Ceretti mostra di conoscere a fondo le stesse

opere originali dei Filosofi della Natura, e ne discute e riferisce dalle fonti di queste stesse. Altro punto notevolissimo nella Filosofia della Natura è che nella trattazione della Natura vivente, in un capitolo importantissimo di questa intitolato: " La coscienza estetica della Natura ", mette innanzi un vero concetto nuovo di sì fatta coscienza estetica, e tale da riuscire una vera nuova concezione estetica rispetto alla Natura.

La *Quarta Parte* ed ultima è quella della *Filosofia dello Spirito*, da lui distinta nelle tre parti subordinate di *Antropologia*, *Antropopedeutica* ed *Antroposofia*. Mi è impossibile di entrare nelle particolarità della trattazione cerettiana di quest'ultima parte. Dico solo che vi sono in essa punti addirittura luminosi e di vera divinazione di teorie che sono state poi messe innanzi e celebrate. Di queste una è quella di *Genio e Follia* divenuta famosa col nome e per opera del nostro indimenticabile amico Lombroso. Ebbene, il Ceretti l'aveva già antiveduta e propugnata prima di quest'ultimo, e, tra le altre cose, anche meglio spiegata ed inquadrata nella generale teoria dello Spirito.

Ed ora, dopo l'antecedente cenno del pensiere e dell'opera del geniale filosofo piemontese, si domanda se egli può occupare un posto nella storia del pensiere filosofico, e, nel caso affermativo, quale sia questo posto.

La prima risposta alla domanda è che egli è meritevole di occupare un tal posto: e nel secolo decimonono egli divide questo merito col Gioberti: soltanto Gioberti e lui sono i filosofi piemontesi di un ordine superiore, che meritano tal posto con pensiere proprio, largo e speculativo. Il primo lo merita col pensiere speculativo della sua *Formola ideale* e col *Dialettismo*, col quale ultimo si approssima al Filosofo intrese nel processo dialettico hegeliano. Il secondo col *Panlogismo* quale principio ulteriormente esplicativo e riformativo dell'hegelianismo.

Quanto poi alla natura del posto spettante al Ceretti, questo è doppio; primamente, quello di entrare nella *Generale storia della Filosofia*, ed in questa nell'hegelianismo; secondamente, nella *Storia italiana della Filosofia*, nella quale il suo posto è di bel nuovo nell'hegelianismo, ma nell'hegelianismo trapiantato ed ulteriormente sviluppato nell'Italia.

Quanto al posto del Ceretti nell'hegelianismo tedesco, non potendo entrare nelle particolarità della cosa, dirò soltanto che

nella *Scuola hegeliana tedesca* ei prende posto degnissimamente tra le figure filosofiche più spiccanti della scuola, nella quale egli è il più ampio e il più spiccato *riformatore* dell'hegelianismo, in quanto nella riforma rappresenta in modo eminente quel tale *Panlogismo*, che costituisce lo spirito fondamentale della sua dottrina riformativa dell'hegelianismo stesso.

Quanto poi al posto del Ceretti nell'hegelianismo italiano, egli non solo va collocato accanto ai più strenui hegeliani italiani, come Vera, Spaventa, Tari ed altri; ma per vastità di dottrina e per innovazione e sistemazione filosofica dell'hegelianismo merita e tiene realmente il primato.

Relazione sulla *Memoria* del Dott. Ettore Provana " *Blossio Emilio Draconzio. Studio biografico e letterario* „.

Dopo la magistrale pubblicazione del testo di Blossio Emilio Draconzio per cura di Federico Vollmer, era cosa raccomandabile che anche in Italia, ove da qualche tempo gli studî filologici han cominciato a volgersi con felice risultato alla letteratura latina cristiana, si prendesse ad esaminare con diligenza e con metodo l'opera del poeta africano, non solo per risolvere o, almeno, cercar di risolvere le questioni attinenti alla sua vita, specie alla sua prigionia, la quale ebbe tanta influenza sullo spirito e sulla produzione letteraria di lui, ma altresì per determinare ponderatamente il valore estetico de' suoi carmi, fissarne gli aspetti originali, da una parte, e, dall'altra, la dipendenza più o meno diretta dalla letteratura precedente, vedere i rapporti fra l'elemento pagano ed il cristiano nello spirito e nell'arte dello scrittore, e collocarne la figura nel giusto posto che le spetta nella storia della coltura della seconda metà del V secolo di Cristo. Questo appunto fu l'intento che si propose il dottore Ettore Provana nello scritto intitolato: *Blossio Emilio Draconzio. Studio biografico e letterario*, su cui abbiamo l'onore di riferire a questa Reale Accademia.

Tale essendo il tema preso a svolgere dal dott. Provana, era naturale che, per parecchi degli aspetti sotto cui Draconzio può essere e fu studiato, come, a cagion d'esempio, per quanto

si riferisce alla costituzione del testo, alla tecnica della lingua, alla constatazione di particolarità prosodiche e metriche, alle reminiscenze e imitazioni di poeti anteriori, alla fortuna stessa dell'opera Draconziana ne' tempi del poeta e nel medio evo, egli si rimettesse alle indagini sottili già compiute da non pochi filologi, senza più farne oggetto di speciale trattazione. Ma poichè non era stata detta l'ultima parola sulla autenticità di alcuni carmi a noi pervenuti col nome di Draconzio o a Draconzio attribuiti, doveva il Provana affrontarne di nuovo la questione; come, d'altra banda, del copioso materiale raccolto specialmente dal Barwinski, dal Rossberg, dal Vollmer stesso, a proposito della già accennata più o meno diretta dipendenza di Draconzio dalla poesia antecedente, doveva servirsi con circospetto lavoro di scelta e di eliminazione, secondo i casi; nel che, come in tutti gli altri punti trattati, il Provana, se anche non possa essere seguìto in ogni sua conchiusione, procedette con acume, con bontà di metodo, con conoscenza dell'ampia letteratura dell'argomento, con indipendenza di giudizio, ora combattendo, ora rettificando, ora integrando le conchiusioni di altri, ma esponendo pure opinioni proprie, avvalorate di serie argomentazioni. Onde il dott. Provana ha, senza dubbio, contribuito col suo lavoro a diffondere nuova luce su una delle più singolari figure della letteratura latina dell'Africa cristiana, lumeggiando un importante capitolo di storia della coltura nello scorcio del V secolo dell'era volgare.

Noi proponiamo pertanto che la Memoria del Provana sia ammessa alla lettura nella Classe.

Gaetano De Sanctis.
Ettore Stampini, *relatore*.

L'Accademico Segretario
Gaetano De Sanctis.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza dell'11 Giugno 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO S. E. PAOLO BOSELLI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Camerano, Vice-Presidente dell'Accademia, Naccari, Direttore della Classe, Salvadori, D'Ovidio, Spezia, Jadanza, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona, Mattirolo, Grassi, Fusari, Balbiano e Segre Segretario.

È letto ed approvato il verbale della seduta precedente.

Il Presidente annunzia col più profondo rammarico la perdita del Socio nazionale non residente Prof. Felice Tocco, di cui ricorda i grandi meriti pel movimento filosofico in Italia. Il Socio Mattirolo si unisce con tutto l'animo a queste espressioni di rammarico, che egli comunicherà alla famiglia del compianto Collega, alla quale è strettamente legato.

Il Presidente comunica, conformemente a una lettera del Rettore dell'Università di Pisa, che il giorno 17 corrente in quella Università si renderanno solenni onoranze ad Antonio Pacinotti, per la ricorrenza del cinquantesimo anniversario dell'invenzione dell'anello elettro-magnetico. Propone che l'Accademia sia rappresentata. — I Soci Naccari e Grassi appoggiano caldamente tale proposta, ricordando il grande merito dell'invenzione del Pacinotti e l'importanza veramente eccezionale che essa ha avuto ed ha tuttora per tutta l'elettrotecnica. — Si delibera che l'Accademia sia rappresentata dal Socio residente Grassi e dal Socio nazionale Bianchi.

Il Socio corrispondente Bassani e il sig. A. Galdieri hanno inviato in omaggio un loro opuscolo: *Scavo geologico eseguito a Capri.*

Il Socio Naccari, per incarico del Prof. Garbasso, Socio corrispondente, presenta un volume di questo scienziato: *Fisica d'oggi, Filosofia di domani*; ed un altro di conferenze da lui raccolte e pubblicate su: *I progressi recenti della Fisica.*

Il Socio Fusari offre, per incarico dell'autore A. C. Bruni, un opuscolo *Sullo sviluppo dei corpi vertebrali e delle loro articolazioni negli Amnioti.*

Il Socio Guareschi, avendo fatto riprodurre con identico frontispizio antico il libro del 1540 di Giovanventura Rosetti sull'arte dei tintori, ne presenta in dono un esemplare, ricordando l'interesse che ha quell'opera nella storia dell'industria dei colori.

Il Socio Jadanza dà lettura della sua Commemorazione del Socio G. V. Schiaparelli. Questo scritto sarà stampato fra le *Memorie.*

Vengono presentate per la pubblicazione negli *Atti* le due note seguenti:

G. Piolti, *Sintesi della Smithsonite e dell'Anglesite*, dal Socio Spezia;

C. L. Ricci, *Relazioni tra le forze e gli spostamenti per un sistema rigido soggetto a legami elastici*, dal Socio Guidi.

Il Socio Fusari, anche a nome del collega Camerano, presenta e legge la Relazione sulla Memoria del Dott. Carlo Foà: *Sulle cause del ritmo respiratorio.* La Classe approva le conclusioni della Relazione, e delibera l'accoglimento del lavoro nel volume delle *Memorie.*

Infine il Socio Mattirolo presenta una Memoria del Dr. G. Negri, intitolata: *La vegetazione del " bosco Lucedio " (Trino Vercellese). Contributo allo studio fitogeografico dell'alta pianura padana.* Vengono incaricati di riferirne in una prossima adunanza i Soci Parona e Mattirolo.

LETTURE

Sintesi della smithsonite e dell'anglesite.

Esperienze del Dott. GIUSEPPE PIOLTI

Sintesi della smithsonite.

> Le rôle de l'hypothèse est tel que le mathématicien ne saurait s'en passer et que l'expérimentateur ne s'en passe pas davantage.
>
> POINCARÉ.

Per quanto mi consta finora la smithsonite artificiale venne ottenuta nei seguenti modi:

1° scaldando in vaso chiuso, a 180°, solfato di zinco e bicarbonato sodico in soluzione. La cristallinità del prodotto è più evidente quando, nelle stesse condizioni, si fa reagire il cloruro di zinco sul bicarbonato calcico (Sénarmont);

2° decomponendo a freddo il solfato di zinco in soluzione col bicarbonato potassico in eccesso e lasciando il precipitato per alcuni giorni nella soluzione in cui tale precipitato si produsse. Prima si forma un carbonato di zinco idrato che dopo poco tempo perde la sua acqua (G. Rose) (1).

Ora, osservando ciò che succede in natura, parvemi che nè l'uno nè l'altro di tali due metodi riproducessero esattamente le condizioni di somma lentezza, a temperatura ordinaria, nelle quali deve formarsi la smithsonite. Difatti è noto come nei giacimenti zinciferi di Wiesloch (Baden), nei calcari, sia stata osservata la formazione contemporanea della smithsonite e del

---

(1) FOUQUÉ et MICHEL LÉVY, *Synthèse des minéraux et des roches*, Paris 1882, p. 208.

gesso, avvenuta lentamente per l'azione del solfato di zinco (formatosi per l'ossidazione della blenda) sui calcari (1).

D'altronde la trasformazione della calcite in smithsonite è già da lungo tempo nota in natura.

Partendo dalla considerazione di tali fatti, feci l'ipotesi che l'azione lenta d'una soluzione di solfato di zinco sopra la calcite avrebbe dovuto dar luogo a smithsonite ed a gesso. E li 15 gennaio 1893 posi in un vaso di vetro un romboedro di calcite, sospeso con un filo di platino al tappo chiudente il vaso ed una soluzione di solfato di zinco al 20 %.

Li 23 giugno 1910 il romboedro era coperto di aghi di gesso, di cui uno ha una lunghezza di mm. 25 ed una larghezza di mm. 3, ma che, per lo stato fisico delle facce, non si presta a misure goniometriche.

Alla base poi delle arborescenze di gesso trovai una grande quantità di incrostazioni mammellonari bianche, costituite da aggregati fibroso-raggiati di ultraminutissimi cristalli, ad estinzione retta.

Ciò posto, lavai ripetutamente dette incrostazioni con acqua distillata calda finchè il liquido non mi indicasse più la presenza in esso dell'acido solforico, mediante il cloruro di bario; e ciò per essere sicuro che nemmeno la più piccola traccia di solfato di zinco fosse aderente alle incrostazioni. Poscia le trattai con acido cloridrico diluito e quelle si sciolsero con viva effervescenza.

Ne portai altre sul carbone e scaldandole al cannello ebbi nettissima la reazione del zinco. Per cui, date le sostanze adoperate per l'esperienza, conchiusi che le masserelle esaminate erano di *smithsonite* e reputai inutile farne un'analisi quantitativa, anche per la scarsa quantità di materiale.

Giova poi osservare che prima delli 15 gennaio 1893 e più precisamente li 25 luglio 1891 avevo preparato un'altra esperienza per verificare se si potesse ottenere sperimentalmente l'ossidazione della blenda, ossia la sua trasformazione in solfato di zinco, mediante un agente ossidante. A tale scopo posi in un vaso di vetro, all'epoca detta, un frammento di blenda a

(1) Adolf Schmidt, *Die Zinkerz-Lagerstätten von Wiesloch (Baden)*, " Verhandlungen des Naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg ", Neue Folge, II Band, 1e Heft, 1877, p. 369.

contatto con una soluzione di nitrato potassico. Esaminato il liquido ora, cioè dopo circa vent'anni, trovai la presenza ben evidente dell'acido solforico nel liquido, ciò che dimostra come realmente sia avvenuta l'ossidazione del solfuro.

Dall'insieme di questi fatti appare chiaro che le mie esperienze provano poter essere la formazione della smithsonite, negli strati superficiali della crosta terrestre e nelle rocce calcaree contenenti blenda, dovuta all'ossidazione della blenda, alla consecutiva formazione di solfato di zinco e finalmente alla mutua reazione fra il calcare ed il solfato, con formazione di gesso e di smithsonite.

Sintesi dell'anglesite.

Non è gran tempo (1) pubblicai il risultato d'una mia esperienza dell'azione del nitrato di piombo sulla pirite e dimostrai che con tale metodo si poteva ottenere artificialmente l'anglesite.

Ma, prima dell'inizio di tale esperimento, avevo fatto un'altra ipotesi sull'origine dell'anglesite negli strati superficiali della crosta terrestre, cioè che tale minerale potesse formarsi nell'interno delle masse di galena per un fenomeno di ossidazione, tanto più che, come è noto, nelle geodi di galena talvolta s'incontra il minio.

D'altronde anche il Fouqué ed il Michel Lévy (2) affermarono nel 1882 che " l'anglésite se trouve généralement dans les " chapeaux de fer des filons de galène; elle y provient de l'oxy- " dation du sulfure de plomb ".

Ma siccome i metodi di sintesi dei vari autori indicati nel capitolo del loro libro riflettenti la sintesi dell'anglesite (3), e cioè: azione di una soluzione di solfato di rame e di cloruro di sodio sulla galena (Becquerel A. C.); fusione di un miscuglio di solfato potassico e di cloruro di piombo (Manross); azione d'una soluzione di solfato potassico sul cloruro di piombo fuso (Manross);

(1) *Sintesi dell'anglesite*, " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ", vol. XLV, Adunanza del 27 febbraio 1910.

(2) Op. cit., p. 341.

(3) Op. cit., p. 340.

mutua azione d'una soluzione di solfato ferroso e d'una soluzione di nitrato di piombo (Macè); mutua azione di una soluzione di solfato potassico e di una soluzione di nitrato di piombo (Drevermann); mutua azione di liquidi, di densità diversa, sovrapposti, e capaci di produrre l'anglesite, separati da una parete porosa (Frémy), non si basavano sull'ossidazione della galena, così il Fouqué ed il Michel Lévy aggiunsero: " cependant les différents procédés synthétiques, par double décomposition lente, " ont également dû être mis à contribution par la nature „.

Ora, per affermare ciò con sicurezza, bisognerebbe che in natura s'incontrasse l'anglesite, formatasi dalla galena, in condizioni tali da poter istituire un confronto fra dette condizioni e quelle delle varie esperienze citate. Invece alcune di queste non mi paiono potersi considerare come lo specchio di ciò che avviene in natura e quindi hanno un valore molto relativo per la minerogenesi naturale. Poichè il cercare di ottenere un minerale per sintesi senza curarsi di osservare le condizioni naturali di formazione di esso, come purtroppo fanno taluni, è una vera inversione di termini, è un vero procedere a ritroso. Chiunque si dedichi a ricerche di sintesi mineralogica deve, a mio avviso, innanzi tutto osservare ciò che si vede in natura, tener conto delle condizioni esatte di formazione, poscia fare un'ipotesi e finalmente procedere all'esperimento. Se questo riuscirà, si avrà diritto di credere l'ipotesi esatta. Ma trascurare l'osservazione del modo di presentarsi d'un minerale in natura, trascurare la paragenesi, fare un'esperienza ed ottenere per risultato che quel certo minerale si formò in un modo che non si verifica in natura, è un genere d'attività scientifica che potrà dimostrare l'abilità sperimentale di un autore, ma che non arrecherà alcun vantaggio allo studio della minerogenesi.

Quindi si comprende che io abbia battuto un'altra strada. Cioè basandomi sull'affermazione degli autori testè citati che l'anglesite, nella parte superficiale dei filoni di galena, proviene dall'ossidazione di detto minerale, pensai di far agire per lungo tempo una soluzione di nitrato potassico (sostanza che certamente circola negli strati superficiali della crosta terrestre) sulla galena. E li 19 dicembre 1891 posi in un vaso un pezzo di galena compatta a contatto con una soluzione di nitrato potassico; il vaso era chiuso con paraffina.

Aperto il vaso li 22 giugno 1909, trovai che il liquido indicava la presenza in esso dell'acido solforico e sulla galena si osservava un sottilissimo velo bianco sul quale spiccavano piccoli aggruppamenti cristallini di colore bianco o leggermente giallognolo, come si scorge nella figura.

(Ingrandimento 20 diametri).

Staccando gli uni dagli altri i cristalli, che sono ottaedri a facce curve, ed esaminandoli a luce polarizzata si vede che hanno l'estinzione retta. Portandoli sul carbone ed a fiamma riducente si ottiene un globulo di piombo; decomponendoli con una soluzione di bicarbonato sodico ed aggiungendo acido cloridrico nel liquido fino a reazione acida si manifesta col cloruro di bario la presenza dell'acido solforico. Quindi, date anche le sostanze adoperate, non vi può essere dubbio che i cristalli suaccennati siano di *anglesite*. E la reazione che dovette aver luogo si può esprimere nel seguente modo:

$$4KNO^3 + PbS = PbSO^4 + 4KNO^2.$$

Se la mia ipotesi era esatta, avrei dovuto trovare nel liquido, in cui la galena si trasformò parzialmente in anglesite, la presenza del nitrito potassico. Allora mi servii, come reattivo, del nitrato d'argento ed ebbi un precipitato bianco. Per

cui posso asserire con certezza che la mia supposizione non era errata.

Come scorgesi quindi la mia esperienza è una prova dell'affermazione dei signori Fouqué e Michel Lévy suaccennata, che cioè l'anglesite nelle parti superficiali dei giacimenti derivi dall'ossidazione del solfuro di piombo, poichè è appunto nella parte più esterna dei giacimenti che acque contenenti nitrati alcalini possono liberamente circolare ed esercitarvi la loro azione ossidante.

Per quest'azione entra naturalmente in funzione il tempo; poichè io ebbi cura di osservare, nei primi due anni, di tanto in tanto il recipiente contenente la galena, la quale si trovava non molto distante dalle pareti di vetro del vaso; e quindi avevo agio di seguire l'andamento dell'esperienza. Ora posso asserire che dopo detto spazio di tempo non eravi ancora traccia visibile, con una semplice lente da tasca, di formazione di cristalli sulla galena. Credo però che se avessi potuto, invece di una lente, servirmi di un microscopio con fortissimo ingrandimento, avrei già prima dei due anni visto qualche traccia di cristallizzazione dell'anglesite.

Ciò posto abbandonai l'osservazione e solo due anni or sono, cioè dopo circa diciasette anni e mezzo, mi accorsi che sulla galena si erano formati cristalli visibili ad occhio nudo. E se invece di toglierli per esaminarli li avessi ancora lasciati nel recipiente in cui si formarono, certamente essi sarebbero ancora cresciuti, poichè nel liquido in cui giaceva la galena vi era ancora nitrato potassico sciolto in abbondanza, come potei verificare mediante due distinti saggi chimici.

Infine, affinchè siano complete le nozioni intorno alle condizioni in cui si formò l'anglesite, osservo che la temperatura fu quella dell'ambiente del Laboratorio del Museo di Mineralogia dell'Università di Torino, ossia oscillante da un minimo di 15° ad un massimo di 25°.

Relazioni tra le forze e gli spostamenti per un sistema rigido soggetto a legami elastici.

Nota dell'Ing. CARLO LUIGI RICCI.

Introduzione.

Nelle applicazioni della Teoria dell'elasticità che si fanno nella Scienza delle costruzioni si considerano per lo più dei solidi elastici nei quali una dimensione è preponderante rispetto alle altre due; e si fa di solito la nota ipotesi della *conservazione delle sezioni piane*, con approssimazione più che sufficiente per i bisogni della pratica.

Non mancano d'altra parte dei casi in cui alcune sezioni trasversali sono realmente costrette da vincoli esterni a rimanere piane; per esempio le sezioni estreme di un arco incastrato con imposte perfettamente rigide.

Ed è appunto di solidi di questa specie che intendiamo qui occuparci, cioè di un solido elastico di forma affatto qualunque, nel quale due porzioni limitate s_0 ed s_1 della superficie esterna (per esempio le due sezioni trasversali estreme nel caso dei solidi più comunemente considerati nelle applicazioni), siano rese rigide; di queste una, — per es. s_0 —, sia assolutamente fissa, l'altra s_1, supposta libera dai vincoli, sia soggetta a forze esterne. La s_1 si può considerare essa stessa come un sistema, un corpo rigido. Il solido elastico costituisce come un vincolo, un legame elastico del *corpo rigido* s_1; le forze a questo applicate provocano in esso determinati spostamenti, i quali per la loro piccolezza si potranno considerare come dovuti a movimenti istantanei [1]: lo studio della corrispondenza tra questi spostamenti ed i sistemi di forze che, applicati ad s_1, li producono, formerà oggetto di quanto svolgerò in queste pagine.

---

[1] Si noti che nel seguito, per comodità, con la parola *moto* indicherò brevemente lo *spostamento dovuto al moto*.

In un mio recente lavoro [1] ho svolto questo studio nel caso, frequentissimo nelle applicazioni, di un corpo elastico simmetrico rispetto ad un piano, ed ho mostrato come la corrispondenza in questione si possa studiare considerando nel piano di simmetria le antipolarità rispetto a due ellissi; di queste l'una è la nota ellisse di elasticità del Culmann e del Ritter; per l'altra proposi la denominazione di ellisse di elasticità trasversale.

Studierò ora il caso di un corpo di forma generica, e discutendo i varii casi particolari che si possono presentare, ritroverò le proprietà già esposte per il solido simmetrico rispetto ad un piano. In questo ed in altri casi di simmetria la corrispondenza cercata si esprime in modo molto semplice e comodo per le applicazioni numeriche e grafiche mediante equazioni lineari ridotte, le quali non formano sistema, e perciò possono essere agevolmente risolte nel calcolo numerico; inoltre si può utilmente usare il metodo di riduzione dei sistemi di forze ad un centro e ad un piano di riduzione, noto dalla Statica grafica.

Anche nel caso più generale mostrerò come si possa ottenere lo stesso risultato con opportuna scelta degli elementi di riferimento.

In un caso particolare si presenta spontaneo il confronto col comportamento di un corpo rigido libero.

Chiuderò questo lavoro con un cenno sullo studio complessivo della elasticità di più sistemi disposti in serie, sul caso dei *sistemi solidali*, e sul modo di dedurre dalle deformazioni le reazioni di ulteriori vincoli ai quali sia soggetto il solido elastico.

Capitolo I.

Richiami della teoria delle *viti*.

§ **1.** Dovendo nel seguito fare alcune considerazioni di carattere geometrico, e studiare quindi nei sistemi di forze, o negli spostamenti il loro *schema geometrico*, sarà bene premettere

[1] C. L. Ricci, *L'ellisse di elasticità trasversale e le sue applicazioni nella Scienza delle Costruzioni*, " Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino ", vol. LXII, 1911.

poche osservazioni sul modo di considerare e trattare questi enti geometrici, e specialmente sull'uso delle coordinate.

Richiameremo qui la ben nota dualità meccanica tra statica e cinematica, nella quale sono elementi omologhi la diname ed il moto elicoidale, e ricorderemo che lo schema geometrico di questi due enti meccanici è essenzialmente lo stesso, ed è ciò che si suole chiamare, secondo Ball [1], la vite, cioè il gruppo costituito di una retta (asse centrale) e di una lunghezza (parametro).

Dalla Meccanica razionale sappiamo che un sistema di forze (od un moto elicoidale) è individuato da 6 caratteristiche, le quali altro non sono che le componenti del dato sistema in 6 forze (o rotazioni) agenti secondo 6 rette opportunamente scelte. Più in generale date 6 dinami le quali siano tutte *linearmente indipendenti*, ogni altra diname si potrà scomporre secondo le viti delle 6 date dinami, ossia si potrà ottenere come risultante di 6 dinami, le quali agiscano rispettivamente secondo le 6 viti date, e le cui *intensità* siano uguali a quelle date moltiplicate per determinati coefficienti. Ciò si enuncia brevemente dicendo che ogni diname si può esprimere come combinazione lineare delle 6 dinami date; i coefficienti della combinazione lineare si possono considerare come *coordinate omogenee* della vite secondo cui detta diname agisce.

Poichè le viti sono enti geometrici individuati da 6 coordinate omogenee, esse si possono rappresentare coi punti di uno spazio lineare a 5 dimensioni S_5 [2].

La rappresentazione può tornare utile per applicare allo studio dei sistemi di viti i concetti geometrici molto intuitivi, ed il linguaggio geometrico assai sintetico e conciso, ed inoltre per utilizzare ed applicare direttamente proprietà geometriche già note.

---

[1] Sir Robert Stawell Ball, *A Treatise on the Theory of Screws*, Cambrige, 1900.

[2] Per quel che occorre nel seguito, sulla geometria dell'S_5 e sulle sue applicazioni alla geometria delle rette si possono vedere i seguenti lavori del chiar.^{mo} Prof. C. Segre, *Studio sulle quadriche in uno spazio lineare ad un numero qualunque di dimensioni*, e *Geometria della retta e delle sue serie quadratiche*, " Memorie della R. Accad. delle Scienze di Torino ", Serie II, vol. XXXVI, 1884.

Riguardo alle proprietà delle combinazioni lineari di più punti (viti) dello spazio S_5 dobbiamo osservare che:

le combinazioni lineari di	2 punti	costituiscono	una retta R_1	∞^1
„ „	3 „	„	un piano P_2	∞^2
„ „	4 „	„	uno spazio P_3	∞^3
„ „	5 „	„	un iperpiano P_4	∞^4
„ „	6 „	„	lo spazio S_5	∞^5

Quindi una diname (o un moto a vite) si può sempre scomporre secondo 6 date viti le quali non appartengono tutte ad uno stesso iperpiano P_4.

Perchè una diname (o un moto a vite) si possa scomporre secondo 2, 3, 4, 5 viti date occorre che la sua vite stia sul luogo combinazione lineare delle 2, 3, 4, 5 date viti, le quali poi non devono appartenere ad uno stesso luogo lineare di dimensione inferiore [non più di $n+1$ in uno stesso luogo ∞^n].

Così se sono date 5 viti le quali non appartengono tutte allo stesso P_3, secondo esse si può scomporre ogni diname la cui vite stia sull'iperpiano P_4 da esse individuato; e così di seguito.

§ 2. Può interessare per il seguito la considerazione del *momento* di due date dinami di coordinate X_i ed X_i' $(i=1,\ldots 6)$; esso è una quantità che non varia al variare degli elementi coordinati; il Ball lo chiama *coefficiente virtuale*, il Klein *invariante simultaneo*.

Interpretate le coordinate di una delle dinami, per esempio della X_i', come coordinate di uno spostamento elicoidale, il *momento* esprime il lavoro compiuto dalla diname X_i per effetto dello spostamento X_i'.

Esso è evidentemente la somma dei lavori o momenti di ognuna delle componenti X_i per tutte le componenti X_i'.

Per maggiore generalità, ed anche perchè ci occorrerà in seguito, potremo supporre che le dinami siano riferite a due sestuple distinte di viti coordinate.

Indichiamo con $\mathfrak{M}_{ik}$ il momento della diname i^{esima} della prima sestupla coordinata rispetto alla k^{esima} diname della seconda sestupla; se le due sestuple coincidono si ha: $\mathfrak{M}_{ik}=\mathfrak{M}_{ki}$;

e per $i = k$ le $\mathfrak{M}$ sono gli automomenti delle dinami coordinate.

Il momento delle due viti X_i, X_i' è quindi espresso da:

$$\mathfrak{M} = \sum_{i,k=}^{6} \mathfrak{M}_{ik} X_i X_k'$$

che si può anche scrivere così:

$$\mathfrak{M} = \sum_{k=1}^{6} X_k' \sum_{i=1}^{6} \mathfrak{M}_{ik} X_i .$$

Questa relazione esprime che le viti X_k' le quali hanno momento nullo rispetto alla data vite X_i, costituiscono nello spazio S_5 un iperpiano P_4 di equazione $\mathfrak{M} = 0$. Le viti X_k' si dicono anche *coniugate* od *involutorie* colla vite X_i.

Riferite le dinami ad una stessa sestupla si avrà come si è visto: $\mathfrak{M}_{ik} = \mathfrak{M}_{ki}$, e l'automomento della vite X_i sarà espresso da:

$$\mathfrak{M} = \sum_{i,k=1}^{6} \mathfrak{M}_{ik} X_i X_k .$$

L'annullarsi dell'automomento è la condizione necessaria e sufficiente perchè la diname si riduca ad una sola forza, il moto elicoidale si riduca ad una rotazione pura, ossia la vite diventi una retta (di parametro zero).

Essendo in nostro arbitrio 6 parametri relativi alle intensità delle 6 dinami coordinate di ogni sestupla, se le sestuple di riferimento delle X_i ed X_i' sono distinte, potremo scegliere i 12 parametri in modo che 12 dei 36 coefficienti $\mathfrak{M}_{ik}$ assumano valori determinati, diversi da zero; se le due sestuple coincidono potremo scegliere i 6 parametri arbitrarii in modo da determinare 6 tra i 21 $\mathfrak{M}_{ik}$ distinti.

Spesso si usa assumere come elementi della sestupla di riferimento gli spigoli di un tetraedro, in particolare del tetraedro fondamentale delle coordinate proiettive omogenee di punto nello spazio ordinario.

In tal caso sono diversi da zero soltanto gli $\mathfrak{M}_{i,i+3}$ [1], e

---

[1] Si noti che nel seguito gli indici $i+3$ vanno intesi " modulo 6 ", ossia che se $i+3>6$ esso sta ad indicare $i+3-6$ (per $i=1 \ldots 6$).

si potranno scegliere i 6 parametri della sestupla in modo che tutti e sei gli $\mathfrak{M}_{i,i+3}$ assumano uno stesso valore dato, per es. l'unità, in guisa che il momento di due dinami X_i, X_i':

$$\mathfrak{M} = \sum_{i=1}^{6} \mathfrak{M}_{i,i+3} X_i X'_{i+3}$$

assuma la forma:

$$\mathfrak{M} = \sum_{i=1}^{6} X_i X'_{i+3};$$

e quindi l'automomento della diname X_i:

$$\mathfrak{M} = 2\sum_{i=1}^{3} \mathfrak{M}_{i,i+3} X_i X_{i+3}$$

prenda la forma:

$$\mathfrak{M} = 2\sum_{i=1}^{3} X_i X_{i+3}.$$

§ 3. Le viti coniugate o reciproche con una data vite costituiscono, come si è visto, un iperpiano; questo si può chiamare l'iperpiano *coniugato* o *polare* della data vite. La corrispondenza così definita, evidentemente lineare ed involutoria, è una polarità che chiameremo R.

Se indichiamo con ξ_k' le coordinate dell'iperpiano polare, riferito alla seconda sestupla, la polarità R viene definita dalla sostituzione:

$$\xi_k' = \sum_{i=1}^{6} \mathfrak{M}_{ik} X_i.$$

Di qua si scorge un altro significato dei coefficienti $\mathfrak{M}_{ik}$; questi per i costante e k variabile si possono interpretare come le coordinate rispetto alla 2ª sestupla dell'iperpiano polare in R del punto (vite) i^{esimo} della 1ª sestupla, od anche per k costante ed i variabile, come le coordinate rispetto alla 1ª sestupla dell'iperpiano polare in R del punto k^{esimo} della 2ª sestupla.

Se si ha un'unica sestupla di riferimento si avrà:

$$\xi_k' = \sum_{i=1}^{6} \mathfrak{M}_{ik} X_i \qquad (\text{ove } \mathfrak{M}_{ik} = \mathfrak{M}_{ki})$$

e nel caso, più specialmente considerato nell'ordinario uso delle coordinate, in cui sono soltanto diversi da zero gli $\mathfrak{M}_{i,i+3}$, sce-

gliendo le costanti in modo che siano tutte uguali all'unità, si ottiene la polarità R espressa da:

$$\xi_i' = X_{i+3} \, ,$$

cioè l'iperpiano polare ha le stesse coordinate del punto scambiate terna a terna. In questo caso la sestupla delle coordinate è autopolare in R, e sono pure coniugati il punto e l'iperpiano unità.

Si noti che le rette dello spazio ordinario contenute in un iperpiano dello spazio S_5, costituiscono un complesso lineare; le rette del complesso che passano per un punto O dello spazio S_3, formano un fascio, cioè stanno in un piano ω passante per O. La corrispondenza tra il punto O ed il piano ω è quella che si considera nella Statica grafica come *sistema nullo* o *sistema focale* relativo al sistema di forze rappresentato dalla vite corrispondente in R all'iperpiano considerato.

§ 4. Le viti di automomento nullo (rette dello spazio ordinario), come si è visto, soddisfanno l'equazione:

$$\sum_{i,k=1}^{6} \mathfrak{M}_{ik} X_i X_k = 0 \qquad (\mathfrak{M}_{ik} = \mathfrak{M}_{ki})$$

ossia i loro punti rappresentativi nell'iperspazio S_5 costituiscono una quadrica, rappresentante lo spazio rigato, la quale si suole chiamare la *quadrica delle rette*; noi la indicheremo con R_4, o brevemente con R.

Essa è la quadrica fondamentale della polarità R più sopra considerata.

Se la sestupla fondamentale è costituita dagli spigoli di un tetraedro, l'equazione della R_4 diviene:

$$\sum_{i=1}^{6} X_i X_{i+3} = 0 \, .$$

Ogni iperpiano P_4 incontra la quadrica R_4 in una quadrica C_3 (∞^3), ossia ogni sistema lineare ∞^4 di viti, combinazione lineare di 5 viti, contiene ∞^3 rette le quali costituiscono un complesso lineare.

Ogni spazio P_3 incontra la quadrica R_4 secondo un luogo C_2 (∞^2) ossia contiene ∞^2 rette, le quali costituiscono una congruenza lineare.

Ogni piano P_2 incontra la quadrica R_4 secondo un sistema C_1 (∞^1), ossia ogni combinazione lineare di tre viti contiene ∞^1 rette, le quali costituiscono una schiera rigata.

Ogni retta R_1 incontra la quadrica R_4 in due punti, òssia ogni combinazione lineare di due viti contiene, in generale, due sole rette.

Gli assi centrali delle viti di una retta R_1 costituiscono nello spazio a tre dimensioni una superficie del 3° ordine, la quale fu considerata da Plücker, Cayley, Ball ed altri col nome di *cilindroide*.

La quadrica R_4 delle rette contiene due sistemi ∞^3 di piani P_2 (∞^2), i quali corrispondono alle stelle di raggi ed ai piani rigati dello spazio ordinario. I piani P_2 di uno stesso dei due sistemi hanno a comune un solo punto (retta dell'S_3); per ogni piano P_2 di un sistema vi sono ∞^2 piani P_2 dell'altro sistema che hanno a comune col primo una retta R_1 (fascio di rette nello spazio ordinario S_3); gli altri piani del secondo sistema non hanno alcun elemento a comune col dato piano del primo sistema.

Capitolo II.

Il corpo rigido soggetto a legami elastici nel caso generale.

§ 1. Riprendiamo ora a considerare il solido elastico a cui accennammo nell'introduzione, e cerchiamo le relazioni tra le dinami applicate all'*estremo rigido* s_1 del corpo elastico ed i moti elicoidali da queste prodotti.

Dal principio della sovrapposizione degli effetti che possiamo applicare in virtù della piccolezza degli spostamenti considerati, deriva che il moto elicoidale prodotto dal sistema risultante di più sistemi di forze, è il risultante dei moti prodotti dai sistemi parziali; perciò le coordinate del moto elicoidale dovranno essere *funzioni lineari ed omogenee* delle coordinate del corrispondente sistema di forze.

La corrispondenza tra la vite della diname e quella del moto elicoidale prodotto viene perciò definita da una sostituzione lineare omogenea, ed è quindi una *omografia*.

Nel seguito riferiremo sia le dinami che i moti a vite ad una stessa sestupla di rette, spigoli del tetraedro delle coordinate proiettive omogenee di punto dello spazio ordinario; scriveremo quindi le espressioni dei momenti nella forma più semplice indicata in un precedente paragrafo.

Il noto teorema di reciprocità ci permette di affermare che se S_1 ed S_2 sono due dinami qualunque, e $\mathfrak{d}_1$, $\mathfrak{d}_2$ sono i moti elicoidali da esse rispettivamente prodotti, il momento di S_1 rispetto a $\mathfrak{d}_2$ dovrà essere uguale al momento di S_2 rispetto a $\mathfrak{d}_1$.

Ossia, se X_{1i}, X_{2i} sono le coordinate delle due dinami, e ξ_{1i}, ξ_{2i} le coordinate degli spostamenti corrispondenti, si deve avere:

$$\sum_{i=1}^{6} X_{1,i}\, \xi_{2,i+3} = \sum_{i=1}^{6} X_{2,i}\, \xi_{1,i+3}\,.$$

Con questa condizione è facile verificare che la omografia considerata deve assumere la forma seguente:

$$\text{(I)} \qquad \xi_{i+3} = \sum_{k=1}^{6} a_{ik}\, X_k \qquad i = 1 \ldots 6$$

colla condizione:

$$a_{ik} = a_{ki}\,.$$

Il determinante dei coefficienti della (I) è quindi simmetrico.

Può interessare l'espressione esplicita della corrispondenza tra gli spostamenti e le dinami che li producono; essa è l'inversa della (I): se A è il determinante dei coefficienti della (I) ed A_{ik} è il suddeterminante complementare dell'elemento a_{ik}, questa omografia viene espressa dalla sostituzione:

$$\text{(II)} \qquad A X_k = \sum_{i=1}^{6} A_{ik}\, \xi_{i+3}\,.$$

Ed abbiamo la relazione:

$$\text{(II)} = \text{(I)}^{-1}.$$

Consideriamo ora la corrispondenza prodotto della omografia (I) e della polarità R definita in un paragrafo precedente ed espressa dalla relazione:

$$\xi_i' = \xi_{i+3} \qquad i = 1 \dots 6$$

ove ξ'_i sono le coordinate dell'iperpiano polare del punto (vite) ξ_{i+3}

La corrispondenza prodotto è espressa dalla sostituzione:

$$\xi_i' = \sum_{k=1}^{6} a_{ik} X_k \qquad i = 1 \dots 6$$

e poichè il determinante è simmetrico, essa è una ***polarità, la quale ad una diname fa corrispondere l'iperpiano luogo di quelle dinami che compiono lavoro nullo durante l'azione della prima diname.***

Indichiamo con Ω questa polarità.

Analogamente potremo considerare la corrispondenza prodotto dell'omografia (II) e della polarità $R \equiv X_k' = X_{k+3}$; ossia viene definita dalla sostituzione:

$$AX'_{k+3} = \sum_{i=1}^{6} A_{ik}\, \xi_{i+3}$$

la quale rappresenta pure una polarità, che indicheremo con Ω^*. — Si noti che qui le ξ sono coordinate di punto, e le X' sono coordinate di iperpiano.

Il prodotto delle polarità Ω ed R riproduce l'omografia (I), e così facendo il prodotto della Ω^* e della R si ottiene la omografia (II):

$$\Omega R = (\mathrm{I}) \qquad \Omega^* R = (\mathrm{II}) = (\mathrm{I})^{-1}.$$

Delle polarità Ω ed Ω^* l'una si può ottenere trasformando l'altra secondo la polarità R più sopra definita; quindi anche le quadriche fondamentali delle due polarità Ω ed Ω^* sono coniugate nella polarità R.

Poichè una diname qualunque agendo sul nostro sistema elastico compie sempre un lavoro di deformazione non nullo, non potrà mai essere zero il momento della diname e del corrispondente moto elicoidale; quindi una diname non può mai appartenere al suo iperpiano coniugato nella polarità Ω, e dual-

mente un moto a vite non può mai appartenere al suo iperpiano coniugato nella polarità Ω^*.

Questo si esprime in altri termini dicendo che le polarità Ω ed Ω^* devono essere uniformi, ossia che le loro quadriche fondamentali:

$$\sum_{i,k=1}^{6} a_{ik} X_i X_k = 0 \qquad \sum_{i,k=1}^{6} A_{ik} \xi_{i+3} \xi_{k+3} = 0$$

devono essere immaginarie.

Sono queste le condizioni che la Teoria dell'elasticità ci permette di stabilire per la nostra corrispondenza, in generale, senza fare ipotesi restrittive sulla forma del sistema elastico; e vedremo che queste condizioni bastano a determinare proprietà essenziali della corrispondenza stessa.

§ 2. Prendiamo ora a considerare dinami e moti specializzati, cioè ridotti a sole forze o sole rotazioni; questo studio, oltre a mettere in luce la natura del comportamento del nostro sistema elastico, ci potrà servire a stabilire alcune delle semplificazioni geometriche od analitiche accennate nell'introduzione.

I moti elicoidali prodotti di forze uniche costituiscono una quadrica Q_4, la quale è la trasformata secondo l'omografia (I) della quadrica $R_4 \equiv \sum_{i=1}^{3} X_i X_{i+3} = 0$, contenente le rette dello spazio ordinario.

Le dinami producenti rotazione pura costituiscono una quadrica Q_4^*, la quale è la trasformata della quadrica delle rette R_4 secondo l'omografia (II).

È evidente che si può passare dalla quadrica Q_4^* alla Q_4 trasformando secondo l'omografia $(I)^2$.

Le due quadriche Q_4 e Q_4^* hanno a comune una quartica, che indicheremo con Q_3 la quale è il luogo di quelle viti tali, che le dinami secondo esse agenti producono sola rotazione, ed insieme i moti elicoidali compiuti secondo esse sono prodotti da sole forze.

Le forze producenti rotazioni pure costituiscono la quartica intersezione delle quadriche R_4 e Q_4^*; poichè la R è la quadrica delle rette detta quartica nello spazio ordinario costituisce,

com'è noto [1], un complesso quadratico di rette, che chiameremo il complesso 1.

Le rotazioni prodotte da forze uniche formano esse pure una quartica dell'S_5, intersezione delle quadriche R_4 e Q_4, la quale, interpretata nello spazio ordinario, è pure un complesso quadratico di rette, che diremo il complesso 2.

Alle rette del complesso 1, nell'omografia (I) corrispondono le rette del complesso 2.

§ **3**. Tra le forze uscenti da un punto (dello spazio S_3), le quali costituiscono un piano P_2 dello spazio S_5, ve ne sono ∞^1 producenti sola rotazione, ossia appartenenti al complesso 1; esse, per le note proprietà dei complessi quadratici, costituiscono un cono quadrico C.

L'equazione del cono che ha il vertice nel punto in cui concorrono i tre spigoli 1, 2, 3 del tetraedro delle coordinate è la seguente:

$$\sum_{k=1}^{6} \left(\sum_{i=1}^{3} a_{ik} X_i\right) \left(\sum_{i=1}^{3} a_{i,k+3} X_i\right) = 0.$$

Allo stesso modo si riconosce che tra le forze giacenti in un piano ve ne sono ∞^1 producenti sola rotazione, ossia appartenenti al complesso 1, e queste costituiscono un inviluppo di secondo grado.

Analoghe proprietà valgono naturalmente per le rotazioni prodotte da sole forze, ossia per le rette del complesso 2.

§ **4**. Ad un piano P_2 (∞^2) della quadrica R_4 delle rette, — il quale rappresenta o una stella di raggi o un piano rigato dell'S_3 —, nell'omografia (I) corrisponde un piano P_2^1 della quadrica Q_4*, il quale in generale non appartiene alla R_4, ma ha in comune colla R_4 ∞^1 rette, le quali in generale costituiscono una schiera rigata di 2° grado.

Questo risultato, oltre che dalle note proprietà dei luoghi lineari dello spazio S_5, si può anche dedurre considerando che se le rette del complesso 1 contenute nel piano P_2 (stella) della R_4

[1] Cfr. C. Segre, Opere citate.

costituiscono un cono non spezzato, le corrispondenti rette del complesso 2 devono essere tutte sghembe tra loro; giacchè se due qualunque r_1 ed r_2 si incontrassero, una loro combinazione lineare sarebbe una rotazione, ed appunto quella prodotta dall'analoga combinazione lineare delle forze corrispondenti f_1 ed f_2; e quindi da una forza non giacente sul cono C; il che non può essere, poichè le forze per il punto dato che producono sola rotazione sono tutte sul cono C; quindi le rotazioni prodotte dalle forze del cono C costituiscono una rigata sghemba del 2° grado.

Lo stesso si può ripetere per le rotazioni corrispondenti a forze di complesso 1 giacenti in un piano, e quindi costituenti uno inviluppo di 2ª classe.

Ai coni ed agli inviluppi piani del complesso 1 corrispondono quindi schiere rigate costituite dalle rette del complesso 2; e se ne hanno due sistemi ∞^3.

Inversamente, poichè i due complessi 1 e 2 si comportano in modo affatto simmetrico, si possono ripetere questi risultati scambiando tra loro i complessi 1 e 2.

Se il cono delle rette del complesso 1 passanti per un punto si spezza in due fasci di rette, il che avviene quando il vertice del cono sta sulla *superficie singolare* del complesso, ai due fasci corrisponderanno nel complesso 2 pure due fasci, i quali però non avranno lo stesso centro, ma avranno i centri sulla retta intersezione dei loro due piani, giacchè devono avere un elemento comune corrispondente alla retta comune dei due fasci del complesso 1.

I due complessi 1 e 2 hanno a comune una congruenza di rette del 4° grado C_4 (∞^2), la quale è il luogo delle rette che considerate come forze hanno per corrispondenti sole rotazioni, e considerate come rotazioni hanno per corrispondenti sole forze. Essa si può pure riguardare come intersezione della quadrica delle rette R_4 colla quartica Q_3 più sopra definita.

§ 5. Consideriamo i coni di rette dei due complessi aventi il vertice in uno stesso punto V; abbiamo visto che al cono C_1 del complesso 1 corrisponde nella omografia (I) una schiera rigata S_1 del complesso 2, e che al cono C_2 del complesso 2 corrisponde nell'omografia (II) $\equiv$ (I)$^{-1}$ una schiera rigata S_2 del complesso 1.

Poichè tutte le rette del cono C_1 incontrano tutte le rette del cono C_2, per il teorema di reciprocità tutte le rette della rigata S_1 devono incontrare tutte le rette della rigata S_2, cioè le due schiere rigate sono *associate*, ossia *appartengono alla stessa quadrica* (dello spazio S_3). Abbiamo visto che se il cono C_1 si spezza in due fasci, anche la schiera rigata S_1 ad esso corrispondente, si spezza in due fasci (aventi i centri distinti sulla intersezione dei piani pure distinti); quindi, poichè la S_2 è *associata* della S_1, dovrà essa pure spezzarsi in due fasci, ognuno dei quali avrà il centro di uno, ed il piano dell'altro dei fasci precedenti; ma in tal caso anche il cono C_2 corrispondente di S_2 deve spezzarsi in due piani.

Quindi se il punto V appartiene alla *superficie singolare* del complesso 1 esso appartiene pure alla superficie singolare del complesso 2, e poichè ciò vale per qualunque punto singolare, ne consegue, che *i due complessi quadratici 1 e 2 hanno la stessa superficie singolare, ossia sono* OMOFOCALI.

Per le note proprietà dei piani tangenti alla superficie singolare di un complesso quadratico risulta da quanto abbiamo visto — e si può pure dimostrare in modo diretto — che se per un piano si spezza in due fasci l'inviluppo del complesso 1, per lo stesso piano si spezza pure l'inviluppo del complesso 2.

§ 6. *Discussione dei casi speciali.* — Occupiamoci ora di determinare in base alle proprietà della corrispondenza (I), quali sono i casi speciali, che si possono presentare, e precisamente, poichè i due complessi 1 e 2 sono elementi caratteristici nella nostra questione, ci proporremo di studiare le varie specie di questi complessi [1]. Com'è noto, i complessi quadratici si classificano secondo le particolarità della loro superficie singolare, e poichè, come abbiamo dimostrato, i complessi 1 e 2 sono omofocali, essi saranno sempre della stessa specie; basterà quindi studiare uno di essi.

Le particolarità di un complesso quadratico si ricercano studiando il fascio di quadriche dell'S_5 avente per *base* il complesso medesimo. Poichè il nostro complesso 1 è l'intersezione

---

[1] Cfr. ad esempio C. Segre, Opere citate.

delle quadriche R e Q^*, dovremo studiare le particolarità del fascio di quadriche:

$$\sigma R - Q^* = 0$$

e per il complesso 2 il fascio:

$$\sigma R - Q = 0.$$

Il determinante dei coefficienti di questa forma quadratica uguagliato a zero costituisce un'equazione di 6° grado in σ, le cui radici corrispondono ai coni del fascio di quadriche. Le radici doppie di questa equazione ci danno i punti doppi della quartica intersezione delle due quadriche, ossia le rette doppie del complesso.

I complessi si classificano quindi secondo la forma della *caratteristica* ossia del gruppo degli esponenti dei divisori elementari del discriminante dell'equazione $\sigma R - Q^* = 0$ secondo il metodo di Weierstrass (¹).

La quadrica Q^* è la trasformata della $\sum_{i=1}^{3} \xi_i \xi_{i+3} = 0$ secondo la sostituzione: $\xi_{i+3} = \sum_{k=1}^{6} a_{ik} X_k$, dalla quale si ha pure: $\xi_i = \sum_{h=1}^{3} a_{i+3,h} X_h$.

Sostituendo si ottiene:

$$\sum_{i=1}^{3} \xi_i \xi_{i+3} = \sum_{i=1}^{6} \sum_{h,k=1}^{6} a_{ik} a_{i+3,h} X_h X_k = \sum_{h,k=1}^{6} X_h X_k \sum_{i=1}^{3} a_{i,k} a_{i+3,h} = 0.$$

Più brevemente possiamo scrivere:

$$\sum_{h,k=1}^{6} p_{h,k} X_h X_k = 0$$

avendo posto:

$$p_{h,k} = \sum_{i=1}^{3} a_{i+3,h} a_{i,k}.$$

(¹) Cfr. anche Klein, *Ueber die Transformation der allgemeinen Gleichung des zweiten Grades zwischen Linien-Coordinaten auf eine canonische Form*, "Math. Ann.", XXIII, 1884, S. 557, u. f.

Essendo la R espressa da $\sum_{g=1}^{3} X_g X_{g+3} = 0$, l'equazione: $Q^* - \sigma R = 0$ ha il determinante seguente:

$$\begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14}-\sigma & p_{15} & p_{16} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} & p_{25}-\sigma & p_{26} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} & p_{35} & p_{36}-\sigma \\ p_{41}-\sigma & p_{42} & p_{43} & p_{44} & p_{45} & p_{46} \\ p_{51} & p_{52}-\sigma & p_{53} & p_{54} & p_{55} & p_{56} \\ p_{61} & p_{62} & p_{63}-\sigma & p_{64} & p_{65} & p_{66} \end{vmatrix} = 0$$

Per semplificare la ricerca potremo immaginare ridotte le quadriche R e Q in forma canonica.

Abbiamo visto in un precedente paragrafo che l'omografia (I) si può ottenere con prodotto delle due polarità Ω ed R delle quali la prima è uniforme, e la seconda ha per quadrica fondamentale la quadrica delle rette.

La quadrica Q, o la polarità rispetto ad essa, si ottiene trasformando la quadrica o polarità R secondo l'omografia (I); si trova:

$$Q \equiv (\mathrm{I})^{-1} R\, (\mathrm{I}) = R\Omega R\Omega R.$$

Con una conveniente trasformazione di coordinate nell' S_5 si può porre:

$$\Omega \equiv \sum_{i=1}^{6} a_i\, x_i^2 = 0 \qquad R \equiv \sum_{i=1}^{6} x_i^2 = 0.$$

È ben noto che quando una delle polarità (Ω) è uniforme, detta trasformazione di coordinate si può sempre fare con una sestupla di riferimento reale, e con coefficienti a_i reali e diversi da zero; le coordinate di un punto reale non sono però tutte reali, ma tre di esse sono immaginarie pure.

Inoltre dalla così detta *legge d'inerzia* relativa ai segni di coefficienti di una forma quadratica risulta che tre delle a_i sono positive e le altre tre negative.

È facile verificare in base alla precedente espressione di $Q = R\Omega R\Omega R$ che la Q con questa trasformazione di coordinate diviene:

$$Q \equiv \sum_{i=1}^{6} \frac{x_i^2}{a_i^2} = 0.$$

La quadrica Q^*, o la polarità relativa, si ottiene trasformando la R secondo l'omografia (II) inversa della (I), e si ha:

$$(II) \equiv (I)^{-1} \equiv R\Omega.$$

Quindi:

$$Q^* \equiv (I)\, R\, (I)^{-1} \equiv \Omega R R R \Omega \equiv \Omega R \Omega$$

essendo: $R^2 = 1$.

Di qui si ricava:

$$Q^* \equiv \sum_{i=1}^{6} a_i^2\, x_i^2 = 0.$$

Il complesso 1 è quindi definito dalle due equazioni:

$$R \equiv \sum_{i=1}^{6} x_i^2 = 0 \qquad Q^* \equiv \sum_{i=1}^{6} a_i^2\, x_i^2 = 0.$$

Il complesso 2 è definito dalle:

$$R \equiv \sum_{i=1}^{6} x_i^2 = 0 \qquad Q \equiv \sum_{i=1}^{6} \frac{x_i^2}{a_i^2} = 0.$$

Dalla forma delle equazioni ridotte risulta ciò che già si è dimostrato direttamente, ossia che i due complessi sono *omofocali* (1).

L'equazione che ci dà colle sue radici doppie le rette doppie del complesso 1 si ottiene uguagliando a zero il determinante dei coefficienti della forma: $\sigma R - Q^*$, nel quale sono diversi da zero soltanto gli elementi della diagonale principale: quindi si ha:

$$\prod_{i=1}^{6} (\sigma - a_i^2) = 0.$$

Le radici sono:

$$\sigma = a_i^2.$$

Una radice doppia può provenire da $a_i = \pm a_k$.

Analogamente l'equazione relativa al complesso 2 è la seguente:

$$\prod_{i=1}^{6} \left(\sigma - \frac{1}{a_i^2}\right) = 0.$$

---

(1) V. KLEIN, *Liniencomplexe ersten und zweiten Grades*, " Math. Ann. ", vol. II (1870), S. 223-224.

Le radici sono:

$$\sigma = \frac{1}{a_i^2}$$

ed una radice doppia si ha per $a_i = \pm a_k$; risulta quindi che i due complessi hanno le stesse rette doppie, come deve essere poichè sono omofocali.

Dalla forma dell'equazione risulta che ogni radice doppia annulla anche tutti i suddeterminanti di ordine 5, ogni radice tripla tutti i suddeterminanti di ordine 5 e 4, e così via; in generale ogni radice m^{pla} annulla tutti i suddeterminanti fino all' ordine $6 - m + 1 = 7 - m$ ($m \leq 6$). Quindi i divisori elementari saranno sempre lineari, e saranno cioè da escludere quelle specie di complessi, che ammettono una *caratteristica* con indici diversi dall'unità.

Nei casi in cui si hanno radici doppie, [(11) 1111], [(11) (11) 11], [(11) (11) (11)] i complessi presentano rispettivamente 1, 2 e 3 coppie di rette doppie (sghembe quelle di una stessa coppia, e del resto incidenti). Le rette doppie di una stessa coppia si corrispondono in doppio nell'omografia (I).

Capitolo III.

Caso speciale dei complessi tetraedrali.

§ **1**. Presenta particolare interesse il caso del complesso tetraedrale [(11) (11) (11)], sia per le sue proprietà caratteristiche, le quali permettono di semplificare notevolmente le espressioni della omografia (I), sia perchè alcune sue ulteriori specializzazioni metriche si presentano frequentemente nelle applicazioni.

Vediamo ora come l'esistenza di questo possa essere riconosciuta anche senza ricorrere al criterio analitico più sopra esposto.

Abbiamo visto che ai piani P_2 (stelle o piani rigati dell'S_3) della quadrica R_4 corrispondono nella omografia (I) e (II) i piani P_2 delle quadriche Q_4 e Q_4^*, i quali in generale non coincidono con alcuno dei P_2 della R_4, ossia in generale contengono viti generiche non tutte ridotte a sole rette, ed abbiamo anche visto che quelle ridotte sono le ∞^1 generatrici di una schiera rigata.

In particolare può accadere che la quadrica Q_4^* abbia a comune colla R_4 un piano P_2'' corrispondente di un piano P_2' di R_4 nell'omografia (I). In tal caso è facile dimostrare che P_2' e P_2'' non possono appartenere alla stessa delle due serie di piani P_2 di R_4, ossia, se P_2' è una stella di raggi, P_2'' deve essere un piano rigato e viceversa.

Infatti, supponiamo che P_2' e P_2'' appartengano alla stessa serie, cioè siano entrambi o stelle di raggi, o piani rigati: in tal caso al raggio comune r considerato come appartenente a P_2' corrisponde un raggio P_2'' incidente ad r; il che non può verificarsi, poichè il *coefficiente virtuale* di due viti corrispondenti in (I) non può mai essere nullo, ed in particolare due raggi corrispondenti non possono mai essere incidenti; quindi è assurda l'ipotesi.

Per ragioni analoghe il centro della stella ed il piano rigato non si appartengono; infatti ogni forza deve essere sghemba rispetto alla corrispondente rotazione.

Perciò, se esiste un punto P, in guisa che tutte le forze uscenti da esso producano sola rotazione, gli assi delle rotazioni prodotte giacciono tutte in un piano π non passante per P.

Possiamo assumere come vertice e faccia opposta del tetraedro delle coordinate il punto P ed il piano π; e siano X_i, ξ_i per $i = 1, 2, 3$ tra le componenti di una diname e di un moto elicoidale, quelle che escono da P, e per $i = 4, 5, 6$ le altre tre componenti giacenti in π.

Poichè una forza uscente da P, $(X_4 = X_5 = X_6 = 0)$ per l'ipotesi fatta produce una rotazione giacente in π $(\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0)$, nella sostituzione (I) sono nulli i coefficienti a_{ik} per $i = 4, 5, 6$ e $k = 1, 2, 3$, e quindi essendo $a_{ik} = a_{ki}$ sono pure nulli i coefficienti per $i = 1, 2, 3$ e $k = 4, 5, 6$.

Quindi la sostituzione (I) si scinde nelle due seguenti:

$$(\alpha) \quad \xi_{i+3} = \sum_{k=1}^{3} a_{ik} X_k\,; \qquad \xi_{i+3} = \sum_{k=4}^{6} a_{ik} X_k \equiv \left(\xi_i = \sum_{k=1}^{3} {}_{i,k+3} X_{k+3}\right)$$

delle quali la seconda dimostra che le forze giacenti in π producono rotazioni passanti per P.

Ciò si può pure dimostrare osservando che ogni forza giacente in π è incidente a tutte le rotazioni di π, corrispondenti

alle forze di P; dunque lo spostamento prodotto da detta forza deve essere tale da avere momento nullo rispetto a tutte le forze di P, e quindi esso non può essere altro che una rotazione intorno ad un asse passante per il punto P.

Scomposta ora una diname in due forze componenti, l'una f_2 passante per P, l'altra f_1, giacente in π, la corrispondente deformazione risulta di una rotazione r_2 passante per P, prodotta dalla f_1, e di una rotazione r_1, giacente in π, prodotta dalla f_2; le relazioni geometriche tra le componenti delle forze e le corrispondenti rotazioni sono espresse dalle sostituzioni (α). E precisamente, poichè le X_k per $k = 1, 2, 3$ possono essere interpretate come le coordinate omogenee della traccia su π della forza f_2, la prima delle (α) esprime che tra la traccia della f_2 e la rotazione prodotta r_1, intercede una polarità uniforme, — la quale si potrebbe costruire come antipolarità rispetto ad un'ellisse. — Analogamente la seconda delle (α) esprime che tra le forze contenute nel piano π, e le traccie su π delle corrispondenti rotazioni (passanti per P) di coordinate ξ_i, per $i = 1, 2, 3$, intercede pure una polarità uniforme. Potremo chiamare questa la polarità 1, e la precedente la polarità 2.

Le due polarità 1 e 2 ammettono un triangolo autopolare comune, il quale è certo reale poichè le due polarità sono uniformi. I vertici di questo triangolo godono proprietà analoghe a quelle del punto P; ossia tutte le forze passanti per uno di questi punti producono rotazioni pure, i cui assi stanno nel piano individuato da P, e dal lato opposto del triangolo autopolare. Infatti le componenti f_1 ed f_2 di una tale forza produrranno la prima una rotazione uscente da P, ed incidente al lato del triangolo, opposto al vertice considerato, l'altra una rotazione intorno a questo stesso lato; le due rotazioni componendosi danno luogo ad una rotazione giacente nel piano determinato da P e dal lato stesso.

Potremo assumere come ulteriori vertici del tetraedro delle coordinate i tre vertici del triangolo in questione; in tal caso ogni forza agente lungo uno spigolo del tetraedro delle coordinate produce rotazione intorno allo spigolo opposto; perciò l'omografia (I) prende la forma semplicissima

$$\xi_{i+3} = a_i X_i \qquad i = 1 \ldots 6.$$

In questo caso il tetraedro è la superficie singolare di entrambi i complessi 1 e 2, i quali sono quindi tetraedrali.

Le quattro stelle di centri, i vertici del tetraedro, ed i quattro piani rigati aventi per sostegni le faccie del tetraedro, interpretati nello spazio S_5 sono otto piani P_2 comuni alle tre quadriche R_4, Q_4, Q^*_4.

Essi costituiscono la congruenza Q_3 di 4° grado, — degenere —, comune alle tre quadriche.

Una stella ed il piano rigato opposto si corrispondono in doppio modo nell'omografia (I).

§ 2. Ciò che ora abbiamo visto ci permette di enunciare il seguente:

Teorema: *Se un complesso quadratico di rette ammette una stella ed un piano rigato i cui raggi siano tutti del complesso ed i cui sostegni non si appartengono, esso è un complesso tetraedrale; il centro della stella e il piano rigato sono vertice e faccia opposta del tetraedro.*

Il quale può essere dimostrato direttamente come segue:

Sia P il centro della stella, π il piano rigato; e P non stia su π.

In ogni piano passante per P si ha un fascio, di centro P, di rette del complesso; quindi detto piano deve ancora contenere un fascio di raggi del complesso, e poichè appartiene al complesso la retta intersezione del piano in questione col piano π, il centro di detto fascio deve stare su questa retta. Così pure per ogni punto di π il cono di rette del complesso si spezza nel piano π stesso ed in un altro piano, il quale passa per P.

Consideriamo ora due punti generici non allineati su P, e siano A e B; i relativi coni di raggi del complesso segano il piano π secondo due coniche a e b le quali passano rispettivamente per i punti A' e B', proiezioni su π di A e B dal punto P, poichè i raggi PA e PB appartengono al complesso. Per ciò che si è detto poco sopra sulla retta $A'B'$ si dovrà trovare un punto C, centro di un fascio, contenuto nel piano $PA'B'$, tutto di rette del complesso; quindi, poichè sono del complesso le rette CA e CB, il punto C è un'intersezione delle due coniche a e b. Queste si incontrano in altri tre punti U, V, W; per uno qualunque di questi punti, per esempio U, sono del

complesso le rette del fascio $(U\pi)$, e poi le tre rette UP, UA, UB, le quali *non* stanno in un piano, avendo noi supposto non allineati i tre punti P, A, B; perciò tutte le rette passanti per U sono rette del complesso; e lo stesso si può ripetere per i punti V e W.

Il complesso è quindi tetraedrale, ed i vertici del tetraedro singolare sono $PUVW$.

§ 3. *I sistemi simmetrici.* — Vediamo ora alcuni casi particolarmente semplici che si presentano frequentemente nelle applicazioni, e nei quali è facile constatare direttamente l'esistenza di una stella o di un piano rigato di rette tutte nel complesso 1 (e 2).

Supponiamo che il nostro sistema elastico sia simmetrico rispetto ad un piano che chiameremo π.

È evidente che sistemi di forze simmetrici rispetto a detto piano producono spostamenti pure simmetrici.

Una diname si potrà ridurre a due forze componenti, l'una f_1 giacente in π e l'altra f_2 normale a detto piano; così pure il moto elicoidale si può ridurre a due rotazioni componenti l'una r_1 contenuta in π, l'altra r_2 normale a π.

Si noti che la rotazione simmetrica di una data viene rappresentata dal segmento opposto del simmetrico di quello che rappresenta la rotazione data.

Quindi il simmetrico di un dato moto elicoidale rappresentato dalle rotazioni r_1 ed r_2, ha per componenti le rotazioni $-r_1$ ed r_2.

Una forza giacente in π coincide colla sua simmetrica rispetto a π; quindi il moto da essa prodotto deve pure coincidere col suo simmetrico, perciò deve essere $r_1 = -r_1 = 0$, ossia la deformazione si riduce alla rotazione r_2 normale a π.

Una forza normale a π coincide coll'opposta della sua simmetrica, perciò anche la deformazione corrispondente coincide coll'opposta della simmetrica; quindi deve essere: $r_2 = -r_2 = 0$, ossia il moto prodotto si riduce ad una rotazione r_1, giacente in π.

Quest'ultima proprietà, dimostrata direttamente, si poteva dedurre dalla precedente per quanto si è visto più sopra; giacchè se le forze giacenti in π producono rotazioni passanti per il punto P_∞, in direzione normale a π, le forze uscenti da P_∞ devono produrre rotazioni giacenti in π.

In questo caso i complessi 1 e 2 sono tetraedrali; e sono piano e vertice opposti del tetraedro singolare comune il piano ed il punto P_∞ in direzione normale a π.

È chiaro che se il sistema elastico ammette un altro piano di simmetria normale a π, anche questo, col punto all'infinito in direzione normale, appartiene al tetraedro singolare; e così pure quando esista un terzo piano di simmetria, ortogonale ai due precedenti.

§ **4**. Questi casi, come già accennai nell'introduzione, furono da me trattati nel mio lavoro già citato. Ivi è studiata la corrispondenza tra le componenti delle dinami, e quelle dei moti elicoidali mediante le due polarità 1 e 2 (antipolarità rispetto alle ellissi 1 e 2); e si accenna pure all'esistenza ed alle proprietà del tetraedro fondamentale (V. cap. IV, § 11, estr. pag. 41). Furono pure studiate le condizioni perchè una forza produca sola rotazione (V. cap. IV, § 5, pag. 36 estr.); e vorrei ora qui accennare come, mediante i risultati là ottenuti, si possono stabilire le proprietà caratteristiche dei complessi 1 e 2.

Si considera colà una trasformazione quadratica $(X - P_1)$ la quale ad un punto X di π fa corrispondere il punto P_1 intersezione delle due polari di X nelle due polarità 1 e 2; e poi la trasformazione pure quadratica $(X - p)$ ottenuta come prodotto della $(X - P_1)$ e della polarità 1, $(P_1 - p)$.

Per ogni punto X di π passa una retta p corrispondente di X nella trasformazione quadratica $(X - p)$, in guisa che ogni forza passante per X e proiettantesi in p produce una rotazione semplice.

Se X descrive una retta t, la p inviluppa una conica T. Consideriamo un piano qualunque τ di traccia t; tra le forze di questo piano producono sola rotazione quelle, le cui linee di azione si proiettano su π nelle rette dell'inviluppo T, ossia sono tangenti alla conica T' di τ, la cui proiezione ortogonale su π è la conica T.

Se la retta p descrive un fascio di centro C, il punto X descrive una conica C; se consideriamo un punto qualunque C', il quale si proietti ortogonalmente su π in C, tra le forze le cui linee d'azione passano per P', producono sola rotazione

quelle che stanno sul cono Γ ottenuto proiettando la conica C dal punto C'.

Si riconosce così che le forze producenti sola rotazione costituiscono un complesso quadratico (complesso 1). In modo analogo si possono stabilire direttamente le proprietà del complesso 2; e si possono pure riconoscere, come è facile verificare, le proprietà relative alla superficie singolare, ai coni o inviluppi del complesso spezzati, ed alle rigate a questi corrispondenti nell'altro complesso.

§ **5**. Nel lavoro citato la corrispondenza veniva definita dalle due ellissi fondamentali delle due antipolarità 1 e 2, e dei *pesi elastici* relativi. Scelto come riferimento il tetraedro singolare, se 1, 2, 3 sono gli spigoli di questo contenuti in π, i coefficienti a_1, a_2, a_3 della trasformazione:

$$\xi_{i+3} = a_i X_i \qquad (i = 1 \ldots 6)$$

sono i momenti statici del *peso elastico* 1 *(ordinario)* rispetto ai tre suddetti spigoli, quindi sono proporzionali alle distanze del centro dell'ellisse 1 (ordinaria), da quelle tre rette, ossia si possono assumere come coordinate omogenee di detto centro riferito al triangolo formato da quei tre spigoli. La grandezza del peso elastico relativo si otterrà dividendo uno qualunque di detti coefficienti per la distanza del centro 1 dalla corrispondente retta fondamentale.

Analogamente le quantità $\frac{1}{a_4}$, $\frac{1}{a_5}$, $\frac{1}{a_6}$ sono i momenti statici, rispetto ai detti lati, del *peso elastico 2 (trasversale)*, od anche le coordinate omogenee, rispetto al triangolo fondamentale, del centro dell'ellisse 2 (trasversale): anche qui la grandezza del peso elastico si ottiene dividendo una di dette quantità per la distanza del centro 2 dal corrispondente asse.

§ **6**. Analoghe specializzazioni si presentano nel caso di un sistema elastico simmetrico rispetto ad un punto P.

Anche qui è evidente che sistemi di forze simmetrici rispetto a P producono spostamenti pure simmetrici.

Riduciamo la diname ad una componente passante per P

e ad una coppia; riduciamo il moto elicoidale ad una rotazione r passante per P e ad una traslazione t.

Una forza passante per P *produce sola traslazione.*

Infatti una forza che passi per P coincide coll'opposta della sua simmetrica; e quindi la corrispondente deformazione (r, t), la cui simmetrica è la $(r, -t)$, deve essere tale che $r = -r = 0$, ossia si riduce ad una sola translazione t.

Una coppia produce una rotazione pura passante per P.

Questa proprietà risulta dalla precedente, osservando che per quanto si è dimostrato più sopra, se le forze uscenti da P producono rotazioni giacenti nel piano all'infinito π_∞ (traslazioni), ne consegue che le forze di questo piano (coppie) producano rotazioni uscenti da P.

D'altra parte ciò si può dimostrare pure direttamente osservando che una coppia coincide colla sua simmetrica rispetto a P, e quindi il corrispondente spostamento deve essere tale che si abbia: $t = -t = 0$, ossia si riduce ad una semplice rotazione r passante per P.

In questo caso il tetraedro fondamentale risulta costituito del piano all'infinito, al quale è opposto il vertice P, e di tre piani passanti per P, i quali si determinano al solito modo, cioè proiettando da P il triangolo autopolare comune alle due polarità nel piano all'infinito.

Le coordinate riferite a questo tetraedro sono le coordinate cartesiane.

È ovvio che se il sistema elastico ammette pure un piano di simmetria passante per P, anche questo piano appartiene al tetraedro, e gli altri due piani proprii di questo sono normali a detto piano di simmetria.

§ 7. *Confronto col corpo rigido libero.* — Può accadere che anche questi due piani siano ortogonali tra loro, e che inoltre nelle espressioni dell'omografia (I) si abbia: $a_1 = a_2 = a_3$, avendo assunto come rette 1, 2, 3 i tre assi (proprii) delle coordinate cartesiane.

In tal caso il comportamento dell'estremo del nostro solido elastico è perfettamente identico a quello di un corpo rigido libero sollecitato da forze esterne, e precisamente l'omografia (I) intercede tra le forze istantanee e le corrispondenti accelera-

zioni, oppure (e questo è il caso in cui più è utile questo metodo geometrico) tra le due forze impulsive, ed i moti (finiti) da esse impressi al corpo [1].

Gli elementi uniti nell'omografia (I) costituiscono le così dette *viti principali d'inerzia.*

Il tetraedro contiene il piano dell'infinito ed i tre piani diametrali dell'ellissoide centrale d'inerzia.

Se $\mathfrak{M}$ è la massa del corpo e J_i è il momento d'inerzia rispetto all'asse principale i (per $i = 1, 2, 3$), si ha:

$$\xi_{i+3} = \frac{1}{\mathfrak{M}} X_i \qquad \text{e} \qquad \xi_i = \frac{1}{J_i} X_{i+3} \qquad \text{per} \qquad i = 1, 2, 3.$$

Queste equazioni hanno appunto la forma di quelle relative al solido elastico nel caso sopra considerato:

$$a_i = \frac{1}{\mathfrak{M}} \qquad a_{i+3} = \frac{1}{J_i} \qquad i = 1, 2, 3.$$

In ognuno dei piani principali d'inerzia si hanno a considerare le polarità 1 e 2, le quali anche qui si possono costruire come antipolarità rispetto ad ellissi.

L'ellisse fondamentale dell'antipolarità 1 è un cerchio, il quale si può chiamare *cerchio d'inerzia longitudinale*; esso ha il centro nel baricentro del corpo, ed ha per raggio il raggio di inerzia rispetto all'asse principale normale al piano considerato.

L'ellisse fondamentale dell'antipolarità 2 si può chiamare *ellisse d'inerzia trasversale*; essa ha per semiassi i raggi dei cerchi longitudinali degli altri due piani rispettivamente.

Nel piano all'infinito la polarità 2 è la polarità rispetto all'*assoluto dello spazio.*

§ 8. *Equazioni ridotte dei complessi.* — Nel caso ora considerato in cui i complessi 1 e 2 siano tetraedrali le equazioni di questi si possono esprimere in una forma molto semplice.

---

[1] Questo caso fu particolarmente studiato sotto forma geometrica da R. Ball nella già citata *Theory of Screws*, e nelle *Researches in the Dynamics* (“ Phil. Trans. „, 1873).

Il complesso 1 è determinato dalle due relazioni:

$$\sum_{i=1}^{3} a_i\, a_{i+3}\, X_i\, X_{i+3} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{3} X_i\, X_{i+3} = 0$$

dalle quali con semplici trasformazioni algebriche e ponendo $b_i = a_i\, a_{i+3}$ si ricavano le seguenti:

$$\frac{X_1\, X_4}{b_2 - b_3} = \frac{X_2\, X_5}{b_3 - b_1} = \frac{X_3\, X_6}{b_1 - b_2}.$$

Per il complesso 2 si ricava analogamente:

$$\frac{\xi_1\, \xi_4}{\frac{1}{b_2} - \frac{1}{b_3}} = \frac{\xi_2\, \xi_5}{\frac{1}{b_3} - \frac{1}{b_1}} = \frac{\xi_3\, \xi_6}{\frac{1}{b_1} - \frac{1}{b_2}}$$

od anche:

$$\frac{\xi_1\, \xi_4}{b_1\,(b_3 - b_2)} = \frac{\xi_2\, \xi_5}{b_2\,(b_1 - b_3)} = \frac{\xi_3\, \xi_6}{b_3\,(b_2 - b_1)}.$$

Nel caso del corpo rigido libero si ha:

Complesso 1:

$$\frac{X_1\, X_4}{J_1\,(J_3 - J_2)} = \frac{X_2\, X_5}{J_2\,(J_1 - J_3)} = \frac{X_3\, X_6}{J_3\,(J_2 - J_1)}.$$

Complesso 2:

$$\frac{\xi_1\, \xi_4}{J_2 - J_3} = \frac{\xi_2\, \xi_5}{J_3 - J_1} = \frac{\xi_3\, \xi_6}{J_1 - J_2}.$$

Capitolo IV.

Gli sforzi e gli spostamenti riferiti a due sestuple distinte.

§ **1**. L'espressione dell'omografia (I) può prendere la forma semplicissima: $\xi_i = a_i X_i$ qualora si assuma come sestupla fondamentale delle coordinate la sestupla degli elementi uniti dell'omografia stessa. Poichè l'omografia (I) è il prodotto delle due polarità Ω ed R, la sestupla degli elementi uniti di (I) è autopolare comune rispetto alle due polarità, e quindi l'equazione della quadrica R delle rette, riferita a detta sestupla, si può scrivere: $\sum_{i=1}^{6} X_i^2 = 0$; e noi già abbiamo trattato la quadrica R sotto questa forma ridotta.

Gli elementi uniti dell'omografia (I) sono le viti tali che una diname agente secondo una di esse produce un moto elicoidale secondo la stessa vite. Esse non sono mai ridotte ad una retta unica, giacchè in tal caso la forza agente lungo essa retta, producendo rotazione intorno alla stessa retta, non genererebbe alcun lavoro di deformazione.

Queste viti, analogamente a quanto si usa nello studio del corpo rigido libero, si possono chiamare le *viti principali di elasticità* del sistema elastico.

Più in generale si può ottenere la stessa forma semplificata o ridotta dalla sostituzione (I) riferendo le dinami ed i moti a vite a due sestuple distinte, corrispondenti elemento per elemento nell'omografia.

Per le applicazioni per via grafica può interessare particolarmente il caso in cui le due sestuple siano costituite di sole rette; giacchè è molto più semplice scomporre un sistema di forze o di rotazioni secondo 6 date rette anzichè secondo 6 date viti. Per ottenere ciò basta scegliere la prima sestupla nel complesso 1, e quindi la seconda sestupla risulterà di rette del complesso 2.

Si noti che le viti di una stessa sestupla non dovranno appartenere tutte ad uno stesso iperpiano P_4 dello spazio S_5.

Se poi la sestupla è costituita di sole rette, poichè un iperpiano P_4 interseca la quadrica R_4 delle rette secondo un complesso lineare di rette, le 6 rette della sestupla dovranno essere così disposte da non appartenere tutte ad uno stesso complesso lineare.

È ovvio che se la prima sestupla soddisfa a queste condizioni, lo stesso avviene pure per la seconda.

§ 2. Nelle applicazioni, quando si tratti di un solido con una dimensione preponderante rispetto alle altre due, mediante scomposizione in tronchi prossimamente prismatici, e successiva composizione delle rotazioni parziali determinate coll'aiuto delle ellissi di elasticità longitudinale e trasversale dei singoli tronchi, si può trovare direttamente il moto elicoidale prodotto da un dato sistema di forze.

Escluso il caso ovvio, e già trattato precedentemente, in cui i complessi 1 e 2 sono tetraedrali, ed in cui si conosce

a priori un vertice ed una faccia del tetraedro, converrà procedere alla determinazione di una sestupla del complesso 1, e per la facilità delle operazioni grafiche di composizione e ricomposizione dei sistemi di forze sarà conveniente assumere tre rette uscenti da un punto e le altre tre giacenti in un piano.

Si potranno ottenere delle rette del complesso 1 uscenti da un punto P procedendo nel seguente modo: si determinino direttamente i moti elicoidali prodotti da due forze uscenti dal dato punto P; combinando linearmente i due moti trovati si potranno cercare nel fascio (retta dell'S_5) da essi individuato i *due* moti ridotti a sole rotazioni; le forze producenti queste rotazioni si ottengono combinando linearmente le due forze date *secondo gli stessi rapporti* che corrispondono alle due rotazioni trovate. Per questo già sappiamo che queste rotazioni risultano in generale sghembe. Procedendo allo stesso modo si possono ottenere altre forze del complesso 1 passanti per il punto P, e con analogo metodo si possono ottenere rette dello stesso complesso giacenti in un dato piano π.

Si potrebbe fare in modo che la prima sestupla sia costituita dagli spigoli di un tetraedro.

Trovate nel modo indicato tre rette della sestupla costituenti un triangolo, le rette del complesso 1 uscenti dai tre vertici del triangolo costituiscono tre coni, i quali oltre ai tre vertici hanno a comune altri 2 punti. Si possono assumere come ulteriori elementi della sestupla le rette che da uno qualunque di questi 2 punti proiettono i vertici del triangolo suddetto.

§ 3. È ben noto il procedimento analitico per eseguire la combinazione lineare di due date viti, e determinare nel fascio da queste individuato le viti specializzate, ridotte al solo asse.

Per via grafica le due viti saranno individuate mediante paia di segmenti (forze o rotazioni); e si potrà, secondo l'uso, assumere come elementi di riduzione un punto P ed un piano π non passante per P.

La combinazione lineare delle due date viti si potrà ottenere come risultante della diname agente secondo una di esse e dell'altra diname moltiplicata per un fattore variabile.

Mutando questo fattore, la componente f_1, giacente in π, della risultante, descrive un fascio di centro il punto R di con-

corso delle analoghe componenti f_1' ed f_1'' delle due date viti, e così la traccia su π della componente f_2 uscente da P descrive la retta r congiungente la traccie delle due f_2' ed f_2''. Il fascio e la punteggiata sono proiettivi; il fascio R viene segato dalla retta r secondo una punteggiata proiettiva colla prima; gli elementi uniti di questa proiettività sono le traccie, e le rette che li proiettano da R sono le proiezioni da P, delle rette cercate del dato sistema lineare di viti.

Se si determinano le rette della prima sestupla in modo che tre di esse escano da un punto P, e le altre giacciano in un piano π, le prime tre rette della seconda sestupla devono essere sghembe tra loro, e così le altre tre; perciò non è possibile che tre rette della seconda sestupla escano da un punto o stiano in un piano. Quindi, per la facilità della scomposizione dei sistemi di rotazioni secondo gli elementi della seconda sestupla, conviene fare in modo che le rette di questa siano raggruppate in tre coppie di rette incidenti; è ovvio che ogni coppia sarà costituita di una retta della prima terna e di una della seconda terna.

Così per esempio, se 1, 2, 3 sono le rette della prima sestupla uscenti dal punto P, e 4, 5, 6 quelle giacenti in π, le rette I, II, III della seconda sestupla corrispondenti delle 1, 2, 3, devono essere sghembe, e così pure le IV, V, VI; si potrà però fare in modo che siano incidenti le rette delle coppie I, IV; II, V; III, VI.

In tal caso, se ABC sono i tre punti d'incontro, ed $\alpha\beta\gamma$ i tre piani delle tre coppie di rette considerate, potremo assumere come centro e piano di riduzione dei sistemi di rotazioni il punto $O \equiv (\alpha\beta\gamma)$ ed il piano $\omega \equiv (ABC)$; ogni sistema di rotazioni (moto elicoidale) si potrà ridurre a due rotazioni, l'una uscente da O, l'altra giacente in ω. La prima si potrà scomporre secondo le rette OA, OB, OC, e l'altra secondo le $\omega\alpha$, $\omega\beta$, $\omega\gamma$.

Ora nel fascio I, IV ($\equiv A\alpha$) abbiamo le due rotazioni dirette secondo la I e la IV; lo stesso si può ripetere per gli altri fasci $B\beta$ e $C\gamma$; così in modo molto semplice, con composizioni e scomposizioni eseguite su *rotazioni pure* ed appartenenti ad uno stesso fascio, si può scomporre il dato moto in sei rotazioni intorno alle rette della sestupla.

È ovvio che date le componenti si risale al moto complessivo col procedimento inverso di quello qui indicato.

Si può ottenere l'incidenza delle coppie I IV, II V, III VI con una conveniente scelta della prima sestupla: e precisamente, fissata ad arbitrio la terna 1, 2, 3 di rette uscenti da un punto P, e scelto un piano π, non passante per P, bisognerà determinare la terna 4, 5, 6 di rette di π in modo che sia soddisfatta la condizione richiesta.

Le forze di π che producono sola rotazione, cioè che appartengono al complesso 1, costituiscono un inviluppo di 2° grado, e, come si è visto più sopra, le corrispondenti rotazioni, rette del complesso 2, costituiscono una schiera rigata di 2° grado. Basta quindi determinare nel modo indicato *tre* forze di π appartenenti al detto inviluppo; gli assi delle corrispondenti rotazioni individuano la schiera rigata corrispondente all'inviluppo; ora ognuna delle rette I, II, III incontra detta schiera rigata in due punti, ossia vi sono due rette della schiera che a quella retta si appoggiano; possiamo assumere una di queste come retta della seconda terna, e si possono così determinare $2^3 = 8$ terne distinte, che colla I, II, III già trovata costituiscono la seconda sestupla nel modo richiesto.

Se accadesse che le intersezioni delle rette della prima terna colla schiera rigata risultassero immaginarie, si potrà ovviare all'inconveniente cambiando in modo opportuno la scelta del punto P; e che sia possibile ottenere la terna cercata, risulta dal fatto che i coni del complesso aventi i vertici in punti reali sono reali, e che quindi si possono certo trovare rette del complesso le quali incontrino la schiera rigata.

Capitolo V.

Composizione dell'elasticità dei sistemi parziali. Reazioni e spostamenti.

§ 1. Immaginiamo ora di avere più solidi elastici così disposti che la sezione terminale (supposta rigida) di uno di essi coincida colla sezione iniziale del seguente e così via.

Al corpo $(r)^{esimo}$ corrisponda l'omografia:

$$\xi_{i+3} = \sum_{i,k=1}^{6} a_{ik}^{(r)} X_k ;$$

si potrà *comporre l'elasticità* dei varî solidi parziali, ossia ricavare l'omografia corrispondente a tutto il sistema complessivo, sommando le deformazioni prodotte da una stessa diname sui varî solidi parziali; cioè si avrà per il sistema totale:

$$\xi_{i+3} = \sum_{i,k=1}^{6} X_k \sum_{r=1}^{n} a_{i,k}^{(r)}$$

È facile dimostrare che se tutti i varî tratti parziali ammettono il tetraedro fondamentale, e se tutti i tetraedri hanno a comune un vertice P e la faccia opposta π, anche il sistema complessivo ammette il tetraedro al quale appartengono pure P e π.

Infatti una forza uscente da P produce in ognuno dei tratti parziali una rotazione giacente in π; la risultante di tutte queste rotazioni sarà ancora una rotazione di π.

§ 2. Consideriamo più solidi elastici con una sezione (iniziale) rigidamente fissa, e con le altre sezioni (terminali) a comune, oppure tutte rigidamente connesse ad uno stesso corpo rigido.

Per *comporre l'elasticità* dei varî solidi, ossia trovare le equazioni relative al corpo rigido intermedio, converrà per ogni solido parziale $(r)^{\text{esimo}}$ considerare la trasformazione inversa di quella sopra scritta:

$$X_i = \frac{1}{A^{(r)}} \sum_{k=1}^{6} A_{i,k}^{(r)} \xi_{k+3}$$

e quindi sommare le dinami che producono uno stesso spostamento. Si ottiene per il corpo rigido intermedio:

$$X_i = \sum_{k=1}^{6} \xi_{k+3} \sum_{r=1}^{n} \frac{A_{i,k}^{(r)}}{A^{(r)}}.$$

Questa composizione si incontra nello studio dei *sistemi solidāli* (¹); anche qui, per le stesse ragioni, vale la proprietà su indicata relativamente all'esistenza dei tetraedri fondamentali.

§ 3. Consideriamo nel nostro solido elastico una sezione intermedia, supposta rigida, alla quale siano applicati dei si-

(¹) Cfr. C. Guidi, *Teoria dei Ponti*, pagg. 471 e segg.

stemi di forze; la corrispondenza (omografia) tra questi sistemi e gli spostamenti da essi prodotti venga espressa dalla sostituzione:

$$\text{(I')} \qquad \xi_{i+3} = \sum_{k=1}^{6} a_{ik}' X_k .$$

La corrispondenza relativa alla sezione terminale B del nostro solido elastico sia invece:

$$\text{(II'')} \qquad \xi_{i+3} = \sum_{k=1}^{6} a_{ik}'' X_k .$$

Allora la corrispondenza tra i sistemi di forze X_k applicati alla sezione S e le reazioni X_k' del vincolo B, supposto perfettamente rigido, è data dalla relazione:

$$\sum_{k=1}^{6} (a_{ik}' X_k + a_{ik}'' X_k') = 0$$

perchè le reazioni X_k' devono essere tali da annullare gli spostamenti prodotti dalle forze X_k.

Questa corrispondenza potrà essere chiamata l'omografia O.

La quadrica R delle rette si trasforma secondo l'omografia O in una quadrica R_1 e secondo l'omografia O^{-1} nella quadrica R_2.

Il complesso $RR_2 \equiv C_1$ è l'insieme delle forze che producono come reazioni forze uniche; le reazioni corrispondenti sono le forze del complesso $C_2 \equiv (RR_1)$.

I due complessi sono riferiti proiettivamente nella omografia O; C_1 si trasforma in C_2.

I due complessi non sono in generale omofocali.

La congruenza $C_1 C_2$ comune ai due complessi, è l'insieme delle rette, le quali, sia considerate come azioni, sia come reazioni, hanno per corrispondenti rette uniche.

Può interessare la determinazione di quelle dinami che producono come reazioni, dinami agenti secondo le stesse viti; esse sono date dagli elementi uniti, in generale 6 dell'omografia O. Se alcuna di queste è una semplice forza, essa appartiene alla congruenza $(C_1 C_2)$.

Anche qui, procedendo come più sopra, si può facilmente dimostrare che se le corrispondenze (I') ed (I'') ammettono en-

trambe il tetraedro fondamentale, e se i due tetraedri hanno a comune un vertice P, e la faccia opposta π, i complessi C_1 e C_2 sono pure entrambi tetraedrali, ed i due tetraedri hanno pure a comune il vertice P e la faccia opposta π.

§ 4. Il solido elastico che consideriamo sia rigidamente incastrato alle due estremità A e B; immaginiamo di applicare delle forze X_k ad una sezione intermedia S e di cercare i corrispondenti spostamenti ξ^*_i di un'altra sezione intermedia S' che potremo sempre supporre compresa nel tratto SB.

L'omografia (I) relativa al tratto AS sia:

$$(\mathrm{I}_1) \qquad \xi_{i+3} = \sum_{k=1}^{6} a_{ik}' \, X_k \,,$$

per il tratto AB sia:

$$(\mathrm{I}_2) \qquad \xi_{i+3} = \sum_{k=1}^{6} a_{ik}'' \, X_k \,,$$

e per il tratto AS' sia:

$$(\mathrm{I}_3) \qquad \xi_{i+3} = \sum_{k=1}^{6} a_{ik}''' \, X_k \,.$$

Le reazioni X_k' dell'incastro B prodotte da forze X_k agenti in S sono determinate dalle relazioni:

$$\sum_{k=1}^{6} (a_{ik}' \, X_k + a_{ik}'' \, X_k') = 0 \,.$$

Queste si possono in generale risolvere rispetto alle X_k' ottenendo:

$$X_h' = \sum_{k=1}^{6} B_{hk} \, X_k \,.$$

Siano ξ_i'' gli spostamenti della sezione S' prodotti dalle forze X_h' agenti in B.

Avremo:

$$\xi''_{i+3} = \sum_{h=1}^{6} a_{ih}''' \, X_h' = \sum_{h=1}^{6} a_{ih}''' \sum_{k=1}^{6} B_{hk} \, X_k =$$

$$= \sum_{k=1}^{6} \sum_{h=1}^{6} a_{ik}''' \, B_{hk} \, X_k = \sum_{k=1}^{6} a_{ik}''' \, X_k \sum_{h=1}^{6} B_{hk} \,.$$

Lo spostamento ξ_i^* cercato di S' sarà uguale alla somma dello spostamento di S' prodotto dalle forze X_i applicate in S, e dello spostamento ξ_i'' prodotto dalle X_i'; quindi si ha:

$$\xi^*_{i+3} = \xi''_{i+3} + \xi_{i+3} = \sum_{k=1}^{6} X_k \left(a_{ik}' + a_{ik}'' \sum_{h=1}^{6} B_{kk}\right).$$

Anche in questo caso le forze che producono sole rotazioni. e le rotazioni prodotte da sole forze costituiscono due complessi quadratici H_1 ed H_2, i quali in generale non sono omofocali.

Si dimostra pure al solito modo che se le omografie (I_1), (I_2), (I_3) ammettono tutte un tetraedro fondamentale. e se i tetraedri hanno a comune un vertice P e la faccia opposta π, anche i due complessi H_1 ed H_2 sono tetraedrali, ed i loro tetraedri singolari contengono il vertice P e la faccia π.

Relazione circa alla memoria presentata dal Dott. Carlo Foà, *Sulle cause del ritmo respiratorio.*

Il lavoro del Dott. Carlo Foà è essenzialmente una esposizione dello stato attuale delle nostre conoscenze riguardanti l'innervazione degli organi respiratorii; però l'Autore vi aggiunge i risultati delle proprie ricerche sovra i singoli argomenti che sono trattati.

I capitoli in cui è divisa la memoria hanno per titolo:

1° *Localizzazione dei centri respiratorii*;
2° *Regolazione del respiro per opera dei gaz del sangue*;
3° *Regolazione del respiro per opera dei nervi vaghi e degli altri nervi sensitivi dell'apparato respiratorio*;
4° *Le prove dell'automatismo del centro respiratorio*;
5° *Lo sviluppo delle funzioni del centro respiratorio*;
6° *Analisi della funzione automatica del centro respiratorio.*

Nel primo capitolo, sorvolando sulle questioni ben note concernenti la localizzazione bulbare del centro respiratorio, l'A. si sofferma sul problema dei centri respiratorii spinali adducendo le ragioni che lo inducono ad ammetterne l'esistenza, ma con-

cludendo che essi, pure avendo importanza come indice della divisione metamerica dei centri nervosi, non hanno tuttavia il significato di centri autonomi del respiro, ma di apparati dipendenti dal centro respiratorio bulbare.

Nel secondo capitolo egli comincia con l'esame delle condizioni che permettono al centro bulbare di funzionare con ritmo regolare e continuo. Dopo aver passato in rivista come i gaz del sangue agiscano sul centro respiratorio dei diversi animali, l'A. si sofferma ad analizzare l'intimo meccanismo di quest'azione. Riconosce che la deficienza di ossigeno è stimolo alla funzione respiratoria non per se stessa, ma per i prodotti di incompiuta ossidazione cui essa dà luogo. Segue una discussione sul modo d'agire dell'acido carbonico e se questo debba considerarsi come uno stimolo del centro respiratorio. Addotte le ragioni per le quali tale concetto non risulta esatto, l'A. attribuisce all'acido carbonico un'azione lipoidolitica, la quale agevolerebbe lo scambio cellulare di quelli ioni a cui per le ricerche dell'Hoeber e di altri si dovrebbe lo stato di maggiore attività degli elementi. La presenza di una certa quantità di acido carbonico sarebbe quindi una condizione necessaria alla funzione del centro respiratorio, ma non agirebbe da stimolo.

Nel terzo capitolo l'A. considera come si debba interpretare l'azione regolatrice dei nervi dell'apparato respiratorio. Questa azione si manifesta in tutta la scala zoologica con riflessi che tendono a produrre l'alternarsi di atti inspiratorii e di atti espiratorii; però l'A. con numerose prove, che raccoglie nel quarto capitolo, dimostra che questi riflessi, se servono a mantenere regolare il respiro, non sono tuttavia indispensabili alla funzione del centro, il quale agisce in modo automatico. Particolarmente probative sono le esperienze dell'Autore, il quale vide mantenersi il respiro in un animale cui erano stati tagliati i nervi vaghi, il simpatico del collo, i nervi laringei superiori ed inferiori, i nervi frenici, le radici posteriori della midolla spinale e finalmente era stato separato il bulbo dal resto dell'encefalo. Il respiro si manteneva dopo che in tal modo si era separato il centro respiratorio da tutte le vie sensitive che potevano portargli eccitamenti; ciò significa che il centro può funzionare in modo automatico e che i riflessi respiratorii hanno solo una funzione regolatrice. Un'altra prova, che l'A. adduce

e che appoggia su due tracciati illustranti la memoria, sta nella persistenza del ritmo respiratorio spontaneo, nonostante la ventilazione artificiale dei polmoni con ritmo diverso, in un cane vagotomizzato. Adunque gli stimoli ritmici portati al centro per la respirazione artificiale, non erano sufficienti a modificare per via riflessa il ritmo automatico impresso al respiro dal centro bulbare.

Altre prove dell'automatismo bulbare sono tolte dallo studio dello sviluppo delle funzioni del centro; queste prove sono enumerate nel capitolo quinto, nel quale è pure discussa la causa del primo atto respiratorio del neonato.

Nel capitolo ultimo l'A. si sofferma ad analizzare in che consista l'automatismo del centro respiratorio. Dopo avere ricordato che il ritmo respiratorio varia con la temperatura secondo la regola stabilita dal Van't Hoff per le reazioni chimiche, e dopo aver discusso se le reazioni che avvengono nel centro debbano essere considerate soltanto reazioni ossidative e autocatalitiche, come il Roberston vorrebbe, l'A. prende in considerazione altri fenomeni ritmici e periodici che si riscontrano nella fisica e nella chimica. Discute i modelli di fenomeni ritmici proposti da Rosenthal, da Hermann, da Oehrwald e da Bredig e conclude sulla possibilità di analizzare la funzione respiratoria sulla base stessa che servì all'analisi di altri fenomeni ritmici.

Da quanto è esposto risulta che il lavoro è ben condotto e contiene i risultati di esperienze molto interessanti per l'analisi del fenomeno della respirazione; perciò i sottoscritti non esitano nel proporre che esso venga stampato fra le *Memorie*.

L. Camerano.
R. Fusari, *relatore*.

L'Accademico Segretario
Corrado Segre.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 18 Giugno 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO S. E. PAOLO BOSELLI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Manno, Direttore della Classe, Rossi, Carle, Renier, Ruffini, Sforza, Baudi di Vesme e De Sanctis Segretario. — Scusano l'assenza Brondi ed Einaudi.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 28 maggio 1911.

Il Presidente partecipa con le seguenti parole la morte del nostro Socio nazionale non residente prof. Felice Tocco, avvenuta in Firenze il 6 corrente giugno:

Nell'ultima adunanza di questa nostra Classe fu deplorata la morte e onorata la memoria di un insigne maestro di filosofico sapere, Francesco Bonatelli; uomo di altissimo ingegno, di benigno e dolce costume, di fermissimo sentire e di aperte manifestazioni rispetto a tutto ciò che fu alimento della sua anima credente.

Un'altra sventura colpì, dopo pochi giorni, la vita intellettuale del nostro paese, e Felice Tocco, Socio nostro fin dal 1896, repentinamente morì fra il compianto di discepoli affettuosi e di una famiglia inconsolabile. Di lui dirà, in modo degno e compiuto, un chiarissimo Socio.

Rammentiamo oggi, nel primo e breve saluto alla sua tomba, il pensatore che tanta ebbe consuetudine coi maggiori spiriti, da Platone a Kant; che negli studi intorno a Dante lasciò traccia duratura; che alla storia delle idee e delle istituzioni religiose

in Italia diede impulso nuovo e opere esemplari, per guisa da congiungere, segnatamente ad essa, come agli studi francescani, il proprio nome e la propria fama. Ed egli portò ancora, nella copiosa letteratura che sopra Giordano Bruno, e all'estero e in Italia, fino dalla prima metà dello scorso secolo, esercitò tanto fervore di critica rivolta al filosofo variamente apprezzato e allo scrittore, più bizzarro che peregrino, quel volume degli scritti latini del Nolese che emerge per l'acume della critica, l'ampiezza e la precisione delle ricerche e per la dottrina che informa i confronti e i commenti; laonde tiene posto a sè e resterà documento di essenziale importanza nelle disquisizioni bruniane.

Il Segretario legge il seguente cenno necrologico intorno al prof. Tocco inviato dal Socio D'Ercole assente:

La nostra Accademia, dopo la perdita sensibile del professore Francesco Bonatelli, ne fa un'altra non meno sensibile in quella del Socio nazionale non residente prof. Felice Tocco. Benchè i due uomini sieno entrambi insigni e benemeriti degli studi filosofici, pur non di meno la loro educazione filosofica, l'indirizzo dei loro studi e principî, il campo filosofico e le diverse branche e materie della loro operosità filosofica sono assai diversi nell'uno e nell'altro. Del Bonatelli feci un cenno nella passata seduta dell'Accademia; ecco ora un cenno del pensiere e dell'opera di Felice Tocco.

Il Tocco, nato in Calabria il 1845, esce dalla Scuola filosofica napoletana, cui dette origine, vita e movimento il benemerito e indimenticabile Bertrando Spaventa: e dopo della Scuola di questo divenne discepolo ed amico di un altro napoletano benemerito della filosofia, cioè di Francesco Fiorentino.

Ma il Tocco rivelò poi la propria personalità filosofica come *insegnante*, come *scrittore* e come *giudice*, nel quale ultimo ufficio prese parte a moltissime Commissioni giudicatrici di opere filosofiche.

Come *insegnante* cominciò la sua carriera filosofica quale professore liceale di filosofia in diversi Licei; e rispetto all'insegnamento filosofico liceale ideò e pubblicò nel 1869 le sue *Lezioni di Filosofia pei Licei*, che, insieme cogli *Elementi di Fi-*

losofia di Fiorentino, furono tra' migliori trattati elementari filosofici di quel tempo.

Ma l'*insegnante* liceale aveva la mente e gli studi atti a più alti destini. Ed infatti, in un Concorso per la Cattedra di Filosofia all'Istituto di Studi Superiori di Firenze, fu egli quello che riuscì primo e vinse il Concorso. È grande il benefizio arrecato alla gioventù italiana e agli studi filosofici dall'insegnamento del Tocco nell'insigne Istituto fiorentino: studi che, versanti su molteplici e varie branche di filosofia sì teoretica che storica, e, per giunta, accoppiati a critica ed esegesi storica, fanno di lui uno dei migliori scrittori contemporanei nella materia filosofica.

Cominciando dalla materia critico-storica, egli si mostrò dotto e vigoroso, da una parte, nel campo degli studi platonici, dall'altra, in quello delle eresie medioevali. Negli studi platonici pubblicò nel 1879 (in Catanzaro) le *Ricerche platoniche*, sulle quali ha poi sempre continuato a lavorare, per elaborare, rincalzare e dimostrare il già scritto. E vi ha con tale amore e perseveranza lavorato, che persino nell'ultimo Congresso Internazionale di Filosofia in Bologna, ne ha fatto oggetto di discussione, con plauso dei congressisti intelligenti e periti di tale materia.

Per ciò che concerne le eresie medioevali, egli ne ha fatta una stimata pubblicazione nel 1884 intitolata: *L'eresia nel Medioevo.* Quanto al Medioevo, rivolse la sua attenzione anche agli *Studi francescani*, di cui ha pur scritto con amore.

Altri meriti si conquistò il Tocco come *scrittore* coi suoi lavori su Giordano Bruno, intorno al quale (oltre al merito di editore delle opere del medesimo in collaborazione col Vitelli) scrisse una monografia che è tra le migliori intorno al filosofo nolano, cioè quella pubblicata a Firenze nel 1889 e intitolata: *Le opere latine di G. Bruno esposte e confrontate con le italiane.*

Quanto al Rinascimento, altri meriti notevolissimi del Tocco son quelli che egli si stava acquistando colla iniziata pubblicazione ed illustrazione delle opere del Telesio, e con lo scopo, pur troppo non potuto effettuare, della pubblicazione di altri importanti filosofi del Rinascimento.

E nella qualità di *scrittore* non inferiori meriti si ha conquistati rispetto ad Emanuele Kant coi suoi *Studi kantiani*, accanto ad altri lavori pur concernenti l'immortale filosofo di Konisberga.

E, da ultimo, il Tocco ha resi egregi ed encomiabili servigi come *giudice* in moltissime Commissioni esaminatrici di concorsi per Licei ed Università, ed inoltre come *giudice* apprezzatissimo all'Accademia dei Lincei per ogni genere di esame e giudicazione di opere. Nella qualità di *giudice* la sua opera è stata tanto più preziosa ed utile, in quanto nella giudicazione ci portava uno spirito di equanimità ed imparzialità veramente raro.

Se dopo questi brevi cenni intorno all'*insegnante*, allo *scrittore* e al *giudice* si voglia volgere lo sguardo all'uomo, lo si troverà una delle più eccellenti persone come padre, come amico, come amante della patria, del progresso, ed in generale come propugnatore ed effettuatore d'ogni bene.

Termino questi pochi brevi cenni, pregando la Presidenza e gli insigni membri dell'Accademia di unirsi nell'espressione del cordoglio e compianto per la grave perdita di lui, notificandola alla sua famiglia.

La Classe delibera d'inviare le più vive condoglianze alla famiglia del defunto e di pregare il Socio corrispondente Chiappelli a tenerne la solenne commemorazione.

È presentato un prezioso manoscritto tibetano inviato in dono all'Accademia, del Raja Kumar Nawab Shyama Kumar Tagore. Si delibera di trasmettere al donatore i nostri ringraziamenti.

A nome del Socio D'Ercole il Segretario De Sanctis presenta il vol. III degli *Elementi di Filosofia* del Socio corrispondente prof. Filippo Masci, dall'A. inviato in omaggio all'Accademia, e legge il breve cenno con cui il D'Ercole accompagna la presentazione.

Per l'inserzione negli *Atti* il Segretario presenta, a nome del Socio Stampini assente, una nota del Socio corrispondente prof. Remigio Sabbadini, su *Giovanni Colonna biografo e bibliografo del sec. XIV*; e offre poi sotto la propria responsabilità un breve scritto del Dr. Bacchisio Motzo, intitolato: *Un'opera perduta di Filone*.

LETTURE

Giovanni Colonna biografo e bibliografo del sec. XIV.

Nota del Socio corrispondente REMIGIO SABBADINI

Fra Giovanni Colonna, romano, dell'ordine dei Domenicani predicatori, ha composto un *Liber de viris illustribus*, conservatoci nel codice Marciano di Venezia, lat. X, 58 (1). I fogli del codice sono 81, nella maggior parte cartacei, inframezzati da alcuni membranacei palinsesti. La scrittura può risalire al principio del sec. XV; ma può anche assegnarsi, come a me pare più probabile, alla fine del XIV; del XIV era quella raschiata dei fogli membranacei. L'opera comprende, dopo un lungo proemio filosofico, due parti: gli uomini illustri pagani e gli uomini illustri cristiani, disposti gli uni e gli altri in ordine alfabetico (2). Non reca titolo, bensì una doppia sottoscrizione: f. 38, *Explicit liber de viris illustribus infidelibus editus a fratre Iohanne de Columpna ordinis fratrum predicatorum*; f. 81, *Explicit liber de viris illustribus christianis editus a fratre Iohanne de Columpna Romano ordinis fratrum predicatorum*. Il codice proviene dalla chiesa dei SS. Giovanni e Paolo in Venezia dei frati predicatori, nella cui biblioteca lo videro, descrissero e adoperarono fra gli altri il Tommasini l'anno 1650 (3), il De Rubeis (Rossi?) l'anno 1745 (4), il Berardelli l'anno 1784 (5). Il De Rubeis ne

(1) Cfr. Valentinelli, *Bibliotheca ms. ad S. Marci Venet.*, VI, 52.

(2) Osserva però la sola prima lettera e nemmeno sempre, perchè nei pagani le lettere *T* e *V* si alternano. I cristiani giungono fino al sec. XIII; ad essi mischiò, o per ignoranza o per motivi speciali, alcuni pagani: *Eutropius*, *Plutarchus*, *Plinius niconensis* (= novocomensis), *Phtolomeus philosophus* (Claudius) e *Statius*.

(3) I. Ph. Tomasini, *Biblioth. Venetae ms.*, Utini, 1650, 26.

(4) Divi Thomae Aquinatis *Opera*, Venetiis, 1745; I, proemio di Bernardo M. De Rubeis, p. xxxvii ss.; ivi s'accenna ad altri ancora che videro il codice.

(5) D. M. Berardelli, in *Nuova raccolta d'opuscoli*, XXXIX, VI, 58 ss.

trasse i lemmi, il proemio e le vite di Alberto Magno, Giovanni Conti, Tommaso d'Aquino; il Berardelli la vita di S. Domenico (p. 58). Da quest'ultimo (p. 65) sappiamo che il codice Marciano fu copiato per la biblioteca Casanatense di Roma (1).

Abbiamo un altro codice: il (Vatic.) Barberiniano, lat. 2351, membr. sec. XV. Sul f. di guardia 1v reca questa nota di possesso: *Fratris Mariani Episcopi Cortonensis* (2). *Emtus fl. largis* 6.

f. 1, *Incipit prohemium libri de viris illustribus editi a fratre Iohanne de Columna romano ordinis predicatorum*; f. 145r, *Explicit liber de viris illustribus.*

Al principio della narrazione troviamo questa didascalia: f. 14v, *Incipiunt hic narrationes virorum illustrium secundum ordinem alphabeti, incipientes ab A. Et primo in qualibet littera ponuntur gentiles et pagani, christianique demum.* Vi ha dunque una grave differenza nella distribuzione della materia. Mentre cioè il codice Marciano tiene separati i pagani e i cristiani in due sezioni distinte, il Barberiniano raccoglie sotto ogni singola lettera le due categorie, dando il primo posto ai pagani, il secondo ai cristiani. Questa nuova distribuzione, certo più comoda per l'uso dell'opera, risalirà all'autore stesso o a un interpolatore? Ci sono buoni indizi per riferirla all'autore: l'identità del testo nelle due redazioni e la diversità delle note che introducono la serie dei cristiani dopo la serie dei pagani. Ecco qui le due note poste a riscontro in modo che appariscano le parti comuni e le parti divergenti:

---

(1) La copia nella Casanatense porta il nº 2396.

(2) Fr. Marianus Johannis Salvini fiorentino dell'ordine dei Serviti fu vescovo di Cortona dal 1455 in poi (Ughelli, I, 628).

Cod. Marciano (dopo l'intera serie dei pagani).	Cod. Barberiniano (dopo la serie dei pagani della lettera A).
Nota lector quod qui inferius sub litera A subnotantur, similiter et aliis literis,	Nota lector quod omnes hi phylosophi sive poete sive ystoriographi sive sapientes qui huc usque sub A littera continentur pagani fuerunt, quorum alii claruerunt ante Christi benedicti incarnationem alii post, exceptis illis tribus Appolloniis, de quibus supra sub numero 19 (1). Quorum philosophorum dicta, si qua forte vera et fidei nostre accomodata dixerint, non solum formidanda non sunt ut dicit beatus Augustinus sed ab eis tanquam iniustis possessoribus in usum nostrum vindicanda, que ab eis auferre fidelis christianus debet et ad usum predicandi evangelii convertere. Ceteri vero qui inferius sub eadem littera notantur (2)

christiane fidei fundatores fuerunt, qui non solum vite exemplo sed verbo ceteros instruxerunt. Hi corda fidelium celestibus ymbribus irrigaverunt, hi talenta sibi credita cum usura sine fraude amplificare procuraverunt (3), quia bonum quod didicerunt subiectorum mentibus arguendo obsecrando increpando inserere nitebantur. Hi de Domino Jhesu Christo Salvatore nostro sciverunt loqui suaviter, quia hunc didicerunt in cordibus suis amare veraciter; nam ad predicandum, ut dicit Gregorius, plus conscientia sancti amoris edificat quam exercitatio sermonis, quia amando celestia intra semetipsum predicator legit quomodo persuadeat, despici terrena ut debeant. Nec mireris lector si primo in hoc

nostro opere paganos et Deos ignorantes

sanctis doctoribus (B)

preposui, quia eos quantum potui secundum successiones temporum ordinavi; unde quia phylosophi gentium precesserunt doctores qui fuerunt post Christi adventum, decrevi eos ponere locis suis.

(1) Veramente il lemma *Appollonius* occupa il posto 20°.

(2) Mi pare assai improbabile che una così considerevole giunta provenga da un interpolatore.

(3) curaverunt *B*.

Potrei arrischiare un'ipotesi: che il Colonna abbia mutato l'ordine del suo libro dopo veduto il *De viris illustribus* di Guglielmo da Pastrengo, che raccoglie appunto sotto ciascuna lettera le due serie distinte dei pagani e dei cristiani.

Nelle citazioni del testo segno i fogli del cod. Marciano (*M*), tenendo sempre presente per la lezione anche il Barberiniano (*B*).

Ma prima di procedere innanzi è necessario sgombrare il terreno da un grave errore, nel quale incorsero tutti coloro che si occuparono o del codice Marciano o dell'autore. Il nostro Giovanni Colonna venne infatti confuso con un altro Giovanni Colonna, che appartenne parimente all'ordine dei predicatori e fu creato da Alessandro IV arcivescovo di Messina nel 1255 e da Urbano IV arcivescovo di Nicosia di Cipro nel 1263 (1). Senonchè il De Rubeis rilevò nell'opera qualche data, come il 1325, che non conveniva col Colonna arcivescovo; e allora egli ricorse all'ipotesi di interpolazioni introdotte da una mano del sec. XIV (2). Più tardi il Morelli vi notò l'allusione al ritrovamento delle ossa di Livio, avvenuto secondo lui nel 1413; e perciò l'ipotesi fu allargata, ammettendo interpolazioni anche del sec. XV. Questa opinione accolsero il Berardelli (3) e il Valentinelli (4). Osserviamo anzitutto che il supposto sepolcro di Livio era già stato veduto dal Petrarca sin dal 1350 o 1351 (5); e che fu propriamente scoperto sotto Iacopo I da Carrara, il quale governò dal 1318 al 1324 (6). Aggiungiamo poi che il *De viris illustribus* del nostro Colonna è modellato sul *De vita et moribus philosophorum* di Gualtiero Burley, vissuto dal 1275 al 1337 o 1345 (7). Rimane dunque assodato che i personaggi omonimi sono due: il Colonna arcivescovo del secolo XIII e il Colonna biografo del secolo XIV.

---

(1) Cfr. p. es. V. M. Fontana, *De romana provincia ord. praed.*, Romae, 1670, 316, 365; e De Rubeis, Op. cit., XXXVIII.

(2) Ibid.

(3) Op. cit., 64.

(4) Op. cit.

(5) Fr. Petrarc., *Epist. fam.*, ed. Fracassetti, XXIV, 8, p. 282 con l'anno 1350; il cod. Parig. lat. 8568 dà l'anno 1351.

(6) A. Hortis, *Cenni di Giovanni Boccacci intorno a T. Livio*, Trieste, 1877, 37, 100-101.

(7) Cfr. il Knust nella sua edizione del Burlaeus, Tübingen, 1886, 396-400 e S. Lee, *Dictionary of national Biography*, VII, 374.

Vita di Giovanni Colonna.

Spigoliamo dalla sua opera i seguenti cenni biografici:

f. 1. (proemio) Variis igitur occupationibus sic in curia distractus sum, ut vix aliquid quandoque scribere licuerit.

f. 34v Titus Livius ...Vidi ego tamen quartam decadam in archivis ecclesie Carnotensis... Cuius (Livii) sepulcrum nostra etate... repertum est.

f. 57v Cassianus ...Nam et beatus pater noster Dominicus...

f. 67v Innocencius tercius papa... Factus est autem pontifex anno domini 1197 idus ianuarii et sedit annis 18, mensibus quatuor, diebus 23. Ex huius pontificis clara prosapia, que usque nunc domus Comitum vocatur, Rome originem traxit ille recolende memorie frater Iohannes de Comite ordinis predicatorum, qui in suo ordine post Parisiense studium factus est primo lector Urbevetanus, postea Senensis: de qua lectoria assumptus est ad provincialem provincie Romane, quam provinciam rigidissime et religiosissime rexit. Nam cum dicta provincia tunc temporis nimium esset diffusa, cum ab insula Cicilie inclusive usque ad alpes Bononienses protenderetur (1), nunquam nisi pedes vel super asellum sedens ipsam visitavit, cum singulis annis ex sibi iniuncto officio ipsam circuire teneretur. Ex quo officio assumptus est ad archiepiscopatum Pisanum per Bonifacium papam octavum. Postea per Clementem quintum factus est archiepiscopus Nichosiensis (2), que est primas regni Cypri. Ad quem locum, quamvis confectus senio, accessit hoc animo ut terram illam promissionis, quam Christus sua presencia dignatus fuerat illustrare, corporali presentia visitaret, quod semper desideravit. Veniens ergo in insulam Cypri multas ordinaciones sanctas in clero instituit et cum in divitiis ibidem se conspiceret habundare, cepit magis solito pauperibus esse munificus, adeo ut ibidem ab omnibus pater pauperum diceretur. Nec immerito; nam ut eius affectum erga pauperes uno verbo complectar: plura (3) dabat quam eciam

---

(1) Il primo settembre 1294 Celestino V divise in due giurisdizioni la provincia Romana dell'ordine dei predicatori: dall'una parte la Sicilia, dall'altra Roma, affidando la giurisdizione romana al Conti, il quale l'aveva prima di quell'anno tutta sotto di sè (DE RUBEIS, Op. cit., XLII; POTTHAST, *Regesta Pontif. Roman.*, II, 1917).

(2) Fu eletto arcivescovo di Pisa nel 1299 (FONTANA, Op. cit., 316; UGHELLI, *Italia sacra*, III, 445); arcivescovo di Nicosia il 10 maggio 1312, con l'obbligo di corrispondere la metà dei proventi al cardinale Jacopo Colonna, suo zio (*Regestum Clementis papae V*, n. 8013, 10033, 10345).

(3) plus *M.*

haberet. In hoc enim quidquid habere poterat expendebat; dicebat enim, me audiente, frequenter: omnia dabo ut propter pauperes cogar eciam mendicare. Nam cum eius redditus usque ad 20 milia florenorum ascenderent, nichil sibi et familie preter victum et vestitum reservari volebat. Et cum triginta annis et ultra esset prelatus, nunquam ab aliquo inclinari potuit ut consanguineis aliquid largiretur; sed talibus suasoribus respondebat: unde exeunt flumina revertantur. Ut autem pauca de multis immo infinitis elemosinis referam, annuatim quingentos pauperes sua manu induebat, preter vestes quas dabat pauperibus infra annum. Semel autem cum quidam pauper clericus coram eo venisset et diceret quia non posset in publicum comparere, quia verecundabatur nudus coram (1) aliis apparere, cum in promptu nec pannus aliquis nec forte pecunia non esset, me capa propria expoliari iussit et dicto clerico tribuit. Pascebat omni die in aula sua 25 pauperes, de quorum cibis ante omnem escam beatus pontifex gustare volebat. In festis autem Christi, sicut in Natali, in Circumcisione, in Epiphania, in Cena Domini, in Paschate, in Ascensione, in Pentecoste, in quatuor festivitatibus Beate Virginis, in utroque festo (2) sanctorum Iohannis Baptiste et Evangeliste, in utroque festo beati Dominici, in festo beati Petri martiris, in festo beate Marie Magdalene, in festo apostolorum Petri et Pauli (3), in anniversario patris et matris sue semper centum pauperes habundantissime (4) pascebat; preterea in omni feria quinta omnibus advenientibus dabat unum panem de quo commode illa die poterant (5) sustentari. Omni mense maritabat unam pauperem orphanellam cui xx florenos ad minus dabat pro dote. In illis partibus multos captivos christianos de manibus Sarracenorum redemit, in quibus magnam summam pecunie expendit. Saracenos emebat, quibus ipse frequenter per interpretes predicabat; et si qui forte inspirati a Deo verbum reciperent, cum multa solempnitate eos faciebat in maiori ecclesia baptizari, deinde reddebat eos (6) libertati et multis ditabat bonis. Cuius sanctam famam Soldanus Babillonie audiens, sibi honorabiles litteras misit, inter alia scribens quod sibi placeret suum regnum personaliter visitare, quia eius sanctis operibus provocatus volebat secum (7) quedam tractare que erant ad magnam exaltacionem fidei christiane; quod et fecisset, nisi fuisset per suos superiores impeditus. De ornamentis ecclesiarum que diversis do-

(1) apud *M.*
(2) in festis *B.*
(3) in festo — Pauli *om. B.*
(4) habund — *om. B.*
(5) poterat *codd.*
(6) illos *B.*
(7) secum *om. B.*

navit ecclesiis quid dicam aut quid referam, maxime conventibus ordinis sui, cum omnem excedant numerum? Nam vix fuit magnus conventus in ordine, quem aliquo precioso iocali non dotaverit, maxime conventum Bononiensem, quem ob reverenciam beati Dominici multis elemosinis sustentavit et multis iocalibus ornavit. Nunquam ordo predicatorum habuit prelatum cuiuscunque status qui tot bona ordini suo faceret. Mortuus est autem in insula Cypri anno domini 1332 (1) ultima die iulii, ad cuius tumulum multi diversis infirmitatibus sunt curati.

f. 77v Petrus Lombardus ...precipue illam sanctissimam compilacionem ordinavit ex dictis sanctorum, que dicitur Liber Sentenciarum qui nunc Parisius et ubique publice in scolis legitur.

f. 80v Thomas de Aquino ...Hic autem sanctus doctor ascriptus est cathalogo sanctorum a papa Iohanne XXII anno incarnationis dominice Mcccxxv in Avinione civitate Provincie.

L'appellazione di *Dominicus noster* ci conferma la notizia tramandataci dalle sottoscrizioni e dal titolo dei codici: il Colonna era frate domenicano dell'ordine dei predicatori. Dalla vita di Tommaso d'Aquino apprendiamo che nel 1325 viveva ancora, dalla vita di Innocenzo III che viveva ancora nel 1332. Sappiamo dal proemio dell'opera che era occupato *in curia*; è chiaro che si tratta della curia pontificia in Avignone, dove i papi tennero residenza dal 1309 al 1377. Da Avignone il Colonna visitò o per conto proprio o per incarico della curia altre città della Francia: certo Chartres, forse Parigi.

La scoperta del supposto sepolcro di Livio avvenne, come si è detto, fra il 1318 e il 1324; il Colonna dice *nostra etate*, ma la designazione è troppo indeterminata. Più ci aiutano a stabilire l'età di lui i rapporti personali che ebbe con Giovanni Conti, discendente dalla stessa prosapia di Innocenzo III. Questo papa fu al secolo Lotario Conti, dalla cui famiglia si staccò il ramo dei signori e duchi di Poli, trasferitisi a Pisa. Dai Conti Poli di Pisa nacque Giovanni Conti, frate dell'ordine dei predicatori, il quale, secondo la testimonianza del Colonna, studiò a Parigi, fu poi lettore a Orvieto e a Siena, anteriormente al 1294 provinciale del suo ordine nella provincia romana, dal 1299 ar-

(1) 1322 *codd.* Il Conti morì nel 1332 e in quell'anno gli fu sostituito a Nicosia Elia Nabinalli (De Rubeis, Op. cit., XLII). Del resto per attestazione del Colonna fu prelato ' 30 annis et ultra '; e siccome la sua prelatura cominciò il 1299 con l'arcivescovado di Pisa, così i 30 e più anni ci portano oltre il 1330.

civescovo di Pisa e finalmente dal 1312 arcivescovo di Nicosia di Cipro, dove morì l'anno 1332. Al tempo del suo arcivescovado di Pisa è probabilmente da assegnare la convivenza del Colonna con lui. Quando nel 1312 il Conti si trasferì in Cipro, il Colonna avrà cercato, forse con la raccomandazione del suo superiore, un'occupazione presso la curia pontificia, che allora risiedeva in Francia.

Raccogliendo le poche fila, potremo dire che Giovanni Colonna nacque verso il 1280; che intorno al 1300 entrò al servizio di Giovanni Conti, allora arcivescovo di Pisa; che nel 1312, quando costui passò all'arcivescovado di Nicosia, il Colonna si collocò presso la curia pontificia in Francia, dove viveva ancora nel 1332.

Nelle *Famiglie* del Litta troviamo due Giovanni Colonna, contemporanei del nostro: l'uno (IV, tav. 1) per l'appunto frate predicatore, figlio di Bartolomeo; l'altro (tav. 2) cappellano del papa, figlio di Landolfo. Ma non vedo come il nostro si possa identificare con uno di questi due (1).

Scopo e fonti dell'opera.

Il Colonna ha intrapreso il suo lavoro perchè le lettere salvano le arti, il diritto, la religione e il bello stile e accompagnano l'uomo nell'avversa e nella lieta fortuna.

f. 1. Ego autem non solum ecclesiasticos doctores in ordine digeram, sed et viros illustres, gentilium litterarum edoctos. Nam in hoc maxime est litterarum et scriptorum fructus, cum res scitu dignas aboleri non patiuntur. Nam artes perirent, iura evanescerent, fidei et totius religionis officia queque corruerent ipsique recti deficerent usus eloquii, nisi in remedium infirmitatis humane litterarum usum mortalibus divina miseratio procurasset... In dolore enim solatium, recreatio in labore, in paupertate iocunditas, modestia in diviciis et deliciis fidelissime a litteris mutuatur... ' Littere enim, inquit Plato (2), insipienti animo tanquam baculus infirmo corpori reperte sunt'. Nullam igitur in rebus humanis iocunditatem aut utiliorem occupationem invenies. Experto crede: quia

(1) Non certo col cappellano pontificio, che morì nel maggio del 1318 (W. H. Bliss, *Calendar of entries in the papal Registers*. Papal letters, II, 174). Su di lui e sul padre Landolfo cfr. G. Presutti, in " Archivio della R. Società romana di storia patria ", XXXVIII, 1910, 318, 322-23, 329-30.

(2) Cfr. Burlaeus, ed. Knust, p. 230.

omnia mundi dulcia hiis collata exerciciis amarescunt. Variis igitur occupationibus sic in curia distractus sum, ut vix aliquid quandoque scribere licuerit (1); sed illud volvens in animo quod Seneca epistola 82 (2) (82, 3): 'ocium sine litteris mors est et vivi hominis sepultura', ista aggredi me coegit.

Ma non vuole s'abbia a credere che le notizie da lui comunicate sieno tutte dirette: no, egli le ha attinte dagli altri:

f. 1. Hec quoque ipsa que huic libello inserui aliena sunt et eciam que loquor ab aliis accepi, ut antiquorum scriptorum ystorias veteres annalesque replicans possim quasi de ingenti prato opusculi nostri coronam intexere. Omnesque (3) igitur libros qui in hoc opere allegantur me vidisse non arbitror sed quam plurima de allegatis alibi, inde extraxi et huic libello applicui.

E conformemente a questa sua onesta confessione cita di tanto in tanto le sue fonti. Io accennerò le principali. Anzitutto i tre biografi cristiani di professione: Girolamo, Gennadio, Isidoro.

f. 1. 'Hoc idem apud Grecos, ut ait Ieronimus in prologo de viris illustribus, Hermippus peripateticus, Antigonas Garitius (4), ⟨Satyrus⟩ (5) doctus vir et longe omnium doctissimus Aristoxenos (6) musicus; apud Latinos autem Varro. Quod illi in numerandis gentilium litterarum libris ⟨et⟩ (7) viris fecerunt illustribus', beatissimus Ieronimus doctor doctorum excellentissimus omnes qui de scripturis sacris aliquid prodiderunt memorie breviter disseruit. Ad cuius exemplum viri provocati Gennadius massiliensis presbiter et Ysidorus hispalensis multos subrogaverunt.

Inoltre dei cristiani Lattanzio ed Eusebio.

f. 68v Lactancius Firmianus .....Scripsit preterea adversus gentes libros septem, ex quo volumine plura hic inserta reperies.

f. 60. Eusebius ...Ex qua (ecclesiastica historia) nostro in presenti opere inserta reperies; f. 70v-72v In huius Originis laudem Eusebius copiose versatus est sexto libro ecclesiastice historie, unde illa que de hoc huic operi inseruimus de verbo ad verbum de supradicto libro accepi.

---

(1) liceat *B*.

(2) 81 *M*.

(3) omnes *B*.

(4) *Leggi* Carystius.

(5) Satyrus *om. codd.*

(6) Aristoxenos] a pristone bonos *M*; a pristore honos *B*.

(7) et *om. codd.*

Tra i pagani il più spesso adoperato come fonte è Seneca, il cui nome comparisce si può dire in ogni pagina.

Delle fonti medievali tralascio le meno importanti e fermo l'attenzione sulle due capitali: lo *Speculum historiale* di Vincenzo Bellovacense (m. 1264) e il *De vita et moribus philosophorum* di Gualtiero Burley (1275-1337? 1345?). Quanto al Bellovacense, vedansi queste citazioni:

f. 23. Plato ...Huius Platonis multos fuisse discipulos memoratur (1), qui ut frater Vincencius refert (IV, 6) ' in portarum locis (2) et porticibus versabantur, ut ammoniti angustioris habitaculi sanctitate nichil aliud quam de virtutibus cogitarent, quorum quidam etiam oculos sibi eruisse dicuntur (3), ne per eorum visum a contemplacione sapiencie avocarentur '.

f. 31. Secundus ...Hic ut Vincencius refert (X, 70) parvulus adhuc ad studium Athenas a parentibus missus...

f. 62v Gregorius Nisenus ...Huius liber est de ymagine hominis... Quem librum quamvis non viderim, tamen ut dicit frater Vincencius Beluacensis (XIV, 85); caute legendus...

f. 67. Johannes Crisostimus ...Frater autem Beluacensis dicit (XVII, 42) se ex hiis XC (omeliis super Matheum) post multam inquisitionem XXV tantummodo reperisse.

Il Burley non è mai citato col suo nome, ma viene adoperato o senza richiami o col titolo dell'opera. Ecco un saggio delle due maniere:

Burlaeus praef. p. 2	Columna f. 1
De vita et moribus philosophorum veterum tractaturus multa que ab antiquis autoribus in diversis libris de ipsorum gestis sparsim scripta repperi in unum colligere laboravi plurimaque eorum responsa notabilia et dicta elegancia huic libro inserui, que ad legencium consolacionem et morum informacionem conferre valebunt.	De vita et moribus virorum illustrium tam sanctorum quam aliorum philosophorum tractaturus que in diversis libris de eisdem sparsim scripta repperi in unum colligere laboravi; nam (4) ipsorum gloriosa exempla et dicta elegancia memoratu digna et que ab illustribus sunt dicta auctoribus huic libello inserui, ut documenta virtutum summere volentibus longe inquisitionis labor absit.

(1) memorantur *M.*

(2) in templorum lucis *Vinc. Bel.*

(3) etiam quidam oc — sibi effodisse leguntur *Vinc. Bel.*

(4) ne *M.*

f. 74v Ptholomeus philosophus (Claudius) ...Huius plura proverbia legi in eo libro qui dicitur De moribus et vita philosophorum (cfr.Burl., p. 372. De proverbiis eius moralibus hec notabilia hic scripta sunt).

All'opera del Burley toccò la stessa sorte che a Giovanni di Salisbury, il cui libro si citava di solito col titolo di *Policraticus* (o *Policratus*), che nell'intenzione di molti pare dovesse significare appunto il nome dell'autore. L'opera poi del Burley oltrechè girare anonima, veniva rimanipolata, accorciata, ampliata da altri, che senza tanti scrupoli vi apponevano il proprio nome (1). Il Colonna cita un paio di volte Diogene Laerzio:

f. 9v Aristotiles ...Dicit autem Laercius (2) in libro de vita philosophorum quod numerus librorum Aristotilis ascendit ad trecentos.

f. 20v Misso (= Myson) genere cineus fuit. Hic ut ait Laercius docebat non ex verbis res sed ex rebus verba querenda.

Ma non è da farsi illusione ch'egli conoscesse la traduzione latina medievale di Diogene Laerzio, perchè quelle citazioni sono testualmente tratte dal Burley (p. 52, 250): e forse nemmeno il Burley stesso conosceva quella traduzione direttamente, della quale nessun manoscritto si è finora rinvenuto (3). Ma non vi ha dubbio che la traduzione esisteva, e dell'esistenza era giunto sentore anche all'orecchio del Bellovacense, sebbene non gli sia

(1) Una delle redazioni in parte accorciata, in parte ampliata (con l'aiuto dello *Spec. hist.* del Bellovacense) è anonima nel Cod. Ambrosiano I 171 inf. cart. sec. XV, f. 77, *Incipit libellus de vita et moribus philosophorum* sino al f. 120 *Explicit*, dove termina con Cicerone. Reco il seguente passo che manca al Burley: f. 79v Scripsit illi (Soloni), ut ait Laercius, Periander phylosophus, qui apud Corinthum principatum agebat, sciscitans an adversantes sibi cives essent fugandi. Cui Solon in hec verba respondit: ' Solon Periandro. Nuncias mihi nonnullos adversarios tibi. Tu autem si debes omnes fugare, non actinges. Adversabitur autem et aliquis non suspectorum: ille quidem timens de se, alius criminans te. Nam aliquis nichil quidem timens saltem civitati gratiam confert nisi suspectus fueris. Satius igitur abstinendum ut alieneris a causa, quam pensandum tyrannidem agere, ut alienam vim plus habeas ea que in civitate est. Si hec cogitas nemo tibi amplius malus nec tu repelles aliquem '. È la traduzione letterale, non sempre esatta e talvolta senza senso di Diog. Laert., I, 2, 17. Lo stesso passo nel testo integro (ma esso pure anonimo) del cod. di Brera AD XI 50 cart., sec. XV, f. 4v.

(2) Lactantius *M.*

(3) V. Rose in " Hermes „, I, 389-392.

riuscito di trovarla. Infatti circa la notizia che i libri di Protagora fossero stati bruciati, egli scrive: " Huius autem Protagorae quare libri combusti sint, non legi. Vide Diogenem „ (1).

Istruttivo per il modo come il Colonna usava le fonti è il caso del poeta Accio, che viene da lui trattato due volte con notizie differenti: l'una sotto Actius Lucius (f. 11), l'altra sotto Lucius (f. 20ᵛ); ivi sua fonte principale è il Burley, qui il Bellovacense. Più tipico ancora il caso di *Sextius*, che comparisce tre volte: la prima sotto Sextius (f. 29ᵛ), dove attinge da Seneca; la seconda sotto Sixtus (f. 31ᵛ), dove attinge dal Burley; la terza sotto Xistus (f. 37), dove attinge da Girolamo e da Eusebio. La forma diversa del nome fu causa che in un personaggio unico (almeno secondo la tradizione) ne ravvisasse tre.

Sono inoltre da notare molte designazioni cronologiche rimaste incompiute. Reco le varie formule: *Fuit autem temporibus* *** (f. 19 (2), 24ᵛ); *fuit autem tempore* *** (f. 26ᵛ); *fuit autem* *** (f. 27); *claruit autem sub* *** (f. 19ᵛ); *claruit autem temporibus* *** (f. 22, 22ᵛ, 29, 29ᵛ); *claruit autem tempore* *** (f. 24ᵛ (3), 29ᵛ); *claruit maxime temporibus* *** (f. 28ᵛ); *claruit autem* *** (f. 79); *mortuus autem est temporibus* *** (f. 21ᵛ). In due dei luoghi surriferiti (f. 22ᵛ, 29) il Bellovacense (III, 55) e il Burley (p. 168) dànno le desiderate indicazioni; bisogna dunque supporre che in un primo spoglio delle fonti il Colonna non tenesse conto della cronologia e che più tardi, quando volle introdurla, quelle non fossero più alla sua portata.

Autori direttamente noti al Colonna.

Nel compilare la lista degli autori noti al Colonna peccherò per difetto anzichè per eccesso, tralasciando quelli che egli potè conoscere indirettamente dalle sue fonti, anche se io sospetti una conoscenza diretta, ed enumerando solo quelli della cui conoscenza diretta io abbia le prove. Distribuisco la materia in tre categorie: i Greci tradotti, i Latini pagani, i Latini cristiani.

(1) *Spec. hist.*, III, 55. L'avrebbe saputo da CICERONE, *De nat. deor.*, I, 63.
(2)-(3) Poi furono colmate da altra mano in *M.*

I Greci tradotti.

Platone. Di Platone conosceva solamente il Timeo nella traduzione di Calcidio, dal cui proemio trae questo passo:

f. 37. Ysocrates ...Hic, ut ait (1) Calcidius (*prol.*), in exortacionibus suis virtutem laudans cum omnium bonorum ⟨et⟩ (2) tocius prosperitatis consistere causam penes eam diceret addidit ipsam esse solam que res impossibiles (3) ad possibilem redigeret facilitatem. Preclare (4). Quid enim generosam magnanimitatem vel aggredi pigeat vel ceptum fatiget ut tanquam victa difficultatibus se temperet a labore? Eadem est ut oppinor...

Vero è che nella biografia del filosofo incontriamo la notizia (f. 23): " Quare libri eius (Platonis) qui apud Latinos, licet pauci, inveniuntur hii sunt: Thimeus, Fedron, Gorgias et Pitagoras „ (leggi *Protagoras*); ma non dobbiamo illuderci, essa è tolta dal Burley (p. 232). Dei dialoghi platonici furono tradotti nel medioevo il Menone e il Fedone, ma non furono noti nè al Colonna, nè al Burley.

Aristotile. Di Aristotile il Colonna doveva certo aver veduto alcune opere, ma non abbiamo buoni argomenti per affermarlo.

Esopo. Le riduzioni medievali prosastiche e poetiche d'Esopo furono probabilmente fra i testi da lui letti nelle scuole.

f. 16. Exopus... Hic... famosas fabulas scripsit... Quas quidem fabulas prosayco sermone translatas quidam poetico more ad versus vertit. Que eciam hodie a pueris leguntur in scolis.

Giuseppe Flavio.

f. 65v Iosephus ...Scripsit et alia opuscula, ex quibus nullum apud Latinos reperitur, exceptis Antiquitatum et Belli iudayci cum Romanis.

Eusebio. Si è già accennato come l'*Ecclesiastica historia* di Eusebio fosse una delle fonti principali del Colonna.

---

(1) dicit *B.*

(2) et *om. codd.*

(3) impass- *B.*

(4) passibilem redigeret felicitatem prestare *codd.*

Basilio.

f. 54. Basilius Magnus Cesaree Capadocie episcopus fuit, cuius vitam mirabilem sanctus Amphilocius Yconii episcopus claro sermone descripsit, inter alia sic dicens: ' Basilius cum olim esset septennis a parentibus litteris philosophicis '...

Sulle traduzioni latine della vita di S. Basilio attribuita ad Amphilochio cfr. Webb in Johannis Saresberiensis *Policraticus*, Oxonii 1909, II, p. 347, *nota*.

Alle opere di Basilio citate da Girolamo (116) il Colonna soggiunge:

Item questiones et libellum per modum epistole exortatorium ad monachos, in quo inter verba multa sic dicit devotissime: ' Plurimum autem prodest ad Dei memoriam conservandam secrecius et remocius habitare '...

Giovanni Grisostomo. L'elenco delle opere del Grisostomo è quasi uguale nel Bellovacense (XVII, 42) e nel Colonna; ma questi ne conosce qualcuna di più e di qualche altra dà maggiori ragguagli.

f. 66v Iohannes Crisostimus ...Item Dyalogus ipsius et Basilii Magni, quem ipse composuit de fuga cure pastoralis... Vidi et ego librum super actus apostolorum quasi nostra etate de greco in latinum translatum... Item (scripsit) de laudibus beatissimi Pauli Omelias septem. Et licet in omnibus libris suis hic venerandus doctor gloriosum illum apostolum plurimum commendet, in predicto opere usque ad celum eius vitam commendat et omnibus sanctis novi et veteris testamenti ipsum prefert. Scripsit etiam ante episcopatum librum contra Iudeos.

Della traduzione medievale del *Commentarius in actus apostolorum* non mi è occorso cenno altrove; si sa solo che lo fece tradurre dai suoi amici Cassiodoro (1). La traduzione veduta dal Colonna sarà stata fatta o in Sicilia nel sec. XII o in Inghilterra tra il XIII e il XIV.

I Latini pagani.

Tra i poeti notiamo:

Terenzio.

f. 33. Terrencius poeta comicus excellentissimus et in describendis actibus hominum singularissimus... Hic devicta Cartagine a Sci-

(1) Johannis Chrysostomi, *Opera omnia*, ed. Montfaucon, Parisiis, 1731, IX, p. iv.

pione Affricano in triumphum ductus est post currum eius pilleatus... Huius Terrencii plures sententie ad diversas materias pertinentes inveniuntur, quarum aliquas hic inserere volui.....

Gli estratti sono assai più numerosi che nel Burley (p. 342-3) e nel Bellovacense (V, 72-73). Nella notizia biografica incontriamo la confusione, usuale nel medioevo, di Terenzio comico con Terenzio Culleone, la quale rimonta a Orosio (*Hist.*, IV, 19) (1).

VERGILIO.

f. 35v Virgilius ...Hic Virgilius tres libros tantum creditur edidisse, ut in epitaffio eius apparet, ubi dicitur: ' cecini pascua rura duces ', per que tria significantur Bucolica, Georgica et Eneydos.

Perciò ignorava i poemetti dell'*Appendix* o li riteneva spuri. Nel Burley (p. 336) e nel Bellovacense (VI, 61) trovò alcune leggende popolari, ma ne tocca di sfuggita:

Legitur autem in quibusdam locis de aliquibus mirabilibus que Virgilius fecit in civitate Neapolitana, que quidem veritati non congruunt; ideo supervacuum putavi illa huic operi inserere. Creditur tamen ab aliquibus ab eo illud mirabile templum constructum quod ' Rome salvacio ' dicebatur, quod inter septem mundi miracula primum computatur, quod Pantheon dicitur, licet dicatur a quibusdam quod Domiciani temporibus fuerit constructum.

Più lo attrae la novella del sepolcro:

Mortuus est Virgilius Brundusii, cuius ossa Neapolim translata sunt et secundo ab urbe miliario tumulata, titulo huius modi superscripto: ' Mantua me genuit, Calabri rapuere, tenet nunc Parthenope: cecini pascua rura duces '. Huius sepulchrum cum ossibus temporibus illustrissimi Rogerii regis Siculorum reperta sunt. Nam quidam magister nacione anglicus ad hunc regem accessit postulansque sibi aliquid a rege munifico dari. Cumque rex crederet aliquod a se beneficium peti, respondit: pete quod vis et dabitur tibi. Erat autem is qui petebat summe litteratus et in omni sciencia quasi summus, maxime in nigromancia. Qui ait regi se nolle ab eo beneficia pecuniaria petere sed pocius quod apud homines vile putatur, ossa videlicet Virgilii poete, ubicunque in toto regno eius possent inveniri. Annuit rex peticioni scripsitque neapolitanis civibus ut magistro traderent quod petebatur, si invenire poterat quod querebat. Veniens ergo Neapolim data est sibi a populo facultas sepulcrum requirendi, cum omnes hoc quasi impossibile reputarent, cum illud omnes penitus ubi esset ignorarent. Magister autem conscriptis

(1) Cfr. " Studi ital. di filol. class. ", V, 312.

spiritibus arte magica ossa tandem reperit infra tumulum in medio montis cuiusdam, ad cuius sepulcri caput liber repertus est in quo ars notoria scripta erat cum aliis caratheribus studii eius; levantur ossa cum polvere; cuius anima erat profundissime in inferno. Timens igitur vulgus ne, si corpus portaretur, tota civitas grave dispendium incurreret, corpus magistro minime tradiderunt, sed illud ad Castrum Ovi in urbis illius continio deportaverunt. Requisitus vero magister quid de Virgilii ossibus facturus erat, si illa pro voluntatis libito habuisset, respondit quod per magicas coniurationes leviter effecisset, quod ad eius peticionem ossa sibi omnem Virgilii artem docuissent; quin ymmo satisfactum sibi fore asseruit, si per XL dies sibi ossium copia daretur.

Il racconto è derivato, con leggiere differenze, dagli *Otia imperialia* di Gervasio di Tilbury (1); il Colonna lo colorisce, diremo così, più magicamente: infatti mancano in Gervasio le frasi: *summus... in nigromancia; conscriptis spiritibus; cuius anima erat profundissime in inferno*, e l'aggettivo *magicus* alle parole *arte* e *coniurationes*.

Gli storici della fortuna di Vergilio nel medioevo hanno cercato in questo racconto il germe della leggenda popolare raccoltasi intorno al nome del grande poeta (2); ma c'è un altro elemento che non deve sfuggire alla nostra attenzione. I protagonisti dell'aneddoto sono un Inglese e il re Ruggero. Ruggero II (1130-54) e dopo di lui suo figlio Guglielmo I (1154-66) furono i restauratori della cultura in Sicilia nel sec. XII; e in quello stesso secolo ebbero frequenti rapporti con la Sicilia gli Inglesi, che coltivarono, primo fra tutti Giovanni di Salisbury, con buon successo gli studi. Ora in quel savio inglese che viene nell'Italia meridionale a chiedere alla tomba di Vergilio il segreto dell'*ars notoria* e della sua scienza io vedo appunto la personificazione leggendaria del movimento che congiungeva l'Inghilterra e la Sicilia (3).

(1) Hannoverae, 1707, p. 101-102.

(2) D. Comparetti, *Virgilio nel medioevo*, 2ª ed., II, 45 ss.

(3) Per questi rapporti tra Inghilterra e Sicilia nel sec. XII, cfr. V. Rose, *Die Lücke im Diogenes Laertius und der alte Uebersetzer* (in “ Hermes „, I, 376 ss.) e Ch. H. Haskins and D. P. Lockwood, *The sicilian translators of the twelfth century and the first latin version of Ptolemy's Almagest* (in “ Harvard Studies in class. philol. „, XXI, 1910, 75-102). I rapporti continuarono nel sec. XIII, vedi M. R. James, *A graeco latin Lexicon of the thirteenth century* (in “ Mélanges Chatelain „, Paris, 1910, 396-411).

Lucano.

f. 20v Lucanus ...Narravit tamen potius audita vel lecta quia visa non potuit, nam id bellum centum fere annis ante (1) ipsum precessit.

Stazio (collocato tra i cristiani).

f. 79. Statius Tholosanus civis Papino patre, Agilia (2) vero matre ex nobilissimo genere extitit oriundus. Hic autem rhetor optimus, poeta perfectissimus, morum honestate preditus, pollens ingenio, clarus eloquio, felicis intelligencie, tenacis memorie ac liberalibus eruditus artibus imperatoris Domiciani tempore Romam venit, quoniam poetas audierat Rome non minimum venerari. Videns igitur Titum et Domicianum post patris Vespasiani exequias hostiliter cupiditate imperii decertantes, quoniam Titus Domicianum expellere et patri flagitabat succedere, Polinicis et Ethioclis discordiam et contencionem describere decrevit, quatenus inspectis casibus qui (3) dictis fratribus propter bellum contigerant, Titum et Domicianum a contencione similiter removeret. Composuit autem librum eleganti sermone, metrico stilo, cuius titulus talis est: Sursulii Pampanis Stacii Thebaydos. Sursulius agnomen est, quasi sursum et alte canens (4), quoniam nullus poetarum melius suam historiam executus est. Pampinus cognomen est a Pampino (5) patre, qui sic dictus est. Stacius nomen proprium, quoniam firmiter stans, viciis instanter restitit coluitque indefesse virtutes. Scripsit et alium librum, cuius titulus est Achilleydos. Claruit autem ***.

Come in tutto il medioevo, Stazio, il poeta napoletano, viene qui scambiato col retore tolosano Stazio. Il nome della madre Acilia deriva per non so quale equivoco dalla biografia di Lucano attribuita a Vacca: “ matrem habuit... Aciliam „. La gelosia tra i figli di Vespasiano era nota per mezzo di Svetonio (*Titus*, 9, *Domit.*, 2), con la differenza che la parte di provocatore dal Colonna anzichè a Domiziano è assegnata a Tito. Da tal gelosia fu agevole all'immaginazione medievale congetturare che Stazio abbia voluto in Eteocle e Polinice simboleggiare i due fratelli Flavi.

Più singolare è che il nostro Colonna abbia posto Stazio nella sezione dei cristiani e ne abbia tanto esaltato le virtù:

(1) ante *om. B.*
(2) Agiliam *codd.*
(3) qua *codd.*
(4) Per altre etimologie cfr. *Atene e Roma*, XII, 1909, 265, 269.
(5) Papino *B.*

morum honestate preditus; viciis instanter restitit coluitque indefesse virtutes. In ciò mi pare di scorgere un buon indizio che la rappresentazione dantesca di Stazio doveva avere un fondamento tradizionale, perchè il Colonna certamente non conosceva la *Commedia*.

GIOVENALE.

f. 19v I u v e n a l i s ...Iste Iuvenalis fuit ex opido Aquino Campanie. Qui videns in curia Domiciani imperatoris quendam qui Paris pantomimus (1) dicebatur, qui quanquam fuit istrio, adulationibus tamen et blandiciis ad tantum honorem devenerat quod universis iuvenibus in Domiciani curia precellebat, erat etiam cancellarius imperatoris, zelo virtutis in extirpacione tanti monstri miro modo utebatur. Insuper scripta poetarum precio mercabatur, que nondum fuerant recitata, ut ex alienis laboribus sic honorem et gloriam impetraret dum se autorem operis testabatur. Ideo Iuvenalis non immerito in huius istrionis et imperatoris ignominiam opus satiricum (2) componens tres conscripsit versiculos quos in satira collocavit. Quo facto cum se Domicianus redargui comperisset, odium et indignationem non modicam in Iuvenalem exercuit et quibus modis ipsum perderet scrutabatur. Sed quoniam Iuvenalis potentia inter Romanos tam excelsa fuerat, quod eum sine causa ledere non audebat, sub specie tamen dileccionis statuit sumendam de iniuriis ultionem: ipsum enim prefecit militibus quos in Egiptum illo tempore in expedicionem mittebat, quatenus ipsum e conspectu suo penitus removeret, sperans quoque quod et in conflictu casu belli perimeretur. Post multum vero temporis expedicionis, regressionis peciit libertatem, quam cum minime optineret se deceptum sub specie amicicie et honoris cognovit; ideoque langore affectus et tedio vitam in extremis partibus exalavit (3). Ob hanc ergo (4) causam librum composuit cuius titulus talis est: Iunii Iuvenalis Aquinatis Satyrarum liber.

È nella sostanza la biografia giovenaliana trasmessaci dall'antichità, con alcuni ampliamenti di carattere novellistico.

CLAUDIANO. Il Colonna da una notizia letta in S. Agostino dedusse che Claudiano si fosse convertito al cristianesimo.

f. 58. C l a u d i a n u s alius fuit et hic poeta clarissimus, qui gesta Archadii et Honorii imperatorum fratrum luculento carmine scripsit. Hic paganus et ydolatrie deditus videns in eo bello, quod Theodosius

(1) qui paspantonius *M*; qui paspantononius *B*.
(2) satirum *codd.*
(3) exulavit *codd.*
(4) igitur *B*.

contra Eugenium tyrannum gessit, illud (1) cunctis seculis predicandum miraculum, quod Augustinus 5 (c. 26) de civitate Dei refert, quod multi qui ex parte Eugenii tyranni fuerant, sibi retulerant (2). Nam ‘exorta sibi esse de manibus quecunque iaculabantur tela, cum Theodosii partibus in adversarios vehemens ventus iret et non solum quecunque in eos iaciebantur concitatissime raperet, verum eciam ipsorum tela in eorum corpora retorqueret. Unde et hic poeta Claudianus, quamvis a Christi nomine alienus, in Theodosii tamen laudibus dixit: O nimium dilecte Deo, tibi militat ether et coniurati veniunt ad classica venti’ (3). Quare et ipse Claudianus ad veram Christi fidem conversus est.

Catonis Disticha. Fa dei due Catoni antichi, come soleva nel medioevo, una persona sola; ma dai Catoni distingue nettamente, con una ragione cronologica, l'autore dei *Disticha.*

f. 13. Cato ...Huic autem Catoni quidam attribuunt illum libellum qui a pueris in scolis legitur, qui partim prosayco sermone partim metrico de moribus scriptus est. Sed in rei veritate stare non potest, quia ille libellus Lucanum poetam commemorat (II praef. 5), qui post hunc Catonem centum annis fuit vel circa. Sed forte fuit tercius Cato, qui fuit temporibus Alexandri imperatoris (222-235 d. C.).

Questo modesto elenco rivela mancanze notevoli: Plauto, gli Elegiaci, specialmente Ovidio, Orazio e soprattutto Persio, tanto letto nelle scuole. Di Properzio conosce appena il nome stroppiato (f. 26[r] Perpecius) per mezzo di Lattanzio (VI. 2).

Tra i prosatori enumeriamo:

Cicerone. Di Cicerone conosceva certo i copiosi estratti del Burley (p. 318-28) e del Bellovacense (VI, 6-32). Direttamente avrà potuto vedere in particolar modo le opere filosofiche, ma la prova la possediamo solo per le tre orazioni Cesariane, da una delle quali, *p. Marc.*, 14, trae un passo: f. 34 Dicit enim in ea oratione quam pro Marcello ad Cesarem fecit: “Quo quidem bello semper de pace agendum audiendumque putavi... „ Nella lista delle opere non dà nulla di più delle sue fonti: di proprio aggiunge un cenno sulla perdita del *De re p.*: f. 34[v] Scripsit autem Tulius egregios libros quamplurimos: de re publica li. VI. qui nunc nusquam reperiuntur. — Forse li aveva cercati.

(1) velut *B.*

(2) retulerunt *B.*

(3) Claudian., *De III Hon. cons.*, 96-98.

CESARE. Nel medioevo le opere di Cesare erano attribuite al suo recensore Giulio Celso. Il Colonna nelle notizie su Cesare (f. 19 Julius Celsus) e negli estratti dai suoi libri segue il Burley (p. 310) e il Bellovacense (VI, 2-5); ma una conoscenza diretta mi sembra risulti da questa citazione:

f. 34. Nam ut tradit Iulius Celsus in eo bello quod Romani Cesare Iulio duce cum gente Gallorum gesserunt hic (Cicero) legatus Iulii fuit, ubi plurima non solum prudenter, sed eciam strenue gessit; nam cum ea legio cui ipse preerat... (cfr. Caes., *B. G.*, V, 38-52).

SALLUSTIO.

f. 29v-30. Salustius Romanorum genere ortus ex equestri ordine diu Rome oratoriam docuit multosque ex romanis nobilibus auditores habuit; sed postquam Marcus Tulius Cicero ex Grecia et Athenis Romam rediit et auditorium tenere cepit, quoniam in eloquentia longe Salustium excedere videbatur, omnes pene Salustii auditores eo relicto ad scolam Tulii convolaverunt. Quod ille egre ferens, conviciis et maledictis Tulium insectare cepit... In fine autem sic de eo concludit in quadam oratione quam contra eum apud Senatum habuit: ' Homo levissimus '...

Hic Salustius iuxta morem nobilium primis etatis sue annis litterali studio deditus fuit; ad adolescentiam iuventutis sue veniens, iuventutis motus caloribus et honoris ambitu, qui nonnullos a tramite rationis abducit et separat (1), dimisso litterarum studio cepit sequi miliciam et martis studia exercere. Sed quoniam militare collegium multa operabatur nepharia, que suus aspernabatur animus, qui bonis tantum artibus (2) et honestis assueverat moribus, mentis mutans sententiam militarem reliquit strepitum. Hic autem fervente bello civili quod inter Cesarem et Pompeium ortum est Cesarianis partibus adhesit magnorumque exercituum ductor fuit; tandem quod dimiserat studium reassumens litterarum, a quo ipsum ambicio et inanis fame cupiditas sequestrarat, res gestas romani populi statuit perscrutandas... Scripsitque duos libros, scilicet Catellinarium et Iugurtinum...

È chiaro che qui abbiamo due biografie: la prima imbastita sulle invettive apocrife scambiate tra Cicerone e Sallustio e sugli scolii oraziani (*Carm.*, II, 2), dai quali deriva la notizia della origine equestre dello storico; notizia che il medioevo non potè attingere da Tacito, autore allora ignorato. La seconda biografia è imbastita sui proemi dei due *Bella* di Sallustio e su Orosio (*Hist.*, VI, 15, 8). Il Colonna dà poi un sunto dei *Bella*.

(1) sperat *codd.*
(2) actibus *B.*

Livio.

f. 34v Titus Livius ...Dicit beatus Iheronimus in epistola ad Paulinum (53): ' ad Titum Livium lacteo eloquencie fonte manantem de ultimis Hispaniarum Galliarumque finibus quosdam nobiles venisse legimus '... Huius historiarum volumen centum quinquaginta libros continet; sed omnes minime reperiuntur, exceptis duntaxat triginta libris, licet raro xl reperiantur. Vidi ego tamen quartam decadam in archivis ecclesie Carnotensis; sed littera adeo erat antiqua, quod vix ab aliquo legi poterat. Quare autem residuum huius oratoris librorum non reperiatur (1), nullam aliam causam credo nisi illam quam Suetonius ponit, qui de Gaio Gallicula imperatore sic dicit (34): ' Cogitavit de carminibus Homeri abolendis, sed et Virgilii ac Titullivii scripta paululum abfuit quin ex omnibus bibliotecis amoverit: quorum alterum ut nullius ingenii minimeque doctrine, alterum ut verbosum et in historia negligentem carpebat '. Recolo autem me in quadam non infime auctoritatis historia legisse horum libros ab eo fuisse crematos; unde et xl qui ab origine et condicione urbis usque ad bella asiatica, qui iam toto orbe dispersi erant, minime a Gaio potuerunt aboleri; reliquos (2) vero, quos nondum extra urbem et Ytaliam (3) communicaverat, ab hoc scelesto (4) tyrampno credo fuisse combustos et ob hanc causam minime reperiri. Scripsit preterea dyalogos, ut dicit Seneca 97 (5) epistola (100, 9)... Padue decessit unde originem traxerat, cuius sepulcrum nostra etate apud eandem urbem repertum est.

Il presunto sepolcro di Livio fu scoperto, come già ho accennato, sotto Iacopo I Carrarese (1318-24). Non saprei dire in quale storia si trovi il racconto dell'incendio dell'opera liviana per ordine di Caligola. Assai più importante è la notizia che il Colonna ci dà sul codice di Livio nella cattedrale di Chartres. Egli conosceva l'esistenza di trenta libri di Livio, che formano la I, III e IV deca; sicchè quando parla della IV, nuova allora, parrebbe intendesse la quarta fra le superstiti, la quale corrisponderebbe alla quinta, contando la II perduta. Ammetteremo pertanto che a Chartres si conservasse la quinta deca, o almeno i primi cinque libri di essa (51-55), quali furono scoperti nel 1527 da Simone Grynaeus nella badia di Lorsch? Non credo; è più pro-

(1) reperiantur *codd.*

(2) reliqui *codd.*

(3) extra Yt. *om* *B*

(4) sceleste *codd.*

(5) 95 *B.*

babile che la deca veduta dal Colonna fosse la IV (31-40). La difficoltà della lettura farebbe supporre che si trattasse di scrittura insulare.

Valerio Massimo.

f. 36. Valerius Maximus vir inter Romanos eloquentissimus fuit. Hic librum pulcherrimum composuit de virtutibus et viciis... In quo quidem libro qui hodie apud Latinos multum communis est... Et quia de huius oratoris vita vel moribus nichil reperi, ideo de eius dictis egregiis aliqua huic operi inserenda putavi... Claruit tempore Octaviani imperatoris.

Curzio Rufo.

f. 27. Quintus Curtius orator insignis, quem discernere non possis utrumne ornatior in loquendo an facilior in explicando fuerit (1); quare apparet ingenio fuisse facilem et copiosum suavitate verborum. Et ultra omnes meo iudicio eos qui historias scripserunt auctoritatibus et sententiis habundavit. Scripsit autem hic gesta Allexandri Magni, que in * (2) libros distinxit; et quamvis hoc volumen raro inveniatur, si quando tamen apud aliquos inventum est, reperitur in pluribus defectuosum et detruncatum (3). Et cum sint libri * (4), primum nunquam reperi. Huius autem libri has sententias (5) defloravi... Fuit autem *** (6).

Seneca. Seneca fu l'autore più caro e più familiare al Colonna, il quale, seguendo l'uso di tutto il medioevo, faceva una persona sola di Seneca padre e figlio. Ecco l'elenco da lui dato delle opere:

f. 31. Seneca ...Scripsit autem hic magnificus Seneca hos libros: primo librum Epistolarum ad Lucillum, de quibus inveniuntur cxxv (sono 124); De beneficiis ad Liberalem libros septem; De clementia ad Neronem li. 2; De ira ad Novatum li. 3; De questionibus naturalibus li. 8 (sono 7); Declamationum li. 9 (sono 10); Tragediarum li. 10 (compresa l'*Octavia*); De providentia Dei librum unum in quo, ut dicit Lactancius (II, 8), non plane imperitia seculari sed sapienter et pene divinitus locutus est; De beata vita ad Gallionem fratrem suum; De tranquillitate animi ad Lucillum; De brevitate vite ad Paulinum; ad Marthiam De consolatione filii; De consolatione ad Elbiam matrem; De

(1) fuit *B.*

(2)-(4) Una mano posteriore in *M* aggiunse la cifra *X.*

(3) defectuosus et detruncatus *codd.*

(5) sententiolas *B.*

(6) fuit autem *om. B.*

consolatione ad Polibium; De constancia sapientis ad Serenum; De remediis fortuitorum ad Gallionem. Omnes supra nominati libri facile volenti querere reperiuntur. Libros vero De sententiis diversorum oratorum (1), De matrimonio, De terremotu, De supersticionibus nunquam reperi. Libros vero eius (2) qui intitulantur De quatuor virtutibus, De moribus et Proverbia revera ipse non composuit, sed ab aliis ex eius dictis conflati sunt.

Delle opere autentiche gli rimase ignoto solo il *Ludus de morte Claudii*. Il *De matrimonio*, il *De terraemotu* e il *De superstitionibus*, da lui cercati inutilmente, ci sono noti da scarsi frammenti o da poco più che il titolo; il *De sententiis diversorum oratorum* non è poi che la raccolta delle *Controversiae*, dal Colonna e da tutti allora chiamate *Declamationes*; ma il titolo mutato gl'impedì l'identificazione. Nel riconoscimento delle opere apocrife andò più in là del Petrarca, che ne scoprì una soltanto, il *De quatuor virtutibus*; egli pose in dubbio inoltre il *De moribus* e i *Proverbia*.

Il Colonna era poi convinto della cristianità di Seneca:

f. 30v Cum vero in multis locis commendare paupertatem incepit et ostendere quod quidquid usum excederet pondus esset supervacuum et grave ferenti, certe ad ipsam non solum tollerandam sed eciam amplectendam me sepius provocavit. Cum vero incipit et vult voluntates nostras traducere, laudare castum corpus, sobriam mensam, puram mentem, non tantum ab illicitis voluptatibus sed eciam supervacuis libet frequencius circumscribere gulam et ventrem. Ex hiis michi quedam de hoc viro remansere indicia (3) et hunc sepe credidi christianum fuisse, maxime cum magnus doctor Ieronimus ipsum in sanctorum catalogo ascribat (e segue a rilevare le sue idee cristiane, ricavandole dalla *Consol. ad Marciam*, dalla *Consol. ad Polybium* e dalle *Epist.*). Sed potissime inducor ad credendum hunc fuisse christianum ex hiis epistolis notis toti orbi terrarum, que inscribuntur (4) 'Pauli ad Senecam et Senece ad Paulum' (reca da ultimo le testimonianze di Agostino e di Lattanzio).

Quintiliano.

f. 26v Quintilianus ... De huius oratoris vita sive moribus et actibus et gestis nichil penitus inveni. Constat tamen hunc plures libros,

---

(1) philosophorum *M.*
eos *M.*
iudicia *B.*
scribuntur *codd.*

qui apud nos inveniuntur, scripsisse, e quibus De oratoria institutione libri octo, item liber Causarum sive De causis.

Con *Causarum* intende quelle che più comunemente si chiamano *Declamationes*. Gli otto libri dell'*Institutio* mostrano che il suo testo era mutilo al pari di quello del Bellovacense (IX, 121-25). Il libro VIII di quest'ultimo comprendeva i frammenti degli ultimi cinque (VIII-XII).

Svetonio. A Svetonio non consacra un cenno biografico, ma lo adopera direttamente in più luoghi. Io ne ricorderò due: il giudizio, già riferito, di Caligola su Livio, e le seguenti notizie intorno a Giulio Cesare:

f. 19. Iulius Cesar ...vir studiosissimus et in omni seculari scientia profundissimus et eloquentia singulari fuit (1) qua, ut ait Tullius, aut equavit prestantissimos aut excessit. Negat autem Tulius in quadam ad Brutum epistola se vidisse cui deberet in eloquentia cedere, inter alia sic dicens: Quem oratorem huic antepones eorum qui nichil aliud egerunt? quis sententiis aut acutior aut crebrior fuit? pronunciasse autem dicitur voce acuta, ardenti motu gestuque, non tamen sine venustate (Suet., *Caes.*, 55).

(Trogo) Giustino.

f. 35. Trogus Pompeius nacione hispanus, vir eloquentissimus. Hic solus ex latinis historiographis orientalium regum gesta aggressus est scribere, unde quidquid hodie apud nos de gestis orientalibus.... habetur, totum ab illo (2) trahitur.... Incepitque historiam suam a Nino rege Assiriorum sub quo natus est Habraam et usque ad Cesarem Octavianum Augustum per XLIIII libros deduxit. Quod volumen licet raro reperitur, tamen hic (3) Iustinus qui Trogum abbreviavit communiter et in locis plurimis reperitur; et hic sub Antonino Pio Romanorum principe (4) claruit.

f. 66 Iustinus philosophus ...Invenitur et liber sub nomine Iustini, abbreviacionem Trogi Pompei continens... Sed utrum sit hic Iustinus martir et philosophus ignoro, maxime cum in hiis libris de christianorum doctrina nulla sit mencio. Si autem hunc librum ipse omnino composuit, estimo quod antequam ad christianam religionem veniret hoc opus ediderit.

(1) profūndissimus fuit pre eloquentia singulari *M.*

(2) hoc *B.*

(3) hec *M*, sed *B.*

(4) Antonio principe *M.*

Historia Augusta.

f. 10v Appollonius ...Fuit et tertius Appollonius, de quo in vita Aureliani imperatoris Flavius Vepistus historicus sic refert: ' Cum Aurelianus imperator Tyanam civitatem obsideret, quidam huius civitatis antiquus philosophus imperatori in sompnio apparuit dicens: Aureliane, si vis vincere nichil est quod de civium meorum nece cogites; Aureliane, si vis imperare a cruore innocentium abstine, ad omnes clementer te age. Noverat autem philosophi vultum Aurelianus, nam in multis templis eius imaginem viderat (Flav. Vopisc., *Aurelian.*, 24).

f. 12. Basilicus Socronitanus philosophus illustris claruit temporibus Antonini (1) Pii imperatoris romani, tamen de hoc philosopho nichil in vita dicti imperatoris inveni et Helius Spartanus qui huiusmodi imperatoris mores et gesta digessit nullam de hoc philosopho mencionem facit.

Veramente la vita di Antonino Pio appartiene a Giulio Capitolino e non a Elio Sparziano; ma il codice del Colonna, come di tutti gli altri, in causa della lacuna e della trasposizione dei fogli nell'archetipo distribuiva erroneamente alcune biografie fra i vari autori.

Simmaco.

f. 79. Symachus patricius Boecii socer... Huic Symacho frater Vincencius (Beluac., XXI, 14) attribuit volumen illud Epistolarum quod Symachi nomine intitulatur; sed revera hoc stare nullo modo potest, quia auctor illarum epistolarum in multis locis dictarum epistolarum deos nominat et sacra illorum predicat, unde ostendit se vere fuisse paganum, cum ille Symachus Boecii socer vere catholicus fuerit et fidei christiane fidelis assertor.

Il Colonna non aveva tutto il torto, perchè Simmaco, il suocero di Boezio, fu nipote dell'omonimo autore dell'Epistolario; due personaggi diversi dunque.

Eutropio.

f. 61v Eutropius presbiter... (trascrive Gennadio, 49). Invenitur et alius liber historiarum a primo anno iani (2) usque ad tempora imperatoris Theodoxii Eutropii nomine intitulatus. Sed utrum fuerit hic Eutropius de quo supra scripsimus (3) penitus ignoro. Si autem hic fuit,

(1) Antonii *codd*

(2) a p.° ānonini *M*, apoāno niui *B*. Eutropio ampliato da Paolo comincia: Primus in Italia, ut quibusdam placet, regnavit Janus.

(3) scriptum est *B*.

supra modum miror quod in eo historiarum libro de Christo sive ecclesia nulla sit mencio.

Anche qui si tratta effettivamente di due autori diversi. La storia di Eutropio comincia da Romolo; ma il Colonna doveva avere il testo ampliato da Paolo Diacono, che comincia appunto da Giano. Però ci sorprende che non vi abbia trovato menzione della chiesa, dovechè nelle giunte di Paolo son innestati avvenimenti della Storia Sacra ed è accennata la nascita di Gesù e la morte di Pietro e Paolo. Inoltre la redazione di Paolo giunge a un'età molto posteriore a Teodosio, ossia al sec. VI; sicchè bisognerà ammettere che il Colonna possedesse il testo paolino ridotto.

Come nei poeti, così nei prosatori sono notevoli lacune. Mancano: fra gli storici, Floro, tra gli epistolografi, Plinio; mancano Apuleio, i grammatici e i poligrafi Gellio, Solino e Macrobio.

I Latini cristiani.

Il Colonna parla di molti cristiani, coi quali giunge fino al sec. XIII; ma io negli spogli tengo conto solo dei principali, fermandomi a Gregorio Magno.

Cipriano.

f. 56v Cyprianus ...Scripsit autem multa inter que apud nos ista inveniuntur.

Tralascio l'elenco e segno: " Scripsit ad diversas personas epistolas que in unum redacte volumen librum efficiunt „. Reca poi un estratto dal *De lapsis*.

Girolamo.

f. 66r Ieronimus ...Hic solus ex antiquis doctoribus sexdecim prophetas exposuit totumque novum et vetus testamentum ex hebrayca lingua latine reddidit: qua translatione hodie pene totus mundus utitur.

Molte opere di Girolamo doveva avere alla mano, ma le prove ch'egli le adoperasse si restringono alle seguenti: la traduzione della Bibbia, il commento ai Profeti, il *De viris illustribus* e le Epistole.

Ambrogio.

f. 51v Ambrosius ...Scripsit autem hic beatus antistes libros innumerabiles, inter quos quasi ista inveniuntur.

Segue un lungo elenco, ma non ho indizi per dimostrare quali delle opere nominate fossero a lui accessibili.

Agostino. Aveva in mano certamente di lui il *De civitate Dei*, le *Confessiones* e le *Epistolae*. Per le altre opere mancano gli indizi. Di un'apocrifa così discorre:

f. 53v Augustinus ...Fertur autem scripsisse libellum De spiritu et anima, qui nunc apud scolasticos precipue legitur: quamvis ille liber stilum Augustini minime sapere videatur (cfr. Bellovac., XVIII, 55).

Orosio.

f. 72v Orosius ...Scripsit adversus querulos christiani nominis li. 7.

Prudenzio.

f. 76v Prudencius ...Composuit et librum metricum De conflictu viciorum et virtutum elegantissimum (1). Item composuit librum qui dicitur: 'Eva columba' (il Dittochaeon).

Prospero.

f. 77. Prosper ...Invenitur autem libellus eiusdem Prosperi sententiarum sive epigramatum (2) partim prosaycus partim metricus, ex dictis beati Augustini compendiose tractus.

Cassiano. Delle varie opere sembra conoscesse di preferenza le *Collationes*.

f. 57v Cassianus ...Nec inter multa antiquorum opuscula quidquam ad spirituales profectus atque ad perfeccionis apicem tendenti utilius arbitror me legisse: agit igitur liber iste qui Collaciones patrum inscribitur...

Sidonio Apollinare. Copia dal Bellovacense (XXI, 46-48) il catalogo delle opere; ma sull'Epistolario dà un giudizio suo peculiare, dal quale rileviamo che n'aveva conoscenza diretta:

f. 78v Sydonius Appollinaris ...Preterea sicut vir ingeniosus et curvate eloquencie multas et difficiles scripsit epistolas.

Boezio. Oltre le opere genuine, gli è nota anche la spuria *De disciplina scolarium*. Di Elpe, la prima moglie di Boezio, scrive:

(1) Da Gennadio 13 l'aveva citato così: 'comachia, de conpunctione anime'. manifestamente senza capire.

(2) Prosperi – epigramatum *om. M.*

f. 54v-55. B o e c i u s ...Cuius Boecii ⟨uxor⟩ (1) Helpa (2) dicta est vel Helpes, Symachi patricii filia, que in laudem sanctorum multa dicitur composuisse, inter que extat ymnus in honore Petri et Pauli, qui incipit: ' Felix per omnes Roma mundi cardines '. Epytafium quoque suum super sepulchrum suum scribendum similiter ipsa dictavit: Helpes dicta fui sicule regionis alumpna Quam procul a patria coniugis egit amor. Porticibus sanctis iam nunc peregrina quiesco Iudicis eterni testificata tronum '.

I due supposti inni di Elpa a Pietro e Paolo sono nel Migne *Patrol. lat.*, 63, 537; ma hanno cominciamento diverso da quello noto al Colonna.

Gregorio Magno. Gregorio doveva essere molto familiare al Colonna. Io recherò questo solo cenno:

f. 63. G r e g o r i u s ... M a g n u s ...Extat et apud nos commentariolus eiusdem super cantica canticorum et liber De conflictu viciorum et virtutum, quem tamen librum plerique ascribunt Augustino (3).

CONCLUSIONE

La cultura del Colonna è ampia e varia: profana e cristiana, antica e medievale. Egli come frate predicatore cerca in primo luogo negli esempi degli scrittori la materia morale che alimenti la predicazione; ma lì non s'arresta: mira anche alla conservazione della dottrina, e per questo estende le sue informazioni tanto agli autori sacri quanto ai profani. Nè la sola materia lo alletta: egli si preoccupa pure dei *recti usus eloquii*, nel che scorgiamo una netta tendenza umanistica, sebbene di professione non sia stilista. L'occhio suo vigile è sempre rivolto ai fatti. A lui preme soprattutto accertare la verità storica; gli sta a cuore la cronologia e dove non la trova, lascia uno spazio bianco sulla carta, in attesa di nuove fonti che gliela rivelino. E oltre che senso storico, manifesta senso critico. Non sempre accetta le attestazioni delle sue fonti e schiettamente esprime i suoi dubbi sull'identità delle persone, sull'autenticità delle opere. È un investigatore di testi: e qui parimente egli ci appare uma-

(1) uxor *om. codd.*
(2) Helpe *B.*
(3) E altri ad Ambrogio.

nista. Non sappiamo dove abbia esercitata la sua investigazione, all'infuori del cenno fuggevole sulla cattedrale di Chartres e sullo Studio di Parigi; ma è indubitato che più volte cercò, perchè più volte dichiara di non aver trovato.

Dove avrà letto il Colonna i numerosi libri di cui parla e dai quali trae le sue notizie? Li avrà posseduti di suo? La prima parte della sua vita egli trascorse a Roma e poi col suo superiore Giovanni Conti a Pisa; trascorse la seconda presso la curia ad Avignone. Viene subito di pensare che si sia servito della biblioteca pontificia di Avignone; ma è un'ipotesi che va senz'altro abbandonata. La biblioteca avignonese del 1353 (1), della quale sola bisogna, per ragioni cronologiche, tener conto, non possedeva i seguenti autori pagani (chè gli altri tralascio) familiari al Colonna: Terenzio, Cesare, Vergilio, Sallustio, Livio, Valerio Massimo, Curzio Rufo, Lucano, i *Dialogi* di Seneca, Stazio, Svetonio, Quintiliano, l'*Historia Augusta*, Simmaco, Eutropio, Claudiano. Nè è da pensare alla biblioteca del vicino monastero di S. Andrea, che nel 1307 conteneva di classico appena un Prisciano e un Donato (2). È pure da escludere la biblioteca pontificia di Bonifacio VIII, la quale nel 1295 (3), quando la curia non era ancora passata in Francia, mancava degli stessi autori sopra nominati, eccetto Lucano, Svetonio e Claudiano, e ne comprendeva alcuni altri, quali Ovidio, Plinio *N. H.*, Solino, Palladio, Macrobio, che il Colonna avrebbe senza dubbio adoperati.

È forza perciò ammettere che una buona parte dei codici adoperati dal Colonna fossero di sua privata proprietà: una buona parte, perchè abbiamo già notato che qualche lacuna cronologica egli non potè colmare per mezzo del Burley e del Bellovacense quando non li aveva più tra le mani (4).

E l'essersi formato egli una biblioteca ci spiega le deficienze sue rispetto al Burley preso a modello, rispetto a Geremia da

(1) Fr. Ehrle, *Historia biblioth. roman. pontif.*, I, 252 ss.

(2) L. Delisle, *Le cabinet des mss.*, III, 7-8.

(3) Ehrle, Op. cit., I, 109 ss.

(4) Chi giunga a raccoglier notizie più larghe sulla vita e sui viaggi del Colonna e sulle sue relazioni con alte personalità della curia, potrà precisar meglio questo punto.

Montagnone che compose un poco prima il *Compendium moralium notabilium* e rispetto a Guglielmo da Pastrengo che compose forse contemporaneamente il *De viris illustribus*; poichè il Burley aveva alla sua portata le biblioteche di Oxford, il Montagnone quelle di Padova, il Pastrengo quelle di Verona. Ma per alcuni autori il Colonna ha conoscenze più larghe del Burley e del Montagnone, non così del Pastrengo, che aveva a sua disposizione presso il Capitolo veronese una delle più ricche biblioteche del medioevo.

In questo riguardo di bibliofilo investigatore e raccoglitore il Colonna ha maggiore rassomiglianza col Petrarca, pur non manifestando con lui verun contatto nè personale nè letterario, sebbene quando egli dimorava vecchio in Avignone vi dimorasse giovine il Petrarca in intima dimestichezza con altri Colonna di ramo diverso. Ma tanto il nostro Colonna quanto il Petrarca obbediscono, quegli una generazione innanzi, questi una generazione dopo, al medesimo movimento letterario: quel movimento che avvolge il Burley in Inghilterra, il Montagnone e il Pastrengo nel settentrione d'Italia.

Ad alimentare nel Colonna le inclinazioni di studioso concorsero, a parer mio, tanto il nuovo risveglio, che doveva esser sorto in Roma, sua patria, prima ancora dell'età di Cola di Rienzo, quanto la convivenza col Conti, che era stato allievo dell'Università di Parigi. Perchè anche i Francesi si accomunarono alla rinascente operosità umanistica; e quando il Colonna si stabilì ad Avignone potè entrare con essi direttamente a contatto. Avvenne allora quello che suole in tali casi avvenire: il nuovo arrivato in parte assecondò le tendenze che trovava, in parte le aiutò. Così fu del Petrarca quando, lasciato lo Studio di Bologna, si trasferì nuovamente sul suolo francese.

Un'opera perduta di Filone

(περὶ βίου πρακτικοῦ ἢ Ἐσσαίων).

Nota del Dr. BACCHISIO MOTZO.

Eusebio di Cesarea distingue tra i Giudei come due parti: la massa del popolo obbligata all'osservanza della Legge secondo la lettera ed un'altra costituita dagli Esseni, che Mosè volle iniziati a una filosofia più profonda ch'è nella Legge stessa secondo lo spirito. Essi furono ammirati da molti stranieri e connazionali, " dei quali — dice — tralasciando le copiose attestazioni, solo come esempio mi contenterò, per il momento, della testimonianza che loro rende Filone, in molti dei propri commentari „ (*κατὰ πολλὰ τῶν οἰκείων ὑπομνημάτων*) (1). E cita due brani: uno dall'opera *ὑπὲρ Ἰουδαίων ἀπολογία* (2) ora perduta e l'altro dal *περὶ τοῦ πάντα σπουδαῖον εἶναι ἐλεύθερον* (3) che possediamo. Queste non erano le uniche opere in cui Filone trattava degli Esseni, chè in tal caso, essendo due sole, Eusebio non le avrebbe dette molte, ma in tutte le altre, che ci sono giunte, gli Esseni non sono più neanche nominati, se si eccettua il *περὶ βίου θεωρητικοῦ ἢ ἱκετῶν* (4). Si è voluto dimostrare che quest'opera sia una falsificazione del III-IV se-

(1) Eusebius, *Praeparatio evangelica*, VIII, 10, 18-19, ediz. Dindorf, Lipsia, Teubner, 1867.

(2) *Apologia pro Iudaeis*, citata secondo Euseb., *Praep. evang.*, VIII, 11. L'autenticità del frammento, impugnata dallo Hilgenfeld e dall'Ohle e difesa contro questi, specialmente dal Treplin, *Theolog. Stud. und Kritiken*, 1900, p. 50-57 e dal Plooij, *De bronnen voor onze kennis van de Essenen*, 1902, è universalmente riconosciuta.

(3) *Quod omnis probus liber*, citato con la sigla QOPL, in *Philonis Iudaei opera*, ed. Th. Mangey, II, p. 444 seg. Il tratto sugli Esseni, § 11-12, in Euseb., *Praep. evang.*, VIII, 12.

(4) *De vita contemplativa*, citato con DVC, secondo l'ediz. del Conybeare, *Philo about the contemplative life*, 1895. Per il titolo dell'opera cfr. Cohn, *Einteilung und Chronologie der Schriften Philos*, in " Philologus „, VII. Supplementband, 1899, p. 420.

colo cristiano a scopo di glorificare il monachesimo nascente, e resta in questo senso degno di ricordo il tentativo fatto dal Lucius (1), che raccolse e coordinò tutte le difficoltà, che si opporrebbero a ritenerla di Filone. Tale teoria ha però fatto il suo tempo: dopo gli studi del Massebieau (2), del Conybeare (3) e del Wendland (4) e la dimostrazione fatta, specialmente dai due ultimi, a base di numerosissimi raffronti lessicali, grammaticali e stilistici, oltre che di pensiero, tra questa e le altre opere di Filone, resta accertato che il DVC è dell'autore a cui tutta la tradizione sino al secolo XVI l'attribuisce.

Il principio del DVC in cui ritorna il ricordo degli Esseni è questo: *Ἐσσαίων πέρι διαλεχθείς, οἳ τὸν πρακτικὸν ἐζήλωσαν καὶ διεπόνησαν βίον, ἐν ἅπασιν ἤ, τὸ γοῦν ἀφορητότερον εἰπεῖν, τοῖς πλείστοις μέρεσι διενεγκόντες, αὐτίκα καὶ περὶ τῶν θεωρίαν ἀσπασαμένων, ἀκολουθίᾳ τῆς πραγματείας ἑπόμενος, τὰ προσήκοντα λέξω.* Da ciò risulta che: 1) al DVC era premessa una trattazione sugli Esseni, 2) la quale mostrava com'essi avessero attuata la vita pratica in tutte, o quasi, le sue parti in modo singolare e 3) precedeva immediatamente (*αὐτίκα*) il DVC, sì che questo non è di essa che la continuazione (*ἀκολουθίᾳ τῆς πραγματείας ἑπόμενος*) e quasi un'aggiunta (*αὐτίκα καὶ*) e un contrapposto, come la vita contemplativa si contrappone alla vita pratica.

Tale trattazione fu creduta sino a poco tempo fa quella contenuta nei §§ 11-12 del QOPL, tanto più che questo nella massima parte de' codici e nel catalogo delle opere di Filone datoci da Eusebio (5), precede immediatamente il DVC. Ciò non ostante il DVC non può ad essa riferirsi per parecchie ragioni.

(1) Lucius, *Die Therapeuten und ihre Stellung in der Geschichte der Askese*, 1879.

(2) Massebieau, *Le traité de la vie contemplative et la question des Thérapeutes*, in " Revue de l'histoire des religions ", t. XVI, 1887, p. 170-198, 284-319; *Le classement des œuvres de Philon*, p. 59-61, in " Biblioth. de l'école des hautes études - Sciences religieuses ", vol. I, 1889.

(3) Conybeare, Op. cit.

(4) Wendland, *Die Therapeuten und die philonische Schrift vom beschaulichen Leben*, in " Jahrb. für class. Philol. ", 22. Supplementband, 1896, p. 695-772; ibid., p. 769, contro le difficoltà fatte dallo Schürer, in *Theol. Literaturzeitung*, 1895, c. 385-391.

(5) *Hist. eccles.*, II, 18, 6-7.

Il QOPL si mostra opera della giovinezza di Filone, quando l'amore alla letteratura, all'arte, alla sapienza profana velava e quasi soverchiava l'amore per la Legge mosaica e per la sapienza giudaica. Il " dolcissimo Platone ", " il sacro concilio dei Pitagorici ", filosofi e poeti greci hanno per lui grandissima autorità e sono maestri e modelli di tutte le virtù. Il DVC mostra invece di appartenere a un'età più matura, quando nell'autore avevan finito per prevalere il sentimento nazionale e la fierezza della sapienza religiosa ed etica del suo popolo. Egli non solo vi si mostra oramai schietto giudeo, senza riguardi, ma prende posizione di combattimento di fronte alla religione e alla filosofia pagana, contro delle quali si scaglia vivacemente come in poche altre sue opere; nè risparmia perfino l'autore suo sempre prediletto Platone, il cui Convito, insieme con quello di Senofonte, sono severamente giudicati per l'immoralità dei discorsi che vi son riferiti.

La trattazione intorno agli Esseni contenuta nel QOPL è meramente occasionale: essi sono citati come un esempio della vera libertà del savio insieme con i sette savi della Grecia, i Gimnosofisti, i Magi; anzi le loro virtù son quasi tenute in minor conto, come le virtù di una moltitudine, da posporsi a quelle di singoli uomini come Calano. Il DVC suppone invece una trattazione sugli Esseni fatta di proposito, più ampia di quella contenuta nel QOPL, come pare debba arguirsi dalla lunghezza del DVC che ne era la continuazione e il contrapposto. Essa doveva per giunta immediatamente precedere il DVC, mentre la narrazione sugli Esseni sta nel bel mezzo del QOPL e dopo di essa si continua a lungo nello svolgimento dell'argomento del libro.

Inoltre nel QOPL non si sviluppa ampiamente il tema che gli Esseni fossero modello della vita pratica in tutte le sue parti: essi sono espressamente citati come esempio di vera libertà che si ha nell'esercizio della virtù. Gli aspetti sotto cui il QOPL e l'opera a cui si riferisce il DVC consideravano gli Esseni sono adunque completamente diversi.

Da ultimo il QOPL non può essere la prima parte della *πραγματεία* di cui il DVC è la seconda, perchè nel principio Filone dichiara ch'esso fa seguito ad un trattato ora perduto, il quale svolgeva il tema che ogni stolto è schiavo (*περὶ τοῦ δοῦλον*

εἶναι πάντα φαῦλον) (1) e col quale faceva quasi un solo trattato, svolgendo i due aspetti del paradosso stoico sulla vera libertà. Il DVC non si connette in alcun modo con simile trattazione.

Nè a dimostrare che il DVC si riferisca al QOPL giova il fatto che la maggior parte de' codici ed Eusebio lo mettono immediatamente dopo, poichè, come fu dimostrato dal Cohn (2) e dal Wendland (3), i nostri codici risalgono ai papiri della biblioteca pamfiliana di Cesarea, nei quali le opere di Filone non erano nè tutte, nè in buon ordine e di questi stessi papiri, o del loro catalogo, si servì Eusebio nel darci l'elenco delle opere di Filone.

Non potendosi il DVC riferire alla narrazione sugli Esseni del QOPL, e supponendosi che debba necessariamente riferirsi ad una delle due conservateci, non restava che metterlo in rapporto col brano dell'Apologia, e ciò fu fatto per primo dal Massebieau (4). Per lui anzi il DVC non solo veniva immediatamente dopo il brano sugli Esseni, ma era esso stesso parte dell'Apologia. Più tardi (5) egli credeva meglio di dire che l'Apologia e il DVC dovevano essere come due libri gemelli e che la trattazione sugli Esseni fosse alla fine dell'Apologia poichè il principio del DVC l'esige immediatamente prima. Il Conybeare (6) non solo accetta l'idea che il frammento sugli Esseni e il DVC si seguissero come parti dell'Apologia, ma avanza anche un'ipotesi propria. Egli osserva che nel cod. Parig. gr. 435, il più autorevole per il DVC e che quindi avrebbe conservato traccia dell'antico ordine de' trattati, il DVC trovasi col titolo *Φίλωνος ἱκέται ἢ περὶ ἀρετῶν δ'* immediatamente dopo la *Legatio ad Caium* che porta il titolo di *Φίλωνος ἀρετῶν α' ὅ ἐστι τῆς αὐτοῦ πρεσβείας πρὸς Γάϊον*: e crede di poter giungere ad affermare che, il DVC insieme col frammento sugli Esseni ed una parte perduta formassero l'Apologia per i Giudei,

(1) QOPL, § 1, MANGEY, II, 444.

(2) *Prolegomena* all'edizione maggiore, p. III e XXXVI.

(3) *Die Therapeuten*, p. 701.

(4) *Le traité*, p. 171.

(5) *Le classement*, p. 59-65.

(6) Op. cit., p. 281.

che alla sua volta sarebbe il quarto libro del *περὶ ἀρετῶν* (da non confondere col *περὶ ἀρετῶν* conservatoci, cf. ed. Cohn vol. V) che Filone avrebbe scritto in cinque libri (1), narrandovi le persecuzioni contro i Giudei e di cui sarebbero anche parte l'*In Flaccum* e la *Legatio ad Caium*. Quando il DVC fu staccato dall'Apologia avrebbe continuato ad avere il titolo di *ἀρετῶν δ'* datogli nel codice Parigino. Anche per il Wendland (2) il DVC non si può riferire che al racconto sugli Esseni dell'Apologia: egli rileva come in questa sian veramente rappresentati quali modelli del *πρακτικὸς βίος*, anzi come tali potrebbero essere stati designati espressamente nell'ulteriore parte della narrazione, che non ci è pervenuta. La tendenza apologetica che domina il DVC ben si adatta ad uno scritto che era continuazione e parte dell'Apologia; nè d'altronde mancano ne' due scritti traccie dello stesso modo di contrapporre i costumi de' pagani rispettivamente con quelli de' Terapeuti e degli Esseni. Il Cohn (3) osserva per conto suo che il DVC è troppo breve, in confronto con gli altri scritti di Filone, per formare un'opera a sè; e poichè dice di essere la continuazione di un altro che trattava degli Esseni e di essi si parla nell'Apologia, così egli ritiene in sommo grado verosimile che il DVC fosse parte dell'Apologia, da cui sarebbe stato molto per tempo staccato e insignito del titolo speciale *περὶ βίου θεωρητικοῦ ἢ ἱκετῶν*. Egli stima però troppo artificiale il rapporto dell'Apologia col *περὶ ἀρετῶν* stabilito dal Conybeare, e crede che il DVC abbia preso il titolo di *περὶ ἀρετῶν δ'* solo dopo che fu considerato come opera a sè.

Secondo dunque i precedenti scrittori, che sono senza dubbio tra i più benemeriti degli studi filoniani, la trattazione sugli Esseni a cui il DVC si riferisce sarebbe quella dell'Apologia, e a questa il DVC farebbe immediatamente seguito, se pure non costituivano una medesima opera. Contro tale rapporto stanno tuttavia delle gravi difficoltà.

(1) Euseb., *Hist. eccles.*, II, 5, 1; 6, 3; 18, 8.

(2) *Die Therapeuten*, p. 701 seg.

(3) *Einteilung*, p. 419 seg.; cfr. anche " The Jewish Quarterly Review ", Ottobre 1892, p. 20.

La narrazione dell'Apologia è molto breve, più breve anche di quella del QOPL: infatti essa occupa, nell'edizione teubneriana della *Praeparatio evangelica* curata dal Dindorf, sole due pagine e mezza, delle quali l'ultima mezza pagina non può quasi esser messa in conto, perchè tutta occupata da una digressione sulle cattive qualità morali della donna, invece che da notizie sugli Esseni. La narrazione del QOPL vi occupa invece quattro pagine. Ora la trattazione a cui si riferisce il DVC doveva esser ampia, se questo è, come abbiamo visto, nell'intenzione dello scrittore, la continuazione e come il contrapposto di ciò che aveva detto sugli Esseni, il che fa supporre una trattazione, se non più estesa, almeno quanto o poco meno del DVC; e che a Filone non mancasse il modo di farla, anche possedendo pochi dati positivi, non può dubitarne chiunque conosca il suo modo di scrivere e di amplificare le cose anche minime, ed osservi che, tutti i punti toccati sugli Esseni si prestano ad un ampio svolgimento e che molte altre cose avrebbe potuto aggiungere solo che avesse voluto, poichè omette non poche di quelle che si trovano nel QOPL. Un'estensione molto maggiore è anche supposta dal fatto che l'autore doveva mostrarvi gli Esseni come superiori ed eccellentissimi in tutte o quasi le parti della vita pratica. Il Massebieau (1) ha avuto coscienza di ciò quando ha supposto che il racconto dell'Apologia fosse molto più ampio di quel che noi possediamo, e che nella parte da Eusebio non riportata, Filone avesse messo in confronto gli Esseni con i fenomeni analoghi del paganesimo, come la repubblica spartana e quella ideale di Platone. Ma l'ipotesi non è fondata. Eusebio ricopia dal QOPL tutto il tratto sugli Esseni senza lasciarne fuori nulla, sebbene sia lungo quasi il doppio: perchè avrebbe fatto diversamente per l'Apologia? Caso mai avesse trovato il racconto di questa alquanto diffuso, niente l'obbligava a tagliarlo per riportare dopo il brano del QOPL e poteva contentarsi di riportare il solo tratto dell'Apologia intero. E qualora l'avesse accorciato, o dato solo in estratto, egli non avrebbe mancato di avvertirne i lettori secondo l'abituale sua maniera diligente di citare. Inoltre il brano dell'Apologia si presenta come un tutto completo: ha l'aspetto di esser tutto ciò che essa conte-

(1) *Le traité*, p. 181, 187.

neva sugli Esseni. Certo di questi Filone non aveva parlato nella parte che precedeva e per persuadersene basta leggere il principio (1): *Μυρίους δὲ τῶν γνωρίμων ὁ ἡμέτερος νομοθέτης ἤλειψεν ἐπὶ κοινωνίαν, οἳ καλοῦνται μὲν Ἐσσαῖοι, παρὰ τὴν ὁσιότητά μοι δοκῶ τῆς προσηγορίας ἀξιωθέντες· οἰκοῦσι δὲ πολλὰς μὲν πόλεις τῆς Ἰουδαίας, πολλὰς δὲ κώμας*..,.. Se l'autore ne avesse già parlato prima, non avrebbe sentito la necessità di presentarli come nuova conoscenza ai lettori: la presentazione inoltre è fatta nel modo identico con cui nel QOPL s'introduce la trattazione su di essi, dicendo che abitano in Palestina, che si chiamano Esseni, che prendono a suo giudizio tal nome dalla santità. L'Apologia prosegue che essi abbracciano di libera elezione quel genere di vita, sono uomini già maturi, nulla hanno in privato ma tutto in comune, attendono ai diversi mestieri, il guadagno consegnano a un tesoriere che provvede le vesti e cibi per la mensa comune, amano vestir poveramente, curano i malati e i vecchi, per conservar l'unione rifuggono dal matrimonio conoscendo il pericolo che arrecano le donne, e finalmente conclude che la loro vita e la loro virtù li han resi oggetto di ammirazione non solo ai propri connazionali, ma anche agli stranieri, sicchè persino de' grandi re li hanno onorati. Con ciò il racconto sugli Esseni ha tutta l'aria d'esser finito e che così sia di fatto mostra il confronto con quello del QOPL, dove, dopo aver pure accennata la cura che hanno de' malati e dei vecchi, saltando ciò che riguarda le donne e il matrimonio, termina col dire che de' molti re anche crudelissimi che dominarono in Giudea nessuno perseguitò gli Esseni, ma tutti li ammirarono e lodarono.

Ma dall'esame del brano e dal confronto con quello del QOPL, risulta anche un'altra qualità ed è il carattere occasionale della narrazione dell'Apologia, completamente analogo a quello del QOPL. Filone vi parlava degli Esseni incidentalmente, trattovi dal suo argomento e l'occasione possiamo indicarla con sicurezza.

L'Apologia era una difesa de' Giudei contro le numerose accuse che venivan loro fatte, e la più diffusa ed accreditata era, com'è noto, quella di odiare il genere umano (*μισανθρωπία*),

(1) Euseb., *Praep. evang.*, VIII, 11, 1.

di rifuggire la comunione degli altri popoli (*ἀκοινωνία*). Tra gli accusatori, oltre la voce pubblica, eran de' personaggi assai gravi come Ecateo di Abdera (1), Posidonio d'Apamea (2), Apollonio Molone (3), Lisimaco d'Alessandria (4), Apione (5): e la colpa veniva generalmente fatta risalire sino a Mosè e alla sua legislazione. Filone sente anche altrove la necessità di difendere il suo popolo e Mosè da tale accusa: nella *Vita Mosis* rileva con cura le sue azioni caritatevoli e i provvedimenti umani da lui presi; il *De humanitate*, un sottolibro del *De virtutibus*, è tutto intero una lode della legislazione mosaica su questo riguardo: si notino anzi le parole del principio (6)..... *ἑξῆς ἐπισκεπτέον φιλανθρωπίαν ἧς ἐρασθείς ὡς οὐκ οἶδ' εἴ τις ἕτερος ὁ προφήτης τῶν νόμων ... τοὺς ὑπ' αὐτὸν ἅπαντας ἤλειφε καὶ συνεκρότει πρὸς κοινωνίαν, παράδειγμα καλὸν ὥσπερ γραφὴν ἀρχέτυπον στηλιτεύσας τὸν ἴδιον βίον.* Certamente anche nell'Apologia, Filone dovette confutare e a lungo questo capo d'accusa, ch'era il più importante, mostrando come la legislazione e l'esempio di Mosè spingevano ed obbligavano anzi il popolo ebraico all'umanità e alla socievolezza, e poi doveva esser passato a mostrare che di fatto il popolo seguiva su questo punto i precetti del Legislatore, ed ecco, forse tra altri argomenti, la narrazione sugli Esseni, ch'erano ammirati anche dagli avversari: *Μυρίους δὲ τῶν γνωρίμων ὁ ἡμέτερος νομοθέτης ἤλειψεν ἐπὶ κοινωνίαν*..... e più giù dice che gli Esseni si radunano *διὰ ζῆλον ἀρετῆς καὶ φιλανθρωπίας ἵμερον* e tutta la narrazione rileva il loro spirito di unione e di socievolezza. La narrazione è dunque occasionale, arrecata come esempio e prova contro gli avversari, il che spiega la relativa sua brevità. Ed è certo che, dopo il brano conservatoci, si passava a parlare di altro argomento, poichè se la fine di esso ha tutto l'aspetto d'una conclusione di ciò che l'autore voleva dire sugli Esseni, non ha affatto l'aspetto d'una conclusione di tutta l'opera, che, essendo

---

(1) *Frag. Hist. Graec.*, ed. Müller, II, fr. 13, p. 392.
(2) *F. H. G.*, III, fr. 14, p. 256.
(3) In Flavius Jos., *Contra Apionem*, II, § 148, ed. Naber.
(4) Ibid., I, § 309.
(5) Ibid., II, § 121.
(6) *De virtutibus* (Cohn, V), § 51.

un'apologia, doveva rispondere ad altre numerose accuse ed avere una conclusione adatta all'argomento del libro. Pertanto dobbiamo ritenere che il brano sugli Esseni fosse nel mezzo dell'Apologia, perfettamente come nel QOPL. Ciò contro l'ipotesi del Massebieau che si trovasse alla fine e che ad esso facesse seguito, come un libro gemello, immediatamente il DVC. L'ipotesi poi che il DVC fosse parte dell'Apologia, proposta pure dal Massebieau ed accettata dagli altri, romperebbe l'organica costituzione di quest'opera, la quale poteva ben contenere una breve digressione sugli Esseni, che venivano molto a proposito come argomento di fatto contro gli avversari, ma non potrebbe contenere il DVC senza venirne sformata e perdere di vista il suo argomento, ch'era la difesa de' Giudei. A quali accuse infatti risponde il DVC?

Esso è propriamente un panegirico di quei pochi Terapeuti che si ritraevano a vita contemplativa e indirettamente un libro di attacco contro il paganesimo e la sua sapienza, che vien disprezzata al paragone della giudaica, ma non è un'apologia. La quale, dovendo andare in mano agli avversari, doveva necessariamente aver di mira questi e seguire un modo di argomentazione stretto e conclusivo (1) ed evitare le divagazioni estranee al soggetto, il che è ben lontano dal modo in cui è scritto il DVC. Perchè Filone potesse aver consacrato nell'Apologia tante pagine di esposizione diffusa e minuta quante sono quelle del DVC, bisognerebbe supporre che non avesse di fronte avversari accaniti, con accuse formidabili che davano occasione a sommosse sanguinose e a persecuzioni; e che a lui premesse più di esaltare qualche centinaio di pie persone ritiratesi a vita tranquilla e piacevole nei dintorni della Mareotide, trascurando i milioni di suoi connazionali, la cui difesa era stata a lui affidata ufficialmente davanti all'opinione pubblica e all'autorità romana nell'ambasceria a Caligola.

(1) Quale, per esempio, si ha nel lungo frammento citato in Euseb., *Praep. evang.*, VIII, 6-7, dalle *Ὑποθετικά* (che secondo Wendland, Cohn ed altri sarebbero da identificare con l'Apologia), in cui si confutano le numerose leggende diffamatorie, sparse specialmente in Egitto, sull'origine degli Ebrei, sul loro esodo, su Mosè e la sua legislazione.

Inoltre la narrazione a cui si riferisce il DVC doveva avere mostrato come gli Esseni fossero modelli della vita pratica, e l'avessero attuata in tutte, o quasi tutte le sue parti in modo superiore ed eccellentissimo. L'Apologia li mostra invece come esempio di κοινωνία e di φιλανθρωπία, come il QOPL di vera libertà.

Il Wendland (1) trova che veramente nell'Apologia si esalta la loro instancabile operosità nelle varie occupazioni: l'agricoltura, la pastorizia, l'apicoltura, le arti manuali; che vi appaiono di fatto, ben diversamente che nel QOPL, come modelli del πρακτικὸς βίος. Ed è vero che vien lodata l'operosità degli Esseni e che essi si occupano in quei vari mestieri: ma ciò è ben diverso dal mostrare che hanno esercitato tutte le parti della vita pratica in modo eccellente.

Il passo che ci riguarda è formato dai soli §§ 6-9 (2). Dopo aver detto (§ 6-7) che hanno diverse occupazioni e che vi attendono con assiduità, senza badare all'inclemenza delle stagioni, dalla mattina alla sera e per molti più anni che gli atleti non attendano ai loro esercizi, prosegue nel § 8: " Sonvi infatti tra essi contadini intendenti delle semine e delle coltivazioni, altri pastori che pascolano greggi d'ogni sorta, alcuni han cura degli alveari (§ 9), altri sono artigiani di vari mestieri per non mancare di cosa alcuna che sia necessaria, non rigettando nessun mezzo di lecito guadagno „. E qui è tutto. Ora ciò non è davvero sufficiente per dire che gli Esseni, nell'Apologia, siano mostrati come modelli di vita pratica e che di questa abbiano praticato tutte o quasi le parti, in modo singolarissimo. Contadini, pastori, artigiani che attendessero per tutta la vita, da mane a sera, instancabilmente ai loro lavori, ne aveva certamente l'impero romano a milioni e sotto questo riguardo gli Esseni non erano una singolarità, nè meritavano poi di esser trasformati in filosofi. Ma Filone non intende per parti della vita pratica i vari mestieri, bensì le varie virtù che sono necessarie per il retto governo della società e per una condotta giusta ed irreprensibile in mezzo ad essa. Nel *De fuga et inventione* (3) Filone rimprovera

(1) *Die Therap.*, p. 701.

(2) Euseb., *Praep. evang.*, VIII, 11.

(3) § 33-36, Wendland, III.

alcuni che leggermente abbandonano la vita attiva nella società, per darsi alla contemplativa, ammantandosi come certi filosofastri di grande disprezzo per le cose umane. “ Voi tendete alla vita pura, solitaria, isolata, segregata? ma qual buon saggio avete prima dato nella vita sociale? Disprezzate il denaro? ma divenuti prima uomini d'affari, avete praticata la giustizia? Voi che fingete di non curare i piaceri del ventre e della carne, quando avevate mezzi copiosi a ciò, vi siete saputi contenere? Disprezzate la gloria? ma siete stati in cariche pubbliche ed avete esercitata la moderazione? Deridete la politica voi! forse perchè non intendete quanto sia utile cosa. Prima adunque esercitatevi ed occupatevi negli affari della vita e privati e pubblici, e divenuti politici ed economi per mezzo delle virtù sorelle l'economia e la politica, per ultimo compimento trasferitevi all'altra superiore vita. È bello infatti esercitarsi nella pratica prima che nella vita contemplativa, come in gara preparatoria di più perfetta gara (*τὸν γὰρ πρακτικὸν τοῦ θεωρητικοῦ βίον, προάγωνά τινα ἀγῶνος τελειοτέρου καλὸν πρότερον διαθλῆσαι*) „. La giustizia, la continenza, la moderazione, la politica, l'economia sono qui parti e virtù della vita pratica. Nel QOPL (1) Filone dice che gli Esseni “ vengono ammaestrati nella pietà, nella santità, nella giustizia, nell'economia, nella politica, nella conoscenza de' veri beni e mali e delle cose indifferenti, ad eleggere il convenevole e fuggire il contrario, servendosi di tre leggi o canoni: l'amore di Dio, della virtù, degli uomini. Dell'amore di Dio forniscono molte prove la purità costante e perpetua per tutta la vita, il non giurare, il non mentire, il ritener la divinità causa di tutti i beni e di nessun male: dell'amor della virtù, il non amare nè il denaro, nè la gloria, nè i piaceri, la continenza, la pazienza, la frugalità, la semplicità, l'affabilità, la moderazione, l'osservanza delle leggi, la fermezza e simili virtù; dell'amor degli uomini, la benevolenza, l'uguaglianza, la vita comune superiore a ogni lode „. Queste sono senza dubbio tutte, o quasi tutte, secondo Filone, parti della vita pratica, che devono essere acquisite prima che uno passi a quella ch'è il compimento dell'umana perfezione: la vita con-

(1) In Euseb., *Praep. evang.*, VIII, 12, 11-12.

templativa, nella quale l'anima non più si esercita in mezzo alla società, ma nella solitudine, come separata dal mondo, anche se materialmente vi resta, tutta si concentra in Dio e in lui s'inabissa, come fanno i Terapeuti. Così considerata però la vita pratica è alta filosofia, è virtù che arreca felicità (1), solo di un grado inferiore alla vita teoretica e di essa preparazione. Perciò " dopo la vita pratica nella gioventù ottima e divina la vita teoretica nella vecchiaia (*μετὰ γὰρ τὸν ἐν νεότητι πρακτικὸν βίον ὁ ἐν γήρᾳ θεωρητικὸς βίος ἄριστος καὶ ἱερώτατος*) „ (2).

Da ultimo che il DVC non possa immediatamente seguire al brano sugli Esseni dell'Apologia, mostra il punto di vista completamente diverso sotto di cui è considerata la donna nelle due opere. " Nessuno degli Esseni prende moglie, perchè la donna è egoista e gelosa non poco e terribile nel traviare i costumi dell'uomo e sedurlo con le sue continue malie. Inventando infatti blandizie ed altri infingimenti, come sulla scena, quand'abbia affascinato la vista e l'udito de' poveri illusi, ne inganna la mente (*νοῦς*) che dovrebbe dirigerli: che se poi nascon figli, piena d'orgoglio e di sfacciataggine, quel che prima accennava copertamente con furba finzione, ora grida apertamente con ardire ed audacia, e perduto ogni ritegno, vuol comandare, e tutto ciò è nemico della vita comune. Poichè chi è impigliato nelle seduzioni della donna, o per legge di natura pensa a provvedere ai figli, non è verso gli altri più lo stesso di prima, ma s'è mutato, divenuto di libero servo „ (3). Il modo di esporre queste idee mostra che esse sono più dell'autore che degli Esseni, e si trovan del resto conformi con la maniera abituale di Filone di considerar la donna, essere inferiore, simbolo della sensazione (*αἴσθησις*), che travia l'uomo (simboleggiato dal *νοῦς*) con le seduzioni del piacere e lo trae da una vita beata e celeste in mezzo a tutti i mali e a tutte le degradazioni (4). Egli fa eccezione per alcune grandi donne del Vecchio Testamento, come Sara, Lia, Anna, ma le trasforma in simboli della virtù e della

(1) *De praemiis et poenis*, § 11, Cohn, V.

(2) Ibid., § 51.

(3) In Euseb., *Praep. evang.*, VIII, 11, 14-17.

(4) Cfr. per es. *De opificio mundi*, § 151-152, Cohn, I, e passim nelle opere di Filone.

sapienza, che sono femminili di nome, ma maschie per natura (1). L'elemento femminile è in Filone sistematicamente inferiore, causa di avvilimento per chi vi si abbandona o lo imita. Perciò ritengo del tutto infondati i sospetti elevati dal Plooij (2), che mentre difende vigorosamente l'autenticità del brano dell'Apologia, ritiene interpolati i § 14-17 perchè non sarebbero conformi alle idee di Filone. Questa interpolazione dovrebbe essere alquanto più antica di Eusebio e non si saprebbe dire a qual scopo sarebbe stata fatta. E non manca nel passo un accenno all'*ἀνάγκη φύσεως* che spinge i genitori a provvedere ai figli, come, secondo altri passi di cui il Plooij tien conto, spinge l'uomo e la donna alla legittima unione per la generazione della prole.

Nel DVC invece le donne sono messe allo stesso livello degli uomini: come Terapeutridi sono dette filosofe; sono animate dallo stesso spirito e dallo stesso proposito per la virtù e la sapienza che gli uomini, e assistono alle riunioni in cui si commenta allegoricamente la Legge; partecipano al banchetto sacro anche le donne, delle quali le più sono vecchie vergini che han custodito la castità non costrettevi, ma di spontanea volontà per spirito e sete di sapienza; nella notte della grande festa formano un coro a parte come gli uomini, poi i due cori si mescolano e Terapeuti e Terapeutridi formano un coro solo, sinchè al sorgere del sole si separano e ognuno torna alla celletta per dedicarsi al consueto studio della filosofia (3). I passi arrecati dal Conybeare nella sua edizione mostrano che Filone ha considerato le Terapeutridi come considera le grandi donne del Vecchio Testamento e usata la stessa fraseologia. Ora non fa meraviglia che Filone adoperi in due opere distinte e separate due modi diversi di considerar la donna: egli non è uno scrittore conseguente e secondo che richiede l'opportunità del momento esagera in un senso o in un altro, ma è, mi pare, impossibile che a distanza di poche righe, sia nell'ipotesi che il DVC segua immediatamente come libro gemello l'Apologia che avrebbe in fine il tratto sugli Esseni, sia nell'altra che si

---

(1) *De Abrahamo*, § 101-102, Cohn, IV.

(2) *De bronnen*, p. 36 seg.

(3) Mangey, II, 471, r. 16; 476, r. 26; 482, r. 3 seg.; 484, r. 20, 35; 485, r. 10; 486.

seguano come parti dell'Apologia stessa, egli esponga delle vedute così opposte come le precedenti.

Queste ragioni c'impediscono di riferire il principio del DVC al brano sugli Esseni ch'era contenuto nell'Apologia, e poichè ciò è escluso anche per quello del QOPL, non resta che riferirlo ad una trattazione sugli Esseni ora perduta, che doveva soddisfare alle qualità che ci sono indicate dal principio del DVC: che cioè fosse fatta di proposito, dimostrasse gli Esseni nell'attuazione di tutte le parti della vita pratica, precedesse immediatamente il DVC ed avesse di questo press'a poco l'ampiezza. E poichè il DVC se non ha da solo l'estensione abituale de' libri di Filone, ha tuttavia un'estensione discreta e forma da sè un tutto completo, con un'introduzione, un piano ed un ordine complesso ed una conclusione propria (1), sicchè se non un libro, dovette formare certo uno di quei sottolibri o piccoli trattati, in cui Filone ama suddividere la sua trattazione (2), quel che diceva sugli Esseni doveva formare un altro sottolibro o piccolo trattato. In appoggio di ciò si può notare che quando Filone in principio d'un libro, come nel DVC, si riferisce ad una trattazione precedente, questa è non un breve brano, ma un altro libro o sottolibro, sempre di una discreta estensione. Ciò avviene circa una quindicina di volte, nelle quali ho notato due sole eccezioni. La prima è nel *De ebrietate*, § 1, dove dice di aver esposto nel libro precedente le opinioni degli altri filosofi sull'ebrietà e queste si trovano alla fine del trattato *De plantatione Noe*. Ma quest'eccezione conferma in fondo la regola, perchè tale trattazione è abbastanza ampia: al presente ci restano otto pagine dell'edizione minore (3), ma ne sono cadute quasi altrettante, poichè al § 149 dice di voler esporre le due opposte sentenze *ὅτι ὁ σοφὸς μεθυσθήσεται* e *ὅτι οὐ μεθυσθήσεται*, ma l'esposizione della seconda che incomincia al § 176, manca, essendo il libro tronco al § 177. Inoltre il *De plantatione Noe*, nello stato attuale, è un trattato il cui titolo non corrisponde affatto al contenuto. Dopo aver discorso nel precedente libro dell'agricoltura in generale, dichiara di volere nel *De plantatione*

---

(1) Per tutto ciò cfr. Massebieau, *Le traité*.

(2) Ibid., p. 180.

(3) Pag. 151-158, § 141-177, Wendland, II.

trattare della viticoltura in ispecie, prendendo occasione dalla piantagione della vite fatta da Noè (1). Ma dal § 2 comincia una digressione che va sino al § 138, sulle più eccellenti piantagioni dell'universo, che interpreta allegoricamente e sul grande coltivatore ch'è Iddio. Il contenuto di tutta questa parte, che può considerarsi come un altro libro sull'agricoltura, è ricapitolato nel § 139 con le parole *περὶ μὲν οὖν γεωργίας τῆς πρεσβυτάτης καὶ ἱερωτάτης ἧ τὸ αἴτιον πρὸς τὸν κόσμον... χρῆται... εἴπομεν*, e poi sembra che l'autore voglia tornare all'argomento enunziato nel § 1: dice infatti, § 140, *τὴν δὲ τοῦ δικαίου Νῶε ἀμπελουργικὴν εἶδος γεωργικῆς οὖσαν ἐπισκεψόμεθα*. Ma la trattazione sulla viticoltura così ripetutamente promessa in realtà manca. Nel § 141 incomincia a parlare dell'ebrietà e continua su tale argomento sino alla fine. Del passo della *Genesi* 9, 20-21 *καὶ ἤρξατο Νῶε ἄνθρωπος γεωργὸς γῆς εἶναι — καὶ ἐφύτευσεν ἀμπελῶνα — καὶ ἔπιε τοῦ οἴνου καὶ ἐμεθύσθη ἐν τῷ οἴκῳ αὐτοῦ*, che doveva dare argomento a tre trattazioni, una sull'agricoltura, l'altra sulla viticoltura, la terza sull'ebrietà, abbiamo svolti il primo e il terzo comma, manca lo svolgimento del secondo sulla viticoltura, richiesto dall'ordine del commento e così ripetutamente promesso nei §§ 1 e 140 (2). Il *De plantatione Noe* risulta così composto di due parti distinte: la prima che può

(1) § 1: *Ἐν μὲν τῷ προτέρῳ βιβλίῳ τὰ περὶ γεωργικῆς τέχνης γενικῆς, ὅσα καιρὸς ἦν εἴπομεν, ἐν δὲ τούτῳ περὶ τῆς κατ' εἶδος ἀμπελουργικῆς, ὡς ἂν οἷόν τε ᾖ, ἀποδώσομεν.*

(2) A me pare che tra il § 140 e il 141 sia una lunga lacuna nella quale dovesse essere svolto il tema annunziato dal titolo del libro. Il principio del § 141: *οὐκοῦν τὸ μέθης φυτὸν ἐξεργάζεται τεχνικῶς καὶ ἐπιστημόνως ὁ δίκαιος τῶν ἀφρόνων ἄτεχνον καὶ πλημμελῆ ποιουμένων αὐτοῦ τὴν ἐπιστασίαν, ὥστε ἀναγκαῖον τὰ προσήκοντα περὶ μέθης εἰπεῖν* si riferisce già al terzo comma del passo della *Genesi* e col raffronto del *δίκαιος* e degli *ἄφρονες* pare supporre uno svolgimento antecedente in cui fossero confrontati. E sebbene subito si soggiunga *εὐθὺς γὰρ εἰσόμεθα καὶ τὴν δύναμιν τοῦ παρέχοντος αὐτῇ τὰς ἀφορμὰς φυτοῦ*, resta sempre vero che se il trattare dell'ebrietà mostra la forza del vino che si produce dalla vite, il tema della viticoltura è tuttavia completamente non svolto. E che questa lacuna esista parmi tanto più probabile che nel *De somniis*, II, § 163-204 (Wendland, III) a proposito del sogno del coppiere di Faraone si parla a lungo della vite, onde non mancava all'autore la materia per una trattazione ampia.

dirsi un secondo libro sull'agricoltura, e la seconda parte che è un antecipo della trattazione sull'ebrietà.

Un'altra apparente eccezione è il principio del *De virtutibus*, § 1 (Cohn V), in cui l'autore si riferisce ad una trattazione *περὶ δικαιοσύνης καὶ τῶν κατ' αὐτὴν* e il *De iustitia* è nell'edizione Cohn la parte finale del *De specialibus legibus* IV. Anche in questo caso però la trattazione è ampia (21 pagine della edizione minore) e forma come un tutto a sè, tanto che nell'edizione del Mangey e in molti codici è considerato come un libro a parte ed anche in quella del Cohn conserva il sottotitolo *περὶ δικαιοσύνης*.

Concludendo dall'uso costante di Filone di riferirsi in principio de' suoi libri, non a parti brevi come i tratti sugli Esseni contenuti nel QOPL e nell'Apologia, ma ad interi libri o sottolibri di una discreta estensione, si può affermare che la trattazione sugli Esseni a cui si riferisce il DVC formava un libro speciale, o meglio un sottolibro, che col DVC fossero due trattazioni gemelle sui due temi contrapposti e completantisi della vita pratica o degli Esseni e della vita contemplativa o de' supplici (Terapeuti) (1). formanti un unico libro, sotto un titolo generale che li comprendesse ambedue. Rimane a vedere se di tale trattato resta traccia nella tradizione.

Una buona testimonianza è in Fozio *Biblioth.* Cod. CIV. *Ἀνεγνώσθησαν δὲ καὶ τῶν παρὰ Ἰουδαίοις φιλοσοφησάντων τήν τε θεωρητικὴν καὶ τὴν πρακτικὴν φιλοσοφίαν βίοι· ὧν οἱ μὲν Ἐσσηνοί, οἱ δὲ Θεραπευταὶ ἐκαλοῦντο· οἳ καὶ μοναστήρια καὶ σεμνεῖα, ὡς αὐταῖς λέξεσι λέγει ἐπήγνυντο καὶ τῶν νῦν μοναζόντων τὴν πολιτείαν προϋπέγραφον.*

Fozio lesse adunque un codice che conteneva due trattazioni (*Ἀνεγνώσθησαν ...βίοι*), una delle quali esponeva la vita de' Giudei che avevan filosofato la filosofia pratica, cioè degli Esseni; l'altra quella de' Terapeuti che avevan filosofata la teorica, e poichè questa è il *περὶ βίου θεωρητικοῦ ἢ ἱκετῶν*, la prima doveva avere press'a poco il titolo *περὶ βίου πρακτικοῦ ἢ Ἐσσαίων* (2). I due trattatelli non solo andavan congiunti nel

(1) *ἱκέτης* è un sinonimo di *θεραπεύτης* per Filone, cfr. i passi citati in Conybeare, p. 25.

(2) *Ἐσσαῖοι* è la forma costante in Filone: Fozio vi sostituisce la forma *Ἐσσηνοί* che aveva finito per prevalere nell'uso.

codice, ma erano uniti per l'intimo legame dell'argomento, poichè trattavano de' filosofi del popolo giudaico, non già come Abramo, Isacco, Giacobbe, Giuseppe, Mosè e gli altri de' tempi antichi, ma del tempo dell'autore, il quale credeva di poterli dividere in due grandi classi: pratici e teorici. Questa intima unione è indicata anche dal principio del DVC, dove dice di seguire l'ordine della trattazione (*ἀκολουθίᾳ τῆς πραγματείας ἑπόμενος*) esponendo, dopo aver parlato degli Esseni che avevano attuato la vita pratica, la vita di quelli che avevano abbracciato la contemplativa. I due trattatelli non formavano adunque che un'unica *πραγματεία*, che doveva esser composta press' a poco in questa maniera. Doveva precedere un'introduzione sull'amore de' Giudei per la filosofia e sull'antichità di tale studio presso di loro, dai quali secondo Filone hanno attinto i Greci la propria sapienza. Si ricordi che gli scrittori pagani, da Teofrasto in giù, avevano riguardato i Giudei per la semplicità e purezza delle idee religiose monoteistiche, per il culto senza idoli, per la severità della legge morale come un popolo di filosofi. Filone che traveste tutta la Legge e tutti gl'istituti del suo popolo in dottrine e in istituti filosofici, non era certo uomo da lasciarsi sfuggire quest'occasione di esaltare la sua nazione su tutte le altre. Doveva seguire la distinzione tra la filosofia della vita pratica e quella teorica: quindi la narrazione sugli Esseni, e tutta questa parte compresa l'introduzione doveva avere il sottotitolo *περὶ βίου πρακτικοῦ ἢ Ἐσσαίων*: poi veniva il *περὶ βίου θεωρητικοῦ ἢ ἱκετῶν*. Che quest'ultimo ben si adatti come sottolibro di un'opera che trattava de' filosofi giudaici, nessuno può dubitarne: i Terapeuti sono i filosofi per eccellenza, al cui paragone i tanto decantati de' Greci, anche Platone, sono inferiori (1). Per spiegare la durezza con cui questi sono trattati e l'atteggiamento polemico preso dall'autore, non occorre supporre che il DVC facesse parte dell'Apologia: in un'opera che trattava de' filosofi giudaici dobbiamo aspettarci che i gentili vengano depressi

---

(1) Mangey, II, 471, 7, 15: *Ἡ δὲ προαίρεσις τῶν φιλοσόφων εὐθὺς ἐμφαίνεται διὰ τῆς προσρήσεως.* L'autore li chiama d'un tratto filosofi, senza aver prima detto che trattasi di tal classe di persone: pare supponga che il lettore già li conosca come tali e si riferisca a un tale appellativo loro dato o nel titolo generale dell'opera, o nell'introduzione.

per innalzare quelli. Il titolo poi generale dell'opera possiamo trarlo dalle parole di Fozio (1), com'è del resto fatto nell'edizioni della *Bibliotheca*: περὶ τῶν παρὰ 'Ιουδαίοις φιλοσοφησάντων, o meglio τῶν παρὰ 'Ιουδαίοις φιλοσοφησάντων βίοι. Un simile titolo è confermato anche dal passo del Cod. CV dove parlando de' cristiani di Alessandria convertiti da s. Marco, dei quali Filone avrebbe, secondo una tradizione che risale a Eusebio, narrate le virtù nel DVC, dice: ἐκείνους γὰρ λέγειν αὐτόν φασι παρὰ 'Ιουδαίοις πεφιλοσοφηκέναι. E si noti che mentre tutta la tradizione cristiana, da Eusebio alla Riforma, riguarda i Terapeuti come cristiani, Fozio è l'unico che se ne allontana, ritenendoli giudei, spinto a ciò dall'averli trovati nell'opera di Filone come una delle due classi di filosofi giudaici.

Anche Epifanio ricorda un libro di Filone περὶ 'Ιεσσαίων, e sebbene la sua testimonianza abbia a mio parere molto minor valore di quella di Fozio, merita tuttavia di esser esaminata, perchè ha dato origine a molte discussioni ed anche oggi non manca chi vi si fondi per formulare delle ipotesi ardite sulla origine del Cristianesimo. Egli dice che, in principio, " tutti i cristiani si chiamavano Nazarei e per breve tempo si chiamarono anche Jessei, prima che in Antiochia cominciassero i discepoli a dirsi Cristiani. E chiamavansi Jessei, penso, da Jesse, poichè Davide nacque da Jesse e da Davide discendeva Maria „ (2). E più giù: " dunque da Jesse, o dal nome di Gesù nostro Signore, si dissero Jessei per aver avuto da lui inizio come suoi discepoli, o per l'etimologia del nome del Signore: poichè Gesù in ebraico vuol dire curatore (θεραπευτής), medico cioè e salvatore „ (3). " Della qual cosa, o studioso, tu puoi trovare la prova aprendo i commentari di Filone, nel libro da lui intitolato sugli Jessei, in cui egli, esponendo la vita e le lodi loro e descrivendone i monasteri nei dintorni della Mareotide, non altri intende che i Cristiani „ (ἐντυχὼν τοῖς τοῦ Φίλωνος ὑπομνήμασιν ἐν τῇ περὶ 'Ιεσσαίων αὐτοῦ ἐπιγραφομένῃ βίβλῳ) (4) e continua esponendo

(1) Fozio nel Cod. CV rileva la piccola differenza di titolo: Φλάκκος ἢ Φλάκκων ψεγόμενος, il che ci assicura che egli dà i titoli di queste opere con esattezza.

(2) *Haeres.*, XXIX, 1 (Migne, *PG.*, 41).

(3) *Haeres.*, XXIX, 4.

(4) Ibid., XXIX, 5.

altri particolari tolti dal DVC. Secondo Epifanio, dunque, Filone scrisse un libro περὶ Ἰεσσαίων, e trascurando la leggera differenza del nome, che è certamente derivata dalla falsa etimologia assegnata da Ἰεσσαί o da Ἰησοῦς, un libro περὶ Ἐσσαίων: le notizie però che egli ci dà sul contenuto mostrano che si trattava del DVC. Anche l'antica versione latina del DVC, fatta tra il 300 e il 400 (1), ha un titolo simile: " Philonis Judaei " liber de statu Essaeorum, id est Monachorum qui temporibus " Agrippae regis monasteria sibi fecerunt ", e il principio suona: " De statu Essaeorum disputaturus, qui actibus ipsis non verbis " aemulati sunt semper agere vitam ne mediocrius asseram in " pluribus partibus differentiores, statim etiam religionem ipsis " rebus speculantes integre indicabo ".

Il titolo περὶ Ἐσσαίων dato al DVC potrebbe spiegarsi supponendo che questo, ch'era il sottotitolo della prima parte dell'opera di Filone sui filosofi giudaici, fosse preso come titolo di tutta l'opera e quindi passasse alla seconda il DVC, nei codici di cui disponevano Epifanio e il traduttore latino, e ciò con tanta maggior facilità che il principio del DVC si presta ad esser interpretato, da chi non faccia attenzione e non abbia conoscenza esatta delle istituzioni, in modo da fare de' Terapeuti una classe speciale di Esseni, come se dicesse: " Avendo parlato degli Esseni che hanno attuata la vita pratica, ora parlerò di quelli (Esseni) che si son dati alla contemplativa " (2). Ma non è neanche escluso che Epifanio e il traduttore latino, l'uno per una lettura frettolosa, l'altro per la sua ignoranza, fossero essi stessi a far de' Terapeuti una classe di Esseni, il che tuttavia è meno probabile, poichè se nei Codici di cui disponevano il titolo non fosse stato già mutato, ma fosse stato il vero περὶ βίου θεωρητικοῦ ἢ ἱκετῶν, difficilmente sarebbero giunti a cambiarlo in quella maniera, tanto più che quasi nel principio Filone dice che il nome loro vero è Terapeuti e Terapeutridi (θεραπευταὶ καὶ θεραπευτρίδες ἐτύμως καλοῦνται M. 471 r. 16) e da una

(1) Conybeare, Op. cit., p. 145-146.

(2) La confusione tra Esseni e Terapeuti divenne poi comunissima sino a' tempi recentissimi: domina per esempio tutta l'opera ampia ma acritica di Elia Benamozegh, *Storia degli Esseni*, Firenze, 1854.

parte Epifanio è uno scrittore colto e il traduttore latino ignorante è schiavo del suo testo (1).

Che l'opera sui filosofi giudaici e il sottolibro sugli Esseni non vengan ricordati negl'indici delle opere di Filone datici dai codici e da Eusebio non deve far meraviglia, poichè i codici ed Eusebio fanno capo alla biblioteca di Cesarea in cui, come s'è detto, le opere di Filone non erano nè tutte nè in buon ordine. Il *περὶ Ἐσσαίων* seguì in ciò la sorte di altre opere, che Filone dice espressamente di aver scritte, come i due libri *περὶ διαθηκῶν*, le biografie d'Isacco e di Giacobbe ed altre (2), che sono tuttavia ignote a tutta la tradizione, mentre nel nostro caso abbiamo la testimonianza di Fozio, i cui codici dovevano probabilmente appartenere a diversa famiglia da quelli di Cesarea. Il trovarsi nelle opere di Filone altri due racconti sugli Esseni può aver contribuito alla perdita del più ampio.

Quale valore aveva il libro perduto per la storia degli Esseni? Trattandosi di un'esposizione ampia, fatta di proposito, dobbiamo supporre che vi avremmo trovato delle notizie che mancano negli altri due racconti di Filone, le quali ci avrebbero permesso di completar questi, di controllarli e di conciliarli. Tuttavia questi ci compensano in gran parte della perdita, sia perchè il frammento dell'Apologia dovette essere scritto a distanza di parecchi anni dal brano del QOPL, ma quasi nello stesso periodo in cui venne composta la trattazione diffusa di cui ci occupiamo, sia perchè un confronto diligente tra il brano dell'Apologia e quello del QOPL mostra come i due racconti abbiano un fondo

---

(1) Per i recenti dibattiti sollevati dal Drews (*Die Christusmythen*, Jena, 1910) e dalla copiosissima letteratura che gli seguì specialmente in Germania, non sarà inutile notare quel che risulta da ciò che si è detto sopra: 1° Gli Jessei non sono altro che gli Esseni di Filone, di Giuseppe e di Plinio: cade quindi l'affermazione di una setta speciale di Jessei distinta dagli Esseni (Drews, op. cit., p. 25); 2° Il nome di Jessei viene attribuito da Epifanio ai primi cristiani unicamente perchè, seguendo la tradizione comune dopo Eusebio, ma certamente erronea, egli credeva che il DVC a cui dava il titolo di *περὶ Ἰεσσαίων* trattasse de' primitivi cristiani. Dal passo citato, *Haeres.*, XXIX, 5, risulta infatti che questo era precisamente l'argomento su cui egli fondava l'affermazione che i primi cristiani avessero il nome di Jessei.

(2) Cfr. Schürer, *Geschichte des Jüdischen Volkes*, III, p. 687, 4ª ediz.

positivo comune, che viene variamente ampliato e modificato con aggiunte proprie dell'autore, e il primo ben poco ha di positivo e di attendibile che non sia contenuto nel QOPL (1), non ostante l'accennato intervallo di tempo tra le due composizioni; ond'è da credere che nella trattazione ampia, Filone non abbia fatto che affogare i pochi dati positivi di cui disponeva, in molte considerazioni teoretiche e morali, secondo il suo costume, per cui avviene, che quantunque sui Terapeuti abbiamo il DVC, la figura, anzi l'esistenza stessa di questi è quasi avvolta nel mistero.

Concludendo, si può affermare che il principio del *περὶ βίου θεωρητικοῦ ἢ ἱκετῶν* non si riferisce alla narrazione sugli Esseni del QOPL e nemmeno a quella dell'Apologia. Il DVC quindi non è parte dell'Apologia, nè a questa seguiva immediatamente, ma è invece un sottolibro d'un'opera che Filone scrisse col titolo di *τῶν παρὰ Ἰουδαίοις φιλοσοφησάντων βίοι* e di cui il primo sottolibro era un trattato perduto *περὶ βίου πρακτικοῦ ἢ Ἐσσαίων*.

Presentazione all'Accademia di un volume di Etica di Filippo Masci

del Socio PASQUALE D'ERCOLE.

Richiamo l'attenzione degli egregi colleghi su di un'opera di un altro nostro Socio, cioè del Prof. Filippo Masci, ben noto all'Accademia, la quale, qualche anno fa, gli ha conferito una metà del *Premio Gautieri* per la filosofia.

Il Masci da qualche anno sta pubblicando gli " *Elementi di filosofia per le scuole secondarie* „. Dopo la pubblicazione del primo volume di essi, la *Logica*, opera veramente insigne per la trattazione tanto storica quanto teorica di questa materia, e della quale è già apparsa la seconda edizione " riveduta e corretta „, pubblicò degli *Elementi* stessi quel volume concernente

(1) La dimostrazione particolare di ciò, che qui sarebbe fuor di luogo, sarà data in un prossimo studio speciale sull'Essenismo

la *Psicologia*, che fu appunto premiato dalla nostra Accademia. Nel corrente anno 1911 ha poi pubblicato il terzo ed ultimo volume, intitolato *Etica*, di cui ha spedito in omaggio un esemplare anche all'Accademia.

Questo terzo volume somiglia in tutto e per tutto nel pregio della trattazione ai due antecedenti, congiungendo anche armonicamente insieme il rispetto storico col teorico. Il qual congiungimento è tanto più razionale, in quanto il pensiere filosofico in genere, come esplicantesi nella coscienza filosofica dell'umanità, si viene appunto sviluppando successivamente e progressivamente tanto pel rispetto storico, quanto pel rispetto teorico. E ciò che avviene del pensiero filosofico in genere avviene anche delle singole discipline filosofiche.

Un brevissimo cenno del pensiero che ispira l'indirizzo e il contenuto di questo terzo volume è il seguente; ed aggiungo persino che per la indicazione dell'uno e dell'altro mi varrò dello stesso autore.

L'indirizzo, per convinzione e designazione dello stesso Masci, è quello (così già nella *Prefazione*) di un *Idealismo critico*, il quale si fonda sopra generali principii *ideologici*, o, che vale lo stesso, logico-metafisici. Tale indirizzo e tal base fondamentale, come informano i primi due volumi così informano anche questo terzo.

Per ciò che concerne lo speciale contenuto della dottrina etica svolta in esso, questa " è una costruzione razionale della moralità, che va dall'io sociale, per le forme sempre più comprensive della comunità morale, fino alla internazionale e alla religiosa ".

Più vicinamente il tessuto generale della trattazione dell'Etica è costituito da due parti fondamentali, l'una comprendente il *soggetto morale*, l'altra l'*ordine morale*.

La prima di queste due studia ed organa scientificamente " l'io sociale, la società e il passaggio dal diritto alla moralità ", preceduta da uno studio analitico della coscienza morale nell'individuo e da criterii di valutazione della materia morale, con applicazione a quelle forme psicologiche della moralità, che concernono la volontà, il carattere e la virtù.

La parte poi concernente l'*ordine morale* " studia i fondamenti ideali della moralità, la libertà, la solidarietà e la giu-

stizia, che nella loro distinzione e nella loro intima connessione ed unità disegnano l'ordito ideale fondamentale dell'ordine morale „.

A complemento di tali idee vengono presi in considerazione e discussi i diversi *sistemi morali*, fra i quali la dottrina professata dal Masci, nel fondo e nella principal sostanza, è la dottrina morale kantiana con le relative formole, ma con evitamento e superamento del punto di vista formale kantiano, sì sotto l'aspetto gnoseologico che obbiettivo, e sì individuale che sociale.

S'intende bene che in tale concezione e trattazione della moralità abbiano uno studio, trattazione e posto speciale le forme costitutive della *comunità sociale*, quali sono la Famiglia, la Società civile, lo Stato, la Società internazionale e anche la religiosa.

La *Famiglia* è studiata e trattata nella sua evoluzione storica, nei diritti e doveri dei membri che la compongono e nella idea e funzione sociale da essa esercitate.

Lo *Stato* è pensato ed espresso, da una parte, “ come l'organo supremo del diritto, come unità di volere e potere, di volere e legge nell'ambito del diritto „, dall'altra, “ come Stato di diritto secondo il concetto moderno, tanto diverso dal kantiano, dello Stato di mero diritto, che pur fu accolto in varie forme dalle scuole più recenti dell'individualismo etico-giuridico „.

La *Società internazionale* è dal Masci pensata ed effettuata in una “ generale teoria relativa al diritto privato e al pubblico, al carattere di sovranità degli Stati, che vieta la costituzione di una sovranità superiore dal punto di vista giuridico; e questa autonomia è confermata dall'idea indistruttibile della *Patria* „.

E finalmente la *Società religiosa* è studiata tanto nella “ sua essenza ideale quanto nelle sue forme positive sociali „. Rispetto ad essa dal Masci è accettato “ il regime della separazione di essa „ dalla sovranità dello Stato: con evitamento però sì della ostilità che dell'indifferenza dello Stato rispetto alla religione.

Questa è la sostanziosa, ampia ed organica trattazione di questo importantissimo volume di *Etica*. Io ne ho accennato l'intento, il contenuto e l'ordito quasi con le stesse parole dell'autore; ma debbo soggiungere, che, leggendo l'opera, tale contenuto ed ordito sono egregiamente esposti e trattati.

Alcune altre osservazioni rispetto al volume sono le seguenti:

La *prima* è che chi considera il modo di concepire ed effettuare la dottrina morale, come ha fatto il Masci, comprende come egli è a notizia delle ultime concezioni, valutazioni e sistemazioni della moralità; però scorge anche che, mentre egli conosce e mette a profitto queste moderne concezioni, dà loro un'impronta propria personale e scientifica.

Una *seconda* osservazione è che il Masci è uomo di una grande e complessa coltura, anche dal punto di vista letterario; e tal coltura letteraria si fa manifesta anche nell'ordinata e bella esposizione de' suoi pensieri.

Una *terza* osservazione è che gli *Elementi di filosofia* del Masci, benchè abbiano a speciale e determinato contenuto la *Logica*, la *Psicologia* e l'*Etica*, pur nel complesso si connettono ed allargano all'ambito totale della filosofia: per forma che, mentre essi vengono denominati *Elementi* delle tre discipline mentovate, sono nel vero e real senso della cosa *Elementi di filosofia* in genere.

E da ultimo, considerando i varii trattati elementari di filosofia, che vanno per le scuole e per le mani de' giovani, io non mi perito di dire che questi del Masci sono i migliori che abbiamo in Italia; come poi, d'altra parte, il Masci è senza dubbio una delle più cospicue individualità filosofiche che onorino l'Italia e la scienza filosofica.

—

L'Accademico Segretario
GAETANO DE SANCTIS.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 25 Giugno 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. ANDREA NACCARI
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: Salvadori, D'Ovidio, Spezia, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona, Mattirolo, Somigliana, Fusari e Segre, Segretario.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Il Presidente fa le seguenti comunicazioni.

Il 20 di questo mese si resero in Forlì solenni onoranze alla memoria di Carlo Matteucci nel centenario della sua nascita. La nostra Accademia, che lo ebbe fra i propri Soci nazionali non residenti, si fece rappresentare a quelle onoranze dal Socio corrispondente Battelli.

Il 29 corrente sarà inaugurato in Tortona un busto in bronzo, del nostro compianto Socio residente Carlo Giacomini. La Classe incarica i Soci Foà e Fusari di rappresentarla.

Il 22 luglio prossimo si festeggierà in Berlino il giubileo dottorale del nostro Socio corrispondente Waldeyer. L'Accademia non mancherà di fargli giungere i propri auguri. —

Il Socio corrispondente Celoria ha inviato in dono le *Osservazioni sulle stelle doppie, Serie seconda*, di G. V. Schiaparelli; ed il Socio corrispondente Bassani la sua Nota *Sopra un Bericide del calcare miocenico di Lecce, di Rosignano Piemonte e di Malta.*

Vengono presentate per gli *Atti* le Note seguenti:

C. F. Parona, *Per lo studio del Neocretaceo nel Friuli occidentale*:

C. Aimonetti, *Una modificazione all'apparato pendolare di Sterneck e nuova determinazione della gravità relativa a Torino e Genova*, dal Socio Jadanza;

C. Jorio, *Collegamento del Gabinetto di Geodesia annesso alla R. Università di Torino alla rete geodetica italiana*, dal Socio Jadanza;

M. Ponzo, *Osservazioni intorno alla direzione degli errori di localizzazione negli spazi intercostali*, dal Socio Fusari;

Id., *Di alcune osservazioni psicologiche fatte durante le rappresentazioni cinematografiche*, dal Socio Fusari;

L. Botti, *Sui movimenti bilaterali contemporanei e non contemporanei*, dal Socio Fusari;

G. Lincio, *Di una dolomite ferrifera del traforo del Sempione*, dal Socio Spezia;

M. Panetti, *L'ellisse di elasticità delle verghe incurvate ad arco di cerchio e le sue applicazioni al calcolo dei regolatori Lentz*, dal Socio Guidi;

G. Gola, *Contributo alla conoscenza delle Epatiche delle Isole Canarie*, dal Socio Mattirolo;

G. Charrier e G. Ferreri, *Sull'azione del pentacloruro di fosforo sugli ossiazocomposti*, dal Socio Fileti;

T. Boggio, *Sul moto di una corrente libera, deviata da una parete rigida*, dal Socio Somigliana.

Il Socio Mattirolo, anche pel collega Parona, legge la relazione sulla Memoria presentata dal Dr. G. Negri: *La vegetazione del " Bosco Lucedio " (Trino Vercellese)*. Approvando le conclusioni di questa relazione, la Classe unanime delibera l'accoglimento di quel lavoro fra le sue *Memorie*.

LETTURE

Per lo studio del Neocretaceo nel Friuli occidentale.

Nota del Socio C. F. PARONA

Dalla cortesia del collega prof. G. DAL PIAZ ebbi recentemente in comunicazione una serie di fossili raccolti da lui in Val Cellina alla diga di sbarramento ed a Clapons e dal dottore G. STEFANINI a Ponte Racli nella valle del Meduna. L'esame di questi fossili mi ha condotto a risultati di qualche interesse, utili a conoscersi in aggiunta ed a controllo delle notizie, che dobbiamo a FUTTERER, a BOEHM ed a DOUVILLÉ, sulle rudiste dei calcari di scogliera neocretacei di queste due valli.

Di Barcis in Val Cellina il FUTTERER (1) descrisse nel 1896 un *Hippurites crassicostatus* Futt., e di Ponte Racli gli *Hipp. Medunae* Futt., *H. gosaviensis* Douv., *H. gosaviensis* var. *sulcata*, *H. inferus* Douv., *Apricardia tenuistriata* Futt., attribuendo tutte queste forme al Turoniano superiore. In una recensione critica per il lavoro del FUTTERER, il DOUVILLÉ (2) fece osservare, che il nome specifico di *H. crassicostatus* non poteva essere conservato, esistendo già un *H. crassicostatus* Douv., notando d'altra parte che i due esemplari figurati non erano senza analogia l'uno col suo *H. Chaperi* e l'altro pure col suo *H. Chalmasi*, e che probabilmente essi appartenevano ad un livello superiore a quello ammesso dal FUTTERER.

Riguardo poi agli ippuriti di Ponte Racli, il DOUVILLÉ, ricordando che lo stesso FUTTERER aveva riconosciute le affinità

---

(1) K. FUTTERER, *Ueber einige Versteinerungen aus der Kreideformation der Karnischen Voralpen*, " Palaeont. Abhandl. ", herausgeg. v. W. Dames u. E. Kayser, Bd. VI, 1896. — G. BOEHM, *Beitrag zur Gliederung der Kreide in den Venet. Alpen*, " Zeitschr. d. Deut. geol. Gesell. ", IL, 1897.

(2) H. DOUVILLÉ, *Les faunes à Rudistes du Crétacé supérieur du Nord de l'Italie*, " Revue critique de Paléozoologie " (M. Cossmann), I, 1897, p. 164.

del suo *H. Medunae* col *H. Oppeli* Douv., espresse l'avviso, che lo *H. Medunae* fosse effettivamente una semplice varietà del *H. Oppeli*. Per gli *H. gosaviensis* e *H. inferus* rilevò, che i riferimenti specifici non erano dimostrati con dati e figure sufficienti (1).

***

Ciò premesso, dirò subito che lo studio dei fossili raccolti dal prof. Dal Piaz e dal dott. Stefanini confermano in complesso le osservazioni del Douvillé.

Gli esemplari della diga di sbarramento in Val Cellina appartengono tutti alla *Caprina schiosensis* Boehm, e non ho nulla da aggiungere a quanto già scrissi (2) intorno a questa specie così caratteristica per il Turoniano del Veneto orientale. — Da Clapons provengono tre esemplari di ippuriti, forse appartenenti ad una sola specie; ma lo stato di conservazione dei due più piccoli non permette di assicurarsene. L'altro è un grande e bell'esemplare, per quanto incompleto, di valva inferiore ben corrispondente allo *Hipp. crassicostatus* Futt. In verità l'*H. crassicostatus* non è altro che l'*H. Chaperi* Douv., alla sua volta identico alla forma distinta da Catullo, fin dal 1827, col nome di *H. Fortisi*; ma io già ebbi occasione di riferire i motivi pei quali non si può ammettere il diritto di priorità per la denominazione del Catullo (3). La valva di Clapons è meglio conservata di quella figurata da questo autore e da me, presentando essa il guscio, come risulta dalla figura della sezione trasversa che presento (fig. 1).

---

(1) Per il Cretaceo di questa regione, fra il M. Cavallo ed il Tagliamento, vedasi in O. Marinelli, *Descriz. geologica dei dintorni di Tarcento in Friuli* (" Pubbl. r. Ist. di St. Sup. in Firenze ", 1902, pag. 30), un riassunto dei lavori di Boehm e di Futterer.

(2) C. F. Parona, *Saggio per uno studio sulle Caprinidi dei calcari di scogliera (orizzonte del Col dei Schiosi) nelle Prealpi Venete orientali*, " Mem. R. Acc. Lincei ", 1908.

(3) C. F. Parona, *Sopra alcune Rudiste del Cretaceo superiore del Cansiglio nelle Prealpi Venete*, " Mem. R. Acc. di Torino ", tomo LIX, 1908, p. 147.

Il collega mi informa che l'orizzonte ippuritico di Clapons è stratigraficamente più alto di quello a *Caprina* della diga di sbarramento: infatti l'*H. Chaperi* è d'età senoniana (Santoniano),

Fig. 1 (2/3).

e la successione ora avvertita dei banchi senoniani a quelli con *Caprina* dell'orizzonte del Col dei Schiosi è una nuova conferma dell'età turoniana dell'orizzonte stesso, secondo le vedute di Boehm, di Marinelli e mie.

Alle cave di Ponte Racli in Val Meduna il dott. Stefanini raccolse una quindicina di esemplari di ippuriti, parecchie valve incomplete di radiolitidi, qualche esemplare di *Apricardia tenuistriata* Futt., un frammento di valva della *Lima* (Ctenoides) *carnica* Boehm, ed una valva di *Chondrodonta Joannae* Choffat (= *Pinna ostreaeformis* Futt.), della quale lo stesso Stefanini raccolse qualche altro bell'esemplare alla Casera Fassor, presso Travesio (perfettamente corrispondenti ai tipi figurati da Choffat) insieme colla *Caprina carinata* (Boehm) Par.

Nessuno degli ippuriti delle cave di Ponte Racli presenta la piega legamentare troncata a scalpello all'estremità; nessun esemplare è quindi riferibile allo *Hipp.* (Vaccinites) *inferus* Douv.

od allo *H.* (Vaccin.) *gosaviensis* Douv. — Ho riconosciuto soltanto due forme: una breve, tozza, con guscio di calcare di colore cereo-scuro, liscio, a rughe trasverse e con qualche piega longitudinale irregolare, è certamente l'*H.* (Vaccin.) *Oppeli* Douv., come aveva giustamente intuito il Douvillé, giudicando sulle figure date da Futterer per il suo *H. Medunae*, da ritenersi dunque sinonimo di *H. Oppeli*, specie già citata per i dintorni del Lago di S. Croce. L'altra forma, rappresentata da maggior numero di esemplari, taluni completi, colle due valve riunite, è allungata, cilindroide, a guscio bianco costulato, e ben corrispondente nei suoi caratteri esterni ed interni allo *H.* (Vaccin.) *giganteus* d' H. F., che io già altra volta indicai fra gli ippuriti del Senoniano veneto (1). Il calcare bianco di Ponte Racli è poco compatto, a differenza di quello marmoreo di Clapons; ed alla scarsa compattezza devesi probabilmente il fatto, che per lo più questi ippuriti sono deformati da compressione e presentano le parti interne (i delicati pilastri finamente peduncolati e la stretta e lunga cresta legamentare) spezzate con notevole spostamento dei frammenti, come già rilevò il Douvillé, ad es., per la forma affine *H. gosaviensis* di Sebenico (2).

Gli avanzi di radiolitidi, per quanto si può giudicare dallo stato frammentizio, spettano forse alla *Sauvagesia turricula* (Cat.); ma, non potendo verificare i più sicuri caratteri specifici, il riferimento è affatto dubbioso.

***

Colgo volontieri l'occasione di questo accenno alla specie di Catullo per confermare le conclusioni di un mio precedente studio (3) sui radiolitidi descritti e figurati dallo stesso autore (1838). Nel mio lavoro " Sopra alcune Rudiste del Cretaceo superiore del Cansiglio „ riferii i risultati della revisione fatta sopra gli esemplari stessi, che servirono al Catullo per isti-

---

(1) C. F. Parona, *Sopra alcune Rudiste del Cansiglio*, 1908.

(2) H. Douvillé, *Étud. sur les Rudistes. – Révision des principales espèces d'Hippurites*, " Mém. Soc. Géol. de France, Paléontologie „, tome VII, p. 195, tav. 29, fig. 6, 1890.

(3) C. F. Parona, *Sopra alcune Rudiste, ecc.*, 1908.

tuire le diverse specie da lui ripartite fra i generi *Sphaerulites* ed *Hippurites*, dimostrando che lo *Sphaerulites Da Rio* dev' essere considerato insussistente, come specie, perchè stabilito sopra un frammento affatto insufficiente per una determinazione generica e specifica, e che il *Radiolites Da Rio* (Cat.) in FUTTERER non è altro se non lo *H. turricula* Cat. Ricordo ancora d'avere distinto nella fauna del Cansiglio (oltre gli ippuriti e qualche altra forma ora fuori questione) i seguenti radiolitidi: *Radiolites turricula* (Cat.), *Rad. contortus* (Cat.), *Rad. Catulloi* n. f., *Biradiolites Futtereri* n. f.

Purtroppo il mio lavoro di revisione non riuscì allo scopo desiderato, in quanto che A. TOUCAS (3), nella terza parte della sua Monografia sui radiolitidi, conserva lo *Sphaerulites Da Rio*, lo ascrive al genere *Sauvagesia* e riunisce nella sinonimia non solo *Hipp. turricula* Cat., *H. dilatatus* Cat., *H. contortus* Cat., *Radiolites Da Rio* Cat. (in Futterer), ma anche il *Radiolites Catulloi* Par. e persino il *Birad. Futtereri* Par.

Il criterio sui limiti della specie varia da autore ad autore e segnatamente fra i cultori della Paleontologia, e ciò si spiega molto facilmente senza che io lo dimostri. E però non mi sorprende che il dotto paleontologo francese, seguendo criteri diversi dai miei, riunisca sotto un'unica denominazione specifica un gruppo di forme da me tenute separate. Ma, non volendo credere che il TOUCAS non abbia letto quanto da me fu scritto, non so darmi ragione della nessuna considerazione accordata dal TOUCAS ai motivi da me esposti per dimostrare insussistente, come specie, lo *Sphaerulites Da Rio*, e dell'aver egli riunito alla sua *Sauvagesia Da Rio* (forma provvista di cresta legamentare) il mio *Biradiolites Futtereri* (forma sprovvista di cresta legamentare) spettante ad un genere diverso, nonchè il *Radiolites Catulloi*.

Questi radiolitidi, eccettuato il *Radiolites Catulloi* che è indiscutibilmente un *Radiolites*, appartengono, secondo i risultati degli ultimi studi di TOUCAS e di DOUVILLÉ, alle sauvagesine, ripartite da DOUVILLÉ nel gen. *Sauvagesia*, che raccoglie le forme

(3) A. TOUCAS, *Études sur la classification et l'évolution des Radiolitidés* (Trois. partie), " Mém. Soc. Géol. de France, Paléontologie ", tome XVII, 1909, pag. 89.

provviste di cresta legamentare, e quindi anche la *Sauv. turricula* (Cat.) e *Sauv. contorta* (Cat.), e nel gen. *Durania*, al quale spetta la *Dur. Futtereri* Par., da me prima attribuita al genere *Biradiolites.* — Concludendo, ai radiolitidi del Cansiglio, argomento di questo richiamo critico, spettano le seguenti denominazioni generiche e specifiche:

Radiolites Catulloi Par.
Sauvagesia turricula (Cat.) [= *Radiol. Da Rio* Futt. (non Cat.), = *Sauv. Da Rio* Touc. (non Cat.)].
" *contorta* Cat.
Durania Futtereri, Par.

Ritornando ora ai fossili di Ponte Racli, occorre notare che nella serie tagliata dalle cave devono essere rappresentati il Turoniano ed il Senoniano. Al primo si riferiscono la *Chondrodonta Joannae*, la *Lima carnica* e la *Sauvagesia turricula* (?), in quanto che queste forme finora furono attribuite all'orizzonte turoniano con *Caprina*, che si svolge dal Col dei Schiosi a Bocca di Crosis sopra Tarcento. Gli ippuriti, *H. giganteus* (coniaciano) e *H. Oppeli* (campaniano), si riferiscono al Senoniano, che nella stessa regione si accompagna all'accennato orizzonte. Ormai le ricerche dei diversi autori hanno fatto conoscere una bella serie di ippuriti, che attesta l'esistenza del Senoniano nei calcari sovrastanti all'orizzonte Turoniano a camacee, e questi ippuriti si ripartiscono nel Coniaciano, Santoniano, Campaniano (3° — 6° livello ippuritico). Ma, se possiamo ammettere paleontologicamente dimostrata l'equivalenza di questi calcari al Senoniano inferiore e medio, nulla finora di preciso si può dire riguardo al riconoscimento stratigrafico dei diversi livelli; anzi possiamo domandarci, se nel Veneto è in fatto possibile giungere alla distinzione e separazione dei numerosi livelli ad ippuriti (2 nel Turoniano e 7 nel Senoniano) ammessi dai geologi e paleontologi francesi.

Una modificazione all'apparato pendolare di Sterneck e nuova determinazione della gravità relativa a Torino e Genova

Nota del Dr. CESARE AIMONETTI.

I.

Fra gli apparati pendolari usati per determinazioni di gravità relativa, uno dei più semplici, specialmente per osservazioni di campagna, è quello ideato dallo Sterneck, col sostegno a mensola da fissarsi al muro. Senonchè l'apparato originale unipendolare, quale fu dallo Sterneck ideato, presenta il grave inconveniente che in ogni stazione è impossibile tener conto dell'influenza che può avere la flessione del supporto sulla durata di oscillazione dei pendoli. L'apparecchio è bensì munito di un dinamometro a molla, col quale si può verificare la stabilità della mensola, esercitando su di essa delle pressioni o trazioni regolari e periodiche, ed osservando se il pendolo sospeso all'apparato assume oscillazioni sensibili in conseguenza di esse; ma questo espediente, se può servire a verificare la stabilità della mensola, nulla dice relativamente all'effetto della flessione che, benchè piccola, può nondimeno avere il disco di sostegno dei pendoli, che si appoggia sulle viti che servono per la livellazione di esso.

Nè si può *a priori* ammettere che tale flessione risulti la stessa nelle varie stazioni, e quindi eliminabile dalle osservazioni, non potendosi esse effettuare nelle identiche e precise condizioni.

I diversi metodi proposti per determinare direttamente l'oscillazione del disco, e dedurne quindi le correzioni da apportare alle durate di oscillazione dei pendoli per ridurle. come suol dirsi, a supporto rigido, in generale sono troppo delicati e laboriosi, e non conviene eseguirli in stazioni di campagna. La massima parte degli sperimentatori trovò più semplice e pratico il determinare la riduzione a supporto rigido mediante l'oscillazione impressa da esso ad un pendolo ausiliario; e il professore Lorenzoni [1], il Borrass [2], il Furtwängler [3] dimostrarono delle formole per calcolare con sufficiente approssimazione tali riduzioni: formole abbastanza semplici e pratiche quando il pendolo ausiliario abbia lo stesso peso e lo stesso coefficiente di smorzamento del pendolo principale.

Si idearono quindi gli apparecchi a due, tre, ed anche quattro pendoli, nei quali i sostegni pendolari possono sopportare contemporaneamente due, tre, quattro pendoli, in modo, che due di questi possano oscillare in un medesimo piano, e servire a determinare l'oscillazione del sostegno e la conseguente riduzione delle durate d'oscillazione a supporto rigido.

In questi apparati, che generalmente derivano dall'apparato di Sterneck con sostegno a pilastro, data la loro forma, tale riduzione risulta, naturalmente, piuttosto grande, e raggiunge parecchie diecine di unità della settima decimale del secondo; e, benchè si possa determinare con una buona concordanza di risultati, può rimanere il dubbio se non convenga piuttosto ricorrere all'antico apparato di Sterneck colla mensola a muro, che presenta il carattere di una molto maggiore stabilità. E la sotto-commissione nominata in seno alla Commissione Geodetica

---

(1) Lorenzoni, *Relazione sulle esperienze eseguite nel R. Osserv. astr. di Padova in Agosto 1885 e Febbraio 1886 per determinare la lunghezza del pendolo a secondi* (" Atti della R. Acc. dei Lincei ", S. IV, vol. V). — Id., *Sull'equaz. differenziale del moto di un pendolo fisico, etc.* (" Atti del R. Istit. Veneto di Sc. lett. ed arti ", t. V, serie VI).

(2) Borrass, *Best. der Polhöhe und der Intensität der Schwerkraft von Arkona bis Elsterwerda* (Verof. der " Königl. Preuss. Geod. Inst. ", 1902, p. 90).

(3) Furtwaengler, *Ueber die Schwingungen zwei pendel mit annahernd gleicher Schwingungsdauer auf gemeinsamer Grundlage* (" Sitzung. der Königl. preuss. Akad. der Wissensch. ", 1902, XII).

Italiana per la carta gravimetrica d'Italia, esprimeva il parere che si potesse usare in tali determinazioni l'apparato a mensola, purchè vi fosse per ogni stazione una *fede di stabilità* della mensola.

Allo scopo, quindi, di poter utilizzare con sicurezza l'apparato posseduto da questo Gabinetto di Geodesia, e di determinare l'eventuale oscillazione del disco di sostegno dei pendoli, ho apportato a questo una modificazione analoga a quella che è stata fatta all'apparato danese [1], ed a quello della Commissione Svizzera [2] con sostegno a pilastro.

Le figure 1 e 2 rappresentano schematicamente la piastra di sostegno dei pendoli modificata, vista di sopra e di fianco, e la fig. 3 l'insieme dell'apparato. A è un pezzo di bronzo aggiunto dalla parte anteriore, equilibrato da un contrappeso E, e terminante anteriormente in una robusta forchetta B, sulla quale sono incastrati due pezzi d'acciaio CC spianati in modo che le due facce superiori siano, quanto più è possibile, in un medesimo piano parallelo al piano d'agata D. Un'opportuna forchetta F, che si può alzare ed abbassare per mezzo della vite V, serve per tenere sospeso il pendolo ausiliario nella posizione di riposo. Tanto la vite V quanto la vite V' che servono per alzare ed abbassare i due pendoli vengono manovrate dall'esterno della cassetta di protezione dell'apparato per mezzo del solito arnese foggiato ad imbuto e rivestito internamente di gomma elastica.

Per potere osservare contemporaneamente le oscillazioni del pendolo motore e quelle del pendolo ausiliario, o pendolo mosso, è disposto davanti allo specchietto del pendolo motore, che rimane nascosto dallo specchietto e dal coltello di agata del pendolo anteriore, un prisma romboidale di cristallo P, a doppia riflessione, che sposta parallelamente a sè stessi i raggi luminosi emessi dalla scala del *relais*, e riflessi dallo specchietto del pendolo motore. Tale prisma, semplicemente appoggiato sul disco di sostegno dei pendoli, non è necessario che vi sia fis-

---

[1] *Den Danske Gradmaaling. Relative Tyngdebestemmelser*, 1908.

[2] *Internationale Erdmessung. Astronomisch-geodetische Arbeiten in der Schweitz.* Zwölfter Band, 1910.

sato, perchè un suo eventuale spostamento non cambia menomamente il cammino dei raggi luminosi.

Siccome le due immagini della scala del *relais*, date dai due pendoli risultavano un po' troppo distanti, e non ben visi-

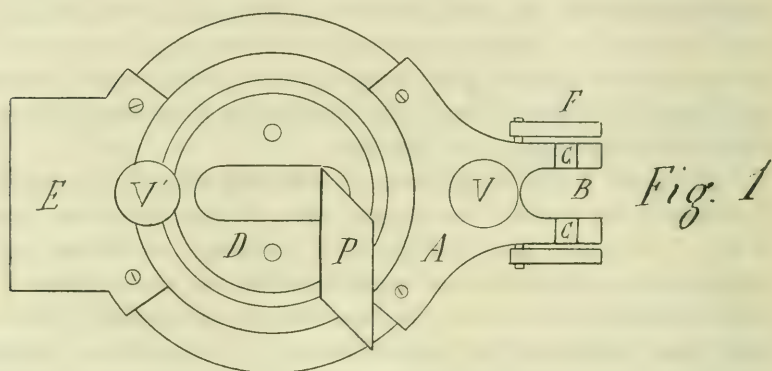



Fig. 1

bili contemporaneamente nel campo del cannocchiale, disposi di fianco ad esso un'altra scala che si poteva opportunamente spostare in modo che le immagini delle due scale apparissero vicine. Non potendo modificare l'oculare del cannocchiale del

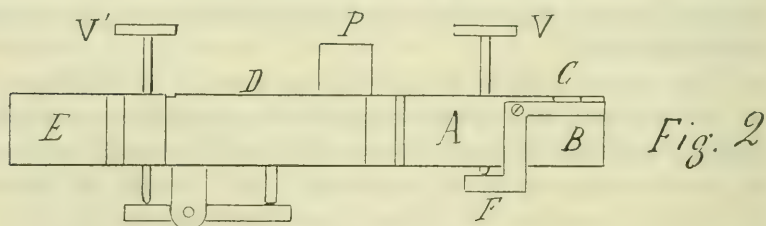



Fig. 2

relais e sostituirlo con un oculare micrometrico per misurare con precisione le ampiezze di oscillazione del pendolo mosso, queste venivano stimate sulla scala ausiliaria, che dapprima fu divisa in parti di 3 mm. di lunghezza, indi sostituita da un'altra divisa di 2 in 2 mm.

Per arrestare poi i movimenti del pendolo mosso, è fissata nella parte interna della cassetta o vetrina, che protegge l'ap-

parato durante le osservazioni, ed alla parete anteriore di essa una molla d'acciaio terminante all'altezza della massa del pendolo in un pezzo di sughero. Spingendo, per mezzo di una vite sporgente esternamente, la molla contro il pendolo, se ne arre-

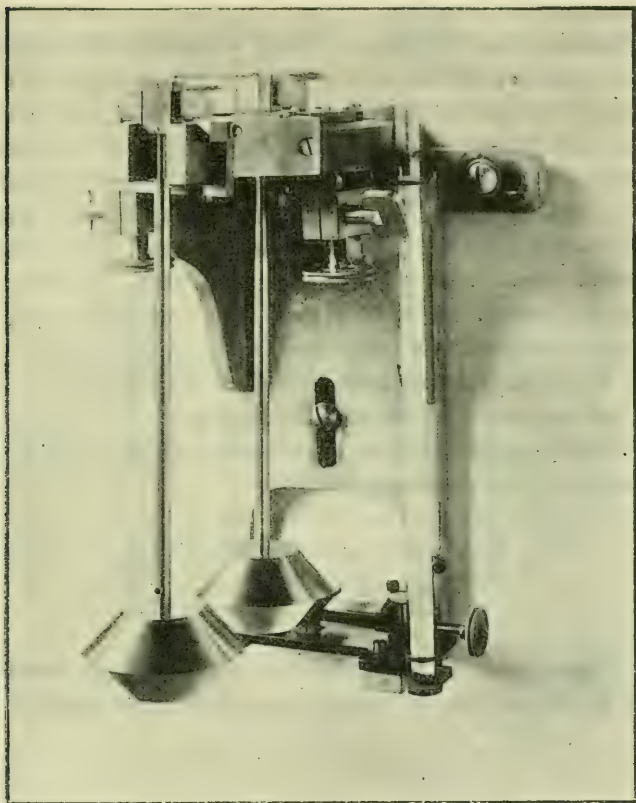



Fig. 3.

stano le oscillazioni ; indi, girando la vite in senso contrario lentamente e dolcemente, si riesce con tutta facilità ad ottenere che esso resti libero e perfettamente in quiete.

Uno schermo di lastra d'alluminio, che può venire facilmente fissato alla mensola per mezzo di due viti, serve ad evi-

tare che il movimento impresso all'aria dal pendolo motore possa da questa essere trasmesso al pendolo mosso [1].

La determinazione della flessione del supporto si può eseguire prima di ogni stazione di campagna; indi, tolto il pendolo mosso, il prisma e lo schermo, l'apparato si adopera come il comune apparato di Sterneck.

Terminata la stazione, si può ripetere la determinazione della flessione, per verificare se non è intervenuta nessuna variazione nelle condizioni del supporto. Il procedimento da tenere nell'eseguire tale riduzione a supporto rigido, è stato indicato e studiato dal Furtwängler [2] e dal Borrass [3], ed illustrato ampiamente del prof. Alessio [4]; esso consiste nell'imprimere al pendolo motore un'oscillazione di data ampiezza α, mentre il pendolo mosso è in quiete, e nel determinare l'ampiezza α' di oscillazione che questo assume dopo un certo numero di secondi t^s. Indicando con σ la riduzione a supporto rigido, con α ed α' rispettivamente le ampiezze di oscillazione del pendolo motore e del pendolo mosso, s ed s' le loro durate di oscillazione, il Borrass [5] ha dimostrato la seguente formola, valida quando i due pendoli abbiano la medesima massa ed il medesimo coefficiente di smorzamento [6]:

$$\sigma = -\frac{\alpha'}{\alpha} \cdot \frac{s'-s}{2} \operatorname{cosec}\left[\pi \frac{s'-s}{2ss'} t^s R'\right]' .$$

Nell'apparato di Sterneck del Gabinetto di Geodesia di questa R. Università, si possono assumere come pendolo motore

(1) Nella fig. 3 tale schermo è stato tolto.

(2) V. Op. cit.

(3) V. Op. cit.

(4) Alessio, *Sulla determinazione delle costanti dell'apparato tripendolare del R. Istituto Idrografico* (" Annali idrografici ", vol. IV, Genova, 1904).

(5) V. Borrass, Op. cit.

(6) Questa formola, secondo le esperienze del prof. Alessio, per determinare sperimentalmente il coefficiente di riduzione a supporto rigido, sembra soddisfare meglio di quella del Furtwängler ai risultati dati dall'esperienza (Cfr. Alessio e Silva, *Esperienze comparative sopra alcuni apparati gravimetrici*, " Annali idrografici ", vol. 7, 1909-1910, pag. 73 e seg.).

e pendolo mosso i pendoli 41 e 45, i quali hanno durate di oscillazione poco differenti, e per Torino:

$$s_{45} = 0,508\,0365$$
$$s_{41} = 0,508\,0287.$$

Negli apparati con sostegno a pilastro, nei quali la flessione del supporto è molto sensibile, si fanno delle serie di osservazioni di 5 in 5 minuti, dalle quali si deducono i valori di σ, e la media per ciascuna serie; ma nell'apparato a mensola, avendo osservato che il pendolo mosso non incominciava ad avere oscillazioni apprezzabili, cioè di uno o due decimi delle divisioni della scala, se non dopo almeno 20 o 30 minuti, è conveniente di fare delle serie di osservazioni a partire da 30 minuti, osservando di 20 in 20 minuti, od anche ad intervalli più lunghi, onde diminuire l'errore proveniente dall'incertezza nella stima del decimo di divisione sulla scala.

Per provare la praticità di questo metodo, e per avere un'idea dell'entità della riduzione σ, volli eseguire alcune serie di determinazioni di σ, cambiando l'attacco della mensola ogni due serie; ma sempre assicurandomi, ad ogni volta, mediante il dinamometro a molla, della buona stabilità di essa.

I risultati ottenuti furono i seguenti:

1ª *Posizione.*

Serie	Intervallo	α	α′	σ × 10⁷
1ª	20ᵐ	12ᵖ.4	0ᵖ.15	—8.3
	30	11 .8	0 .20	—7.8
	40	10 .8	0 .30	—9.5
Media				—8.5
2ª	20	12 .3	0 .20	—8.3
	30	11 .6	0 .20	—7.7
	40	10 .7	0 .25	—9.3
Media				—8.4

2ª *Posizione.*

Serie	Intervallo	α	α′	σ × 10⁷
1ª	20	12 .3	0 .20	—11.1
	30	11 .6	0 .20	—7.9
	40	10 .7	0 .25	—8.1
Media				—9.0
2ª	20	12 .2	0 .20	—11.2
	30	11 .7	0 .20	—7.8
	40	10 .9	0 .25	—8.1
	2ʰ 20ᵐ	5 .6	0 .50	—9.0
Media				—9.0

3ª *Posizione.*

Serie	Intervallo	α	α′	σ × 10⁷
1ª	20	10 .3	0 .15	—10.0
	30	9 .0	0 .20	—10.1
	60	7 .7	0 .30	—8.9
	90	6 .5	0 .40	—9.4
Media				—9.6
2ª	30	9 .3	0 .20	—9.8
	60	7 .5	0 .30	—9.2
	90	6 .5	0 .35	—8.4
	120	5 .2	0 .35	—8.3
Media				—8.9

Dalle prove fatte risulta che, mentre la mensola a muro si può ritenere rigida, il disco di appoggio dei pendoli subisce delle piccole oscillazioni di cui l'influenza sulla durata d'oscillazione dei pendoli, pure essendo molto piccola, non è trascurabile; però, quando la mensola sia fissata solidamente al muro; in modo che col dinamometro non dia indizio di flessione, tali influenze risultarono, entro i limiti di approssimazione raggiungibili in queste determinazioni, sensibilmente eguali, e quindi trascurabili in determinazioni relative di gravità.

In ogni modo, data la facilità colla quale si può determinare in ogni stazione il valore di σ, l'apparato di Sterneck così modificato può dare risultati sicuri quanto i migliori apparati escogitati in seguito.

II.

Nell'intento di provare l'apparato colle modificazioni introdottevi, volli rideterminare il valore della differenza di gravità fra Torino e Genova. Tale differenza era già stata da me determinata nel 1900 [1]; ma il risultato ottenuto era in disaccordo con quello ottenuto in seguito dal prof. Alessio coll'apparato tripendolare dell'Istituto Idrografico: i risultati da lui ottenuti erano stati poi confermati da ulteriori sue determinazioni, nè mi era riuscito di trovare la ragione del disaccordo riscontrato colla mia determinazione: le osservazioni erano state fatte colla solita cura e non avevano presentato nessun fatto anormale, che mi facesse dubitare di esse. L'unico dubbio, che potevano presentare, era che, non avendo determinato direttamente a Torino l'andamento del cronometro d'osservazione, ma avendolo desunto da confronti fatti coi pendoli dell'osservatorio astronomico, mi fosse sfuggito qualche errore inavvertito nella trasmissione dei segnali: dubbio che fu avvalorato dall'avere riscontrato allora una variazione nella durata d'oscillazione dei pendoli per Torino, variazione che scomparve nelle determinazioni fatte negli anni successivi.

[1] Aimonetti, *Determinazione della gravità relativa a Genova, Savona, Albenga e Sanremo* (“ Atti d. R. Acc. d. Sc. di Torino ”, vol. XXXVI, 1901).

Il luogo di stazione scelto per eseguire questa nuova determinazione a Torino fu un sotterraneo situato nel centro dell'edificio della R. Università; luogo in cui non erano sensibili le vibrazioni prodotte dal movimento dei veicoli nelle strade adiacenti, e la temperatura si manteneva abbastanza costante.

La mensola fu fissata al muro per mezzo di tre bulloni a vite, e tra la parete e la mensola fu collocato uno spesso strato di ovatta, per impedire che la temperatura della parete potesse avere un'influenza sensibile sulla temperatura dei pendoli.

Come orologio di osservazione si adoperò il cronometro Frodsham N. 3576 a tempo siderale: esso venne installato nel locale d'osservazione qualche giorno prima, e non ne venne rimosso che ad osservazioni finite. Esso fu confrontato cronograficamente, nei giorni d'osservazione, col pendolo Riefler N. 164 e col cronometro Plaskett N. 5190.

Le determinazioni del tempo furono fatte generalmente nelle sere precedenti e seguenti i giorni d'osservazione, adoperando un teodolite di Repsold a cannocchiale eccentrico, coll'obbiettivo di mm. 60 e di lunghezza focale cm. 48 con ingrandimento 61. Il metodo adoperato fu quello dei passaggi delle stelle orarie nel verticale della Polare, osservando 6 od 8 stelle ogni sera alternativamente col cerchio ad est e col cerchio ad ovest, e deducendone il valore più probabile dello stato del cronometro.

Nella prima stazione a Torino le osservazioni furono fatte col cronografo e col pendolo Riefler, nella seconda ad orecchio con un cronometro Dent N. 49502 a t. m., che veniva confrontato immediatamente prima e dopo ogni sera d'osservazione col Riefler e col Frodsham.

A Genova le osservazioni furono eseguite nel R. Istituto Idrografico, nel locale stesso in cui furono ultimamente eseguite le osservazioni gravimetriche dal prof. Alessio. In un locale vicino, appartato e ben difeso da ogni variazione di temperatura, furono installati il cronometro Frodsham e il pendolo Strasser e Rohde gentilmente messo a mia disposizione dal Prof. Alessio. Opportuni circuiti elettrici permettevano di mettere i detti orologi d'osservazione, in comunicazione sia col *relais* delle coincidenze, sia con un cronografo a secco Cavignato comunicante col pendolo regolatore Dent, per prendere i confronti

durante le osservazioni. Le determinazioni di tempo furono eseguite collo strumento dei passaggi dall'assistente sig. Ferrari, che mi fu di valido aiuto nel prendere i confronti col pendolo regolatore e nel calcolare gli andamenti degli orologi di osservazione. Della preparazione del locale d'osservazione, dell'installazione del cronometro e del pendolo, nonchè di tutto quanto mi potesse occorrere nell'eseguire detta stazione, si occupò gentilmente lo stesso prof. Alessio, onde sento il dovere di rivolgere al sig. Direttore del R. Istituto Idrografico, al prof. Alessio, ed al suo assistente sig. Ferrari le più sentite grazie.

Potendo disporre di due orologi di osservazione ho determinato contemporaneamente con entrambi la durata di oscillazione di ogni pendolo, osservando prima undici coincidenze col Frodsham, e immediatamente dopo altre undici collo Strasser e Rohde; indi, calcolato l'istante della 61ª coincidenza da osservarsi col Frodsham, e la 61ª collo Strasser, si osservavano nuovamente due serie di dieci coincidenze successivamente coll'uno e coll'altro, sicchè, senza toccare il pendolo, si poteva dedurre la durata di oscillazione con entrambi, ed avere anche una norma per giudicare della regolarità del loro andamento.

Il metodo tenuto nelle osservazioni è il medesimo tenuto nelle altre determinazioni eseguite da me [1]: le costanti strumentali sono quelle determinate dallo Sterneck, e usate per le riduzioni delle osservazioni nelle altre stazioni eseguite: la pressione barometrica fu letta sul barometro aneroide, del quale furono determinate le correzioni nelle due stazioni con ripetuti confronti col barometro a mercurio.

I risultati ottenuti nelle due stazioni di Torino e nella stazione di Genova sono contenuti nelle seguenti tavole:

[1] Aimonetti, *Determ. della gravità terrestre a Torino fatta nel 1896 etc.* (“ Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino „, vol. XXXII).

Stazione a Torino.

Determinazione della flessione del supporto:

Stazione I.

Serie	t^s	α	α′	σ
1ª	20ᵐ	10ᵖ.3	0ᵖ.15	—10.0
	30	9 .0	0 .20	—10.1
	60	7 .7	0 .30	—8.9
	90	6 .5	0 .40	—9.4
Med.				—9.6
2ª	30	9 .3	0 .20	—9.8
	60	7 .5	0 .30	—9.2
	90	6 .5	0 .35	—8.4
	120	5 .2	0 .35	—8.3
Med.				—8.9

Stazione II.

Serie	t^s	α	α′ (¹)	σ
1ª	30ᵐ	9ᵖ.2	0ᵖ.20	—9.9
	60	7 .8	0 .27	—7.9
	90	6 .6	0 .40	—9.3
Med.				—9.0
2ª	30	9 .4	0 .20	—9.7
	60	7 .4	0 .33	—10.2
	90	6 .4	0 .40	—9.6
	120	5 .2	0 .46	—10.3
				—9.9

Determinazioni del tempo.

DATA	Pendolo Riefler			Cronometro Frodsham			N° di stelle osserv.	Errore medio
	Stato assoluto	Ora	Andam. diurno	Stato assoluto	Ora	Andam. diurno		
1910	m s	h	s					s
Luglio 23	—1 29,28	16,75					8	±0.05
" 24	—1 29,44	15,43	—0.16				8	±0.05
" 27	—1 30,32	16,25	—0.29				6	±0.08
1911				m s	h	s		
Aprile 12	—2 11,15	9,82		—3 08,41	9.83		8	±0.04
" 13	—2 11,54	10,32	—0.38	—3 12,23	10.33	—3.74	8	±0.08
" 14	—2 11,85	10,08	—0.31	—3 15,52	10.10	—3.32	8	±0.04

(¹) Le ampiezze α′, in questa stazione ed in quella di Genova, furono lette sulla scala divisa in parti di 2ᵐᵐ e ridotta alla scala divisa in parti di 3ᵐᵐ.

Andamenti del cronometro Frodsham durante le osservazioni.

	Dal Riefler	Dal Plaskett	Media
1910 Luglio 24	$\Delta u = -2^s{,}82$	$\Delta u = -3^s{,}12$	$\Delta u = -2^s{,}97$
„ 25	$\Delta u = -3{,}51$	$\Delta u = -3{,}41$	$\Delta u = -3{,}46$
		Direttamente	
1911 Aprile 13	$\Delta u = -3{,}76$	$\Delta u = -3{,}74$	$\Delta u = -3{,}75$
„ 14	$\Delta u = -3{,}37$	$\Delta u = -3{,}32$	$\Delta u = -3{,}34$

Stazione a Genova.

Determinazioni della flessione del supporto.

1ª				2ª				3ª			
t^s	α	α'	$\sigma \times 10^7$	t^s	α	α'	$\sigma \times 10^7$	t^s	α	α'	$\sigma \times 10^7$
30ᵐ	$10^p{,}1$	$0^p{,}13$	$-5{,}9$	60ᵐ	$7^p{,}9$	$0^p{,}23$	$-6{,}7$	70ᵐ	$9^p{,}4$	$0^p{,}33$	$-6{,}9$
60	8 ,2	0 ,33	−9,2	80	7 ,1	0 ,30	−6,6	130	6 ,3	0 ,47	−8,1
90	7 ,0	0 ,40	−8,8	100	6 ,3	0 ,33	−7,3	160	5 ,1	0 ,53	−9,2
Media			−8,0	Media			−6,8	Media			−8,0

Determinazioni di tempo.

Pendolo Dent, N. 43520 (Osserv. Ferrari).

STELLA	11 Agosto 1910		12 Agosto		13 Agosto	
	Stato assoluto	Andam. diurno	Stato assoluto	Andam. diurno	Stato assoluto	Andam. diurno
109 Herc.			−4ᵐ 21ˢ,67		−4ᵐ 23ˢ,25	−1ˢ,58
23 H Cam. p. i.						
110 Herc.	−4ᵐ 20ˢ,22		−4 21,74	−1ˢ,52	−4 23,40	−1,66
R Lyrae	−4 20,07		−4 21,70	−1,63	−4 23,32	−1,62
ζ Aquilae	−4 20,17		−4 21,76	−1,59	−4 23,40	−1,64
			Media	−1,58	Media	−1,62

Andamenti diurni degli orologi d'osservazione dedotti dai confronti presi col Dent seralmente e durante le osservazioni pendolari.

DATA	Frodsham			Strasser e Rohde		
	Dai confronti serali	Dai confronti durante le osservaz.	Media	Dai confronti serali	Dai confronti durante le osservaz.	Media
1910	s	s	s	s	s	s
Agosto 12	—2,15	—2,08	—$2,11_5$	—2,78	—2,70	—2,74
„ 13	—2,39	—2,37	—2,38	—2,56	—2,55	—$2,55_5$

Durata d'oscillazione dei pendoli, ridotta al vuoto, a 0° ed all'ampiezza infinitesima.

STAZIONE	Orologio d'osserv.	Pendoli 41	42	45	46
Torino I	Frodsham	0,508 0329	0,507 6829	0,508 0363	0,508 3355
		0297	6847	0377	3354
		0264	6803	0360	3345
		0257	6796	0344	3334
Media		0,508 0287	0,507 6819	0,508 0361	0,508 3347
Torino II		0,508 0291	0,507 6842	0,508 0385	0,508 3358
		0250	6843	0372	3361
		0279	6814	0394	3348
		0327	6812	0372	3342
Media		0,508 0287	0,507 6828	0,508 0381	0,508 3352
Genova	Frodsham	0,508 0219	0,507 6808	0,508 0355	0,508 3331
		0280	6826	0359	3347
		0246	6813	0350	3312
		0238	6788	0322	3335
Media		0,508 0246	0,507 6809	0,508 0346	0,508 3331
	Strasser e Rohde	0,508 0256	0,507 6801	0,508 0374	0,508 3344
		0273	6801	0363	3325
		0233	6795	0341	3343
		0260	6801	0342	3347
Media		0,508 0255	0,507 6799	0,508 0355	0,508 3340

Dai risultati registrati nella tabella precedente, si nota una piccola differenza tra le durate di oscillazione dei pendoli 42, 45, 46 nelle due stazioni a Torino. Tali differenze, che risultano rispettivamente —9, —20, —5 unità della 7ª cifra decimale, non sono in realtà maggiori degli errori da cui possono essere affette le durate di oscillazione osservate; di più, essendo tutte del medesimo segno, potrebbero derivare da un piccolo cambiamento nei valori assunti per le costanti di riduzione: valori che furono gentilmente determinati dal sig. V. Sterneck, quando si incaricò della costruzione e del collaudo dell'apparato, e che di poi mi fu impossibile rideterminare. E tanto più potrebbe essere plausibile questa ipotesi, se si considera che le due stazioni furono eseguite in condizioni di temperatura e densità dell'aria assai differenti: nella prima la temperatura oscillò tra 17°,00 e 17°,25 con una media di 17°,16, e la densità dell'aria tra 0,908 e 0,912 con una media di 0,909; nella seconda la temperatura variò tra 9°,25 e 9°,75 con una media di 9°,50, e la densità dell'aria tra 0,929 e 0,941 con una media di 0,935. Non avendo però elementi sufficienti per dedurre eventualmente nuovi valori di dette costanti, ed essendo tali differenze molto piccole, si è preso come valore delle durate di oscillazione dei pendoli a Torino, le medie dei due valori ottenuti.

Similmente leggere differenze presentano i risultati ottenuti a Genova a seconda dell'orologio di osservazione: le medie delle durate d'oscillazione per ciascun pendolo, dedotte dal Frodsham differiscono da quelle ottenute collo Strasser rispettivamente di + 9, — 10, + 9, + 9 unità della 7ª decimale. Ora tali differenze, anch'esse d'altronde molto piccole e dell'ordine degli errori d'osservazione, non si possono, dato il procedimento seguito, attribuire ad una piuttostochè ad un'altra causa di errore: gli stessi orologi di osservazione non diedero indizio di qualche irregolarità nell'andamento medio: i valori di esso dedotti dai confronti serali col Dent dopo le osservazioni di tempo, e quelli dedotti dai confronti presi più volte durante le osservazioni pendolari sono molto concordanti: probabilmente potranno esservi in detti andamenti delle lievi irregolarità che si compensano tra due successivi confronti, e che tuttavia si rendono manifesti mediante le oscillazioni pendolari. Tuttavia, sia perchè tali differenze si compensano quasi completamente tra i quattro

pendoli, sia perchè anch'esse sono molto piccole, si possono ritenere come valori definitivi le medie dei due valori per ciascun pendolo. Ed applicando a queste le riduzioni a supporto rigido, che ammontano per Torino a -9×10^7, e per Genova a -8×10^7, si hanno i seguenti valori, come valori definitivi delle durate di oscillazione per i quattro pendoli nelle due stazioni:

Pendoli	41	42	45	46
Torino	$0^s,5080278$	$0^s,5076815$	$0^s,5080362$	$0^s,5083341$
Genova	0,5080242	0,5076796	0,5080342	0,5083327

Da questi, assumendo per Torino $g_t = 9^m,80571$ si deducono mediante la formola

$$g_g - g_t = g_t \frac{(s_g + s_t)(s_t - s_g)}{s_g^2}$$

i seguenti valori di $g_g - g_t$ per i quattro pendoli:

Pendoli	$g_g - g_t$
41	0,000139
42	0,000073
45	0,000097
46	0,000054
Media	$0,000091 \pm 1,8 \times 10^5$

Volendo applicare il metodo di compensazione suggerito dal prof. Venturi [1], si hanno le seguenti correzioni alla durata di oscillazione in unità della 7ª cifra decimale:

Pendoli	41	42	45	46
Torino	— 6,9	+ 1,6	+ 1,1	+ 4,1
Genova	+ 6,9	— 1,6	— 1,1	— 4,1

[1] Cfr. Venturi, *Sulla compensazione dei risultati nelle misure di gravità relativa terrestre* (" N. Cim. ", serie IV, gennaio 1900).

onde la durata d'oscillazione corretta:

Torino	0^s,5080271	0^s,5076817	0^s,5080363	0^s,5083345
Genova	0,5080249	0,5076794	0,5080341	0,5083323

dalle quali si deduce come valore di $g_g - g_t$:

$$g_g - g_t = 0{,}00008.5$$

L'error medio unitario ϵ, e quindi l'error medio E che compete ad ogni valore definitivo delle durate d'oscillazione, e l'error medio Mg da cui può essere affetto il valore di g, risultano rispettivamente:

$$\epsilon = \pm 0^s{,}0000006.7$$
$$E = \pm 0{,}0000005.3$$
$$Mg = \pm 0{,}00002.8$$

Si può perciò assumere, come *valore della differenza di gravità tra Genova e Torino*:

$$g_g - g_t = 0^m{,}00008.8 \pm 2.3 \times 10^5.$$

onde ritenendo:

$$g_t = 9^m{,}80571$$

risulterebbe per valore della gravità a Genova:

$$g_g = 9^m{,}80579_8$$

ritenendo la gravità a Padova: $g_p = 9^m{,}80677$.

Dalle determinazioni di gravità relativa Padova-Torino, eseguite nell'anno 1898 e nel 1902, era risultato [1]:

$$g_p - g_t = 0{,}00106$$

e sottraendone $g_g - g_t = 0{,}00008.8$ si ottiene

$$g_p - g_g = 0{,}00097.2$$

[1] Aimonetti, *Determinazioni di gravità relativa in Piemonte* (“ Atti della R. Acc. delle Scienze ”, vol. XXXIV, e vol. XXXVIII).

avendo assunto come luogo di stazione a Padova la stazione dove il prof. Lorenzoni eseguì le determinazioni di gravità assoluta.

Riferendomi alla stazione eseguita dal prof. Alessio, che è di 4 m. più bassa, risulterebbe:

$$g_p - g_g = 0,00098.2$$

Il valore trovato dal prof. Alessio coll'apparato di Sterneck fu

$$g_p - g_g = 0,00099.4$$

e dalla media dei risultati ottenuti cogli apparati Bipendolare, Tripendolare e di Sterneck, il valore [1]:

$$g_p - g_g = 0,00100.$$

Tali valori sono in soddisfacente accordo con quello da me ottenuto, e confermano inoltre l'esattezza del risultato ottenuto nelle determinazioni anteriori di gravità relativa Torino-Padova.

Torino. Gabinetto di Geodesia della R. Università.
Giugno 1911.

---

[1] Cfr. Alessio e Silva, Op. cit.

Collegamento del Gabinetto di Geodesia annesso alla R. Università di Torino alla rete geodetica italiana.

Nota dell'Ing. Prof. C. JORIO

Nell'anno 1907 il Chiar.[mo] Prof. N. Jadanza, direttore del Gabinetto di Geodesia della R. Università di Torino, dava incarico allo Scrivente dello studio e della costruzione di una terrazza osservatorio per poter fare osservazioni geodetiche, studi

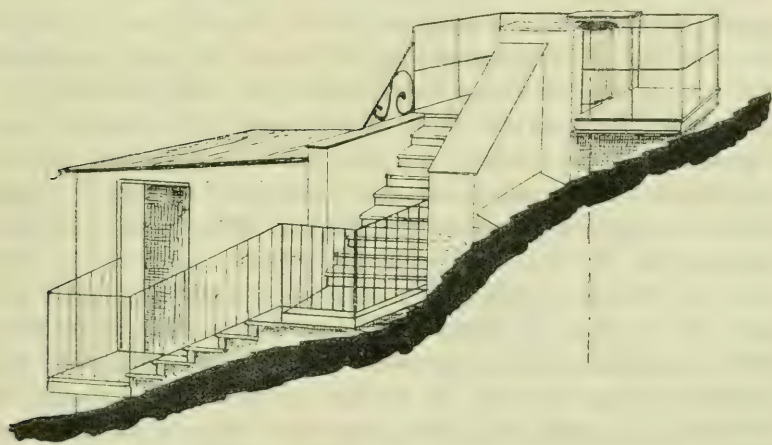



Fig. 1.

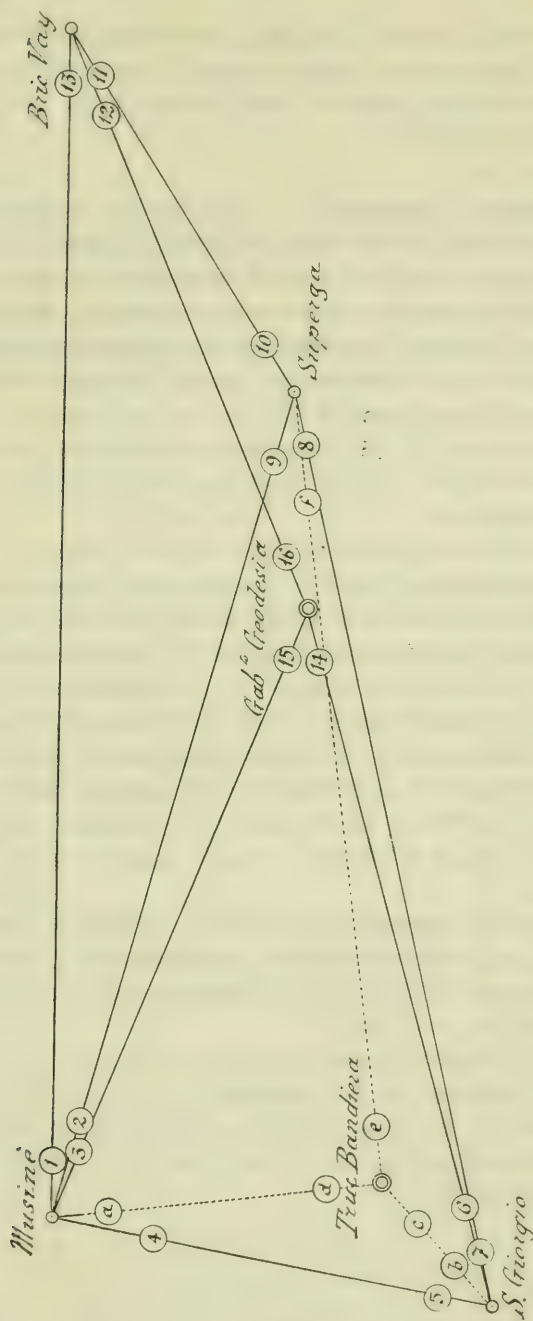
relativi e le esercitazioni degli allievi di geodesia. Il problema presentava tre difficoltà: 1° la terrazza doveva essere ad orizzonte libero; 2° l'accesso doveva essere facile e comodo in modo da potere portare sulla terrazza strumenti delicati e pesanti; 3° la costruzione non doveva intaccare menomamente il tetto esistente. Come si vede dal disegno allegato (fig. 1), il problema

venne felicemente risolto in modo da soddisfare alle tre condizioni sopra accennate. Servendosi di un locale soprastante al Gabinetto di Geodesia lo Scrivente ha potuto ricavare da questo una camera che può servire di deposito di strumenti e di tutto l'occorrente per le osservazioni. Da questa camera con una scala laterale in pietra, e costruita al disopra del tetto esistente, si arriva al piano della terrazza, il pavimento della quale è formato di griglie, per cui essendo sempre sgombro da pioggia o da neve esso è sempre accessibile. Il pilastro delle osservazioni, a sezione circolare, poggia direttamente sopra di un pilastro quadrato (m. 0,70 × 0,70) che venne innalzato sopra un muro maestro interno ed è tenuto completamente isolato, mediante intelaiatura di ferro, dal pavimento e dalle altre parti della costruzione.

A lavoro ultimato il Prof. Jadanza dava incarico allo Scrivente di collegare tale punto con la triangolazione geodetica italiana (1). Per tale collegamento si era dapprima pensato di servirsi unicamente di punti di 1° ordine e precisamente si era stabilito il quadrilatero Musinè-Monte Soglio-Monte Vesco-Superga. Lo Scrivente recatosi sul Monte Musinè e sul M. Soglio ha proceduto al rintracciamento del centro dei punti geodetici dell'I. G. M. e sopra di essi fece costruire due pilastrini per la segnalazione. Però all'atto delle osservazioni detti pilastrini, per l'ignoranza altrui, vennero per ben due volte abbattuti, per cui rinunciato a tale quadrilatero, per l'esecuzione del lavoro venne scelto il seguente quadrilatero (fig. 2): Musinè (m. 1149,85), Superga (m. 727,23), S. Giorgio di Piossasco (m. 842,12), Bric Vay (m. 583,50); i primi due sono di 1° ordine, gli altri due sono di 3° ordine; il punto S. Giorgio è costituito da un pilastrino, ripristinato dallo Scrivente, posto sull'arco maggiore dell'abside di una cappella che trovasi ad un'ora di distanza da Piossasco. Il punto Bric Vay posto sopra una collina nei pressi di Castagneto Po attualmente è costituito da un pilastrino imbiancato di altezza 2 m., formato di tre tubi di cemento di diametro 0,50 e riempiti di pietrame, fatto costruire appositamente dallo Scrivente. Le operazioni di campagna vennero eseguite nell'estate del 1910 e furono costituite dalle stazioni in Musinè,

(1) Nella figura della triangolazione è pure segnato il punto Truc Bandiera, la cui determinazione fa seguito al presente lavoro.

Bric Vay
Superga
Gab.° Geodesia
Truc Bandiera
Musinè
S. Giorgio
13
11
12
10
9
8
f
16
15
14
e
d
a
c
b
1
2
3
4
5
6
7

Fig. 2.

S. Giorgio di Piossasco, Bric Vay, Gabinetto di Geodesia; la stazione in Superga non venne eseguita avendo potuto avere dall'I. G. M. i valori originali delle misure fatte in detto punto dal predetto ufficio.

Strumento adoperato. — Quantunque alcuni degli angoli che occorrevano per il calcolo fossero già stati misurati dall'I. G. M., nullameno essi vennero nuovamente misurati per l'omogeneità del lavoro; le misure vennero eseguite con un teodolite Trougthon e Simms a vite micrometrica appartenente al Gabinetto di Geodesia; esso è reiteratore, ha un'apertura di obbiettivo di mm. 48, un ingrandimento (relativo all'oculare che venne usato in questo lavoro) di 25, distanza focale cm. 30, ha una livella a cavalcioni e due altre livelle fisse, una al lembo, l'altra al cerchio verticale.

La misura angolare si eseguisce nel seguente modo. Sul lembo mediante uno speciale microscopio si leggono i gradi e le cinquine di primi: nel campo di ciascuno dei due microscopî micrometrici diametralmente opposti è situata una lastrina con 5 denti il cui intervallo complessivo corrisponde alla più piccola divisione del lembo, cioè a 5', per cui l'intervallo fra ogni dente è di 1'. Una coppia di fili mobili può passare da un dente all'altro mediante un giro completo del tamburo della vite micrometrica, che è diviso in 60 parti. Di ogni parte si può stimare il decimo, quindi la lettura venne eseguita al 1'' con stima del decimo.

Di questo strumento sono stati determinati l'error medio di lettura m_l e l'error medio di puntamento m_p. Per la prima determinazione si fecero N. 20 osservazioni e si trovò come valor medio $m_l = 0'',458$.

Per la seconda determinazione scelta una giornata molto calma si collimò con 20 osservazioni ad un parafulmine distante 4900 m. che si proiettava nettamente nel cielo e nelle migliori condizioni per la luce: si trovò per error medio $m = 1'',307$ e per la formola:

$$m = \sqrt{m_p^2 + m_l^2}$$

si ricavò:

$$m_p = 1'',224.$$

Metodo di misura. — La misura degli angoli venne eseguita mediante il metodo delle direzioni isolate come quello più esatto. Per le stazioni Musinè e S. Giorgio venne scelto come punto di origine Pietra Borga, costituito da una croce metallica a distanza rispettivamente di m. 12075.42 e m. 3400,00, segnale che si presentava molto nitido e che poteva servire per ulteriori misure. Per la stazione Bric Vay venne scelta la croce del campanile di S. Raffaele distante m. 1900, e finalmente per la stazione al Gabinetto di Geodesia venne assunto l'asse della cupola di Superga, distante m. 6320.35, come origine: venne usato il metodo di reiterazione facendo 7 strati, e poichè il reticolo del teodolite portava 5 fili verticali, così per ogni collimazione venivano fatte 5 letture corrispondenti ai puntamenti dei 5 fili, per cui di ogni direzione si ebbero 35 misure medie fra le letture destre e sinistre; così i valori attualmente ottenuti sono presso a poco omogenei con quelli dell'I. G. M. che sono medie di 32 misure eseguite. Si procurò infine che i vari strati per ogni angolo venissero eseguiti in ore e giorni diversi per avere un valore più esatto. La stazione Gab. Geodesia (G. G.) venne puntata mediante elioscopio, essendo difficile il suo rintracciamento nella città. Così pure si fece uso dell'elioscopio nelle stazioni di S. Giorgio e di Musinè per collimare ad esse dalla stazione Gab. Geodesia. Le altre collimazioni si fecero puntando i pilastrini posti sui singoli vertici. A Superga si collimò alla croce della cupola maggiore.

Risultati originali. — Qui appresso sono riportati di ogni cinquina i valori medi trovati nelle misure eseguite: per ogni stazione è riportato l'error medio di una osservazione m e quello della media μ.

Stazione a Gabinetto di Geodesia.

Direzione a	Bric Vay (pilastrino)	Musinè (elioscopio)	S. Giorgio (elioscopio)
1° Str.	168° 46′ 19″.185	206° 37′ 24″.805	341° 50′ 25″.070
2° „	21 .675	24 .975	23 .210
3° „	21 .905	24 .150	21 .135
4° „	19 .095	24 .070	20 .925
5° „	23 .735	23 .155	24 .340
6° „	20 .765	23 .805	26 .620
7° „	23 .400	25 .075	23 .830
Media	21 .391	24 .329	23 .447
m =	1 .562	0 .590	2 .057
μ =	0 .548	0 .208	0 .727

Stazione a Bric Vay.

Direzione a	Superga (asse cupola)	G. Geodesia (elioscopio)	Musinè (croce fuori centro)
1° Str.	310° 37′ 44″.730	319° 47′ 53″.975	342° 45′ 26″.570
2° „	49 .735	56 .375	26 .840
3° „	48 .130	56 .790	26 .345
4° „	45 .965	52 .100	27 .530
5° „	45 .530	50 .020	26 .290
6° „	45 .925	57 .185	28 .510
7° „	44 .195	54 .035	24 .135
Media	46 .316	54 .354	26 .619
m =	1 .455	2 .648	1 .352
μ =	0 .514	0 .937	0 .478

Stazione a S. Giorgio di Piossasco.

Direzione a	Musinè (pilastrino)	G. Geodesia (elioscopio)	Superga (asse cupola)
1° Str.	39° 35′ 17″.165	104° 16′ 10″.305	106° 53′ .13″.035
2° „	19 .597	14 .200	12 .565
3° „	16 .810	19 .430	10 .650
4° „	18 .262	10 .210	15 .755
5° „	19 .235	13 .195	10 .845
6° „	19 .535	22 .230	10 .107
7° „	21 .000	14 .265	12 .695
Media	18 .700	14 .833	12 .236
m =	1 .482	4 .298	1 .930
μ =	0 .524	1 .520	0 .682

Stazione a Musinè.

Direzione a	Bric Vay (pilastrino)	Superga (asse cupola)	G. Geodesia (elioscopio)
1° Str.	248° 56′ 61″.280	264° 13′ 07″.720	270° 43′ 21″.230
2° „	61 .865	09 .330	30 .810
3° „	62 .595	07 .670	25 .215
4° „	63 .815	07 .215	23 .350
5° „	61 .985	04 .490	27 .260
6° „	67 .225	06 .390	21 .830
7° „	68 .095	09 .115	25 .615
Media	63 .837	07 .419	25 .044
m =	2 .739	1 .652	3 .323
μ =	0 .968	0 .584	1 .175

Riepilogo delle direzioni.

1° Stazione in Gabinetto di Geodesia.

Direzione a Musinè	168° 46′ 21″.391
„ S. Giorgio	206 37 24 .329
„ Bric Vay	341 50 23 .447

3° Stazione in Bric Vay.

Direzione a Superga	310° 37′ 46″.316
„ G. Geodesia	319 47 54 .354
„ Musinè (croce)	342 45 26 .619

2° Stazione in S. Giorgio.

Direzione a Musinè	39° 35′ 18″.700
„ G. Geodesia	104 46 14 .833
„ Superga	106 53 12 .236

4° Stazione in Musinè.

Direzione a Bric Vay	248° 56′ 63″.837
„ Superga	264 13 07 .419
„ G. Geodesia	270 43 25 .044

Calcoli preliminari.

1° *Riduzione al centro della direzione Bric Vay-Musinè.*

Non essendo possibile, data la grande distanza (Km. 34), vedere dalla stazione Bric Vay il pilastrino di pietra eretto sul segnale al Musinè, si è collimato all'asse della croce in cemento (alta m. 15) che venne innalzata a non molta distanza dal segnale stesso.

Gli elementi della riduzione sono $r=34.35$ (1) e $y=62°02'10''$; per il calcolo della distanza D che entra nella formola relativa si è risolto il triangolo provvisorio Superga-Musinè-Bric Vay e si ottenne $D = 34455.00$; con questi elementi, applicando la relazione

$$\epsilon = \frac{r \operatorname{sen} y}{D \operatorname{sen} 1''}$$

si è trovata la correzione

$$\epsilon = 3'06''.425$$

(1) Questo valore è la media di tre misure eseguite.

per cui si ritenne come valore della direzione Bric Vay-Musinè in centro

$$342^\circ\ 48'\ 33''.044.$$

2° *Calcolo dell'eccesso sferoidico.*

Esso venne eseguito mediante la formola (1)

$$\epsilon = \frac{b.c \operatorname{sen} A}{2\rho N \operatorname{sen} 1''};$$

a calcoli eseguiti si ebbero i seguenti risultati:

Triangolo	Bric Vay-Superga-Musinè	eccesso	= 0″.573
„	S. Giorgio-Musinè-Superga	„	= 0 .815
„	Gab. Geodesia-Musinè-Bric Vay	„	= 0 .222
„	S. Giorgio-Musinè-Gab. Geodesia	„	= 0 .024

Chiusure angolari.

Tenuto conto dei calcoli precedenti, si hanno le seguenti chiusure angolari:

1° Triangolo Bric Vay-Superga-Musinè (vedi figura).

Bric Vay .	(13)	342°	48′	33″.044		32° 10′ 46″.728
	(11)	310	37	46 .316		
Superga .	(10)	132	33	11 .620	(dat.)	132 33 11 .620
	(9)	000	00	00 .000		
Musinè . .	(2)	264	13	07 .419		15 16 03 .582
	(1)	248	56	63 .837		
						180° 00′ 01″.930
						ϵ = + 0 .573
						ω_1 = — 1″.357

(1) Vedi N. Jadanza, *Geodesia*, 1905.

2° Triangolo S. Giorgio-Musinè-Superga.

S. Giorgio	(7)	106° 53′ 12″.236	67° 17′ 53″.536
	(5)	39 35 18 .700	
Musinè . .	(4)	83 58 22 .800 (dat.)	83 58 22 .800
	(2)	00 00 00 .000	
Superga .	(9)	000 00 00 .000 (dat.)	28 43 43 .220
	(8)	331 16 16 .780	
			179° 59′ 59″.556
			ϵ = + 0 .815
			ω_2 = + 1″.259

3° Triangolo G. Geodesia-Musinè-Bric-Vay.

G. Geodesia	(16)	341° 50′ 23″.447	135° 12′ 59″.118
	(15)	206 37 24 .329	
Musinè . .	(3)	270 43 25 .044	21 46 21 .207
	(1)	248 56 63 .837	
Bric Vay .	(13)	342 48 33 .044	33 00 38 .690
	(12)	319 47 54 .354	
			179° 59′ 59″.015
			ϵ = + 0 .222
			ω_3' = + 1″.207

4° Triangolo G. Geodesia-S. Giorgio-Musinè

Stazione	Direzione	Lettura	Angolo
G. Geodesia	(15)	206° 37′ 24″.329	37° 51′ 02″.938
	(14)	168 46 21 .391	
S. Giorgio	(6)	104 16 14 .833	64 40 56 .133
	(5)	39 35 18 .700	
Musinè . .	(4)	348 11 30 .219	77 28 05 .175
	(3)	270 43 25 .044	
			180° 00′ 04″.246
			$\epsilon = + 0.024$
			$\omega_4 = - 4''.222$

Calcolo di compensazione.

Il punto Gabinetto di Geodesia venne collegato alla rete geodetica dell'I. G. M. mediante 2 coppie di triangoli. Dai due triangoli Bric Vay-Superga-Musinè e S. Giorgio-Musinè-Superga aventi il lato comune noto Musinè-Superga, si ricavarono i lati Musinè-Bric Vay e Musinè-S. Giorgio. Il primo servì al calcolo del triangolo Gab. Geodesia-Musinè-Bric Vay, il secondo al calcolo del triangolo Gab. Geodesia-S. Giorgio-Musinè.

Il calcolo di compensazione venne instituito e sviluppato come segue (per l'indicazione delle rispettive lettere veggasi la figura annessa; le correzioni hanno l'indice corrispondente alla direzione segnata in figura):

Equazioni angolari

1° triangolo: $v_{13} + v_{10} + v_2 - v_{11} - v_9 - v_1 = \omega_1$

2° „ $v_7 + v_4 + v_9 - v_5 - v_2 - v_8 = \omega_2$

3° „ $v_{16} + v_3 + v_{13} - v_{15} - v_1 - v_{12} = \omega_3$

4° „ $v_6 + v_4 + v_{15} - v_5 - v_3 - v_{14} = \omega_4$

Equazione laterale

$$\frac{\operatorname{sen}[(9)-(8)]\operatorname{sen}[(6)-(5)]\operatorname{sen}[(13)-(11)]\operatorname{sen}[(16)-(15)]}{\operatorname{sen}[(7)-(5)]\operatorname{sen}[(15)-(14)]\operatorname{sen}[(10)-(9)]\operatorname{sen}[(13)-(12)]}=1$$

ovvero

$$\begin{aligned} d_{7-5}\,v_7 - d_{7-5}\,v_5 + d_{15-14}\,v_{15} - d_{15-14}\,v_{14} + d_{10-9}\,v_{10} - d_{10-9}\,v_9 \\ + d_{13-12}\,v_{13} - d_{13-12}\,v_{12} + d_{9-8}\,v_8 - d_{9-8}\,v_9 \\ + d_{6-5}\,v_5 - d_{6-5}\,v_6 + d_{13-11}\,v_{11} - d_{13-11}\,v_{13} \\ + d_{16-15}\,v_{15} - d_{16-15}\,v_{16} + \Delta = 0 \end{aligned}$$

ove si è posto

$$\begin{aligned} \Delta = [\log\operatorname{sen}[(10)-(9)] + \log\operatorname{sen}[(7)-(5)] + \log\operatorname{sen}[(13)-(12)] \\ + \log\operatorname{sen}[(15)-(14)] - \log\operatorname{sen}[(9)-(8)] \\ - \log\operatorname{sen}[(6)-(5)] - \log\operatorname{sen}[(13)-(11)] \\ - \log\operatorname{sen}[(16)-(15)]. \end{aligned}$$

Equazioni correlate

Seguendo i procedimenti noti ed indicando con I, II, III, IV e V i correlativi si trovano le seguenti equazioni correlate:

$$\begin{aligned}
v_1 &= + \mathrm{I} + \mathrm{III} \\
v_2 &= - \mathrm{I} + \mathrm{II} \\
v_3 &= - \mathrm{III} + \mathrm{IV} \\
v_4 &= - \mathrm{II} - \mathrm{IV} \\
v_5 &= + \mathrm{II} + \mathrm{IV} + (d_{7-5} - d_{6-5})\,\mathrm{V} \\
v_6 &= - \mathrm{IV} + d_{6-5}\,\mathrm{V} \\
v_7 &= - \mathrm{II} - d_{7-5}\,\mathrm{V} \\
v_8 &= + \mathrm{II} - d_{9-8}\,\mathrm{V} \\
v_9 &= + \mathrm{I} - \mathrm{II} + (d_{10-9} + d_{9-8})\,\mathrm{V} \\
v_{10} &= - \mathrm{I} - d_{10-9}\,\mathrm{V} \\
v_{11} &= + \mathrm{I} - d_{13-11}\,\mathrm{V} \\
v_{12} &= + \mathrm{III} + d_{13-12}\,\mathrm{V} \\
v_{13} &= - \mathrm{I} - \mathrm{III} - (d_{13-12} - d_{13-11})\,\mathrm{V} \\
v_{14} &= + \mathrm{IV} + d_{15-14}\,\mathrm{V} \\
v_{15} &= + \mathrm{III} - \mathrm{IV} - (d_{15-14} + d_{16-15})\,\mathrm{V} \\
v_{16} &= - \mathrm{III} + d_{16-15}\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

Equazioni normali

Sostituendo questi valori delle correzioni nelle equazioni di condizione, e ponendo per brevità:

$$
\begin{aligned}
a &= -[2d_{10-9} + d_{9-8} - 2d_{13-11} + d_{13-12}] \\
b &= -[2d_{7-5} - d_{6-5} - 2d_{9-8} - d_{10-9}] \\
c &= -[2d_{13-12} - d_{13-11} - d_{15-14} - 2d_{16-15}] \\
d &= -[d_{7-5} - 2d_{6-5} - 2d_{15-14} + d_{16-15}] \\
e &= -[(d_{7-5} - d_{6-5})^2 + d_{6-5}^2 + d_{7-5}^2 + d_{9-8}^2 + (d_{10-9} + d_{9-8})^2 \\
&\quad + d_{10-9}^2 + d_{13-11}^2 + d_{13-12}^2 + (d_{13-12} - d_{13-11})^2 \\
&\quad + d_{15-14}^2 + (d_{15-14} + d_{16-15})^2 + d_{16-15}^2]
\end{aligned}
$$

si hanno le seguenti equazioni normali:

$$
\begin{aligned}
-6\,\mathrm{I} + 2\,\mathrm{II} - 2\,\mathrm{III} + 0\,\mathrm{IV} + a\,\mathrm{V} &= \omega_1 \\
+2\,\mathrm{I} - 6\,\mathrm{II} - 0\,\mathrm{III} - 2\,\mathrm{IV} + b\,\mathrm{V} &= \omega_2 \\
-2\,\mathrm{I} + 0\,\mathrm{II} - 6\,\mathrm{III} + 2\,\mathrm{IV} + c\,\mathrm{V} &= \omega_3 \\
+0\,\mathrm{I} - 2\,\mathrm{II} + 2\,\mathrm{III} - 6\,\mathrm{IV} + d\,\mathrm{V} &= \omega_4 \\
+a\,\mathrm{I} + b\,\mathrm{II} + c\,\mathrm{III} + d\,\mathrm{IV} + e\,\mathrm{V} &= -\Delta
\end{aligned}
$$

queste equazioni risolte, quando per brevità si ponga:

$$
\begin{aligned}
A &= \omega_1 - a\mathrm{V} \\
B &= \omega_2 - b\mathrm{V} \\
C &= \omega_3 - c\mathrm{V} \\
D &= \omega_4 - d\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

dànno:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{I} &= \frac{-7A - 3B + 3C + 2D}{30} \\
\mathrm{II} &= \frac{-3A - 7B - 2C + 3D}{30} \\
\mathrm{III} &= \frac{+3A + 2B - 7C - 3D}{30} \\
\mathrm{IV} &= \frac{+2A + 3B - 3C - 7D}{30}
\end{aligned}
$$

sostituendo questi valori nell'espressione della V si ottiene:

$$V = \frac{30\Delta + m\omega_1 + n\omega_2 + p\omega_3 + q\omega_4}{am + bn + cp + dq - 30e}$$

ove si è posto:

$$\begin{aligned} m &= -7a - 3b + 3c + 2d \\ n &= -3a - 7b + 2c + 3d \\ p &= +3a + 2b - 7c - 3d \\ q &= +2a + 3b - 3c - 7d \end{aligned}$$

Valori numerici.

a) Calcolo di Δ.

log sen [(10) — (9)]	= 9.8672609	δ_{10-9}	= — 19.4
log sen [(7) — (5)]	= 9.9649786	δ_{3-5}	= + 8.8
log sen [(13) — (12)]	= 9.5920698	δ_{13-12}	= + 49.6
log sen [(15) — (14)]	= 9.7878907	δ_{15-14}	= + 27.1
	9.2122000		

log sen [(9) — (8)]	= 9.6818405	δ_{9-8}	= + 38.4
log sen [(6) — (5)]	= 9.9561433	δ_{6-5}	= + 10.0
log sen [(13) — (11)]	= 9.7263813	δ_{13-11}	= + 33.5
log sen [(16) — (15)]	= 9.8478384	δ_{16-15}	= — 21.2
	9.2122035		
	9.2122000		

$\Delta =$ — 35

b) Calcolo di *a*, *b*, *c*, *d*.

Sostituendo i valori numerici trovati si ha:

$$\begin{aligned} a &= + \quad 17.8 \\ b &= + \quad 49.8 \\ c &= - \quad 81.0 \\ d &= - \quad 21.8 \\ e &= - 7451.8 \end{aligned}$$

c) Calcolo di m, n, p, q.

$$m = -560.6$$
$$n = -629.4$$
$$p = +785.4$$
$$q = +580.6$$

con questi valori si ricava:

$$\mathrm{V} = -0.4334$$
$$\mathrm{IV} = -1.0201$$
$$\mathrm{III} = +0.7380$$
$$\mathrm{II} = +1.3798$$
$$\mathrm{I} = -0.0248$$

e quindi:

$v_1 = +0.3046$	$v_9 = +0.1355$
$v_2 = -0.5867$	$v_{10} = +0.0477$
$v_3 = +0.6418$	$v_{11} = +0.3974$
$v_4 = -0.3597$	$v_{12} = -0.4921$
$v_5 = +0.3895$	$v_{13} = +0.0947$
$v_6 = -1.6279$	$v_{14} = +0.7077$
$v_7 = +1.2383$	$v_{15} = -0.4955$
$v_8 = -0.0678$	$v_{16} = -0.2122$

Direzioni compensate.

(1)	248°	56′	64″.142		(9)	360°	00′	00″.135
(2)	264	13	06 .832		(10)	132	33	11 .572
(3)	270	43	25 .686		(11)	310	37	46 .719
(4)	348	11	29 .859		(12)	319	47	53 .862
(5)	39	35	19 .089		(13)	342	48	33 .139
(6)	104	16	13 .205		(14)	168	46	22 .099
(7)	106	53	13 .474		(15)	206	37	23 .834
(8)	331	16	16 .612		(16)	341	50	23 .235

Verifiche delle equazioni di condizione.

1° triangolo:

Bric Vay	32°	10′	46″	.426
Superga	132	33	11	.437
Musinè	15	16	02	.710
	180	00	00	.573
ε =			0	.573
			0	.000

2° triangolo:

S. Giorgio . . .	67°	17′	54″	.385
Musinè	83	58	23	.007
Superga	28	43	43	.423
	180	00	00	.815
ε =			0	.815
	180	00	00	.000

3° triangolo:

G. Geodesia . . .	135°	12′	59″	.408
Musinè	21	46	21	.544
Bric Vay	23	00	39	.277
	180	00	00	.222
ε =			0	.222
	180	00	00	.000

4° triangolo:

G. Geodesia . . .	37°	51′	01″	.735
S. Giorgio . . .	64	40	54	.116
Musinè	77	28	04	.173
	180	00	00	.024
ε =			0	.024
	180	00	00	.000

log sen [(10) — (9)] = 9.8672612
log sen [(7) — (5)] = 9.9649793
log sen [(13) — (12)] = 9.5920728
log sen [(15) — (14)] = 9.7878875

9.2122008

log log sen [(9) — (8)] = 9.6818402
log log sen [(6) — (5)] = 9.9561425
log log sen [(13) — (11)] = 9.7263803
log log sen [(16) — (15)] = 0.8478378

9.2122008
9.2122008

$\Delta =$ 0

Calcolo dei triangoli rettilinei aventi i medesimi lati dei triangoli sferoidici.

1° triangolo: Bric Vay-Superga-Musinè. Lato noto Musinè-Superga = m. 24909.70 (1).

	Angoli	Log. seni	Log. lati	Lati
B. V.	32° 10′ 46″.235	9.7263798	4.3963685 0.2736202 9.8672616	24909.70
Su.	132 33 11 .246	9.8672616	4.5372503 0.1327384 9.4204898	34454.84
M.	15 16 03 .519	9.4204898	4.0904785	12316.25

(1) Cfr. R. Commissione Geodetica Italiana, *Elementi della rete geodetica fondamentale a nord del Parallelo di Roma*. Firenze, 1908.

2° triangolo: S. Giorgio-Musinè-Superga.

	Angoli	Log. seni	Log. lati	Lati
S. G.	67° 17′ 54″.113	9.9649790	4.3963685	24909.70
			0.0350210	
			9.4975928	
M.	83 58 22 .735	9.9475928	4.4289823	26852.38
			0.0024072	
			9.6818399	
Su.	28 43 43 .151	9.6818399	4.1132294	12978.65

3° triangolo: G. Geodesia-Musinè-Bric Vay.

	Angoli	Log. seni	Log. lati	
G. G.	135° 12′ 59″.327	9.8478379	4.5372503	34454.84
			0.1521621	
			9.5692853	
M.	21 46 21 .470	9.5692853	4.2586977	18142.52
			0.4307147	
			4.5920724	
B. V.	23 00 39 .203	9.5920724	4.2814848	19119.86

4° triangolo: G. Geodesia-S. Giorgio-Musinè.

	Angoli	Log. seni	Log. lati	
G. G.	37° 51′ 01″.727	9.7878875	4.1132294	12978.65
			0.2121125	
			9.9561425	
S. G.	64 40 54 .108	9.9561425	4.2814844	19119.85
			0.0438575	
			9.9895224	
M.	77 28 04 .165	9.9895224	4.3148643	20647.35

Calcolo dell'error medio del lato G. Geodesia-Musinè.

Si ha (indicando con D tale distanza e con B il lato noto Musinè-Superga):

$$D = \frac{B \operatorname{sen}[(9)-(8)] \operatorname{sen}[(6)-(5)]}{\operatorname{sen}[(15)-(14)] \operatorname{sen}[(7)-(5)]}$$

$$\begin{aligned}\log D = \log B &+ \log \operatorname{sen}[(9)-(8)] + d_{9-8}\,v_9 - d_{9-8}\,v_8 + \\ &+ \log \operatorname{sen}[(6)-(5)] + d_{6-5}\,v_6 - d_{6-5}\,v_5 - \\ &- \log \operatorname{sen}[(15)-(14)] + d_{15-14}\,v_{15} - d_{15-14}\,v_{14} + \\ &+ \log \operatorname{sen}[(7)-(5)] + d_{7-5}\,v_7 - d_{7-5}\,v_5];\end{aligned}$$

ponendo:

$$\begin{aligned}U_0 = \log B + \log \operatorname{sen}[(9)-(8)] &+ \log \operatorname{sen}[(6)-(5)] - \\ - \log \operatorname{sen}[(15)-(14)] &- \log \operatorname{sen}[(7)-(5)]\end{aligned}$$

si ha:

$$\begin{aligned}U = U_0 + d_{9-8}\,v_9 - d_{9-8}\,v_8 &+ d_{6-5}\,v_6 - d_{6-5}\,v_5 - \\ - d_{15-14}\,v_{15} + d_{15-14}\,v_{14} &- d_{7-5}\,v_7 + d_{7-5}\,v_5;\end{aligned}$$

in questa espressione non figurano tutte le correzioni v, per cui si aggiungeranno a questa le equazioni di condizione moltiplicate per le indeterminate $k_1\ k_2\ k_3\ k_4\ k_5$ e si otterrà:

$$\begin{aligned}U = U_0 + d_{9-8}\,v_9 - d_{9-8}\,v_8 + d_{6-5}\,v_6 - d_{6-5}\,v_5 - d_{15-14}\,v_{15} + \\ + d_{15-14}\,v_{14} - d_{7-5}\,v_7 + d_{7-5}\,v_5 + \\ + k_1[v_{13} + v_{10} + v_2 - v_{11} - v_9 - v_1 - \omega_1] + \\ + k_2[v_7 + v_4 + v_9 - v_5 - v_2 - v_8 - \omega_2] + \\ + k_3[v_{16} + v_3 + v_{13} - v_{15} - v_1 - v_{12} - \omega_3] + \\ + k_4[v_6 + v_4 + v_{15} - v_5 - v_3 - v_{14} - \omega_4] + \\ + k_5[d_{7-5}\,v_7 - d_{7-5}\,v_5 + d_{15-14}\,v_{15} - d_{15-14}\,v_{14} + \\ + d_{10-9}\,v_{10} - d_{10-9}\,v_9 + d_{13-12}\,v_{13} - d_{13-12}\,v_{12} + \\ + d_{9-8}\,v_8 - d_{9-8}\,v_9 + d_{6-5}\,v_6 + d_{13-11}\,v_{11} - \\ - d_{13-11}\,v_{13} + d_{18-15}\,v_{15} - d_{18-15}\,v_{16} + \Delta];\end{aligned}$$

ponendo

$$U_0' = U_0 + [-k_1\omega_1 - k_2\omega_2 - k_3\omega_3 - k_4\omega_4 + k_5\Delta]$$

si ha:

$$U = U_0' + [-k_1 - k_3]\,v_1 + [k_1 - k_2]\,v_2 +$$
$$+ [k_3 - k_4]\,v_3 + [k_2 + k_4]\,v_4 +$$
$$+ [-k_2 - k_4 + (k_5 - 1)\,d_{6-5} - (k_5 - 1)\,d_{7-5}]\,v_5 +$$
$$+ [+ k_4 - (k_5 - 1)\,d_{6-5}]\,v_6 + [k_2 + (k_5 - 1)\,d_{7-5}]\,v_7 +$$
$$+ [-k_2 + (k_5 - 1)\,d_{9-8}]\,v_8 +$$
$$+ [-k_1 + k_2 - k_5\,d_{10-9} - (k_5 - 1)\,d_{9-8}]\,v_9 +$$
$$+ [k_1 + k_5\,d_{10-9}]\,v_{10} + [-k_1 - k_5\,d_{13-11}]\,v_{11} +$$
$$+ [-k_3 - k_5 d_{13-12}]v_{12} + [k_1 + k_3 + k_5(d_{13-12} - d_{13-11})]v_{13} +$$
$$+ [-k_4 - (k_5 - 1)\,d_{15-14}]\,v_{14} +$$
$$+ [-k_3 + k_4 + (k_5 - 1)\,d_{15-14} + k_5\,d_{16-15}]\,v_{15} +$$
$$+ [k_3 - k_{15}\,d_{16-15}]\,v_{16}\,.$$

L'error medio M_u sarà dato da

$$M_u^2 = m^2\,[-k_1 - k_3]^2 + [k_1 - k_2]^2 + [k_3 - k_4]^2 + [k_2 + k_4]^2 +$$
$$+ [(k_5 - 1)\,d_{6-5} - (k_5 - 1)\,d_{7-5} - k_2 - k_4]^2 +$$
$$+ [-(k_5 - 1)\,d_{6-5} + k_4]^2 + [k_2 + (k_5 - 1)\,d_{7-5}]^2 +$$
$$+ [-k_2 + (k_5 - 1)\,d_{9-8}]^2 +$$
$$+ [-k_1 + k_2 + k_5\,d_{10-9} - (k_5 - 1)\,d_{9-8}]^2 +$$
$$+ [k_1 + k_5\,d_{10-9}]^2 + [-k_1 + k_5\,d_{13-11}]^2 +$$
$$+ [-k_3 - k_5\,d_{13-12}]^2 + [k_1 + k_3 + k_5(d_{13-12} - d_{13-11})]^2 +$$
$$+ [-k_4 - (k_5 - 1)\,d_{15-14}]^2 +$$
$$+ [-k_3 + (k_5 - 1)\,d_{15-14} + k_4 + k_5\,d_{16-15}]^2 +$$
$$+ [k_3 - k_5\,d_{16-15}]^2$$

ove sia $$m = \sqrt{\frac{[vv]}{r}}\,.$$

Le quantità indeterminate $k_1\ k_2\ k_3\ k_4\ k_5$ si determinano in modo che M_u^2 sia minimo e quindi le sue cinque derivate rispetto ad esse siano nulle.

Equazioni di trasporto.

$$\frac{\partial M_u^2}{\partial k_1} = -4k_1 - 2k_2 + 2k_3 + k_5\,[d_{10-9} + d_{9-8} + d_{10-9} -$$
$$- d_{13-11} + d_{13-12} - d_{13-11}] - d_{9-8} = 0\,.$$

$$\frac{\partial M_u^2}{\partial k_2} = -2k_1 + 6k_2 + 2k_4 + k_5\,[d_{7-5} - d_{6-5} + d_{7-5} -$$
$$- 2d_{9-8} - d_{10-9}] + d_{6-5} - 2d_{7-5} + 2d_{9-8} = 0\,.$$

$$\frac{\partial M_u^2}{\partial k_3} = +2k_1 + 4k_3 + k_5\,[2d_{13-12} - d_{13-11} - d_{15-14}] -$$
$$- d_{15-14} = 0\,.$$

$$\frac{\partial M_u^2}{\partial k_4} = -2k_3 + 6k_4 + k_1 + k_2 + k_5 [d_{7-5} - 2d_{6-5} + + 2d_{15-14} + d_{16-15}] + d_{6-5} - d_{7-5} - 2d_{15-14} = 0 .$$

$$\frac{\partial M_u^2}{\partial k_5} = + k_1 - k_2 + k_5 [2d_{6-5} + 2d_{9-8} + 2d_{10-9} + 2d_{13-12} + + 2d_{15-14} + 2d_{16-15}] - 2d_{6-5} - 2d_{9-8} - 2d_{15-14} = 0.$$

Sostituendo i valori numerici si ottengono le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}
+ 4k_1 - 2k_2 + 2k_3 + 0k_4 + \ \ 33.5\, k_5 &= + \ \ 38.4 \\
- 2k_1 + 6k_2 + 0k_3 + 2k_4 - \ \ 49.8\, k_5 &= - \ \ 30.8 \\
+ 2k_1 + 0k_2 + 4k_3 + 0k_4 + \ \ 38.6\, k_5 &= + \ \ 27.1 \\
+ \ k_1 + \ k_2 - 2k_3 + 6k_4 + \ \ 21.2\, k_5 &= + \ \ 53.0 \\
+ \ k_1 - \ k_2 + 0k_3 + 0k_4 + 168.6\, k_5 &= + 151.0
\end{aligned}$$

le quali risolte dànno i seguenti valori:

$$\begin{aligned}
k_1 &= - 0.968 \\
k_2 &= + 1.458 \\
k_3 &= + 7.351 \\
k_4 &= + 1.916 \\
k_5 &= + 0.910
\end{aligned}$$

Con questi valori si ottengono successivamente:

$[- k_1 - k_3]^2$	=	41.3449
$[k_1 - k_2]^2$	=	5.6644
$[k_3 - k_4]^2$	=	29.4849
$[k_2 + k_4]^2$	=	11.3569
$[(k_5 - 1)(d_{6-5} - d_{7-5}) - k_2 - k_4]^2$ . .	=	12.1104
$[- (k_5 - 1)\, d_{6-5} + k_4]^2$	=	7.9524
$[k_2 + k_5 - 1)\, d_{7-5}]^2$	=	0.4489
$[- d_2 + (k_5 - 1)\, d_{9-8}]^2$	=	24.1081
$[- k_1 + k_2 + k_5\, d_{10-9} - (k_5 - 1)\, d_{9-8}]^2$.	=	168.3981
$[k_1 + k_3\, d_{10-9}]^2$	=	278.4226
$[- k_1 + k_5\, d_{13-11}]^2$	=	989.2912
$[- k_3 - k_5\, d_{13-12}]^2$	=	2754.9011
$[k_1 + k_3 + k_5\, (d_{13-12} - d_{13-11})]^2$	=	442.9292
$[- k_4 - (k_5 - 1)\, d_{15-14}]^2$	=	0.2735
$[- k_3 + (k_5 - 1)\, d_{15-14} + k_4 + k_5\, d_{16-15}]^2$	=	739.8400
$[k_3 - k_5\, d_{16-15}]^2$	=	709.8494
		6225.8760

$$\begin{aligned}
M_u^2 &= 6225.8760\ m^2 \\
M_u &= \ \ \ 78.904\ \ m.
\end{aligned}$$

Essendo:

$$m = \sqrt{\frac{[vv]}{r}} = 1.145$$

si avrà:

$$M_u = 80$$

espresso in unità della 7ª cifra decimale dei logaritmi.

L'error medio temibile relativo sul lato D sarà (dove M è il modulo):

$$\frac{dD}{D} = \frac{80}{M} = \frac{1}{56500}$$

ossia:

$$dD = 0^{m}.34.$$

Calcolo delle coordinate geografiche del punto Gab. Geodesia.

Non superando la distanza Musinè-G. Geodesia i 20 Km. ed essendo sufficiente l'approssimazione del centesimo di 1″ si sono adoperate le formole (1):

$$\varphi' - \varphi = \frac{s \cos z}{\rho \operatorname{sen} 1''} - \frac{(s \operatorname{sen} z)^2}{2\rho N \operatorname{sen} 1''} \operatorname{tag} \varphi$$

$$\theta' - \theta = \frac{s \operatorname{sen} z}{N \operatorname{sen} 1'' \cos \varphi'} .$$

Indicando con z l'azimut di G. Geodesia su Musinè e con z' l'azimut di Superga su Musinè si ha (2):

$$\begin{aligned} z' &= 98^\circ\ 23'\ 38''.04 \\ (3) - (2) &= 6\ \ \ 30\ \ \ 18\ .85 \\ \hline z &= 104^\circ\ 53'\ 56''.89 \end{aligned}$$

(1) Cfr. N. Jadanza, *Guida al calcolo delle coordinate.*

(2) Cfr. R. Commissione Geodetica italiana, *Elementi della rete geodetica fondamentale a nord del Parallelo di Roma*, Firenze, 1908.

si ha poi:

$$s = 19119.85 \qquad \log s = 4.2814844$$

$$\begin{array}{ll}
\log s & = 4.2814844 \\
\log \cos z & = 9.4101327\, n \\
\log \frac{\rho \operatorname{sen} 1''}{1} & = 8.5105036 \\
\hline
 & \ 2.2021207\, n \\
 & -\ \ 159''.265 \\
 & -\ \ \ \ 0\ .869 \\
\hline
\varphi' - \varphi & = -\ 160''.134
\end{array}
\qquad
\begin{array}{ll}
\log s & = 4.28148 \\
 & \ 4.28148 \\
\log \operatorname{sen} z & = 9.98515 \\
 & \ 9.98515 \\
\log \frac{1}{2\rho N \operatorname{sen} 1''} & = 1.40410 \\
\log \operatorname{tag} \varphi & = 0.00172 \\
\hline
 & \ 9.93908 \\
 & \ 0''.869
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
\log s & = 4.2814844 \\
\log \operatorname{sen} z & = 9.9851480 \\
\log \frac{1}{N \operatorname{sen} 1''} & = 8.5090530 \\
\log \cos \varphi' & = 0.1510386 \\
\hline
\log \theta' - \theta & = 2.9267240
\end{array}$$

$$\theta' - \theta = 14'04''.742$$

$$\begin{array}{llll}
\varphi' - \varphi = - & 0^\circ & 02' & 40''.134 \\
\varphi \quad = & 45 & 06 & 48\ .334 \\
\hline
\varphi' \quad = & 45^\circ & 04' & 08''.200
\end{array}
\qquad
\begin{array}{llll}
\theta' - \theta = & 0^\circ & 14' & 04''.795 \\
\theta \quad = - & 1 & 28 & 01\ .595 \\
\hline
\theta' \quad = - & 1^\circ & 13' & 56''.853
\end{array}$$

Come riassunto del presente lavoro si hanno i seguenti risultati:

a) Distanza:

Gab. Geodesia-S. Giorgio	m.	20.647,35
„ -Musinè	„	19.119,85
„ -Bric Vay	„	18.142,52

b) error medio del lato Musinè-Geodesia:

m. 0,34

c) coordinate geografiche del punto Gab. Geodesia:

$$\varphi = 45^\circ\, 04'\, 08''.200 \qquad \theta = 1^\circ\, 13'\, 56''.853.$$

Osservazioni intorno alla direzione degli errori di localizzazione negli spazi intercostali.

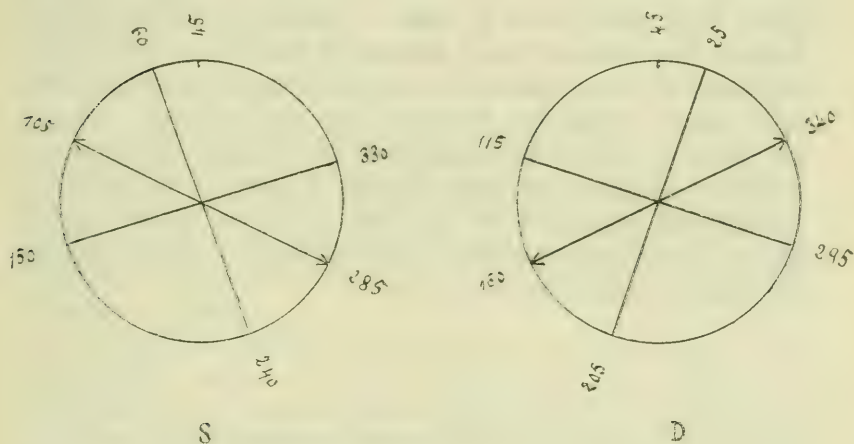
Nota del Dottor MARIO PONZO.

Nei miei studi sulla localizzazione delle sensazioni cutanee (1), uno dei fenomeni che più fermarono la mia attenzione, fu quello della grande costanza nella direzione degli errori in corrispondenza del V° spazio intercostale sinistro sulla linea ascellare media. Nessuno prima di me aveva, io credo, particolarmente studiata la direzione degli errori su tal regione e nemmeno su altre del tronco, ma le esperienze sulle localizzazioni erano state fatte in massima parte sugli arti. Se si pensa ora al grande interesse che si deve rivolgere a questi fenomeni, dovendosi certo riconoscere in essi i fondamenti delle nostre rappresentazioni spaziali più complesse, non parrà strano che io sia ritornato sull'argomento estendendo e modificando le esperienze per mettere fuori dubbio il fatto stesso.

Mantenni in questa ricerca, in generale, lo stesso metodo che nelle ricerche antecedenti. Le localizzazioni furono fatte secondo il metodo di Weber, nel quale il soggetto, ad occhi chiusi, cerca, tastando qua e là sulla parte con un bastoncino, di ritrovare il punto stimolato. Misurai la grandezza e la direzione degli errori servendomi del dermolocalimetro, apparecchio da me ideato (2), che permette di prendere con facilità e rapidità tali misure. Nelle tabelle che seguono ho però dato solo conto della direzione degli errori. Come direzione di ragguaglio venne mantenuta quella prossimale lungo l'asse verti-

(1) “ Memorie della R. Acc. delle Scienze di Torino „, Serie II, T. LX, p. 41 e T. LXI, p. 15.

(2) *Di un apparecchio per la determinazione facile e precisa della grandezza e della direzione degli errori di localizzazione nel campo delle sensazioni cutanee,* “ R. Accademia di Medicina di Torino „, 1911.

cale del tronco, che fu costantemente segnata dal grado 45 del disco graduato del mio apparecchio. Avendo io, come al solito, prese in considerazione quattro direzioni principali, ciascuna delle quali è espressa dai gradi di un intiero quadrante, la figura seguente dimostra come io abbia disposto in queste esperienze i quadranti nelle misure sugli spazi intercostali di sinistra (S) e di destra (D) del Prof. Kiesow, e in modo simile negli altri soggetti. Sulla parete antero-laterale del torace gli spazî intercostali corrono obliquamente dall'alto in basso e dall'indietro verso l'avanti e la loro direzione può essere espressa da un diametro del cerchio graduato colla stessa inclinazione.

Questo diametro è indicato nella figura dalla freccia a due punte. In basso e in avanti esso viene a cadere, per il lato sinistro, in corrispondenza del grado 285; in alto e indietro, in corrispondenza del grado 105. A destra invece alle due estremità del diametro inclinato corrispondono i gradi 160 e 340. Facendo di detto diametro, corrispondente alla direzione degli spazî intercostali, la linea bisettrice di due quadranti opposti, avremo che tali quadranti saranno compresi a sinistra tra i gradi 60-150 e 240-330; a destra invece tra i gradi 295-25 e 115-205. Gli errori che cadono in questi due quadranti sono quelli che per la loro direzione maggiormente si avvicinano alla direzione degli spazî intercostali; mentre gli errori che cadono

negli altri due quadranti sono quelli che maggiormente ne divergono.

Nelle tabelle I e II ho raccolto, secondo il criterio suddetto, i dati ottenuti, nei lavori antecedenti, nel V° spazio intercostale sinistro sulla linea ascellare media, e nei quali i quadranti erano stati diversamente disposti. In queste tabelle, come pure nelle successive, in testa alle colonne stanno segnati i gradi limitanti i singoli quadranti ed al di sotto ho trascritto il numero degli errori caduti in ciascuno di essi. I due primi quadranti indicati a sinistra corrispondono alla direzione degli spazî intercostali: sotto al primo è segnato il numero degli errori aventi una direzione verso l'alto e l'indietro; sotto al secondo quello degli errori verso il basso e l'avanti. Gli errori che cadono nei due quadranti presi insieme ci danno il numero totale degli errori la cui direzione si avvicina maggiormente a quella dello spazio intercostale. Sotto gli altri due quadranti, a destra dei primi, è segnato il numero degli errori nelle altre direzioni e la loro somma. Nell'ultima colonna a destra della tabella è riportato poi il numero di quei casi in cui non si ebbe nessun errore. Il numero totale delle localizzazioni nei singoli soggetti per ciascun campo sensoriale è di 50.

TAB. I. — *Direzione dello spazio intercostale* 105° ↘ 285°.

(Sogg. Prof. KIESOW).

	60°-150°	240°-330°	330°-60°	150°-240°	0
Sensazioni tattili	—	30	20	—	—
	30		20		—
Sensazioni dolorifiche	7	36	1	4	2
	43		5		2

TAB. II. — *Direzione dello spazio intercostale* 100° ↘ 280° (1).
(Sogg. M. PONZO).

	55°-145°	235°-325°	325°-55°	145°-235°	0
Sensazioni tattili	—	46	—	4	—
	46		4		—
Sensazioni dolorifiche	3	40	—	6	1
	43		6		1

Da queste tabelle appare chiaramente come si abbia la maggioranza degli errori appunto nei due quadranti corrispondenti alla direzione dello spazio intercostale: ciò vale per entrambe le qualità delle sensazioni cutanee investigate. Delle due direzioni lungo lo spazio intercostale la preferita è quella verso il basso e l'avanti.

A conferma dei fatti precedenti presi in esame alcune altre località sulla regione toracica sinistra. Usai come stimolo un sottile bastoncino di osso applicato all'estremità dell'estesiometro di Kiesow. La posizione del soggetto fu la stessa che nelle ricerche precedenti; essa si trova descritta nel primo lavoro citato. Scelto un punto tattile sulla regione da esaminarsi, questo veniva stimolato e localizzato 5 volte nella medesima seduta; nella seduta successiva ne veniva esaminato un secondo, e così di seguito. In totale in ogni regione si ebbero 50 localizzazioni per soggetto, di cui 5 per ogni singolo punto. Le esperienze furono fatte sul prof. Kiesow e sul sig. Chinaglia, allievo nel laboratorio. A lui e specialmente al prof. Kiesow, anche per gli aiuti ed i consigli, di cui egli non manca mai di soccorrere i suoi allievi durante le ricerche, esprimo qui i miei vivi ringraziamenti.

(1) La direzione dello spazio intercostale in P. essendo leggermente diversa che nel prof. Kiesow, anche i quadranti risultano di poco spostati. Lo stesso vale per le tabelle concernenti il soggetto sig. Chinaglia.

Tab. III. — *Direzione degli spazi intercostali* 105° ↘ 285°.
(Sogg. Prof. Kiesow).

	60°-150°	240°-330°	330°-60°	150°-240°	0
VI spazio interc. di sinistra sulla lin. mammillare	12	18	11	6	3
	30		17		3
VII spazio id. id. sulla lin. ascellare anter.	5	40	3	2	—
	45		5		—
VIII spazio id. id. sulla lin. ascellare media	3	43	—	3	1
	46		3		1

Tab. IV. — *Direzione degli spazi intercostali* 100° ↘ 280°.
(Sogg. sig. L. Chinaglia).

	55°-145°	235°-325°	325°-55°	145°-325°	0
VI spazio interc. di sinistra sulla lin. mammillare	17	24	7	2	—
	41		9		—
VII spazio id. id. sulla lin. ascellare anter.	10	28	5	4	3
	38		9		3
VIII spazio id. id. sulla lin. ascellare media	11	30	7	—	2
	41		7		2

Nelle tabelle III e IV, riassumenti le esperienze nelle diverse regioni, tornano a vedersi chiaramente i medesimi risultati delle prime e rendono certo il fatto della tendenza delle localizzazioni a disporsi secondo la direzione degli spazî intercostali.

Ad eliminare il dubbio che tale disposizione fosse in relazione col braccio localizzatore e colla posizione di questo rispetto alla parte stimolata, condussi una serie di altre esperienze, in alcune delle regioni di cui sopra, alternandole alle prime e facendo eseguire le *localizzazioni dalla mano sinistra*, anzichè dalla destra, come prima. Ma, da quanto risulta dalla tabella V, tale fattore non pare eserciti alcuna influenza notevole sulla direzione degli errori, i quali seguitano, in generale, a disporsi nello stesso modo.

Tab. V. — *Direzione degli spazi intercostali* 105° ↘ 285°.
(Sogg. Prof. Kiesow).

	60°-150°	240°-330°	330°-60°	150°-240°	0
VI spazio interc. di sinistra sulla lin. mammillare	2	41	4	3	—
	43		7		—
VII spazio id. id. sulla lin. ascellare anter.	3	40	3	4	—
	43		7		—

Continuando poi ancora a fare localizzare dai soggetti *colla mano sinistra*, scelsi per di più alcune regioni negli *spazî intercostali di destra*. Anche in questo caso gli errori cadono in numero predominante nei due quadranti corrispondenti alla direzione degli spazî intercostali esaminati. Nel prof. Kiesow si nota, però, da tal parte un predominio degli errori verso l'alto e verso l'indietro su quelli verso il basso e l'avanti, i quali predominavano invece, come si vede dalle tabelle precedenti, nelle altre regioni; continua la prevalenza di questi ultimi nel secondo soggetto.

TAB. VI. — *Direzione degli spazi intercostali* 340° ↘ 160°.
(Sogg. Prof. KIESOW).

	295°-25°	115°-205°	25°-115°	205°-295°	0
VI spazio interc. di destra sulla lin. mammillare	27	8	3	12	—
	35		15		—
VII spazio id. id. sulla lin. ascellare anter.	34	7	2	7	—
	41		9		—

TAB. VII. — *Direzione dello spazio intercostale* 345° ↘ 165°.
(Sogg. sig. L. CHINAGLIA).

	300°-30°	120°-210°	30°-120°	210°-300°	0
VII spazio interc. di destra sulla lin. ascell. anter.	13	23	6	5	3
	36		11		3

Se ora, dopo l'esposizione dei fatti, si tenta di risalire alle loro cause, non si può, di fronte alla costanza constatata, non pensare ad un probabile rapporto tra la direzione degli errori e quella dei nervi sensitivi che decorrono negli spazi intercostali medesimi e che mandano le loro terminazioni alla pelle della regione costale.

Sugli arti pure i nervi sensitivi sono obbligati a seguire l'asse dell'arto e colà parimenti vediamo il predominio degli errori in senso longitudinale, ma non è facile stabilire il rapporto tra i due fatti, perchè molteplici altri fattori possono influire sulla loro direzione. Così, questa potrebbe essere determinata, già di per sè, dalla forma allungata dell'arto, o, tra i fattori psicologici, dalla direzione dell'attenzione, dalle rappre-

sentazioni visive di certi rilievi anatomici, che sugli arti sono numerosi e ben visibili, ecc.

Negli spazî intercostali i tronchi nervosi sono disposti in una maniera molto semplice, per quanto, anche qui, uno stesso nervo si distribuisca alla pelle di diversi spazî ed ogni tratto di pelle sia innervato da varî nervi (1). In codeste regioni mancano inoltre in gran parte le condizioni complicanti che si hanno sugli arti, onde il rapporto si afferma più chiaramente e diventa necessario ammettere la relazione tra la direzione del nervo e quella in cui la sensazione viene localizzata.

Sul perchè di questa relazione potrà ancora discutersi, ma. in via di ipotesi, non sarebbe improbabile che ciò dipendesse da che processi associativi partecipino al fenomeno. Cioè, potrebbe darsi che sensazioni riprodotte, originariamente legate ad un eccitamento di terminazioni nervose appartenenti allo stesso nervo, si associno alla sensazione provocata dallo stimolo.

Delle due direzioni, distale e prossimale, possibili lungo l'asse del nervo, la preferita, in queste esperienze, è quasi sempre la distale, cioè, la direzione verso l'estremo periferico del nervo. Tuttavia nel prof. Kiesow a sinistra si è osservato un predominio degli errori in direzione verso l'alto e verso l'indietro nelle localizzazioni fatte colla mano sinistra; e ciò corrisponderebbe ad una direzione prossimale rispetto al nervo intercostale. Tale corrispondenza, però, non può affermarsi in via assoluta, fornendo i nervi intercostali i nervi perforanti, ciascuno dei quali si biforca a sua volta in due branche secondarie, una anteriore che decorre da dietro in avanti ed una posteriore che si volge invece all'indietro, cosicchè gli errori in direzione prossimale potrebbero anche essere in realtà in direzione distale rispetto a tale branca del nervo intercostale.

Gli errori in direzione distale stanno probabilmente anche in rapporto colla legge della proiezione eccentrica, per la quale, eccitando un punto qualsiasi di un nervo sensitivo con una certa intensità, la sensazione viene proiettata a quella parte del corpo

(1) A. Rauber, *Lehrb. d. Anat. d. Menschen*, VI Aufl., Bd. II, 1903, p. 590.

alla quale si distribuiscono i suoi rami periferici (1). Così, per es., esercitando una pressione sul nervo cubitale al gomito, si localizza una impressione di dolore o di formicolio sul lato mediale della mano.

Ammettendo poi i processi associativi antecedentemente accennati, si comprende che, qualora questi fattori secondari predominino per ciò che concerne il tratto di nervo situato più a valle, o in quello situato più a monte del punto stimolato, si abbia la possibilità dell'errore nella direzione distale, o in quella prossimale.

Siccome, però, nel maggior numero delle regioni del nostro corpo si ha una distribuzione dei tronchi nervosi più complessa che negli spazi intercostali, e la sovrapposizione di parecchi strati muscolari, anche per le sole condizioni anatomiche, diventano molto più complesse le cause delle direzioni degli errori. Così, per es., su molteplici altre parti del tronco, da me esaminate nello studio delle localizzazioni, forse per tal causa non può più osservarsi una chiara e non mutevole predominanza degli errori in una speciale direzione.

È mia intenzione di ritornare ancora sulle considerazioni qui esposte sotto forma di ipotesi preliminare, di portare in favore loro un ulteriore contributo di fatti e di trattenermi anche nella critica di altre teorie, poche del resto, esistenti sullo stesso argomento.

Istituto di Psicologia sperimentale della R. Università di Torino
(Fondaz. E. E. Pellegrini), diretto dal Prof. Kiesow.

---

(1) A. v. Haller, *Elementa physiologiae*, T. IV, Sectio VII, *Phaenomena vivi cerebri*, 1762, p. 296: " Ergo nervus quicunque compressus, quocunque " loco, modice quidem pressus dolorem facit singularem, vehementius vero " elisus sensum aufert ei parti corporis animalis, quam suis ramis adit ".

Di alcune osservazioni psicologiche fatte durante rappresentazioni cinematografiche.

Nota del Dott. MARIO PONZO.

Secondo il Wundt e la sua scuola il fattore principale della percezione del movimento di oggetti nei dischi stroboscopici e negli apparecchi analoghi sarebbe riposto nell'intervento di elementi di rappresentazioni visive riprodotte. Anche senza volere scendere in lizza per codesta teoria, non credo assolutamente si possa negare che processi associativi partecipino a questi fenomeni e completino l'impressione, manchevole spesso, della proiezione cinematografica. Difatti, come potrebbero acquistarsi così rapidamente le percezioni di distanza, di grandezza, di direzione e di velocità del movimento, senza il soccorso di elementi delle nostre esperienze antecedenti?

Non sempre questi processi associativi rimangono nello stesso campo delle sensazioni visive, ma spesso si svolgono anche tra campi sensoriali diversi; ed è su alcune di queste complicazioni che io ho raccolte le osservazioni qui riportate.

Le complicazioni in questione possono avere due origini. In un caso, il più frequente certo, le sensazioni associate alle visive non sono determinate da stimoli esterni, ma sono elementi psichici riprodotti. Così, al cadere di acque, al movimento di potenti macchine, allo scorrere delle ruote di una vettura sul selciato, non è insolito che si associ l'immagine acustica riprodotta degli stessi rumori. Sono, cioè, parti di molteplici rappresentazioni acustiche antecedentemente provate in connesso con rappresentazioni visive simili, che ci soccorrono in questo caso e rendono più completa l'impressione visiva, che è la sola effettivamente presente. Questi elementi riprodotti appartenenti ad altri campi sensoriali ed associantisi alle scene della vita portate dinnanzi a noi in immagini visive, sono esponenti non

piccoli dell'interesse suscitato dal cinematografo. A volte, per esempio, assistendo a codesti spettacoli, sentiamo in noi l'impulso ad applaudire. Tale impulso rimarrebbe inesplicabile se fossimo sempre ben consci, nel momento in cui esso sorge in noi, di trovarci di fronte ad una tela e non davanti agli avvenimenti che ci spingerebbero all'applauso.

È indubbio, però, che le fusioni di immagini visive reali con elementi riprodotti non possono mai raggiungere la chiarezza che osserviamo in associazioni tra elementi sensoriali dipendenti tutti da impressioni dirette. Così, per es., sono assai vivaci le fusioni fra impressioni acustiche provenienti dalla sala del cinematografo con le immagini proiettate sulla tela. Sono questi i casi che più ci sorprendono quando diventiamo consci dell'illusione stessa. L'illusione dipende in questa circostanza da un errore di localizzazione. Le impressioni sonore vengono riferite ad un luogo diverso dalla loro sede effettiva. In seguito a questo falso riferimento e all'associazione che si stabilisce colle immagini visive, ne sussegue di necessità anche un cambiamento nell'interpretazione delle cause che le determinano. Ciò rende spesso difficile, nell'analisi consecutiva del fenomeno, il compito di rintracciare la loro origine reale.

Non è insolito, per es., il caso in cui noi dobbiamo ricercare la causa di tali impressioni sonore fra i suoni prodotti dalla piccola orchestra che comunemente accompagna lo spettacolo. Mi ricordo che durante la proiezione di una pellicola rappresentante le pagode della Birmania, mentre due giovinetti battevano con delle corna su certe campane, io fui sorpreso dal fatto di notare, tratto tratto, non il loro suono, ma il tremito speciale che sussegue abitualmente al colpo del batacchio. Risalendo alla causa dell'illusione potei constatare che essa dipendeva da un'associazione dell'impressione visiva con alcune delle note più basse degli strumenti ad arco dell'orchestra.

Questi frammenti di rappresentazioni acustiche fuse con impressioni visive hanno per lo più il carattere di rumori. Un esempio della facilità con cui certi rumori possono essere riferiti alle scene svolgentisi sulla tela è il seguente: Il tema della proiezione cinematografica era una corsa in automobile nei dintorni di Rio de Janeiro. Durante questo spettacolo ebbi per un momento l' illusione, mentre l'automobile si avanzava velo-

cemente da un punto lontano della strada verso l'osservatore, di sentirne pulsare il motore. Subito dopo mi accorsi che ciò era determinato dal rumore di un ventilatore elettrico che agiva nella sala.

Parecchie volte mi accadde pure di sentire lo scroscio lontano dell'acqua di torrenti alpini e di cascate, e di riconoscere poi come causa di ciò o il rumore del ventilatore o quello prodotto dal proiettore cinematografico. Mi ricordo anzi di averne osservato un caso molto distinto dovuto a quest'ultimo motivo, insieme al prof. Kiesow, in una rappresentazione illustrante alcune valli della Savoia.

Quanto più brevi sono tali impressioni acustiche, tanto meno facilmente possiamo a tutta prima riconoscerne la vera causa e riferirle al luogo di provenienza, per il che tendiamo subito a fonderle in un'unica rappresentazione totale colle percezioni predominanti nella coscienza, che sono, nel caso del cinematografo, quelle visive. In una proiezione cinematografica, alla quale assistevo poco tempo fa, si rappresentava la scena del distacco di un figlio dalla madre: ora, mentre la madre appoggiava le sue labbra sulla fronte del figlio, uno del pubblico imitò il rumore del bacio, che fu da me perfettamente localizzato sulla tela, tanto pronta in questo caso era stata l'associazione tra le due rappresentazioni sensoriali.

Invece, quando intenzionalmente si cerca di fare associare interi decorsi rappresentativi nei due campi di sensazione, difficilmente si ottiene l'effetto voluto. A tutti sono noti i tentativi di accoppiare le rappresentazioni cinematografiche con quelle acustiche per mezzo del fonografo. Non so se l'avvenire serbi a questi tentativi un risultato più soddisfacente di quello avuto finora, per quanto io ne abbia potuto fare esperienza diretta. A parer mio, anche quando si possa ottenere una sincronicità perfetta nel funzionamento dei due apparecchi, cinematografo e fonografo, in modo da eliminare gli inconvenienti più grossolani, rimarrà sempre la difficoltà grande, e forse insormontabile, della diversa localizzazione del luogo di provenienza dei suoni da quello in cui localizziamo le impressioni visive, che impedirà la fusione perfetta nei due ordini di impressioni.

Un riempitivo estetico di molto maggiore valore è rappresentato dalla musica, che nei cinematografi italiani viene suo-

nata mentre sulla tela si svolgono i vari quadri; riempitivo, nel senso che, indipendentemente dal significato del pezzo eseguito, fa entrare in azione in questi spettacoli muti anche l'orecchio, per quanto le impressioni uditive rimangano sempre nella zona periferica e meno chiara del campo della coscienza. Ed è un'impressione assai penosa che si prova quando, per un motivo qualsiasi, s' interrompe la musica, o quando, essendovi abituati, essa manchi totalmente. Direi quasi che ci accorgiamo di più della mancanza che non della presenza dell'accompagnamento musicale.

A favorire le associazioni acustico-visive sono diretti gli artificî coi quali dietro la tela vengono imitati i rumori corrispondenti a quelli che abitualmente si accompagnano al movimento di certi oggetti, quali, per es., il rumore delle ruote delle vetture, ecc. Così, provai un'illusione perfetta dall'imitazione dello scroscio della pioggia accompagnante la visione di una scena dell'inferno dantesco e più precisamente di quella pioggia che tormenta i golosi nel terzo cerchio.

Se le associazioni tra rappresentazioni visive ed impressioni acustiche dirette sono le più facili ad osservarsi, non mancano però i casi in cui le prime si fondono con sensazioni di altri campi.

Nell'ultima osservazione citata dell'inferno dantesco, all'immagine visiva e a quella acustica sopradetta fu notata chiaramente da una persona vicina a me un'impressione di umidità e di freddo suscitata in lei dalla visione della scena. Questa impressione, così inconsapevolmente riferita alla rappresentazione visiva, era senza dubbio dovuta alle condizioni atmosferiche della sera (27 marzo 1911) che era piovosa e alla sala umida e fredda.

Assistendo nel mese di giugno dell'anno scorso in un cinematografo ad una gita di escursionisti torinesi a Tunisi, mia mamma, mentre sulla tela si svolgeva la corsa del piroscafo nel Mediterraneo e si vedevano le onde battere contro il bastimento, mi disse: “ Pare di sentire fresco a vedere quel bel mare „. Anche qui certamente l'impressione di fresco, attribuita alla vista delle onde del mare, non dipendeva unicamente da tal fatto, ma vi entrava a comporla la corrente d'aria proveniente dal ventilatore che stava appeso al soffitto e che, girando

attorno ad un asse verticale, ci rinfrescava di tanto in tanto, quando era volto dalla nostra parte.

Impressioni di tal genere rimarrebbero inosservate, se esse per mezzo appunto delle rappresentazioni visive non venissero poste maggiormente in evidenza.

Un esempio tipico di una complicazione delle sensazioni visive colle olfattive fu l'illusione a cui soggiacemmo contemporaneamente, ed indipendentemente l'uno dall'altro, il professore Kiesow ed io. La scena rappresentava una scuderia, nella quale veniva rimosso violentemente del fieno da una greppia. Il professore spontaneamente uscì a dirmi in quel momento: " Pare di sentire l'odore del fieno ". Egli preveniva così un'eguale esclamazione da parte mia. Oggettivamente vi era, come constatammo in seguito, un profumo nella sala, proveniente da una persona che era entrata poco prima e che si era seduta non lontana da noi. Non potemmo stabilire la qualità del profumo, ma potemmo insieme escludere assolutamente che si trattasse di quello del fieno. L'impressione visiva era stata tanto predominante in quel momento da fare associare ad essa un odore di natura diversa e proveniente da ben altro luogo.

Si può dire in generale che tutto il nostro complesso organismo sensoriale prende parte ad un decorso rappresentativo effettivamente ed unicamente legato ad un dato campo di sensazioni. Anche i fattori secondari che partecipano assai da lontano, nell'estremo limite del conscio, ad una rappresentazione visiva, giovano, associandosi ad essa, alla sua completa percezione. Mancando queste parti secondarie, l'illusione della realtà risulta meno perfetta.

Così, accade spesso di assistere a vedute cinematografiche prese da una locomotiva in movimento o dai finestrini del treno. Gli oggetti fotografati in questo caso si ingrandiscono rapidamente sulla tela; ciò noi interpretiamo come l'avvicinarsi degli oggetti stessi e subito anche riconosciamo che è la medesima impressione provata tante volte guardando ad un panorama da un treno in moto. Diverse cose, però, indeboliscono l'illusione, tra le quali, fino a un dato punto, l'imperfetta visione del rilievo e il fatto che, per l'esistenza di una certa luce nella sala, sono visibili i bordi oscuri limitanti la tela illuminata. Noi possiamo eliminare quasi completamente questi due

motivi di disturbo guardando monocularmente alla tela attraverso la mano foggiata a tubo in modo che l'occhio non veda più questi bordi. Procedendo così, l'illusione diventa più perfetta, ma manca ancora un fattore secondario, che le toglie una parte dell'efficacia e che è costituito da quelle sensazioni muscolari e tattili dovute alle scosse del treno, che accompagnano di solito la visione reale degli oggetti in tali condizioni.

Da notarsi infine è il curioso effetto inibitorio che ha su tutti questi fenomeni associativi, che si svolgono nel campo della coscienza, il fatto stesso di proporci di osservarli. Ogni qual volta mi recai al cinematografo col proposito deliberato di raccogliere dei nuovi dati intorno alle associazioni acustico-visive, non potei invece mai notarne alcuno. Perciò i fatti qui descritti sono stati osservati casualmente, quando, cioè, meno vi pensavo: una volta percepiti, io li potevo poi analizzare portando su di essi la mia attenzione.

Mi è parso degno di comunicare queste osservazioni, perchè, nel campo non ancora chiaro, per quanto studiato, delle associazioni, ogni contributo di un nuovo fatto o della maniera di osservarlo può significare un passo di più verso la decifrazione di questi processi psichici assai complicati.

Istituto di Psicologia sperimentale della R. Università di Torino
(Fondaz. E. E. Pellegrini), diretto dal Prof. Kiesow.

Sui movimenti bilaterali contemporanei e non contemporanei.

Nota del Dott. LUIGI BOTTI
Assistente volontario nel R. Istituto di Psicologia sperimentale
(Fondaz. E. E. Pellegrini), diretto dal Prof. F. Kiesow,
in Torino.

(Con una figura).

Scopo di questa nota è di far conoscere alcune ricerche sui movimenti bilaterali dell'uomo e sulla possibilità che essi si compiano o no contemporaneamente, per giungere a qualche conclusione in proposito.

Ricerche analoghe furono già intraprese da altri. Alcuni autori, in esperienze sui tempi di reazione, fecero reagire i soggetti ora con la mano destra ora con la sinistra: alcuni altri fecero compiere movimenti bilaterali intenzionalmente simultanei. Tutti, poi, verificarono una grande frequenza di errori commessi dai soggetti in un senso o nell'altro.

Richiamandosi all'Exner (1), il Buccola (2) conferma parecchi suoi risultati, e trova che il tempo di reazione della mano destra è quasi sempre più breve di 5 σ [1] fino a 10 σ di quello della mano sinistra, il che sarebbe per lui spiegabile col maggiore esercizio della mano destra in tutte le funzioni di movimento.

Il Külpe (3) raccolse i risultati di quattro tipi di reazione (muscolare, sensoriale, volontariamente preparata, volontariamente impreparata) con movimento simultaneo delle due mani; e trovò delle preferenze naturali dell'una o dell'altra mano, dipendenti in massima dalla diversa disposizione psicofisica e da casuale direzione dell'attenzione.

Il Wundt (4), citando il Külpe, dice che le sue esperienze non permettono di trarre conclusioni immediate sulla precedenza dell'una o dell'altra mano.

---

(1) $1\,\sigma = 0{,}001''$.

A. Herlitzka (5) reagì simultaneamente con le due mani, e sopra 556 valori ottenuti trovò una precedenza media di 14,24 σ dell'indice destro: questo fatto secondo lui dimostra che " esiste per i movimenti volontari un unico centro, in cui si forma l'impulso motorio, e che ha sede nell'emisfero sinistro ", donde quell'impulso viene diretto alle zone motrici dei due emisferi e di lì rispettivamente a ciascuno dei due organi reagenti: sicchè la via nervosa, che deve esser percorsa da quell'impulso, risulta più lunga per l'organo di sinistra che non per quello di destra.

Nel Laboratorio di Psicologia sperimentale di Torino, il prof. Kiesow incaricò il dott. Civalleri di fare eseguire delle reazioni strettamente muscolari, alternativamente con la mano destra e con la sinistra, a 4 soggetti destri e a 3 mancini. Pei primi 3 egli ottenne (su 1000 valori per ciascuno) precedenze dell'indice destro di 4,07 σ; 4,62 σ; 3,48 σ; pel quarto (su 500 valori) 3,11 σ di precedenza del destro; pei mancini (200 valori ciascuno) 8,97 σ; 2,98 σ; 3,20 σ di precedenza dell'indice sinistro. Questi risultati sono favorevoli alla ipotesi dell'esercizio sostenuta dal Buccola.

Il Kiesow (6), per la reazione sensoriale ad uno stimolo acustico, si valse egli stesso di ciascun dito delle due mani, ottenendo con ciascuno 50 valori. Per tutte le dita, meno che pei mignoli, trovò una precedenza nel movimento di quelle della mano destra. Il fatto inverso trovato pei mignoli è da lui posto in relazione con il lungo uso ed esercizio del suo mignolo sinistro nel suonare una volta il violino.

In un recente lavoro di Paul Salow (7) si parla, fra l'altro, del rapporto di movimenti simmetrici, contemporanei o isolati, e della loro coordinazione col relativo valore temporale. Il Salow riferisce poi alcuni risultati di Féré [1], cioè un allungamento della reazione nel movimento contemporaneo, e una preferenza della mano destra in confronto della sinistra: ricorda poi che Sinn [2] presuppone maggiore per la mano sinistra la capacità di movimenti automatici e per la destra quella dei motivati

[1] In " Rev. philos. ", vol. 28, p. 37, 1889.

[2] In " Monatschr. f. Psych. und Neur. ", Bd. 26, S. 234 ff., 321 ff., 430, etc.; 1909.

(" Motivbewegungen „), onde da principio la sinistra lavora nelle reazioni semplici con un *maximum* di esercizio, a cui la destra tende con maggiore difficoltà. L'esercizio è posto qui in rapporto con l'appercezione più che con la lunghezza delle vie nervose.

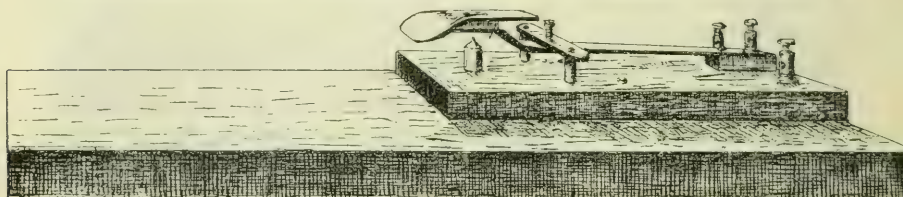
Dal rapido esame di questi risultati emerge che raramente la simultaneità effettiva nei movimenti bilaterali è raggiunta. Gli errori, intesi nel senso di precedenze, talora tendono a compensarsi, come appare dalle tabelle del Külpe, tal'altra sono presentati a preferenza da uno solo dei due organi reagenti (Buccola, Kiesow, Herlitzka, Civalleri, Féré, Sinn).

*
* *

Per suggerimento del prof. Kiesow ho ripreso queste ricerche. Colla speranza di giungere a risultati concludenti, decidemmo di ripeterle nelle condizioni già volute dagli altri autori, servendoci dei due metodi della reazione separata e successiva dei due organi, e della reazione simultanea dei medesimi. Una modificazione fu però da noi introdotta nella scelta degli organi reagenti: invece delle mani, facemmo reagire i piedi, i quali sono pure organi bilaterali motori, simmetricamente disposti a destra ed a sinistra dell'asse principale del nostro corpo.

In un primo gruppo di esperienze facemmo reagire l'uno e l'altro piede separatamente. Per questo modo si aveva il vantaggio di poter confrontare i tempi impiegati, senza che il soggetto si preoccupasse di abbinare due processi distinti rendendo volontariamente sincrona la esecuzione dei movimenti. Conformandoci alle esperienze di Civalleri, adottammo quindi il metodo della registrazione cronoscopica della reazione rigorosamente muscolare di ciascuno dei due piedi.

Il tasto di reazione (v. la figura qui annessa), ampio, slabbrato sul davanti, era posato sul suolo. Il soggetto sedeva comodamente su una sedia. Le mani pendevano inerti lungo i fianchi. Le ginocchia erano piegate e le gambe stavano in posizione pressochè verticale, tendendo però a portarsi in avanti con l'estremità inferiore. Ciò fu fatto perchè si osservò che, se le gambe stavano o rigidamente verticali o piegate all'indietro, troppo sforzo muscolare occorreva per sollevare la punta del piede, che ricadeva più

pesantemente a terra e veniva risollevata con maggior fatica. Invece, distendendo un po' più la gamba verso il davanti, si riusciva a far muovere il piede senza far partecipare che solo poco la gamba al movimento, e la punta del piede rimaneva più libera. Due condizioni si rendevano ancora necessarie, e ad esse fu provveduto. Dovevasi far sì che la coscia avesse un appoggio comodo che le risparmiasse contrazioni troppo faticose: poi era d'uopo che il piede si stancasse il meno possibile, giacchè, facendosi punto di leva il tallone, si aveva a sollevare consecutivamente un peso notevole. Per rimediare a inconvenienti di tal fatta, si pose sulla sedia, sotto alla coscia, sino quasi a sostenere il ginocchio, un sostegno, e sovra di esso un cuscino, su cui la coscia riposava completamente in posizione d'inerzia. Così rendevasi inutile un

secondo appoggio per la gamba. Il piede poggiava su una tavoletta orizzontale, su cui di poco sollevato giaceva nella parte anteriore il tasto. Per diminuire lo sforzo del sollevamento del piede, si poggiava quest'ultimo sul tasto non con la punta estrema ma all'altezza dei metatarsi, ossia con quella parte che eseguisce continuamente il massimo di pressione sul suolo e che è più vicina, che non la punta, al fulcro della leva. Il tasto veniva collocato di fronte al piede che doveva reagire. Il soggetto reagiva col piede privo di scarpa, per togliere motivi di complicazioni oggettive della reazione. Da principio le esperienze riuscirono un po' faticose, ma poi il soggetto si abituava facilmente. Il movimento di sollevamento fu usato per conservare costanti le condizioni, sotto le quali furono condotte le esperienze con le mani. Pei due piedi, separatamente, serviva il medesimo tasto. Lo stimolo era acustico e di media intensità. Le esperienze erano ordinate in serie di ca. 10. La reazione era quella muscolare. I soggetti furono due, B. e S. Trattandosi di reazioni col piede, va osservato che questi due soggetti sono buoni camminatori. Per ciascun soggetto furon presi 800 va-

lori. Nelle tabelle sono contenuti i valori medi (nelle tabelle indicati sotto: Media arit.) per ciascun centinaio, le relative variazioni medie (nelle tab. indicate sotto: Vm), la media e la variazione media generali.

Soggetto B.

Centinaia	Piede destro		Piede sinistro	
	Media arit.	Vm	Media arit.	Vm
1.	150,44 σ	11,825 σ	148,31 σ	12,405 σ
2.	142,69 „	10,817 „	141,55 „	12,300 „
3.	146,70 „	10,522 „	138,03 „	9,931 „
4.	145,69 „	10,395 „	136,55 „	8,841 „
5.	148,50 „	9,290 „	143,62 „	11,014 „
6.	155,55 „	11,434 „	154,23 „	10,368 „
7.	159,35 „	10,171 „	151,36 „	11,906 „
8.	156,76 „	14,100 „	151,93 „	12,040 „

Media generale.

Piede destro: Media arit. 150,710 σ; Vm 11,892 σ
„ sinistro: „ 145,698 „; „ 12,454 „

Soggetto S.

Centinaia	Piede destro		Piede sinistro	
	Media arit.	Vm	Media arit.	Vm
1.	146,83 σ	15,917 σ	148,76 σ	15,978 σ
2.	148,24 „	16,057 „	149,90 „	15,988 „
3.	145,22 „	16,878 „	139,72 „	13,607 „
4.	143,77 „	13,979 „	145,10 „	16,312 „
5.	147,28 „	16,959 „	145,85 „	14,422 „
6.	146,49 „	15,640 „	140,76 „	16,049 „
7.	146,64 „	16,765 „	139,93 „	16,736 „
8.	147,16 „	16,960 „	149,43 „	15,544 „

Media generale.

Piede destro: Media arit. 146,454 σ; Vm 16,204 σ
„ sinistro: „ 144,932 „; „ 15,775 „

Guardando ai risultati generali ottenuti in entrambi i soggetti, nel soggetto B. si nota, su 800 valori, un tempo medio pel piede destro di 150,71 σ, pel sinistro di 145,69 σ, con una differenza di 5,01 σ di precedenza del piede sinistro. Ciò che qui v'ha di notevole è adunque la precedenza del movimento del piede sinistro. — Nel soggetto S. la media generale di tutti gli 800 valori è di 146,45 σ pei tempi del piede destro, e di 144,93 σ per quelli del sinistro: la differenza tra l'un valore e l'altro è di 1,52 σ di precedenza media del piede sinistro. Anche qui, adunque, precedenza del piede sinistro, ma minore e con più forti oscillazioni. — In entrambi i soggetti risultano così precedenze medie, su 800 valori, del piede sinistro.

La condizione principale, dalla quale dipende questo fatto, deve con tutta probabilità ricercarsi nell'uso quasi generale, e più frequente nei camminatori, di iniziare la marcia col piede sinistro, la cui maggiore prontezza nel movimento di reazione ci sembra che dia ragione, più che alla ipotesi della varia lunghezza delle vie nervose, a quella dell'esercizio. Difatti militari, ginnasti, alpinisti, ecc. sogliono iniziar le marcie col piede sinistro, e questa preferenza è pure comune nella danza.

Veduto il comportarsi dei due piedi nella reazione muscolare separatamente in modo successivo, pensammo di stabilire alcune esperienze di abbassamento simultaneo dei piedi, per poterne paragonare i risultati con quelli precedenti. Pensammo inoltre di far reagire nel modo indicato, contemporaneamente non più soltanto due organi, le cui distanze dal centro motore differissero di una quantità minima, ma due tali che risultassero l'uno molto più lontano dell'altro da quel centro. Sorse perciò in noi il proposito di mettere direttamente a confronto le reazioni della mano con quelle del piede, organizzando combinazioni diverse d'una mano con un piede, per vedere se, variando ogni volta le condizioni di lunghezza delle vie nervose dal centro agli organi motori, si veniva a variare in modo analogo i tempi di quei movimenti, e sopratutto se il ritardo del movimento del piede in confronto di quello della mano tornava a manifestarsi in modo sufficiente e costante. Anche in questo caso, come in quello dell'abbassamento simultaneo dei due piedi, si rendeva

più necessario il metodo grafico, il quale permette di registrare agevolmente e in modo diretto più movimenti simultanei.

Nelle tabelle sono indicati prima i risultati dell'abbassamento dei piedi, poi quelli del sollevamento di una mano e di un piede, diversamente combinati ogni volta. I soggetti sono ancora due, B. e S. Per regolare la successione dei movimenti a intervalli eguali, si scelse il ritmo di un metronomo o anche il solo ritmo interno soggettivo. Nell'un caso e nell'altro l'intervallo tra due battute consecutive era eguale a ca. 1″.

Prima, però, di esporre i risultati, faremo alcune osservazioni sulla disposizione delle esperienze, e precisamente di quelle con combinazioni diverse e alternate di mano e piede. — Dei due tasti identici, uno era posato sul tavolo e serviva per la mano, l'altro sul suolo e doveva esser premuto dal piede. Le condizioni di appoggio e di posizione del piede e della mano erano tali che, il corpo giacendo immobile e senza alcun disagio, rimanevano solo libere di reagire le estremità in questione. Si temeva da principio che la coordinazione dei due movimenti riuscisse difficile; invece, col crescere dell'esercizio, essa divenne più facile. Dapprima, non essendo stabilito ancor bene internamente il ritmo cadenzato, si aveva notevole dissociazione di movimenti con tendenza al ritardo del piede. Il soggetto che di ciò si avvedeva, cercava di rimediarvi rafforzando l'impulso, accentuando l'onda ritmica e cercando di meglio regolare la preparazione alla coincidenza. Allora, mediante la fusione dei suoni dei due tasti, consecutivi ai movimenti, ed anche mediante la conscia coincidenza dei due impulsi e dell'inizio dei due movimenti, si stabiliva man mano un adattamento delle due funzioni allo scopo della simultaneità: la mano cercava di ritardare, mentre il piede tendeva ad accelerare, compensandosi così gli errori in un senso e nell'altro. L'attenzione mirava non soltanto alla preparazione simultanea dei movimenti, ma ancora alla simultaneità del loro periodo finale, mercè la rappresentazione dei movimenti delle estremità reagenti e l'attesa dell'istante della loro coincidenza, nel quale si deve accentuare l'onda ritmica e soddisfare la tensione dell'attenzione stessa. Quindi, oltre la volontà e l'intenzione soggettiva di compiere movimenti simultanei, l'accordo iniziale nell'impartire e ripartire gli impulsi si manteneva per tutto il decorso del pro-

cesso psico-fisico sino a tutto il movimento eseguito, ed anzi si rafforzava nell'istante della esecuzione della reazione motrice. Con ciò non intendiamo parlare di coincidenza effettiva, costante ed assoluta, ma solamente di tendenza generale e soggettiva, che si rivela in una specie di equilibrio nella distribuzione degli errori.

Quanto ai risultati delle tabelle per le combinazioni di mano e piede, essi riguardano combinazioni di mano e piede dello stesso lato (sinistro o destro) o di lati diversi (piede destro e mano sinistra, o piede sinistro e mano destra), tre serie per ciascuna specie di movimento, sia con ritmo soggettivo che col ritmo del metronomo (intervallo = ca. 1″).

Infine si aggiunsero 3 serie, per ciascun soggetto, di movimenti di mano e piede dello stesso lato (destro) con sollevamento e non più abbassamento dell'organo (in ambo i casi si utilizzava l'apertura del circuito elettrico nel tasto), perchè, essendo sorto in noi il dubbio che nell'abbassamento il piede pel suo maggior peso tendesse ad abbassarsi e quindi a reagire più presto, volevasi vedere se, eseguendo il movimento opposto più sfavorevole al piede che alla mano, si avessero risultati giustificanti quel dubbio.

Per quanto riguarda la giusta interpretazione delle tabelle, considerando le colonne verticali, in cui son distribuiti i valori, da sinistra verso destra, la prima contiene la data, la seconda la media dei valori di una serie (media calcolata sommando separatamente le precedenze del piede destro e del sinistro, poi sottraendo uno dall'altro i due totali trovati e dividendo la differenza pel numero dei valori; essa nelle tabelle è indicata con: Med. ar.); la colonna seguente contiene la variazione media corrispondente (nelle tab. indicata con Vm); segue una colonna in cui è data la media assoluta sull'esempio del Külpe, calcolata sommando insieme tutti i valori e dividendo il totale per il loro numero (essa è indicata nelle tab. con M in corsivo); poi è data la variazione media di questa media assoluta (nelle tab. indicata con Vm in corsivo); infine il numero delle esperienze per ciascuna serie. Il segno + indica precedenza dell'organo destro, e il — precedenza del sinistro. Nelle tabelle riassuntive generali la prima colonna a sinistra contiene l'indicazione delle esperienze col metronomo e col ritmo soggettivo, e l'ultima indica i soggetti.

I. **Abbassamento simultaneo dei due piedi.**

α) *Esperienze col ritmo del metronomo.*

Soggetto B.

Data	Med. ar.	Vm	*M*	*Vm*	*n*
17-1-1910	+4,22 σ	9,69 σ	12,59 σ	7,68 σ	22
id.	+1,96 „	19,08 „	17,12 „	14,27 „	25
id.	+3,53 „	14,01 „	17,23 „	10,71 „	26

Soggetto S.

Data	Med. ar.	Vm	*M*	*Vm*	*n*
19-1-1910	—2,54 „	28,68 „	31,00 „	20,36 „	22
id.	—12,88 „	20,53 „	31,28 „	15,29 „	25
id.	—10,45 „	16,88 „	22,87 „	17,59 „	24

β) *Esperienze col ritmo soggettivo.*

Soggetto B.

Data	Med. ar.	Vm	*M*	*Vm*	*n*
13-1-1910	+4,58 σ	19,00 σ	22,42 σ	14,59 σ	24
id.	—18,00 „	13,24 „	23,24 „	14,10 „	21
id.	+0,17 „	17,92 „	18,08 „	8,83 „	24

Soggetto S.

Data	Med. ar.	Vm	*M*	*Vm*	*n*
17-1-1910	—1,25 „	24,09 „	25,13 „	14,78 „	16
id.	—12,50 „	12,79 „	20,75 „	11,15 „	24
id.	—11,26 „	39,81 „	49,70 „	26,13 „	23

Tabella riassuntiva (*).

	SM	SVm	SM	SVm	n	Soggetto
Esperienze col metronomo	+3,24 σ	14,26 σ	15,65 σ	10,89 σ	73	B.
	—8,63 „	22,03 „	28,38 „	17,75 „	71	S.
Esper. con ritmo soggettivo	—4,42 „	16,72 „	21,25 „	12,51 „	69	B.
	—8,34 „	25,56 „	31,86 „	17,35 „	63	S.

II. Combinazioni di mano e piede nell'abbassamento simultaneo.

a) *Esperienze col ritmo del metronomo.*

1. *Abbassamento di piede destro e mano destra.*

Soggetto B.

Data	Preced.	Med. ar.	Vm	M	Vm	n
15-1-1910	mano	10,36 σ	12,53 σ	21,21 σ	12,13 σ	28
id.	mano	11,30 „	14,14 „	20,26 „	15,11 „	27
id.	piede	26,35 „	16,92 „	26,35 „	16,92 „	26
Soggetto S.						
19-1-1910	piede	12,31 „	11,67 „	17,54 „	12,16 „	26
id.	piede	18,77 „	12,08 „	21,15 „	12,09 „	26
id.	piede	17,03 „	10,36 „	22,56 „	10,55 „	30

(*) La lettera S sta ad indicare, nelle colonne dei valori, che si tratta di medie e variazioni medie generali, desunte dalle esperienze con metronomo e con ritmo soggettivo. — Le abbreviazioni: Med. ar. e Vm indicano la media e variazione media delle precedenze; M e Vm la media e variazione media assoluta; n il numero delle esperienze.

2. *Abbassamento di piede sinistro e mano sinistra.*

Soggetto B.

Data	Preced.	Med. ar.	Vm	*M*	*Vm*	*n*
15-1-1910	piede	7,20 σ	13,98 σ	18,48 σ	12,94 σ	25
id.	piede	16,30 „	16,84 „	29,33 „	12,84 „	27
id.	mano	14,07 „	11,40 „	20,71 „	10,28 „	28

Soggetto S.

Data	Preced.	Med. ar.	Vm	*M*	*Vm*	*n*
19-1-1910	mano	9,58 „	14,24 „	19,17 „	15,31 „	24
id.	piede	15,84 „	15,22 „	26,08 „	14,18 „	25
id.	mano	5,52 „	15,85 „	20,56 „	11,38 „	25

3. *Abbassamento di piede destro e mano sinistra.*

Soggetto B.

Data	Preced.	Med. ar.	Vm	*M*	*Vm*	*n*
15-1-1910	mano	4,64 σ	17,62 σ	21,68 σ	16,15 σ	25
id.	piede	9,09 „	14,58 „	20,30 „	13,10 „	23
id.	mano	13,45 „	11,46 „	19,09 „	11,57 „	22

Soggetto S.

Data	Preced.	Med. ar.	Vm	*M*	*Vm*	*n*
20-1-1910	mano	9,31 „	12,75 „	18,77 „	12,75 „	26
id.	piede	2,20 „	12,26 „	13,96 „	10,04 „	25
id.	mano	7,16 „	15,57 „	20,44 „	15,17 „	25

4. *Abbassamento di piede sinistro e mano destra.*

Soggetto B.

Data	Preced.	Med. ar.	Vm	*M*	*Vm*	*n*
15-1-1910	piede	9,79 σ	22,03 σ	28,46 σ	24,89 σ	24
id.	piede	9,38 „	15,90 „	22,62 „	13,28 „	26
id.	piede	5,91 „	8,53 „	13,22 „	10,13 „	23

Soggetto S.

Data	Preced.	Med. ar.	Vm	*M*	*Vm*	*n*
20-1-1910	piede	5,77 „	11,55 „	15,70 „	8,91 „	27
id.	piede	13,00 „	12,88 „	21,40 „	13,79 „	25
id.	piede	6,19 „	14,94 „	19,27 „	13,51 „	26

β) *Esperienze col ritmo soggettivo.*

1. *Abbassamento di piede destro e mano destra.*

Soggetto B.

Data	Preced.	Med. ar.	Vm	*M*	*Vm*	*n*
14-1-1910	mano	14,81 σ	14,39 σ	26,33 σ	11,68 σ	21
id.	mano	20,62 „	26,29 „	39,19 „	27,59 „	21
id.	mano	7,42 „	14,52 „	18,19 „	15,10 „	26

Soggetto S.

Data	Preced.	Med. ar.	Vm	*M*	*Vm*	*n*
17-1-1910	piede	2,36 „	19,84 „	20,36 „	12,56 „	25
id.	mano	4,88 „	14,37 „	18,32 „	10,44 „	25
id.	piede	4,04 „	16,97 „	20,13 „	12,82 „	23

2. *Abbassamento di piede sinistro e mano sinistra.*

Soggetto B.

Data	Preced.	Med. ar.	Vm	*M*	*Vm*	*n*
14-1-1910	mano	0,08 σ	28,77 σ	28,85 σ	19,53 σ	26
id.	piede	1,73 „	27,34 „	28,88 „	18,41 „	26
id.	mano	44,42 „	20,60 „	48,92 „	20,82 „	24

Soggetto S.

Data	Preced.	Med. ar.	Vm	*M*	*Vm*	*n*
17-1-1910	mano	6,36 „	17,74 „	22,76 „	14,33 „	25
id.	piede	0,25 „	15,43 „	15,67 „	8,36 „	24
id.	mano	3,22 „	10,76 „	13,39 „	7,24 „	23

3. *Abbassamento di piede destro e mano sinistra.*

Soggetto B.

Data	Preced.	Med. ar.	Vm	*M*	*Vm*	*n*
14-1-1910	piede	5,50 σ	16,73 σ	20,58 σ	17,25 σ	26
id.	mano	2,95 „	17,37 „	20,32 „	9,98 „	22
id.	mano	13,31 „	10,67 „	17,93 „	11,56 „	29

Soggetto S.

Data	Preced.	Med. ar.	Vm	*M*	*Vm*	*n*
19-1-1910	mano	14,92 „	11,44 „	18,42 „	11,25 „	24
id.	mano	20,29 „	15,14 „	22,04 „	15,73 „	24
id.	mano	23,43 „	9,95 „	23,43 „	9,95 „	21

4. *Abbassamento di piede sinistro e mano destra.*

Soggetto B.

Data	Preced.	Med. ar.	Vm	*M*	*Vm*	*n*
14-1-1910	piede	1,19 σ	14,85 σ	15,86 σ	11,27 σ	21
id.	mano	7,41 „	12,42 „	18,38 „	13,25 „	29
id.	piede	20,13 „	23,25 „	25,29 „	25,33 „	24
			Soggetto S.			
19-1-1910	piede	6,84 „	10,15 „	14,28 „	8,61 „	25
id.	piede	19,96 „	10,32 „	20,42 „	10,44 „	26
id.	piede	17,81 „	13,53 „	23,42 „	13,73 „	26

TABELLA RIASSUNTIVA.

α) *Esperienze col ritmo del metronomo.*

Preced.	SM ([1])	SVm	*SM*	*SVm*	*n*	Soggetto
		1. *Abbassamento di piede destro e mano destra.*				
piede	1,56 σ	14,53 σ	23,61 σ	14,72 σ	81	B.
piede	16,05 „	11,37 „	20,42 „	11,60 „	82	S.
		2. *Abbassamento di piede sinistro e mano sinistra.*				
piede	3,16 „	14,07 „	22,84 „	12,02 „	80	B.
piede	0,25 „	15,10 „	21,94 „	13,62 „	74	S.

([1]) M = Media aritmetica.

3. *Abbassamento di piede destro e mano sinistra.*

mano	3,00 „	14,55 „	20,35 „	13,61 „	70	B.
mano	4,76 „	13,53 „	17,72 „	12.65 „	76	S.

4. *Abbassamento di piede sinistro e mano destra.*

piede	8,36 „	15,49 „	21,43 „	16,10 „	73	B.
piede	8,32 „	13,12 „	18,79 „	12,07 „	78	S.

β) *Esperienze col ritmo soggettivo.*

Preced.	*SM*	*SVm*	*SM*	*SVm*	*n*	Soggetto
1. *Abbassamento di piede destro e mano destra.*						
mano	14,28 σ	18,40 σ	27,90 σ	18,12 σ	68	B.
piede	0,51 „	17,06 „	19,60 „	11,94 „	73	S.
2. *Abbassamento di piede sinistro e mano sinistra.*						
mano	14,26 „	25,57 „	35,55 „	19,59 „	76	B.
mano	3,11 „	14,64 „	17,27 „	9,98 „	72	S.
3. *Abbassamento di piede destro e mano sinistra.*						
mano	3,59 „	11,59 „	19,61 „	12,93 „	77	B.
mano	19,55 „	12,18 „	21,30 „	12,31 „	69	S.
4. *Abbassamento di piede sinistro e mano destra.*						
piede	4,64 „	16,84 „	19,84 „	16,62 „	74	B.
piede	14,87 „	11,33 „	19,37 „	10,93 „	77	S.

III. Sollevamento di piede destro e mano destra.

Esperienze col ritmo del metronomo.

Soggetto B.

Data	Preced.	Med. ar.	Vm.	*M*	*Vm*	*n*
21-1-1910	piede	19,57 σ	15,71 σ	23,14 σ	16,73 σ	28
id.	mano	32,25 „	22,00 „	34,68 „	22,40 „	28
id.	piede	10,89 „	12,42 „	19,98 „	11,70 „	27

Soggetto S.

Data	Preced.	Med. ar.	Vm.	*M*	*Vm*	*n*
21-1-1910	mano	10,14 „	13,76 „	22,29 „	10,26 „	28
id.	piede	9,92 „	13,93 „	18,23 „	13,86 „	26
id.	piede	9,61 „	13,39 „	21,68 „	11,49 „	28

Tabella riassuntiva.

Preced.	*S*M	*S*Vm	*SM*	*SVm*	*n*	Soggetto
mano	0,60 σ	16,71 σ	25,93 σ	16,94 σ	83	B.
piede	3,13 „	13,69 „	20,73 „	11,87 „	82	S.

Primo gruppo di risultati. — Nelle esperienze col ritmo del metronomo, il soggetto B. ha una piccola precedenza media (in 3 serie) del piede destro, molto grande la deviazione media assoluta dalla contemporaneità, una coincidenza sola, e alternati con frequenza i valori massimi e i minimi; il soggetto S. ha una precedenza media del piede sinistro abbastanza notevole, un forte squilibrio tra errore relativo ed assoluto cioè discontemporaneità accentuata e variamente distribuita, un errore massimo di 110 σ, e una sola coincidenza. — Le stesse esperienze con ritmo soggettivo diedero per risultato nel sog-

getto B. una precedenza del piede sinistro, che è di poco più che 4 σ, quindi non molto diversa dalla media ottenuta nelle reazioni muscolari separate di ciascuno dei due piedi: è però alta la Vm., grande la differenza tra errore medio assoluto e relativo; insomma frequenti sono gli errori, ma non pochi i compensi. Nel soggetto S. in questo caso si ha pure una precedenza media del piede sinistro di ca. 8 σ, con alta Vm. e alto errore medio assoluto. — Come risultato generale di questo primo gruppo di esperienze s'avrebbe che in media entrambi i soggetti dimostrano qui, come nelle precedenti esperienze, una predisposizione alla precedenza del piede sinistro. Questa tendenza, che contrasta con quella in senso opposto, che si verifica per le mani nei comuni soggetti destri, starebbe a confermare l'influenza dell'esercizio sul tempo di reazione, perchè, come delle due mani è in media più pronta a reagire quella che è più esperta nel lavoro manuale, così dei due piedi risponde in genere più direttamente al comando centrale quello che è più esercitato.

Secondo gruppo di risultati. — Diverso è il caso delle esperienze con combinazioni varie di mano e piede. Anzitutto abbastanza grande è la deviazione assoluta dalla simultaneità, spiegabile con la più difficile coordinazione dei movimenti eseguiti. Dalla tabella riassuntiva si desume che in B., su otto gruppi di esperienze, ha luogo in media 4 volte la precedenza del piede, e 4 quella della mano; in S. 5 volte in media precede il piede e 3 la mano. In B., fatta la media di tutte le medie, risulta una precedenza media generale della mano di 2,18 σ: in S. una precedenza media generale del piede di 1,57 σ. Valori, questi, di poco rilievo, cioè poco diversi da zero: dal che si può dedurre che in media in queste esperienze di reazioni simultanee di mano e piede, non si ha affatto un costante ritardo del piede, come sarebbe da attendersi per l'ipotesi del ritardo dovuto alla più lunga via nervosa; ma si ha bensì una generale tendenza media alla compensazione degli errori, forse dovuta in parte alla coincidenza voluta nella preparazione del movimento simultaneo, favorita dall'impulso interno ritmico o dalle battute del metronomo. Questa tendenza sarebbe diretta non ad assecondare gli effetti di vie diversamente lunghe di propagazione dell'energia nervosa, ma bensì a correggerli.

Venendo a qualche dato più particolare, osserviamo che nelle combinazioni di mano e piede dello stesso lato, tra l'uno e l'altro soggetto si ha in media una quasi insignificante precedenza del movimento della mano. Quanto alle combinazioni di mano e piede di lati diversi, si nota nel caso di piede destro e mano sinistra una precedenza media della mano, e nel caso di piede sinistro e mano destra una precedenza del piede; e ciò in modo quasi eguale e di pieno accordo nei due soggetti. Quello che, poi, più sorprende è il vedere che nella combinazione di mano destra e piede sinistro, nella quale si ha pel piede la via nervosa più lunga del lato sinistro e per la mano quella più breve del lato destro, proprio allora si ha, invece di un ritardo del piede, una notevole precedenza di esso e in entrambi i soggetti.

Se diamo uno sguardo ai risultati delle esperienze analoghe eseguite col soccorso del solo ritmo soggettivo, vediamo che, mentre B. ha le medie relative più alte nelle combinazioni di mano e piede dello stesso lato, per S. si verifica il contrario. Alta è ancor qui la media assoluta, notevoli le oscillazioni; in genere, risulta maggiore qui la deviazione assoluta dalla contemporaneità e maggiori anche le oscillazioni nella distribuzione degli errori. — Confrontando queste esperienze a ritmo soggettivo con quelle regolate dal ritmo del metronomo, osserviamo che le tendenze ad una data precedenza non son sempre identiche nelle combinazioni identiche: ciò che in tutte egualmente si manifesta è la tendenza media generale alla compensazione degli errori.

Terzo gruppo di risultati. — Venendo alle esperienze di sollevamento, fatte secondo il ritmo del metronomo, rileviamo press'a poco le stesse caratteristiche di quelle precedenti. Anche qui è grande la sproporzione tra la media assoluta e quella relativa, che è inferiore alla prima. La Vm. è pure alta, più alta che nelle esperienze col metronomo. Importante è la prevalente tendenza media alla precedenza del piede; il che dimostra che la maggior fatica durata dal piede nell'alzarsi con tutto il suo peso non influisce affatto nel senso di cagionare un ritardo del suo movimento. Difatti il soggetto B., su tre serie, ha bensì una precedenza media della mano, ma essa non raggiunge neppure 1 σ; e il soggetto S. ha una precedenza generale media del piede, la quale supera di poco i 3 σ.

Da tutte queste esperienze dei tre gruppi citati, risulta adunque non una precedenza costante della mano o del piede, ma una distribuzione compensatrice, in media, delle precedenze dell'uno e dell'altra.

*
* *

Riassumendo e concludendo:

Sia nelle reazioni intenzionalmente simultanee dei due piedi che nelle loro reazioni muscolari separate e successive, il soggetto commette errori, cioè fa precedere quasi sempre e indipendentemente dal proprio volere l'uno o l'altro movimento. Questi errori sono dovuti in generale ad oscillazioni e disturbi della disposizione psicofisica, e, per quanto risulta dalle nostre esperienze, dimostrano una lieve tendenza a reagire più presto col piede sinistro, che è il più esercitato.

Nei movimenti simultanei combinati di mano e piede non si può dire che uno dei due organi reagenti si dimostri costantemente più pronto dell'altro.

Senza entrare in ulteriori discussioni, per ora ci limitiamo ad osservare che le nostre esperienze, come quelle di Civalleri, non sembrano parlare molto in favore dell'ipotesi di Herlitzka. Esse sembrano piuttosto dimostrare quanta importanza abbia l'influenza dell'esercizio sulla durata di una reazione, e si accordano inoltre col pensiero del Külpe, il quale dice che, mentre la dipendenza dalla disposizione psicofisica produce solo una reazione dei due organi bilaterali con differenze di tempo ed oscillazioni, la intenzione di reagire simultaneamente tende a cancellare quelle differenze, in ciò facilitata dal ritmo.

Posto così termine a questa nota, mi sia permesso rivolgere un pensiero di gratitudine al mio Maestro, Prof. F. Kiesow, da cui m'ebbi validissimi aiuti e consigli.

LETTERATURA

(1) Exner, *Physiologie der Grosshirnrinde*, " Handb. d. Physiol. „, herausgeg. von Hermann, Bd. II, 2. Th. S. 262, Leipzig, 1879.

— Id., *Experimentelle Untersuchung d. einfachsten psychischen Processe*, I Abhandl., " Pflüger's Arch. f. d. ges. Physiol. „, Bd. VII, S. 601 ff.; II Abhandl. (*Ueber Reflexzeit u. Rückenmarksleitung*), " Pflüger's Arch., etc. „, Bd. VIII, S. 526 ff.; III Abhandl. (*Reducirte Reflexzeit*), " Pflüger's Arch., etc. „, Bd. XI, S. 403.

(2) Buccola, *La legge del tempo nei fenomeni del pensiero*, pagg. 53, 113, 145, 169, ecc.

(3) Külpe, *Ueber d. Gleichzeitigkeit u. Ungleichzeitigkeit v. Bewegungen*, " Wundt's Philos. Stud. „, Bd. VI, S. 514 ff.; Bd. VII, S. 147 ff.

(4) Wundt, *Grundzüge d. physiol. Psych.*, V Aufl., Bd. III, S. 471, 475 ff.; Bd. I, S. 257.

— Id., *Untersuchung zur Mechanik d. Nerven u. Nervencentren*, I, S. 193, Stuttgart, 1876.

— Id., *Ueber psychologische Methoden*, " Philos. Stud. „, Bd. I, S. 1 ff., 1883.

— Id., *Menschen- u. Thierseele*, III Aufl., Leipzig, 1897.

(5) A. Herlitzka, *Ricerche cronografiche sui movimenti volontarî bilaterali*, " Arch. di Fisiologia „, vol. V, fasc. III, marzo 1908.

(6) Kiesow, *Beobachtungen üb. d. Reaktionszeiten momentaner Schalleindrücke*, " Arch. f. d. ges. Psych. „, Bd. XVI, 3. u. 4. H., S. 352.

(7) Paul Salow, *Untersuchungen zur uni- und bilateralen Reaktion*. I (*Entwicklung der Auffassung und Behandlungsweise der Reaktionsversuche*), " Psychol. Stud. „, herausg. v. W. Wundt, VII Bd., 1. u. 2. Heft, 1911.

D'una dolomite ferrifera del traforo del Sempione.

Nota dell'Ing. Dr. GABRIELE LINCIO.

(Con 1 Tavola).

Visitando alcuni anni fa le gallerie e le discariche al Sempione sul versante italiano, durante i lavori del traforo, trovai alcuni interessanti esemplari d'una dolomite ferrifera. Una certa quantità di essi mi venne poi fornita da un minatore, che mi disse d'averla trovata nella gran galleria, versante italiano, a ca. 4590 m. d'avanzamento.

Debbo infine alla squisita cortesia del collega prof. Gilardi, allora ingegnere presso l'impresa di costruzione del traforo, se potei avere anche il materiale della medesima dolomite da lui stesso raccolto in posto e per questo gli rendo cordiali ringraziamenti.

La dolomite ferrifera qui studiata si depositò sulle pareti d'uno schisto micaceo già rivestite da cristalli di mica, clorite, pirite, quarzo e siderite. Ad intervalli di tempo pare che si sia depositata con essa e su di essa la calcite.

Insieme con la dolomite si formarono pure finissimi reticoli di sagenite.

La dolomite si presenta cristallizzata in aggregati di cristalli costantemente a facce curve. Vedi nella tavola fig. 1-6 nello ingrandimento di $1 + \frac{1}{2}$ volta.

Essa mostra la tendenza ad una specie di bi- e tri-geminazione, dirò, d'aggregato; vedi rispettivamente fig. 1 e 3 e poi fig. 2 e 4.

I bigeminati (fig. 1 e 3), riportati ad individui semplici a faccie piane, avrebbero gli assi *c* paralleli tra loro con piano di contatto $(11\bar{2}0) = (10\bar{1})$. Un terzo individuo, connesso allo stesso modo coi due, chiuderebbe il ciclo e darebbe un trigeminato (fig. 2 e 4) ovvero, ciò che fa lo stesso, può darsi che il trigeminato (fig. 2 e 4) si sia formato in origine attorno ad un rom-

boedro nucleo e che i tre individui si sieno messi attorno a questo in posizione di geminato secondo $(1010) = (2\bar{1}\bar{1})$ con gli assi *c* paralleli nei quattro individui. Con ciò i tre individui risultano tra loro paralleli. Simili geminati della dolomite di Traversella vennero studiati da Quintino Sella (*) e da lui disegnati nella Tav. II e specialmente a fig. 17. Vedi pure H. Höfer (**): Ankerite di Erzberg presso Eisenerz.

Data la forte tendenza della dolomite ferrifera all'aggregazione ed avendo essa i romboedri fondamentali a facce curve, ne risultò che coll'aggregazione di questi si formarono delle branche ricurve, come mostra la tavola con le fig. 1-6 e che nel caso di geminazione queste branche la mantennero almeno secondo l'angolo equatoriale. Gli assi *c* vennero invece in ogni branca rispetto agli individui, che per aggregazione li formano, a divergere gradatamente fra loro. Lo spigolo culmine d'ogni branca suole presentarsi o dolcemente ricurvo, fig. 1 e 2 ed anche fig. 4, ovvero viene a dentellarsi come in fig. 5, visto di fianco, od infine presenta una specie di costa, fig. 6.

Figura 3 mostra un bigeminato visto di sotto. Allo spigolo culmine soprastà qui una faccia concava, che si presenta in pieno a sinistra della figura e mette in rilievo l'aggregazione.

Fig. 10 fa vedere un romboedro di una dolomite coronato in giro da scalenoedri di calcite aventi con la dolomite l'asse *c* parallelo. Come si vede, l'asse *c* è normale al piano della tavola. Va fatta eccezione per una parte della faccia anteriore del romboedro, che porta un altro individuo di dolomite in posizione di geminato rispetto al primo. In questa parte si trova pure uno scalenoedro di calcite non orientato. Detto gruppo venne trovato nella stessa località della dolomite ferrifera.

Per determinare il peso specifico e far l'analisi della dolomite qui studiata cercai con la lente il materiale più trasparente, privo di inclusioni di sagenite e di pirite, e ne potei raccogliere una buona quantità. In questo però si osservavano al microscopio delle inclusioni minutissime di liquido e di gas.

(*) Quintino Sella, *Studi sulla mineralogia sarda*, 1856, pag. 14.

(**) H. Höfer, *Mineralogische Beobachtungen*, 2 Reihe, " Tschermak Min. Petrogr. Mittlgn. ", XII Bd., pag. 504.

Scelsi pure alcuni romboedri di sfaldatura con le facce meno curve che mi fu dato di rinvenire, e li adoperai per la misurazione dell'angolo del romboedro medesimo. Con tutto ciò al goniometro le facce si presentarono decisamente curve e con immagini multiple. La media di varie osservazioni al goniometro Goldschmidt con messa in posizione polare media ad anello mi diede

$$h = \rho = 43°37'.$$

Con questo si calcola:

$$\sin 43°37' . \sin 60° = \sin 36°41' = \sin \alpha$$

$$2\alpha = 73°22' = \measuredangle\, r : r' \text{ (Dana)}$$

$$180° - 73°22' = \measuredangle\, 106°38', \text{ esterno dal R. di sfaldatura.}$$

Con $\rho = 43°37'$ si calcola facilmente l'angolo ottuso piano della faccia di sfaldatura del romboedro, cioè l'angolo ottuso del parallelogramma di sfaldatura $= \measuredangle\, 102°52'$.

Lo stesso angolo misurato al microscopio mi diede una media di 102°40'.

Il peso specifico lo determinai in picnometro.

Scrivo brevemente il

Peso del picnometro vuoto . . . . $= P$
" " pieno d'acqua. . . . . $= P_a$
" " contenente il minerale . . . $= P_m$
$P_m - P =$ peso del minerale . . . . $= M$
Peso del picnometro + Minerale + Acqua per riempirlo $= P_{m+a}$

1ª Determinazione	2ª Determinazione
Temp. 15° C.	Temp. 14° C.
$P = 9{,}7843$	$P = 9{,}7841$
$P_m = 17{,}2796$	$P_m = 17{,}2326$
$P_{m+a} = 25{,}9243$	$P_{m+a} = 25{,}8864$
$P_a = 20{,}9226$	$P_a = 20{,}9204$
$M = 7{,}4953$	$M = 7{,}4485$
Peso specifico:	Peso specifico:
$\frac{M}{M + P_a - P_{m+a}} = 3{,}0058$	$\frac{M}{M + P_a - P_{m+a}} = 3{,}0005$

Il peso specifico della dolomite ferrifera è con ciò = 3,003 a 14° — 15° C.

Il materiale ridotto a piccoli frammenti, tanto pel peso specifico che per l'analisi, lo scaldai previamente dai 70° ai 90°. A tale temperatura scoppiettava in causa delle inclusioni di gas e di liquido. Faccio notare che dopo tale riscaldamento esso si presentava assolutamente incoloro, cioè inalterato rispetto al ferro.

Il picnometro da me usato venne ideato dal Prof. W. Muthmann. Anni sono, trovandomi a Monaco di Baviera, egli me lo mise a disposizione nel suo laboratorio ed ora tanto gentilmente mi permise di qui riprodurlo con la fig. 11. Per questo mi pregio di rendergli qui pubbliche grazie.

Data la semplicità e perfezione di questo picnometro, col quale si ottengono ottimi risultati, io credo che i mineralogi lo potrebbero con vantaggio adottare.

Pregio del medesimo è di avere una chiusura unica a tappo forato comunicante con la capillare.

Il tappo nella parte inferiore che entra nella bottiglietta, dev'essere piano e ben levigato per evitare che vi restino appiccicate delle bollicine d'aria. La parte superiore del collo della bottiglietta dev'essere pure piana e deve aderire perfettamente al tappo: così si potrà sicuramente asciugarla una volta che il picnometro sia pieno d'acqua. Se questo non si riempie totalmente, lo si prenda in mano nel grosso della bottiglietta, ciò che per aggiunta di calore dilaterà il liquido e ne farà uscire ancora qualche goccia dalla capillare. Allora immergendo la estremità di quest'ultima in acqua (disposizione come a fig. 11) e levando la mano dalla bottiglietta, essa si riempirà totalmente per raffreddamento e contrazione del liquido.

Come con tutti i picnometri, si abbia cura di applicare il tappo premendolo sempre allo stesso modo e facendolo poi girare di un dato numero di gradi all'incirca. Del resto se anche la capillare non si mantiene totalmente piena in causa di contrazione del liquido o di posteriore assetto del medesimo attorno al tappo, non importa nulla, si abbia solo cura di pesare il picnometro tutt'e due le volte col liquido allo stesso livello nell'estremità della capillare. Si tengano modelli di differenti grandezze: uno anche della grandezza la metà di quella data da

fig. 11, pel caso in cui non si disponga di molto materiale. Come con tutti i picnometri, per estrarre le bolle d'aria dal minerale messo nella bottiglietta sott'acqua in grani od in polvere, si adopera o la pompa o si tiene la bottiglietta in acqua bollente per alcun tempo. In caso che le polveri in parte galleggino o non si inumidiscano, si possono far precipitare col resto mediante alcune goccie di etere od altro liquido volatile, che non si mescoli con l'acqua.

L'analisi qualitativa della dolomite del Sempione svelò la presenza di

Carbonato di calce abbondante
Carbonato di ferro in una certa quantità e
Carbonato di magnesio pure in considerevole quantità.

Non trovai manganese.

Il minerale si sciolse senza residuo. A freddo anche in HCl conc. è difficilmente solubile.

Per l'analisi quantitativa ossidai il ferro, che precipitai due volte con ammoniaca per liberarlo da tracce di $Mg(OH)_2$ e lo pesai come Fe_2O_3.

Così pure il calcio lo precipitai due volte con ossalato ammonico e lo pesai come CaO.

Il magnesio, precipitatolo come fosfato doppio, lo pesai come $Mg_2P_2O_7$.

Determinai il CO_2 del minerale per perdita al calor bianco, arroventandolo lunghe ore in polvere finissima fino a peso costante.

La dolomite perse così il CO_2, ma acquistò un atomo di ossigeno per ogni coppia di FeO, essendosi il ferro cambiato in Fe_2O_3.

Sapendo dall'analisi quantitativa quanto FeO è contenuto nella dolomite, levai l'ossigeno in più dal peso cumulativo degli ossidi ottenuti coll'arroventamento, ciò che mi diede:

55,28 % = Somma degli ossidi di Ca, Fe e Mg.
44,72 = CO_2

100,00

Unendo i risultati dell'analisi, determinazioni degli ossidi, con quello della determinazione del CO_2 per differenza, si ha:

CaO =	29,61	Somma = 55,54. Con la determinazione del CO_2 si ebbe 55,28.
MgO =	12,94	
FeO =	12,99	
CO_2 =	44,72	
	100,26	

Ovvero, dando agli ossidi la quantità di CO_2 che loro spetta, si ha:

$CaCO_3$ =	52,88	0,5288	2,933	3 $CaCO_3$	51,31
$MgCO_3$ =	27,04	0,3205	1,778	2 $MgCO_3$	28,85
$FeCO_3$ =	20,92	0,1803	1,000	1 $FeCO_3$	19,84
	100,84	rapporto molecolare			100,00 (teoric.)

Dalla formola ($3CaCO_3 + 2MgCO_3 + 1FeCO_3$) si calcola:

54,85 = Somma degli ossidi di Ca, Fe e Mg
45,15 = CO_2
100,00

Da quanto sopra si vede come la nostra dolomite ferrifera si avvicini alla formola ($3CaCO_3 + 2MgCO_3 + 1FeCO_3$).

M'accontentai di questa sola analisi, bastando essa al mio intento, e d'altronde con un materiale ricco di inclusioni liquide e gassose, che sono irregolarmente disposte in esso, il farne un'altra non avrebbe portato più luce e non avrebbe compensato il tempo perduto.

Cito ora i dati d'analisi di alcune dolomiti ferrifere analizzate da altri autori e che s'accostano molto a quella qui studiata.

J. Samoiloff (*) descrive dei be' cristalli d'ankerite $r = \{10\bar{1}1\}$, incolori, trasparenti, provenienti dalla galleria Uralskaja.

(*) J. Samoiloff, *La mineralogia del giacimento a filoni di Nagolnij Krjasch (Donetz)*, 1906, riferito: " Ztschft. f. Krist. ", XLVI, pag. 287.

L'analisi diede i seguenti risultati:

$CaO = 28,77$		Traducendoli in carbonati si ha:	$CaCO_3 = 51,38$
$MgO = 13,49$	55,19		$MgCO_3 = 28,20$
$FeO = 12,93$			$FeCO_3 = 20,83$
$CO_2 = 44,60$			100,41
99,79			

Peso spec. a 15,5° C = 3,03.

Questa ankerite si avvicina pure alla formola:

$$(3CaCO_3 + 2MgCO_3 + 1FeCO_3).$$

M. Ungemach (*) analizzò un'ankerite, romboedri grandi, bianco giallicci, ottenendo i seguenti risultati:

$CaCO_3 = 52,65$
$MgCO_3 = 25,47$
$FeCO_3 = 21,85$
99,97

Così pure il minerale analizzato da Ettling, proveniente da Belnhausen, e citato da Rammelsberg, (**), s'avvicina al mio:

$CaCO_3 = 51,24$ Peso spec. = 3,006
$MgCO_3 = 27,32$ $\measuredangle R = 106°6'$ esterno $= 73°54'$ interno
$(Fe, Mn) CO_3 = 21,75.$
100,31

A. Genth (***). Un'ankerite di Antwerp, che venne trovata con stilpnomelano, da lui analizzata, diede i seguenti risultati:

(*) M. Ungemach, *I filoni del Weilerthal* (Alsazia-Vogesi), " Bull. de la Soc. franç. de Min. ", 1906, 29, pag. 279.

(**) Rammelsberg, *Handbuch der Mineralchemie.*

(***) A. Genth, " Americ. Philos. Soc. ", Oct. 2, 1885.

$CaCO_3 = 54,98$
$MgCO_3 = 24,91$
$FeCO_3 = 19,28$
$MnCO_3 = 0,78$

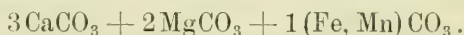
99,95

E. Weiss (*). L'autore trovò nel pozzo Camphausen in Val Fischbach presso Saarbrücken un carbonato bianco cristallizzato, avente le forme (10$\bar{1}$1) e (40$\bar{4}$1) con un angolo dello spigolo polare del romboedro fondamentale in media = 73°30', avente un peso specifico di 2,9404 e la composizione chimica seguente:

					Rapporto molecolare	
CaO = 29,77		$CaCO_3$ = 53,16	1,496		— 1,5
MgO = 14,21		$MgCO_3$ = 29,84	1,000		— 1
FeO = 9,25	ovvero	$FeCO_3$ = 14,90	0,370	} 0,433	— 0,5
MnO = 1,63		$MnCO_3$ = 2,60	0,063		
CO_2 = 45,28					
100,14		100,50			

La miscela isomorfa si avvicina a quella di un'ankerite manganesifera dove

$2\,(MgCO_3 + CaCO_3)$ sono uniti con $1\,(CaCO_3 + (Fe, Mn)CO_3)$ ovvero:

$$3\,CaCO_3 + 2\,MgCO_3 + 1\,(Fe, Mn)\,CO_3\,.$$

F. Sandberger (**) ci dà i risultati dell'analisi di tre Braunspat:

	secondo Pecher	secondo Petersen	
$CaCO_3$	51,11	53,80	56,07
$MgCO_3$	25,00	23,12	22,00
$FeCO_3$	21,63	20,73	18,47
$MnCO_3$	2,99	2,34	3,06
	100,73	99,99	99,60

(*) E. Weiss, *Einige Carbonate aus der Steinkohlenformation*, " Jhbch. der preuss. geol. Landesanstalt etc. für 1884 ", 113-119.

(**) F. Sandberger, Le due prime analisi: *Untersuchung über Erzgänge*, " Ztschft. f. Kryst. ", 13, pag. 416; la terza analisi: " Sitzungsber. bayer. Akad. d. Wiss. ", 24, pag. 231-248.

T. Cooksey (*). Studiò l'ankerite di Sandhurst, Victoria. Cristalli lenticolari di composizione chimica corrispondente alla formola:

$$5CaCO_3 . 2FeCO_3 . 3MgCO_3 .$$

A. Bukovsky (**). Nel suo studio intorno ai minerali di Kuttenberg ci dà i risultati delle analisi (1[a] e 2[a]) di due Braunspat cristallizzati in romboedri e di quella (3[a]) di un'ankerite in masse spatiche, madreperlacee.

	I	II	III
$CaCO_3$	55,69	52,16	51,49
$MgCO_3$	20,52	24,07	17,28
$FeCO_3$	21,98	21,79	25,80
$MnCO_3$	1,13	1,35	4,84
	99,32	99,37	99,41
	Peso spec. 2,95		Peso spec. 3,05
	$3CaMg[CO_3]_2 . 2CaFe[CO_3]_2$		$5CaFe[CO_3]_2 . 4CaMg[CO_3]_2$

Il manganese venne calcolato col ferro. Calcolandolo separato, l'autore pose il rapporto per le analisi:

	$CaCO_3$	$MgCO_3$	$FeCO_3$	$MnCO_3$	$CaCO_3$	RCO_3
(II)	47	26	18	1	47	45
(III)	12	5	5	1	12	11

Pongo l'analisi di F. Heddle (***) (N° IV) di un'ankerite, proveniente dal serpentino dell'isola Ting of Norwick sulla costa di Unst ed avente un angolo del romb. di sfaldatura = 73°54′ ed un peso spec. = 2,91, insieme con le tre analisi di Hermann Müller (****) (N[i] I-III):

(*) T. Cooksey, " Ztschft. f. Kryst. ", XXXI, pag. 285.
(**) A. Bukovsky, " N. Jrbch. Centralblatt ", 1901, pag. 502.
(***) F. Heddle, *Analisi di minerali scozzesi*, " Ztschft. f. Kryst., 3, p. 330.
(****) H. Müller, *Die Erzgänge des Freiberg. Bergreviers*, " Central Bl. f. Min. ", 1901, pag. 236.

	I. Perlspat	II. Tautoclino	III. Tharandite	IV. Ankerite
$CaCO_3$	53,20	49,07	56,45	51,80
$MgCO_3$	40,15	33,28	18,89	38,00
$FeCO_3$	2,14	14,89	15,94	7,82
$MnCO_3$	5.21	2,09	10,09	Quarzo = 0,02
	100,70	99,33	101,37	99,95

Faccio notare ancora l'ankerite studiata da A. F. Rogers (*), proveniente da Phelps County, Missouri, in forma di masse cristalline del peso spec. = 2,99. L'analisi diede il seguente risultato:

		Rapporto mol.	Comp. teorica ($2CaCO_3.MgCO_3.FeCO_3$)
CaO = 28,41	$CaCO_3$ = 50,74	2,00	CaO — 28,00
MgO = 10,20	$MgCO_3$ = 21,34	0,99	MgO — 10,03
FeO = 17,22	$FeCO_3$ = 27.75	0,94	FeO — 18,00
CO_2 = 44,21	99,83		CO_2 — 43,97
100,04			100,00

Interessanti sono pure le analisi di L. Dürr (**), che studiò alcuni tipi di passaggio dalla calcite alla siderite:

Minerale	Peso specifico	$CaCO_3$	$MgCO_3$	$FeCO_3$	$MnCO_3$	Somma	Formola chim. approssimativa
Dolomite (1) .	—	74,80	21,61	3,68	—	100,09	$3CaCO_3.(Mg,Fe)CO_3$
Dolomite. . .	—	57,33	37,00	5,01	—	99,34	$4CaCO_3.3(Mg,Fe)CO_3$
Perlspat (2) .	2,75	60,50	30,88	5,94	1,94	99,26	$10CaCO_3.5MgCO_3.FeCO_3$
Braunspat (3)	3,55	4,12	5,24	77,44	12,95	99,75	$8FeCO_3.MnCO_3.(Ca.Mg)CO_3$

(1) Raramente incolora, per lo più lattea. Spigolo polare di $(10\bar{1}1)$ in media 106°17'.
(2) Dolomite ricca di ferro. Cristalli fortemente ricurvi. Angolo dello spigolo polare del R. di sfaldatura = 106°20'.
(3) Masse spatiche di color bruno.

(*) A. F. Rogers, " Ztschft. f. Kryst. „, XXXIV, pag. 206.
(**) L. Dürr, *I minerali dei filoni metalliferi di Markirch*, " Ztschft. f. Kryst. „, XLVII, pag. 304.

Infine abbiamo pure un'ankerite di provenienza dal Sempione, dal traforo, versante italiano, avanzamento 300 m., studiata da G. Spezia (*) nel lavoro: *Sopra un deposito di quarzo e di silice gelatinosa trovato nel traforo del Sempione.*

Il prof. Spezia riferisce che, trattando il materiale gelatinoso con molt'acqua, ottenne un residuo bianco.

" Tale residuo consta per la maggior parte anche di cri-
" stalli di quarzo, la cui lunghezza supera raramente il mezzo
" millimetro; inoltre si osservano in discreta quantità minuti
" romboedri incolori, bianchi od anche giallognoli, con le facce
" un poco ricurve e con tracce di poliedria come in certi cri-
" stalli di dolomite. Rarissimo poi è il caso di trovare detti
" romboedri senza qualche cristallo di quarzo che emerga da
" essi; anzi tali romboedri, la cui maggiore dimensione non ar-
" riva al millimetro, sono talvolta opachi per la quantità di cri-
" stalli di quarzo inchiusi ".

Su cento parti di carbonato l'analisi quantitativa gli diede i risultati seguenti:

Carbonato di calcio	=	59,55
" di magnesio	=	20,90
" di ferro	=	19,55
		100,00

" Perciò (conchiude l'autore) ritenni il minerale come una
" varietà di ankerite, tanto più che i romboedri riscaldati nel-
" l'ossigeno annerivano ".

Interessante è qui il modo di formazione della dolomite in presenza di silice gelatinosa. La formazione della dolomite sembra sia qui posteriore a quella del quarzo, se non è a riprese con quella di quest'ultimo.

Ben lontano dal voler misconoscere il lodevole tentativo fatto da Em. Bořický (**) di raggruppare e classificare chimicamente i minerali ankerite e braunspat, io però ritengo che tale classificazione non ha più per oggidì che un valore storico.

(*) G. Spezia, " Atti R. Acc. Scienze di Torino ", 1899.

(**) Em. Bořický, " Tschmk. Min. Petr. Mttlgn. ", 1876, pag. 47 segg.

Bořický sui dati di 36 analisi esistenti di minerali del gruppo ankerite-braunspat fondò la formola base:

$$\left\{ \begin{array}{l} CaFeC_2O_6 \\ xCaMgC_2O_6 \end{array} \right. \quad x = \underbrace{\frac{1}{2},\ 1,\ \frac{4}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{5}{3}}_{\text{ankerite}},\ \underbrace{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 10}_{\text{parankerite}}$$

Chiamò la formola più semplice:

$$\left\{ \begin{array}{l} CaFeC_2O_6 \\ CaMgC_2O_6 \end{array} \right\} = \text{ankerite normale,}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} CaFeC_2O_6 \\ 2CaMgC_2O_6 \end{array} \right\} = \text{parankerite normale.}$$

Egli fissò inoltre i tipi:

Ankerite α; ankerite normale; ank. β; ank. γ; ank. δ.
Parankerite normale; p. ank. β; p. ank. γ; p. ank. δ; p. ank. ε;

ma delle 36 analisi $\frac{1}{6}$ non potè venir incorporato.

Nè la letteratura posteriore coi dati fino ad oggi ci portò materiale più obbediente alla legge di Bořický.

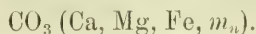
Vediamo ora come il gruppo ankerite-braunspat viene definito dai principali trattatisti d'oggidì:

Tschermak (*). " Eine besondere Gattung ist der Ankerit " mit $R = 73°48'$ und dem Spec. Gen. 2,95-3,1. In demselben " erscheint der Dolomitsubstanz $MgCaC_2O_6$ die damit isomorphe " Substanz $FeCaC_2O_6$ bis zu gleicher Menge beigemischt „.

Un esempio ideale sarebbe l'analisi di Rogers pag. 978.

Dolomiti contenenti ferro e manganese vengono denominate braunspat.

Groth (**) scrive l'ankerite (Braunspat):

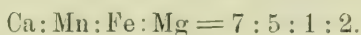
$$CO_3\,(Ca,\ Mg,\ Fe,\ m_n).$$

Doelter (***) nelle generalità intorno ai Carbonati scrive:

Ca-Mg-Fe-haltige	: Braunspat
Ca-Fe-haltige	: Ankerit
Ca-Mn-Mg-Fe-haltige	: Kutnohorit.

(*) " Tschermak Mineralogie „, 1905, pag. 500.
(**) Groth, *Tabellen der Mineralien*, 1898.
(***) Doelter, *Handbuch der Mineralchemie*, 1911, pag. 98.

Kutnohorite (*) (A. Bukowský, 1901). Nome dato ad un carbonato romboedrico, trovato in masse spatiche, bianco rossastre, presso Kutnà Hora, Boemia.

Esso ha la proporzione atomica:

$$Ca:Mn:Fe:Mg = 7:5:1:2.$$

Doelter (**) a pag. 84, cita come esempio di corpi isomorfi aventi completa somiglianza chimica e cristallografica, ma mostranti un debole potere di mescolarsi, rispettivamente mostranti de' vuoti nella serie di miscela: $MgCO_3$ ed $FeCO_3$.

A pag. 49: " Secondo J. W. Retgers, " Chemische Bindung " und Mischung schliessen sich aus ", e corpi isomorfi non possono dare sali doppi. Nella dolomite ($CaMgC_2O_6$) e nell'ankerite ($CaFeC_2O_6$) si hanno però dei sali doppi di composti, i " quali non si possono considerare come veramente isomorfi, " perchè ($CaCO_3$) appartiene ad una classe di simmetria diversa " da quella a cui appartengono $MgCO_3$ ed $FeCO_3$. In natura si " ha pure la tendenza alla formazione di sali doppi e sarebbe " interessante lo studiarne le cause; così i due $CaCO_3$ e $MgCO_3$, " molto affini tra loro ma non strettamente isomorfi, formano " la dolomite, $CaCO_3$ ed $FeCO_3$ l'ankerite ".

Infine Doelter (***) nel capitolo di G. Link: *Mischsalze der Carbonate*, p. 127: " Diese Mischsalze gehören entweder der Form " des Calcits oder des Dolomits oder des Magnesits ".

A pag. 135, parlando della Breunerite e del Braunspat, dice che tali miscele, " ebenso wie die sogenannten kalkreichen " Dolomite dringend der Untersuchung bedürfen in der Richtung " nähmlich, ob man es nicht zum Theil mit gesetzmässigen " Verwachsungen mehrer Carbonate zu thun hat, wie es für einige " schon nachgewiesen wurde ".

Il vecchio " Dana-Mineralogie ", 1875, porta le analisi dell'ankerite, che vengono citate insieme con altre da Bořický.

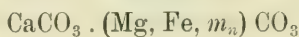
— —

(*) Dana, *Min.*, Appendix II, pag. 61.

(**) Doelter, " Physikal-Chem. Mineralogie ", 1905.

(***) Doelter, *Handbuch der Mineralchemie*, 1911.

Dana (*) sotto l'ankerite raccoglie la Dolomite in parte, il Braunspat, il Tautoclino, etc.

La definisce bene come una sottospecie intermedia tra la calcite, la magnesite e la siderite, contenente alle volte piccole quantità di manganese. Formola:

$$CaCO_3 \, . \, (Mg, Fe, m_n) \, CO_3$$
$$\measuredangle \, r : r' = 73°48'.$$

Max Bauer (**) invece distingue, io ritengo, molto opportunamente:

l'Ankerite:

L'ankerite è $CaCO_3 + FeCO_3$ con più o meno carbonato di magnesio e poi un po' di manganese. Una composizione tipo p. es.:

50	$CaCO_3$	Variazioni possibili; in generale prevalenza del Fe sul Mg, a differenza del Braunspat.
34	$FeCO_3$	
4	$MnCO_3$	
12	$MgCO_3$	
100		

$\measuredangle$ Romb. di sfald. = 106°12′ esterno ovvero 73°48′ interno.

Peso spec. = 2,9 — 3,1.

L'ankerite è già abbastanza facilmente solubile in HCl freddo.

il Braunspat (che io chiamerei dolomite ferrifera):

Miscela isomorfa di carbonato di Ca, Mg e Fe.

Prevalenza del Mg sul Fe in generale.

Comp. va p. es. per lo più da

$CaCO_3$ = 50 %		Non vi è limite preciso in tutte queste miscele di carbonati.
$MgCO_3$ = 25 — 30 %		
$FeCO_3$ = 5 — 20 %		
$MnCO_3$ = 2 — 3 %		

$\measuredangle$ Romb. di sfald. = 106°30′ esterno ovvero 73°30′ interno.

Peso spec. = 2,85 — 2,95.

Il braunspat (la dolomite ferrifera) è solubile solo in HCl caldo.

Caratteristico: Accrescimenti di cristalli a gruppo, con facce curve, ripiegate, selliformi, cristalli allungati, a lancia, a fascio, ecc.

Uniformandomi al criterio di Bauer, ascrissi al Braunspat il materiale da me studiato e lo chiamai una dolomite ferrifera.

(*) Dana, *Mineralogy*, 1892, pag. 274.

(**) Max Bauer, *Mineralogie*, 1904, pag. 592 e 593.

Al Braunspat dovrebbe così pure venir ascritta la maggior parte del materiale di cui citai le analisi, eccettuato quello di Rogers, pag. 978.

Per le varietà analizzate dai diversi autori non è possibile basare la distinzione rigorosamente anche su altri dati all'infuori dei puramente analitici, per es., su dati di solubilità, angolo di sfaldatura, abito cristallografico e relative costanti, peso specifico, eventualmente dati ottici, etc. etc. Questi non sempre ci vennero portati o sono attendibili od il materiale stesso non si prestava, non essendo ben cristallizzato e puro.

Riguardo al materiale d'analisi sovente si legge: materiale di filone, spatico, latteo, roseo, rossiccio, parte insolubile tanti per cento, etc. Fatta l'analisi, si calcolarono le formole di un'ankerite o parankerite α, β, γ, δ etc. e tutto finì lì. Non si pensò che se il materiale è latteo, roseo, rossiccio, etc. lo è per inclusioni e cause di varia natura e non sempre trascurabili.

Come vedemmo, anche il nostro materiale, uno de' buoni, incoloro e quasi del tutto trasparente, conteneva oltre alle poche e sporadiche inclusioni di pirite e sagenite, facilmente evitabili, anche le numerose inclusioni di CO_2 ed H_2O. Ma v'è di più.

Nel caso dei carbonati, qui considerati, avendo del materiale limpido e cristallizzato, s'impone la necessità di studiarne la costituzione o la forma d'aggregazione: se si abbia cioè veramente una miscela intima isomorfa di carbonati, ovvero un accrescimento alterno più o meno secondo una data legge, ovvero solo delle ramificazioni od inclusioni di un carbonato nell'altro, vale a dire brevemente, se si abbia una regolare continuità nella struttura del materiale o una soluzione della medesima. Trattando a caldo ed a freddo con acidi differenti una faccia levigata o di sfaldatura di tali carbonati, si potrà facilmente svelarne la struttura. Conosciuta su varie sezioni una regolarità continua di quest'ultima, allora si potrà coi dati d'analisi, del peso specifico ed in genere coi dati fisico-chimici ed ottici, veramente con profitto della scienza portare un contributo alla conoscenza di questo gruppo di carbonati così poco intimamente noto.

Potendomi procurare materiale più adatto, spero in seguito di condurre a termine alcune ricerche secondo questo fine.

Passiamo ora a considerare le figure di corrosione della dolomite ferrifera del Sempione.

Le fig. 7 ed 8 rappresentano figure di corrosione (incavi) ottenute su lamine di sfaldatura, che erano, come sempre, alquanto curve e quindi difficilmente fotografabili. N. 8 indica l'orientazione delle figure di corrosione rispetto alla direzione di sfaldatura, vedi il margine destro e la frattura nera in alto inclinata da sinistra a destra. Dette direzioni fanno un angolo di 102°52′.

Le figure di corrosione, ottenute immergendo il minerale per pochi secondi in acido cloridrico concentrato bollente, per lo più sono asimmetriche, raramente monosimmetriche rispetto alla direzione d'estinzione nella lamina, direzione che coincide con la mediana dell'angolo ottuso del parallelogramma della faccia di sfaldatura. Detta mediana coincide con la direzione d'allungamento delle figure di corrosione. Queste vanno d'accordo con quelle studiate pure su una dolomite ferrifera da Paul Gaubert (*).

Figura 7 mostra nella stessa orientazione di fig. 8, al centro una bella figura di corrosione, molto grande e perfettamente dello stesso tipo ed orientazione delle piccole.

Fig. 7 rappresenta un ingrandimento lineare di 190 volte; fig. 8 di 117 volte.

Il triangolo (fig. 7), direi sferico, più grande, il bordo della cavità, ha nel suo interno un altro triangolo più piccolo, che rappresenta il fondo della medesima; le tre facce inclinate sono le pareti laterali. I vertici dei triangoli interno ed esterno sono uniti da linee curve. I vertici destro interno ed esterno, in causa d'una piccola inclusione preesistente in tal posizione, sono uniti invece da una gradinata di piccole faccette curve.

Faccio osservare però che le figure di corrosione studiate su facce curve (concave e convesse), come le si ottengono sfaldando gli esemplari della dolomite ferrifera, i quali già ad occhio nudo e con lente si mostrano connessi da subindividui

(*) Paul Gaubert, " Bull. Soc. Franç. de Minéralogie ,, Tome 24, 1901, pag. 326 e segg., fig. 9, Pl. 2.

pure a facce curve e non paralleli tra loro, non servono per nulla a determinare la simmetria appartenente al subindividuo medesimo. Esso, contribuendo per contatto e sovrapposizione inclinata all'edificio dell'aggregato, non può che influenzarlo direttamente e le facce di sfaldatura di quest' ultimo debbono risultare curve, concave o convesse secondo certe direzioni. Attaccando ora con acidi tali facce di sfaldatura, è ovvio che le figure di corrosione, che su di esse si formano, non possono esser regolari come quelle che si otterrebbero su facce di sfaldatura, formate da subindividui esattamente paralleli tra loro; ciò che rilevò anche pel caso suo P. Gaubert l. c.

Riguardo alle inclusioni liquide e gassose trovate nella dolomite ferrifera, vedi fig. 9, rappresentante una lamina di sfaldatura con inclusione a due liquidi ed un gas, all'ingrandimento di ca. 493 volte. Esse si presentano molto simili alle inclusioni studiate da G. Spezia (*) nel suo lavoro: *Sulle inclusioni di anidride carbonica liquida nella anidrite del traforo del Sempione.*

L'autore studiò le inclusioni raffreddandole con etere e scaldandole fino a 30°. L'anidrite presentava inclusioni ad un liquido e gas ed altre a due liquidi, non mescolabili, e gas. L'autore ritiene che si tratti di acqua, di CO_2 liquido e CO_2 gas e lo prova con esperienze.

Egli crede che, tenuto conto delle condizioni di ubicazione, la formazione dell'anidride carbonica sia avvenuta a temperatura non superiore a quella critica di detto composto e che la sua riduzione a liquido sia avvenuta a non meno di 70 atmosfere di pressione.

G. Spezia (**) nella tavola del suo lavoro *Sulle inclusioni di anidride carbonica liquida nella calcite di Traversella*, ci mostra un'inclusione piena di solo CO_2 liquido a 15°, che raffreddata successivamente a 9°, a 6°, a 0° ed a —7° lasciava comparire una bolla, la quale col raffreddamento andava man mano di molto crescendo. In quattro figure della tavola si scorge anche la presenza di inclusioni acquose con bolla, che rimasero quasi insensibili alle variazioni di temperatura, le quali ultime agirono

(*) G. Spezia, " Atti R. Acc. Sc. Torino ", vol. XXXIX, pag. 521-532.
(**) Id., " Idem ", vol. XLII.

invece così evidentemente sopra le inclusioni di anidride carbonica liquida.

Passando ora a considerare le nostre inclusioni, premetto alcuni dati:

Per CO_2 la temperatura critica è da 30°,92 a 31°,9 C° alla pressione critica da 72,9 a 77 atmosfere.

A 27° per CO_2 si ha una tensione di 68 atmosfere.

A t^o = 31°,35 CO_2 liquido passa tutto a CO_2 gas con quasi nessun aumento di volume (*):

t° C	Peso in Kg. per cmq. = Atmosfere	CO_2 liquido 1 Kg. occupa	CO_2 gas 1 Kg. occupa
+ 31°,35	75,30	0,00216 mc.	0,0022 mc.

La condensazione di CO_2 gas a liquido avviene:

a t° C.	ed alla pressione in Atmosfere
0°	36
— 10°	27
— 30°	18
+ 30°	73

Ricordo pure che a 0° ed alla pressione di un'atmosfera un litro d'acqua assorbe 1,7967 litri di CO_2, mentre alla stessa pressione ed a + 15° non ne assorbe più che 1,002.

Questo litro d'acqua a + 15°, messo però alla pressione di 1, 2, 3, fino a 10 atmosfere, assorbirà ancor sempre 1,002 litri di CO_2; ma siccome la densità del gas in questo caso sta pure nel rapporto di 1, 2, 3, ... 10, nello stesso rapporto staranno anche i pesi del CO_2 assorbito. Voglio dire, l'acqua a gran pressione si soprasatura fortemente di CO_2.

La lamina di sfaldatura fig. 9 venne osservata al microscopio sul tavolino disposto in posizione verticale. Al tavolino in tal disposizione appoggiai una lastra di vetro pure in posizione

(*) ERDMANN, *Chemie*, 1898.

LINCIO G. - D'una dolomite ferrifera del traforo del Sempione.

1 2 3 4 5 6

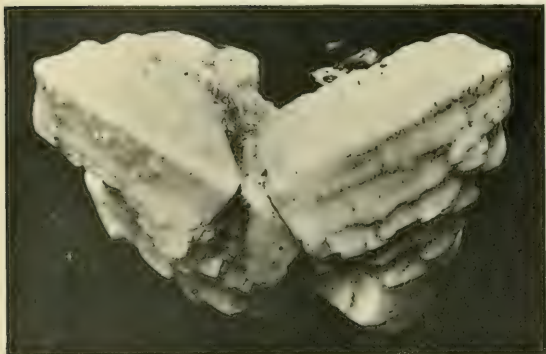
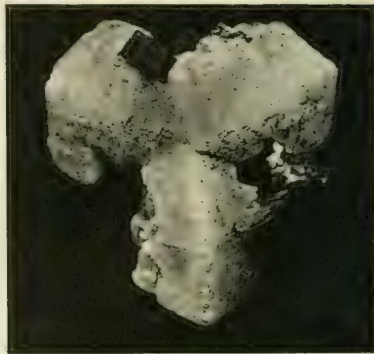
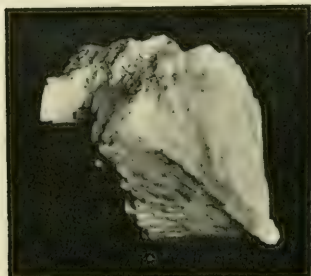
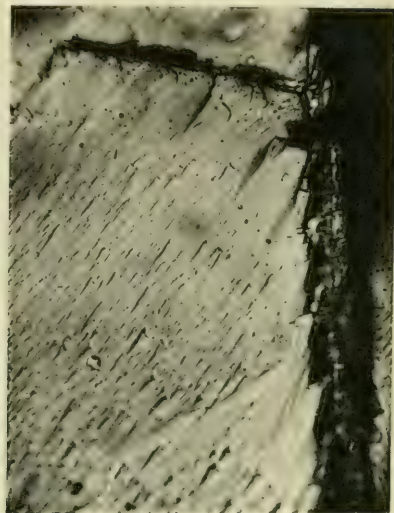
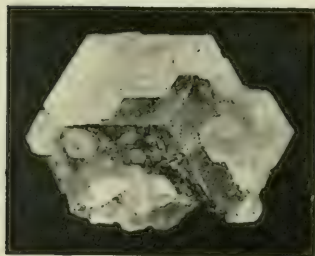
7

8

9

10

11

Off. Fototecnica Ing. G. Molfese. Torino

verticale facendole fare un angolo acuto coll'asse del microscopio qui orizzontale. Tra l'asse del microscopio e la lastra di vetro posi una lampada Bunsen e soffiando ugualmente su di questa feci scivolare sulla lastra una corrente d'aria calda verso il tavolino del microscopio. La bolla gassosa dapprima s'impiccoliva e saliva in alto e quando il termometro, che pendeva presso la lente frontale dell'obbiettivo, segnava dai 28-29° la bolla scompariva. Analogamente alle inclusioni studiate da G. Spezia, le nostre inclusioni constarebbero di acqua, acido carbonico liquido e gassoso, che sarebbero inclusi in un vano (fig. 9) avente la forma dell'ospite.

In fig. 9 a destra si vedono alcune linee indicanti la direzione di sfaldatura della lamina, che vanno parallele alle pareti apparentemente verticali del vano. L'angolo misurato sulla fotografia è di circa 102°, invece di 102°52′ (vedi pag. 971).

Nella nostra dolomite osservai pure piccole bolle semoventi.

In generale le inclusioni sono piccolissime.

Riguardo alla formazione delle inclusioni, visto che i cristalli di dolomite si trovano in geodi, è lecito di ritenere che esse inclusioni si sieno formate sotto pressione delle acque sovrastanti, contenute dalle litoclasi e provenienti da altezze considerevoli.

L'azione di pressione dell'acqua nei vani (geodi) delle litoclasi, in cui si trovava, si potrebbe paragonare a quella che l'acqua nel lungo braccio aperto d'un sifone capovolto esercita sull'estremità dell'altro braccio molto corto.

Orbene tenendo conto dei dati suesposti ed ammettendo una pressione d'una colonna d'acqua di 500-700 m., una temperatura superiore a 0° ed al disotto della temperatura critica dell'acido carbonico, cioè temperatura e pressione capaci a mantenere CO_2 liquido, ammettendo inoltre la soprasaturazione di CO_2 nella soluzione acquosa al punto dell'avviata cristallizzazione della dolomite, io ritengo che si possa formare un'idea del come CO_2 liquido, che è per sè più leggero dell'acqua e si scioglie pochissimo in essa, insieme con acqua satura di CO_2 sia stato inchiuso nei cristalli della dolomite ferrifera. Questa a giudicare dalla forma degli aggregati di cristalli dovrebbe essere cristallizzata piuttosto celeremente.

Data la grande dilatabilità di CO_2 liquido e la facoltà dell'acqua presente nell'inclusione d'assorbire o rimandare CO_2 gas

a seconda della crescente o diminuente pressione, si comprende come, aumentando o diminuendo la temperatura e quindi la pressione al disotto della temperatura critica di CO_2, la bolla gassosa debba impicciolirsi od ingrandirsi.

Istituto Mineralogico della R. Università,
Torino, 24 giugno 1911.

L'Ellisse di elasticità delle verghe incurvate ad arco di cerchio e le sue applicazioni al calcolo dei regolatori Lentz.

Nota dell'Ing. M. PANETTI

1. Semplicità di particolari costruttivi e di mezzi meccanici atti a coordinare la regolazione della velocità di una macchina con quella della pressione del fluido motore negli impianti con ricupero, hanno dato in questi ultimi anni una grande diffusione al sistema di distribuzione ideato dall'Ing. H. Lentz di Mannheim.

Esso si vale di un regolatore volano (fig. 1) con capsula L avente la funzione di massa d'inerzia, nel quale le ordinarie molle di torsione ad elica cilindrica sono sostituite da una molla unica m di flessione, costituita di una verga di sezione costante, rettangolare o circolare, incurvata ad arco di cerchio.

La molla Lentz è fissa ad un capo A alla capsula, all'altro capo ad una espansione E, che è, o si rende solidale all'albero P intorno a cui la capsula è girevole.

I piccoli movimenti relativi fra capsula ed albero, consentiti dal sistema articolato $PQST$ che li collega, sono contrastati dalla molla, che viene fissata con una tensione iniziale capace di mantenere le masse attive in una delle posizioni estreme, finchè la forza centrifuga e la forza tangenziale d'inerzia, che in esse si sviluppano con la rotazione dell'albero e con la eventuale sua accelerazione angolare, non superino un limite prefisso per entrare in azione. Quasi sempre in questi tipi di regolatori esiste la possibilità di variare la tensione iniziale della molla, anche durante il movimento, per esempio, come indica la figura, modificando le condizioni di fissamento dell'estremo B con lo spostamento del dito b rispetto all'arresto β. Ne risulta in con-

seguenza alterato il limite pel quale incominciano a prodursi i moti relativi del regolatore, e quindi si modifica la velocità media di funzionamento della motrice.

Nella teoria di queste molle occorre dunque stabilire nel modo più generale i rapporti fra le deformazioni e le forze con le quali esse reagiscono, sia per applicarli ai calcoli di controllo, sia per discutere le disposizioni di fissamento e di registrazione dalle quali dipendono le tensioni iniziali e quelle di esercizio.

Non consta a chi scrive che una tale ricerca sia stata fatta. L'importanza tecnica delle molle di flessione ad asse curvilineo

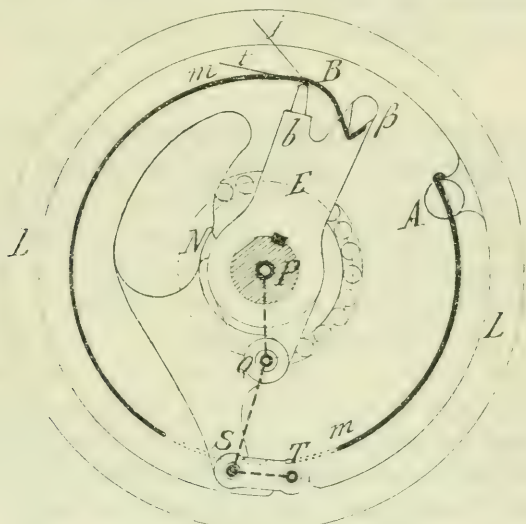



Fig. 1.

era di fatto in passato molto limitata. L'unica loro applicazione agli apparecchi di orologieria aveva suggerito al Castigliano (*) di trattarne il problema discutendo sopra tutto il caso in cui le sezioni estreme subiscano moti relativi di rotazione intorno all'asse di figura. Per contro egli aveva dovuto prendere in considerazione le molle a spirale piana, ossia un caso che richiede calcoli più laboriosi di quello dei tipi moderni Lentz.

Finalmente il procedimento analitico fondato sul teorema delle derivate del lavoro, dal quale il Castigliano dedusse la sua

(*) A. Castigliano, *Teoria delle molle*, Tip. Negro, 1884.

teoria delle molle, risolve con minore evidenza il quesito fondamentale di stabilire i rapporti fra deformazioni e reazioni, di quanto faccia il procedimento dell'ellisse di elasticità, al quale vogliamo ricorrere. Qui esso presenta di fatto tutti i suoi vantaggi, potendosi trascurare le forze distribuite lungo il solido elastico rispetto a quelle applicate alle sue estremità.

A differenza però di quanto si fa nella teoria degli archi determineremo l'ellisse con un procedimento diretto, vista la forma eccezionalmente regolare del solido che ci interessa, e daremo a questa ricerca la maggiore generalità per altre possibili applicazioni, quantunque nel caso presente le conclusioni utili si potrebbero dedurre, come si dirà, in modo assai più semplice.

2. Deduzione analitica dell'ellisse di elasticità di un solido soggetto a deformazioni piane. — Consideriamo un corpo elastico con le due sezioni estreme A, B indeformabili. La 1ª A sia fissa, la 2ª B suscettibile degli spostamenti che sono conseguenza delle deformazioni del corpo. Supporremo che tali deformazioni avvengano tutte parallelamente al piano del disegno, che è piano di simmetria, e in cui giacciono, o a cui si possono ridurre le forze esterne. La sollecitazione del corpo elastico può dunque risultare di sforzo normale, di sforzo di taglio e di momento flettente, non di momento di torsione.

Alla sezione B sia collegata invariabilmente l'asta rigida BO, il cui punto O scegliamo come origine di una coppia di assi $x\,y$ di riferimento e come centro di riduzione delle forze applicate a B, le cui caratteristiche indichiamo con:

H componente diretta secondo x;
V componente diretta secondo y;
$\mathfrak{M}$ momento destrogiro relativo ad O.

La risultante R delle forze applicate in B risulta così definita in grandezza da

$$R = \sqrt{H^2 + V^2},$$

e in posizione dall'equazione della retta secondo la quale opera

$$Vx - Hy + \mathfrak{M} = 0, \tag{1}$$

la cui distanza da O è $d = \mathfrak{M}/R$.

Per altra parte siano

ξ ed η le componenti dello spostamento del punto O secondo x ed y,

θ la rotazione della sezione B, o dell'asta $B\,O$ che le è invariabilmente collegata, positiva nel verso del momento $\mathfrak{M}$, tutte piccolissime, come in genere le deformazioni elastiche.

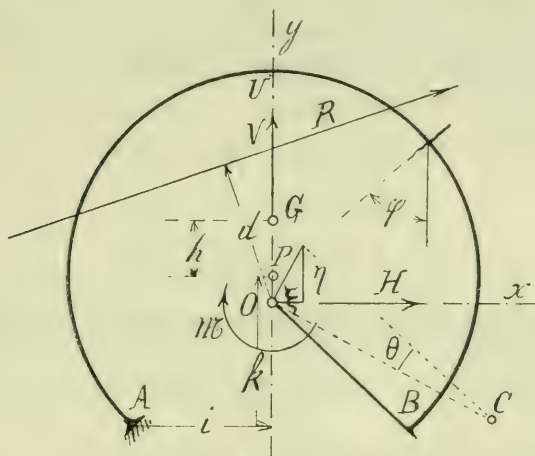



Fig. 2.

Per conseguenza il movimento della sezione B con l'asta $B\,O$ è una rotazione elementare il cui centro C ha per coordinate

$$(2) \qquad x_c = \frac{\eta}{\theta} \qquad y_c = -\frac{\xi}{\theta}.$$

Se la deformazione che produce questo movimento è l'effetto della sollecitazione R sul corpo elastico $A\,B$, la legge di Hooke, combinata col principio della sovraposizione degli effetti, ci permette di scrivere che le caratteristiche $\xi\;\eta\;\theta$ dello spostamento sono funzioni lineari omogenee delle caratteristiche $H\,V\,\mathfrak{M}$ della sollecitazione.

I 9 coefficienti delle 3 equazioni che ne risultano sono le deformazioni speciali prodotte dalle particolari condizioni di carico

$$H = 1 \qquad V = 1 \qquad \mathfrak{M} = 1.$$

Ad esempio: il coefficiente di V nell'espressione di ξ è la proiezione orizzontale dello spostamento subito dal punto O per effetto di una forza verticale uguale ad uno: il coefficiente di H nell'espressione di η è la proiezione verticale dello spostamento di O prodotto da una forza orizzontale uguale ad uno.

Applicando il principio di reciprocità (Maxwell) si riconosce che i due coefficienti nominati sono identici, e che in generale sono identici tutti quelli che nel determinante occupano posti simmetrici rispetto alla diagonale principale.

Scriveremo quindi

$$(3) \qquad \begin{cases} \xi = aH + bV + c\mathfrak{M} \\ \eta = bH + eV + f\mathfrak{M} \\ \theta = cH + fV + i\mathfrak{M} \end{cases}$$

Questo sistema di equazioni lineari fra le coordinate omogenee

$$V \qquad -H \qquad \mathfrak{M}$$

della retta R di equazione (1), e quelle

$$-\xi \qquad \eta \qquad \theta$$

del punto C di coordinate (2) stabilisce nel piano del disegno una correlazione fra R e C, la quale, essendo uguali i coefficienti che occupano posti simmetrici nel determinante, è una polarità. Essa però non ammette elementi uniti, poichè se la linea d'azione R di una forza passasse pel centro C della rotazione elementare che essa produce, il suo lavoro sarebbe uguale a zero, mentre il lavoro di deformazione è sempre diverso da zero.

Dunque la conica fondamentale della polarità definita dalle (3) è immaginaria.

Si considera perciò un'altra polarità fra le rette R e i punti C' simmetrici dei centri C rispetto all'origine O, di coordinate

$$x_{c'} = -\frac{\eta}{\theta} \qquad y_{c'} = \frac{\xi}{\theta}.$$

Sostituendole nella (1) si ottiene la condizione che C ed R si appartengano

$$H\xi + V\eta - \mathfrak{M}\theta = 0 , \tag{4}$$

la quale, grazie alle (3), è l'equazione di un luogo di 2° grado, considerato come inviluppo delle rette (1).

Questo luogo è la nota ellisse di elasticità. Invero, come conica fondamentale della antipolarità definita dalle (3), la linea d'azione R della forza e il centro C della rotazione elementare sono rispetto ad essa polare ed antipolo.

Intanto noi siamo in grado di calcolarne i 6 parametri:

$$a \quad b \quad c \quad e \quad f \quad i .$$

Ricorriamo perciò all'espressione del lavoro di deformazione di un solido con dimensioni trasversali piccole rispetto allo sviluppo s del suo asse geometrico, nel caso di sollecitazione combinata allo sforzo normale N, al taglio T ed alla flessione M.

$$L = \int \frac{N^2 ds}{2EF} + \int \chi \frac{T^2 ds}{2GF} + \int \frac{M^2 ds}{2EJ} .$$

In essa

E e G sono i moduli di elasticità normale e trasversale.

F ed J l'area della sezione e il suo momento d'inerzia rispetto all'asse baricentrico perpendicolare al piano di simmetria.

Siano $x\,y$ le coordinate del baricentro di una sezione qualsiasi del solido, e sia φ l'angolo che l'asse y forma con essa. Con le convenzioni abituali sui segni delle quantità $N M T$ (*) si ha

$$\left\{ \begin{aligned} N &= H \cos\varphi - V \operatorname{sen}\varphi \\ T &= - H \operatorname{sen}\varphi - V \cos\varphi \\ M &= - \mathfrak{M} + Hy - Vx . \end{aligned} \right. \tag{5}$$

Per mezzo di esse L diventa funzione delle caratteristiche della forza R applicata al solido.

(*) Cfr. C. Guidi, *Lezioni sulla scienza delle costruzioni.*

Quindi, ricorrendo al teorema delle derivate del lavoro, si trova ciascuno dei parametri suddetti. Per esempio a, proiezione su x della spostamento prodotto dalla condizione di carico $H = 1$, risulta uguale a

$$\frac{\partial L}{\partial H}, \text{ fattovi } H = 1, \qquad V = \mathfrak{M} = 0,$$

e analogamente si deducono gli altri parametri.

Allora, se la forma del solido permette di ritenere costante il coefficiente χ del lavoro di deformazione al taglio, si deduce:

$$(7)\quad \begin{cases} a = \int y^2 dw + \int \rho^2 \cos^2\varphi\, dw + \chi \frac{E}{G} \int \rho^2 \operatorname{sen}^2 \varphi\, dw \\ b = -\int xy dw + \left(\chi \frac{E}{G} - 1\right) \int \rho^2 \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi\, dw \\ e = \int x^2 dw + \int \rho^2 \operatorname{sen}^2\varphi\, dw + \chi \frac{E}{G} \int \rho^2 \cos^2\varphi\, dw \\ c = -\int y dw \qquad f = \int x dw \qquad i = w\,. \end{cases}$$

In queste formole e in quelle che seguiranno gli integrali si devono intendere estesi a tutto il solido. Si è posto poi

$$(8)\qquad dw = \frac{ds}{EJ}$$

come simbolo del *peso elastico dell'elemento* compreso fra due sezioni trasversali vicinissime del solido, e si è introdotto il raggio d'inerzia ρ corrispondente al momento d'inerzia J col quale la sezione resiste alla flessione.

Immaginiamo ora che il peso elastico elementare dw sia diffuso nella regione circostante all'elemento ds dell'asse geometrico in modo che vi corrisponda un'ellisse d'inerzia col centro nel punto medio S di ds e coi semi-assi principali

$$\rho \qquad \text{e} \qquad \rho\sqrt{\chi\frac{E}{G}}$$

distesi rispettivamente sulla normale e sulla tangente in S all'asse geometrico.

Si deduce subito che

— c ed f sono i momenti statici della distribuzione sopra definita del peso elastico;

a, e, — b sono rispettivamente i momenti d'inerzia e il momento centrifugo di questa distribuzione rispetto agli assi x, y.

Se dunque scegliamo il punto O nel centro elastico G, e orientiamo gli assi x ed y in modo che ne siano assi principali d'inerzia, riescono uguali a zero i parametri

$$c \quad f \quad b,$$

e le (3) si riducono alle forme semplicissime

$$\xi = aH, \qquad \eta = eV, \qquad \theta = i\mathfrak{M} = w\mathfrak{M}. \tag{3'}$$

Se ne deduce ricorrendo alla (4) la seguente equazione dell'ellisse di elasticità, come inviluppo della retta R di coordinate omogenee $HV\mathfrak{M}$:

$$aH^2 + eV^2 - w\mathfrak{M}^2 = 0. \tag{9}$$

Ponendovi successivamente

$$V = 0 \qquad \text{ed} \qquad H = 0$$

con che la R riesce parallela prima ad x poi ad y, come si deduce dalla (1), la (9) dà i semiassi dell'ellisse

$$\sqrt{\frac{a}{w}} \text{ sull'asse } y, \qquad \sqrt{\frac{e}{w}} \text{ sull'asse } x. \tag{10}$$

Una semplificazione notevole nella determinazione dell'ellisse di elasticità si raggiunge trascurando i lavori di deformazione allo sforzo normale ed allo sforzo di taglio rispetto a quello di flessione, come è lecito sempre nel caso di dimensioni trasversali molto piccole rispetto alla lunghezza del solido.

Allora nelle espressioni (7) dei parametri dell'ellisse si devono omettere i termini che contengono ρ^2. Ne risulta quindi

$$a = \int y^2 dw \qquad b = -\int xydw \qquad c = \int x^2 dw \tag{11}$$

Adunque, quando il cimento a flessione sia di importanza molto prevalente rispetto alle deformazioni sofferte dal corpo, l'ellisse di elasticità si può ritenere coincidente con l'ellisse d'inerzia del peso elastico distribuito semplicemente lungo l'asse geometrico del solido secondo la legge definita dalla (8).

3. Ellisse di elasticità di una verga di sezione costante piegata ad arco di cerchio. — Applichiamo prima le formole generali al caso presente. L'ipotesi della sezione costante conduce ad una distribuzione uniforme del peso elastico, quindi il centro di elasticità G deve cadere nel baricentro dell'asse geometrico.

Trattandosi di un arco di cerchio, esso apparterrà alla bisettrice OU dell'angolo al centro che lo comprende, e disterà dal centro O della quantità

$$h = \frac{ri}{l} \tag{12}$$

se r è il raggio, i la semicorda, l la semilunghezza dell'arco.

Presa G come origine e GU come asse delle y, si ha per un punto qualunque dell'asse geometrico

$$y = r\cos\varphi - h \qquad x = r\,\mathrm{sen}\,\varphi\,. \tag{13}$$

Sostituendo questi valori nelle (7) si può di fatto constatare che i 3 parametri b, c, f sono uguali a zero, e si possono calcolare gli altri 2, a ed e.

Preferiamo prima trasformarne le espressioni, sostituendovi i valori di sen φ e cos φ deducibili dalle (13), con la quale operazione si ottiene

$$\left\{\begin{aligned} a &= \left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right) a_0 + h^2 \frac{\rho^2}{r^2} w + \chi \frac{E}{G} \frac{\rho^2}{r^2} e_0 \\ e &= \left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right) e_0 + \chi \frac{E}{G} \frac{\rho^2}{r^2} (a_0 + h^2 w) \end{aligned}\right. \tag{14}$$

In queste espressioni si è posto

$$a_0 = \int y^2 dw \qquad e_0 = \int x^2 dw\,. \tag{15}$$

Precisamente ad a_0 e ad e_0 si riducono i valori di a ed e quando si tenga conto soltanto del lavoro di deformazione a flessione. È facile riconoscere con l'aiuto delle (14) che questa ipotesi è perfettamente plausibile quando, come si disse, la grossezza s della verga incurvata ad arco di cerchio sia abbastanza piccola rispetto al raggio r. Nel caso di sezione rettangolare ad esempio si ha

$$\frac{\rho^2}{r^2} = \frac{1}{12} \frac{s^2}{r^2},$$

rapporto piccolissimo numericamente rispetto all'unità, appena s/r si riduce a valori alquanto bassi. Sono quindi trascurabili i termini che lo contengono rispetto agli altri coi quali sono sommati, e ciò dimostra l'asserzione premessa.

Calcoliamoci ora le (15). Dalla fig. 3 risulta

$$x : r = dy : ds \qquad (y + h) : r = dx : ds.$$

Ricordando quindi il valore di dw si ha

$$a_0 = \frac{r}{EJ} \int y dx - \frac{h}{EJ} \int y ds, \qquad e_0 = \frac{r}{EJ} \int x dy.$$

Il 2° termine di a_0 è nullo perchè esprime il momento statico dell'arco AUB rispetto ad un suo asse baricentrico. Gli altri due integrali, estesi sempre a tutto l'arco AUB, esprimono le aree racchiuse fra esso e le sue ordinate estreme, parallele per il 1° all'asse y, per il secondo all'asse x, e indicate nella fig. 3 con tratteggio per la metà sinistra e per la metà destra rispettivamente. Si ha quindi

$$\int y dx = rl - i(k + 2h) \qquad \int x dy = rl + ik$$

detta k la distanza della corda AB dal centro P.

E finalmente, introducendo il simbolo w col quale abbiamo indicato il peso elastico totale $2l/EJ$, e ricorrendo alla (12), si deduce

$$(16) \qquad a_0 = w \cdot \frac{1}{2} [r^2 - h(k + 2h)] \qquad e_0 = w \cdot \frac{1}{2} (r^2 + hk).$$

Dalle quali espressioni, direttamente nel caso in cui si tenga conto soltanto del lavoro a flessione, o indirettamente nel caso generale per mezzo delle (14), discendono i valori dei quadrati dei semiassi dell'ellisse di elasticità

$$(17) \qquad \frac{a_0}{w}, \quad \frac{e_0}{w}, \quad \text{ovvero} \quad \frac{a}{w}, \quad \frac{e}{w}.$$

I primi si possono dedurre con semplici costruzioni geometriche, suggerite in modo evidente dalle formole (16), che risolvono il problema (*).

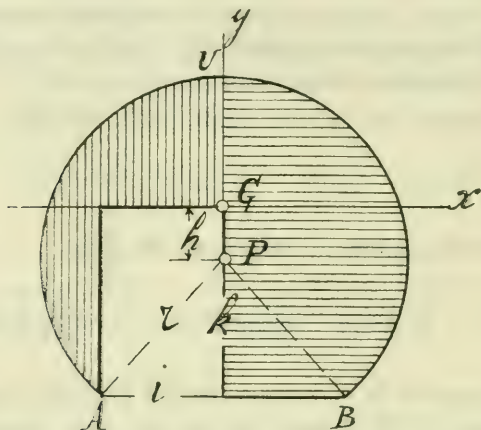



Fig. 3.

Ora è bene tener presente che a questo risultato si può giungere direttamente, notando subito che, nel caso di verghe sottilissime, l'ellisse di elasticità si riduce all'ellisse di inerzia della curva che ne costituisce l'asse geometrico, e limitando quindi il ragionamento al calcolo dei 2 integrali (15).

Ma è sembrato che una trattazione generale, diretta a ricercare per via analitica l'ellisse di elasticità di un corpo di forme regolari, potesse presentare interesse, e perciò si è svolto prima il caso generale, quantunque in questa applicazione si utilizzino soltanto le (16).

(*) Cfr. H. Hartmann, *Die Ermittlung der Zentralellipse von Kreisbogen durch Zeichnung*, " Schweiz. Bauz. ", febbraio 1910.

4. Tensione iniziale delle molle Lentz. — La tensione iniziale delle molle dei regolatori descritti nel n° 1 nasce nella operazione di montaggio, la quale si fa cominciando dal fissare l'estremo A della molla (fig. 1) al morsetto solidale alla capsula L, poi forzando l'altro estremo B fino a costringerlo nel ritegno offerto dall'appendice E solidale all'albero. La reazione della molla avrà intanto portato il sistema in una sua posizione estrema, determinata dal contrasto del tallone N contro l'appendice E, e ve lo manterrà.

Supponiamo che i mezzi di vincolamento di ambi i capi della molla siano due incastri con direzione obbligata. Vedremo che a questa disposizione si possono ridurre i casi pratici.

Fig. 4.

Per stabilire la relazione che passa fra la forza R_0 con la quale la molla reagisce e lo spostamento relativo delle sue estremità che l'ha prodotta basta determinare il centro C_0 della rotazione elementare a cui si può ridurre il moto di B rispetto ad A.

Si segnino perciò (fig. 4) le tangenti t_0 e t al punto estremo B dell'asse della molla nella sua posizione iniziale B_0 e in quella finale B.

La perpendicolare al segmento BB_0 nel suo punto medio e la circonferenza che passa per i suoi estremi e per l'incontro T delle tangenti determinano con la loro intersezione il centro C_0

cercato, come si riconosce subito osservando che l'arco $B C_0 B_0$ è capace dell'angolo θ_0 formato dalle due tangenti.

Costruito poi l'ellisse di centro G e di semiassi $\sqrt{\frac{a_0}{w}}$ $\sqrt{\frac{e_0}{w}}$, l'antipolare del punto C_0 rispetto ad essa sarà la linea d'azione della reazione della molla R_0. La sua grandezza risulta dalla nota relazione della teoria dell'ellisse di elasticità

$$R_0 \cdot d = \theta/w \,, \tag{18}$$

la quale del resto discende dall'ultima delle (3').

Questo modo semplice e rigoroso di stabilire il rapporto fra la reazione iniziale della molla e la deformazione che le si vuole far subire all'atto del montaggio, permette di accostarsi alla soluzione migliore, la quale consisterebbe nel sollecitare la verga uniformemente, conservandole al tempo stesso la forma circolare che conviene darle in fabbricazione.

Supponiamo in fatti che il centro della rotazione elementare C_0 venga a coincidere col centro elastico della verga G. In tal caso la R_0 andrebbe a distanza infinita, e quindi tutte le sezioni della molla risulterebbero cimentate dal medesimo momento flettente

$$M_0 = \theta_0/w \,, \tag{19}$$

senza sollecitazioni combinate al taglio o allo sforzo normale.

Ma è noto che la variazione di curvatura di un solido elastico ad asse curvilineo è proporzionale al momento flettente che in ciascun suo punto lo sollecita. Ne deduciamo, essendo questo costante, che la verga dovrà semplicemente passare dalla figura circolare primitiva di raggio r_0 ad un'altra di raggio r tale che

$$r - r_0 = M_0 r^2 = \frac{\theta_0}{w} r^2. \tag{20}$$

Ci siamo riferiti al raggio r, che corrisponde alla configurazione della molla dopo il montaggio, perchè in pratica converrà prendere questa come punto di partenza del calcolo.

Da essa si risalirà alla sagoma della molla scarica, in modo da ottenere effettivamente una tensione iniziale capace del momento M_0 che le caratteristiche del regolatore richiedono.

Naturalmente la soluzione è esatta soltanto per deformazioni piccolissime, a cui si possono applicare le costruzioni proprie degli spostamenti virtuali; mentre nella fig. 4 il centro C_0 della rotazione capace di portare $B_0 t_0$ nella posizione Bt, è stato dedotto come se si trattasse di uno spostamento di ampiezza finita.

L'errore che si commette non eccede però l'ordine di grandezza di quello che si fa applicando l'ordinaria teoria della elasticità alle molle, per le quali in genere gli spostamenti dei punti di applicazione delle forze non sono piccolissimi.

Confrontiamo ora i risultati ottenuti con la disposizione indicata nella fig. 1, che è la più largamente usata. In essa l'estremità B della molla è costretta fra 2 appoggi b β rivolti in senso opposto, i quali complessivamente equivalgono ad un incastro se il tratto di verga compreso fra essi è abbastanza corto rispetto alle sue dimensioni trasversali per potersi considerare come indeformabile. Allora la retta j che congiunge i centri b e β delle sezioni estreme al tratto suddetto e la tangente t all'asse geometrico nel punto b si devono riguardare come un tutto rigido, cosicchè lo spostamento che si dovrà dare alla 1ª per costringere l'estremità della molla nei suoi ritegni sarà uguale a quello che nel procedimento della fig. 4 è stato attribuito alla tangente t onde risolvere il quesito.

5. Tensioni successive di esercizio. — Nel funzionamento del regolatore il modo di deformarsi della molla non può essere che unico.

Quello di variare la posizione di uno degli incastri rispetto all'altro, in conseguenza delle rotazioni relative della capsula rispetto all'albero. Allora la reazione supplementare R_1 della molla, da comporsi con quella iniziale R_0, avrà per linea d'azione l'antipolare rispetto all'ellisse di elasticità del centro di rotazione dell'apparecchio intorno a cui il movimento ha necessariamente luogo. Ne discende una regola costruttiva per conservare nella molla un cimento uniforme: quella di far coincidere con l'asse di rotazione del regolatore il suo centro elastico G, invece di disporla, come è uso, concentricamente alla capsula.

È notevole però che sia con l'una sia coll'altra delle disposizioni indicate la soluzione riesce tanto migliore quanto più

l'arco AB della molla è prossimo all'intera circonferenza. In vero in tal caso con la disposizione che noi suggeriamo, essendo piccola l'eccentricità h, si utilizzerà bene la capacità della capsula per collocarvi una molla di massima lunghezza: con la disposizione abituale poi riuscirà meno grave la variazione del momento flettente da punto a punto della molla.

Si può rendersi facilmente conto di detta variazione, osservando che in questo caso il centro della rotazione elementare appartiene all'asse di simmetria y, e quindi R_1 deve riuscirgli normale ad una distanza dal centro elastico espressa da

$$d_1 = \frac{a_0}{w} : h = \frac{1}{2}\left(\frac{r^2}{h} - k - 2h\right).$$

Ne discende il momento utile M_1 dovuto alla forza R_1 rispetto all'asse P del regolatore:

$$M_1 = R_1\,(d_1 + h),$$

mentre, analogamente alla (19), si ha:

$$R_1 d_1 = \theta_1 / w,$$

se θ_1 è la rotazione relativa della capsula rispetto all'albero.

Da queste 3 uguaglianze si deduce:

$$M_1 = \frac{\theta_1}{w}\left(1 + \frac{h}{d_1}\right) = \frac{\theta_1}{w}\left(1 + \frac{2h^2}{r^2 - kh - 2h^2}\right).$$

Questo momento, restando uguali le dimensioni della molla e l'angolo di cui hanno rotato l'una rispetto all'altra le sue sezioni estreme appare dunque maggiore di quello

$$M_1' = \theta_1 / w$$

che si avrebbe a disposizione, portando il centro elastico della molla sull'asse del regolatore.

Ma in ciò, è importante notarlo, non vi ha alcun guadagno, poichè anzi il cimento massimo della molla supera alla sua volta il momento M_1. Precisamente. pur trascurando le sollecitazioni

a sforzo normale e sforzo di taglio che in questo caso esistono, risulta per le sezioni di incastro un momento flettente

$$M_1 + R_1 k = \frac{\theta_1}{w}\left(1 + \frac{h+k}{d_1}\right)$$

al quale si dovranno proporzionare le dimensioni della molla, diminuendone il rapporto caratteristico, ossia il lavoro di deformazione che essa può immagazzinare nell'unità di volume.

La soluzione più vantaggiosa che abbiamo potuto indicare per ottenere sia la tensione di montaggio, sia quella complementare di esercizio, non è invece raggiungibile con la disposizione costruttiva della fig. 1 quando si tratti di variare la tensione iniziale modificando le condizioni di fissamento dell'estremità B. Invero, spostando nella direzione del raggio il dito b mentre l'arresto β rimane fermo, si provoca una rotazione del complesso rigido tj intorno a β, e, trattandosi di un punto relativamente lontano dall'ellisse di elasticità, la linea d'azione della reazione aggiunta R_0' della molla, che così viene eccitata, non può a meno di attraversarla in prossimità del suo centro elastico, perturbando gravemente l'uniformità del cimento che si potè rispettare nel montaggio e nell'esercizio.

Questa disposizione abbassa dunque molto sensibilmente il rapporto caratteristico della molla, obbligando a progettarla assai più voluminosa per assicurarsi lo stesso effetto utile, e quindi rendendola più soggetta all'azione della forza centrifuga, che importa, per quanto è possibile, ridurre. Invece l'altro modo di ottenere il medesimo risultato, consistente nel dare ad uno degli incastri di estremità della molla uno spostamento di rotazione intorno all'asse del regolatore per variarne la tensione iniziale, è perfettamente conciliabile con la osservanza della uniformità del cimento, quando, come è stato detto, si faccia cadere il centro elastico della molla sull'asse dell'apparecchio.

Merita quindi che i costruttori riprendano in esame il secondo dispositivo, oggi quasi dimenticato, perchè soltanto esso può condurre ad una soluzione perfetta.

Contributo alla conoscenza delle Epatiche delle Isole Canarie.

Nota del Dott. G. GOLA

Durante un viaggio alle Isole Canarie compiuto nel 1905 a scopo di studi briologici, il collega dott. G. Negri, oltre ad una notevolissima raccolta di materiali di Muschi, dei quali è prossima la illustrazione, riunì anche una collezione di Epatiche che gentilmente affidò a me per lo studio. Al collega ed amico carissimo esprimo perciò i più vivi ringraziamenti per avermi dato la possibilità di compiere questo studio.

La flora epaticologica delle Isole Canarie è stata oggetto di numerose ricerche da parte di parecchi autori, e specialmente gli ultimi viaggi di Bornmüller e di Pitard hanno accresciuto di molto il numero delle Epatiche facienti parte della Flora Canariese (1).

Se le raccolte del Negri non hanno perciò potuto portare alla conoscenza che di una sola specie non ancora nota per le Isole atlantiche, esse hanno tuttavia condotto alla constatazione di stazioni non ancora note, e ad una più esatta conoscenza della loro distribuzione.

Gli esemplari della raccolta sommavano a 101, e si riferivano a 42 specie, delle quali dò l'elenco. In esso sono segnati con asterisco i nomi delle isole nelle quali ogni singola specie non era stata segnalata fin qui, e con due asterischi il nome della specie che risulta nuova per le Isole atlantiche.

Riccia erinacea Schiffn.

Gran Canaria. Tra S. Mateo e La Cumbra, m. 1000.

R. Crozalzii Levier.

* *Gran Canaria.* Terreno umido argilloso a Lechucilla presso S. Mateo, m. 1000; Juncal presso Tejeda.

(1) Oltre alle classiche pubblicazioni di Montagne, di Gottsche, portarono un contributo importante quelle più recenti di Bormüller (Hedwigia, 1902), di Pitard et Corbière (*Les Iles Canaries*, Paris, Klinksieck, 1908), di Bryhn („ Det. Kgl. Norske Videnskabers Selskabs Skriftes „, 1908).

R. glauca L.

* *Gran Canaria.* Terreno umido argilloso presso S. Mateo, m. 1000.

Corsinia Marchantioides Raddi.

Gran Canaria. Caldera di Bandamas presso Las Palmas.

Plagiochasma rupestre (Forst.) Steph.

Palma. S. Cruz da la Palma.

Reboulia hemisphaerica (L.) Raddi.

Gran Canaria. Los Tylos de Moya. — * *Palma.* Barranco del Rio, m. 900.

Grimaldia dichotoma Raddi.

Gran Canaria. S. Mateo, fra Tafira e S. Brigida, m. 300-500.

Fimbriaria africana Mont.

Palma. Cumbra nueva presso C. Cruz, m. 1200.

Lunularia cruciata (L.) Dum.

Gran Canaria. Fra Tafira e S. Brigida, m. 300-500; S. Mateo, m. 800. — *Palma*, presso S. Cruz de la Palma.

Dumortiera irrigua (Wills) Nees.

* *Hierro.* Fuente Maquena presso Las Lapas, m. 250.

Aneura sinuata Dum.

* *Gran Canaria.* Boschi di Los Tylos de Moya.

** ***A. pinguis.***

Gran Canaria. Los Tylos de Moya.

Metzgeria furcata (L.) Linde.

Gran Canaria. Boschi di Los Tylos de Moya.

Fossombronia angulosa (Diks.) Raddi.

Gran Canaria. Tejeda. Boschi di Los Tylos de Moya. — *Hierro.* Jinama.

Southbya hyalina Lyell.

* *Gran Canaria.* Tejeda.

Calypogeja ericetorum (Raddi) Spruce.

Estrella, sopra S. Cruz, sui muri dei campi.

Plagiochila spinulosa (Hook.) Dum.

Tenerife. Boschi di Agua Garcia. — *Palma*. Barranco del Agua, Los Sauces. — *Gomera*, sul tronco di *Erica arborea* nel bosco della Sarsa.

L'esemplare raccolto a Gomera rappresenta una forma assai allungata, con foglie assai piccole e più distanti che nel tipo; è perciò da ritenersi come una forma psicrofita propria degli ambienti caldi e umidi.

Lophocolea heterophylla (Schrad.) Dum.

Palma. Barranco del Agua a Los Sauces.

L. bidentata (L.) Dum.

* *Gran Canaria*. Fra Tafira e S. Brigida, m. 300-500. — *Palma*. Barranco del Rio presso S. Cruz, m. 900.

Chyloschyphus denticulatus Mitt.

* *Gran Canaria*. Los Tylos de Moya. — *Tenerife*. Boschi di Palmar sopra Garachito. - Ass. *Saccogyna viticulosa, Madotheca Thuja, Eulejeunea ulicina*.

Saccogyna viticulosa (L.) Dum.

Tenerife. Tegueste, Monte de la Mina, Monte di Aguirra. — *Gomera*. Cumbra del Carbonero, m. 850. — *Palma*. Barranco del Agua a Los Sauces. - Ass. *Plagiochila spinulosa, Diplophyllum albicans*. — *Gomera*. Boschi della Sarsa.

Cephaloziella divaricata (Sw.) Warnst.

* *Gomera*. Boschi di Lauracee a Fuente Santa. - Ass. *Scapania curta*.

Diplophyllum albicans (L.) Dum.

Gomera. Cumbra del Carbonero, m. 850. - Ass. *Saccogyna viticulosa, Scapania compacta*.

Scapania compacta (Roth.) Dum.

Palma. Puntallana. — *Gomera*. Cumbra del Carbonero, m. 850. - Ass. *Diplophyllum albicans*.

S. gracilis (Lindb.) Kaal.

Tenerife. Laguna, Bosco di Las Mercedes, m. 800. - Ass. *Frullania, Plagiochila spinulosa.*

S. dentata Dum.

Gomera. Cumbra del Carbonero, m. 850. - Ass. *Diplophyllum albicans, Saccogyna viticulosa.*

S. curta (Mart.) Dum.

* *Gomera.* Boschi di Lauracee a Fuente Santa. - Ass. *Cephaloziella divaricata.*

Radula ovata Jack.

* *Gran Canaria.* Firgas.

R. Lindenbergiana Gottsche.

Gran Canaria. S. Mateo, m. 800; tronchi di castagno a Lechucilla presso S. Mateo, m. 1000; Los Tylos de Moya. — *Palma.* Sui muri dei campi all'Estrella presso S. Cruz de la Palma. — *Hierro.* Valverde. - Ass. *Frullania squarrosa.*

Madotheca canariensis Nees.

Gran Canaria. Boschi di Los Tylos de Moya, fra Tafira e S. Brigida, m. 300-500. — *Tenerife.* Monte de la Mina a Tegueste, m. 800; Laguna, Boschi di Aguirra. — *Palma.* Cumbra nueva presso S. Cruz, m. 1200; Barranco dell'Agua a Los Sauces. — *Gomera.* Boschi del Barranco Cedro. - Ass. *Saccogyna viticulosa, Eurynchium Bornmulleri.*

M. Thuja (Dicks.) Dum.

Gran Canaria. S. Mateo.

Eulejeunea Pitardii Steph. in Corb., loc. cit.

Tenerife. Bosco de la Mina a Tegueste, m. 800. - Ass. *Radula Lindenbergiana, Madotheca canariensis.*

E. Ulicina (Tayl.) Spruce.

* *Gran Canaria.* Boschi di Los Tylos de Moya.

Cheilolejeunea Bonaventurae Steph.

* *Palma.* Barranco dell'Agua a Los Sauces.

Phragmicoma Mackaji (Hook.) Dum.

Tenerife. Bosco de la Mina a Tegueste, m. 800. - Ass. *Eulejeunea Pitardii, Radula Lindenbergiana.*

Frullania dilatata (L.) Dum.

Gran Canaria. Boschi di Los Tylos de Moya.

F. squarrosa Nees.

* *Gran Canaria.* Boschi di Los Tylos de Moya; Firgas. — *Hierro.* Mocanal.

F. polysticta Lind.

Gran Canaria. Boschi di Los Tylos de Moya. — *Gomera.* Barranco Cedro.

F. Teneriffae Nees.

Tenerife. Buena vista presso Palmar. — *Palma.* Barranco del Rio, m. 900; Cumbra nueva presso S. Cruz, m. 1200; Cumbra vieja; Puntallana. — *Gomera.* Boschi di lauracee a Barranco Cedro; Cumbra del Carbonero, m. 850. - Ass. *Saccogyna viticulosa, Eulejeunea ulicina.*

F. fragilifolia Tayl.

Palma. Sui muri dei campi all'Estrella presso S. Cruz.

Anthoceros dichotomus Raddi.

Gran Canaria. Firgas; Los Tylos de Moya; S. Mateo. — *Palma,* presso S. Cruz. Estrella sui muri dei campi. — *Gomera.* Cumbra del Carbonero.

A. Husnoti Steph.

* *Gran Canaria.* S. Mateo, m. 800; Caldera di Bandamas a Las Palmas. — *Tenerife,* presso Laguna. — * *Palma.* Barranco del Rio. — *Hierro.* Jinama.

A queste va aggiunta una specie riferentesi con tutta probabilità ad una *Dilenaea,* ma che non fu possibile determinare per l'insufficienza dell'esemplare.

Torino, R. Istituto Botanico, Giugno 1911.

Sull'azione del pentacloruro di fosforo sugli ossiazocomposti.

Nota dei Dott.[i] G. CHARRIER e G. FERRERI.

Kekulé e Hidegh (1) facendo agire il pentacloruro di fosforo sull'ossiazobenzolo ottennero un composto da essi considerato come ossiazossibenzolo $C_6H_5—N—N—C_6H_4OH$.

$$C_6H_5—\underset{\diagdown O \diagup}{N—N}—C_6H_4OH$$

Wallach e Belli (2) usarono più tardi questa reazione per caratterizzare l'ossiazobenzolo, e Wallach e Kiepenheuer (3) poi confermarono la formola $C_{12}H_{10}N_2O_2$, data da Kekulé e Hidegh, e considerarono come una conferma della struttura attribuita a questo composto, il fatto, che per l'azione del sodio sulla soluzione alcoolica di questo corpo si riotteneva l'ossiazobenzolo.

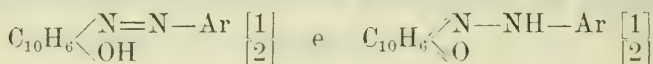
Heumann e Paganini (4) riprendendo questa reazione dimostrarono erronee le osservazioni precedenti, e misero in chiaro che per azione del pentacloruro di fosforo sull'ossiazobenzolo, come sui suoi omologhi *o*-, *m*- e *p*-toluolazofenol, si formano due composti diversi: il cloroazocomposto risultante dalla sostituzione dell'ossidrile coll'alogeno, e l'etere fosforico dell'ossiazocomposto impiegato nella reazione, etere fosforico che Kekulé e Hidegh avevano erroneamente considerato come ossiazossibenzolo.

Noi abbiamo ripreso lo studio di questa reazione, e descriviamo ora i risultati ottenuti facendo agire il pentacloruro di fosforo su alcuni ossiazocomposti provenienti dalla copulazione del β-naftol coi cloruri di *o*- e *p*-anisildiazonio e di *o*- e *p*-fenetildiazonio.

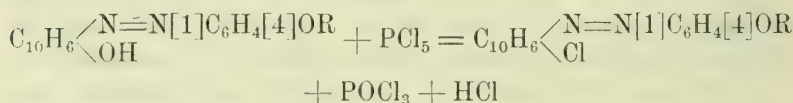
È noto che gli ossiazocomposti che si ottengono per azione dei sali di diazonio sul β-naftol sono ortoderivati; essi possono

(1) B. *3*, 235 (1870).
(2) B. *13*, 526 (1880).
(3) B. *14*, 2617 (1881).
(4) B. *23*, 3550 (1890); *24*, 365 (1891).

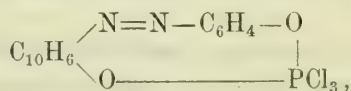
esser rappresentati con le due forme tautomere seguenti, la prima di vero azocomposto e la seconda di *o*-chinonidrazone:

$$C_{10}H_6\begin{cases}N=N-Ar & [1] \\ OH & [2]\end{cases} \quad e \quad C_{10}H_6\begin{cases}N-NH-Ar & [1] \\ O & [2]\end{cases}$$

ma hanno tendenza, secondo Auwers (1), a entrare in reazione colla prima, per il fatto che l'anello chinonico tende a trasformarsi nell'anello aromatico, tendenza verificata da uno di noi anche in un caso riguardante *o*-amidoazocomposti (2).

Ciò premesso, noi abbiamo osservato che i composti preparati dalla *p*-anisidina e dalla *p*-fenetidina reagiscono con pentacloruro di fosforo lasciandosi sostituire l'ossidrile con un atomo di cloro conformemente all'equazione:

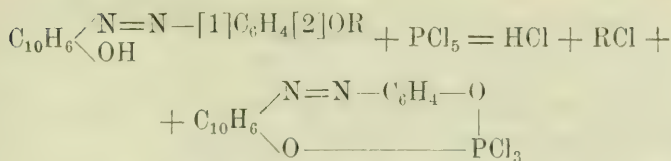
$$C_{10}H_6\begin{cases}N=N[1]C_6H_4[4]OR \\ OH\end{cases} + PCl_5 = C_{10}H_6\begin{cases}N=N[1]C_6H_4[4]OR \\ Cl\end{cases} + POCl_3 + HCl$$

mentre che quelli preparati dall'*o*-anisidina e dalla *o*-fenetidina si comportano in modo affatto diverso.

Infatti in questo caso non si forma ossicloruro di fosforo, ma si svolgono acido cloridrico e cloruro di metile o di etile, e contemporaneamente si ottiene un composto, contenente fosforo e cloro, pochissimo stabile e non avuto ancora allo stato puro, il quale per azione dell'acqua dà *o*-ossifenilazo-β-naftol. Per farsi un qualche concetto della formazione di quest'ultimo composto, alla sostanza contenente fosforo si potrebbe forse attribuire in modo tutt'affatto preliminare, la formola

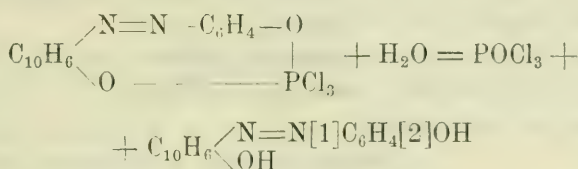
$$C_{10}H_6\begin{cases}N=N-C_6H_4-O \\ \qquad\qquad\qquad\quad | \\ O\text{———————}PCl_3\end{cases},$$

ammettendo che essa sostanza si produca in virtù dell'equazione:

(1) A. *360*, 11 (1908).
(2) G. *40*, II, 132 (1910).

$$C_{10}H_6\begin{cases}N{=}N-[1]C_6H_4[2]OR\\OH\end{cases} + PCl_5 = HCl + RCl +$$

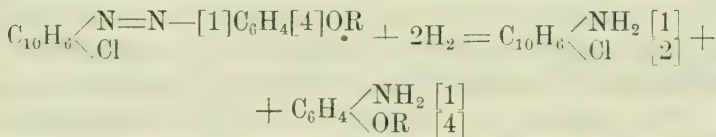
$$+ C_{10}H_6\begin{cases}N{=}N-C_6H_4-O\\ \qquad\qquad\qquad\quad |\\O\text{———————}PCl_3\end{cases}$$

e che per azione di una molecola di acqua dia origine all'*o*-ossifenilazo-β-naftol:

$$C_{10}H_6\begin{cases}N{=}N-C_6H_4-O\\ \qquad\qquad\qquad\quad |\\O\text{———————}PCl_3\end{cases} + H_2O = POCl_3 +$$

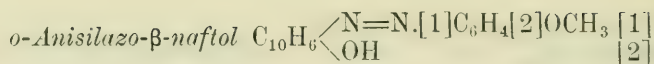
$$+ C_{10}H_6\begin{cases}N{=}N[1]C_6H_4[2]OH\\OH\end{cases}$$

Nell'azione del pentacloruro di fosforo su tutti gli ossiazocomposti studiati si formano inoltre in seguito a reazioni secondarie piccole quantità di composti infusibili, fosforati, di cui continuiamo lo studio.

I cloroazocomposti che descriviamo in questa nota costituiscono i primi termini di una serie non ancora conosciuta: essi contengono il cloro in posizione 2 nel nucleo naftalinico e l'azogruppo in posizione 1: per azione dei riducenti infatti si scindono facilmente in 2-cloro-1-naftilamina e nel *p*-amidofenol sostituito corrispondente secondo lo schema:

$$C_{10}H_6\begin{cases}N{=}N-[1]C_6H_4[4]OR\\Cl\end{cases} + 2H_2 = C_{10}H_6\begin{cases}NH_2 & [1]\\Cl & [2]\end{cases} +$$

$$+ C_6H_4\begin{cases}NH_2 & [1]\\OR & [4]\end{cases}$$

Una cloroazonaftalina venne ottenuta da Zincke (1) per azione della fenilidrazina sull'α-dicloro-β-chetonaftalina, ma contiene secondo questo chimico il cloro in posizione 1 e l'azogruppo in posizione 2: è cioè $C_{10}H_6\begin{cases}Cl & [1]\\N{=}N-C_6H_5 & [2]\end{cases}$.

(1) B. *21*, 3540 (1888).

o-Anisilazo-β-naftol $C_{10}H_6\left\langle\begin{matrix}N{=}N.[1]C_6H_4[2]OCH_3 & [1]\\ OH & [2]\end{matrix}\right.$

Si ottiene questo composto per azione del cloruro di *o*-anisildiazonio sul β-naftol in soluzione alcalina.

Si separa sotto forma di un precipitato rosso, che cristallizzato dall'alcool costituisce finissimi aghi di color giallo-rossi con riflessi dorati, fondenti a 178°.

I. Gr. 0,2623 di sostanza fornirono gr. 0,7046 di anidride carbonica e gr. 0,1199 di acqua.

II. Gr. 0,1695 di sostanza diedero cc. 15,5 di azoto ($H_0 = 724,479$ $t = 13°$), ossia gr. 0,017183.

Cioè su cento parti:

	trovato		calcolato per $C_{17}H_{14}N_2O_2$
	I	II	
Carbonio	73,26	—	73,38
Idrogeno	5,07	—	5,03
Azoto	—	10,13	10,07

Solubile discretamente nel cloroformio e nel benzolo, si scioglie invece poco nell'alcool a caldo, pochissimo a freddo. È pure poco solubile nella benzina. Nell'acido solforico conc. si scioglie con colorazione rosso-violetta.

Per azione di una molecola di pentacloruro di fosforo su una molecola di *o*-anisilazo-β-naftol e decomponendo con acqua il prodotto della reazione, si forma l'*o*-ossifenilazo-βnaftol, secondo l'equazione che è stata già scritta; il cloruro di metile, che contemporaneamente si produce, venne caratterizzato trasformandolo in metilmercaptano e questo in composto mercurico.

Per eseguire la reazione, si mescolano accuratamente le due sostanze finamente polverizzate, e si scalda la miscela a bagnomaria sino a cessazione dello sviluppo di acido cloridrico. La massa non si fonde, ma si mantiene polverosa, soltanto il colore passa al verde-scuro. Trattando poi con acqua avviene una lenta reazione (quando non vi sia eccesso di pentacloruro e la reazione abbia proceduto bene), che si avverte dal fatto che il colore della sostanza dal verde nero passa al rosso: questo composto rosso è appunto l'*o* ossifenilazo-β-naftol, impuro

per piccola quantità di *o*-anisilazo-βnaftol che non ha reagito e di un composto contenente fosforo, di cui non ci occupiamo nella presente nota. Per separarlo da queste sostanze si scioglie a caldo in una soluzione di idrato sodico all'8 %, si filtra all'ebollizione per impedire la separazione del sale sodico, e quindi si decompone quest'ultimo con acido solforico diluito.

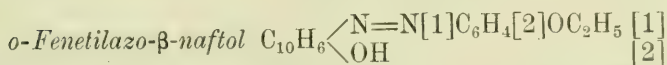
Si separa così allo stato libero l'ossiazocomposto (il ricavo in prodotto greggio arriva all'85 % della teoria) che si può ottenere cristallizzato in larghe tavole di color verde-cantaride dall'etere acetico. Ricristallizzato dall'alcool ordinario si fonde a 193°.

I. Gr.0,2511 di sostanza fornirono gr. 0,6670 di anidride carbonica e gr. 0,1080 di acqua.

II. Gr. 0,2884 di sostanza diedero cc. 26,5 di azoto ($H_0 = 726,469$ $t = 19°$), cioè gr. 0,029334.

Cioè su cento parti:

	trovato		calcolato per $C_{16}H_{12}N_2O_2$
	I	II	
Carbonio	72,44	—	72,72
Idrogeno	4,77	—	4,54
Azoto	—	10,17	10,60

o-Fenetilazo-β-*naftol* $C_{10}H_6 \langle {N=N[1]C_6H_4[2]OC_2H_5 \; [1] \atop OH \; [2]}$

Questo composto si ottiene analogamente all'*o*-anisilazo-β-naftol sostituendo al cloruro di *o*-anisildiazonio il cloruro di *o*-fenetildiazonio. Cristallizza dall'alcool in minutissime fogliette rosso-ranciato con riflessi dorati, fondenti a 138°.

I. Gr. 0,2167 di sostanza diedero gr. 0,5882 di anidride carbonica e gr. 0,1110 di acqua.

II. Gr. 0,1984 di sostanza diedero cc. 17 di azoto ($H_0 = 728,94$ $t = 15°$), cioè gr. 0,019298.

Cioè su cento parti:

	trovato		calcolato per $C_{18}H_{16}N_2O_2$
	I	II	
Carbonio	74,02	—	73,98
Idrogeno	5,69	—	5,47
Azoto	—	9,67	9,58

Come il corrispondente *o*-anisilderivato, è poco solubile nell'alcool caldo, pochissimo nel freddo; poco solubile in benzina, molto negli altri solventi organici. Si scioglie nell'acido solforico conc. con colorazione rosso-violetta.

Per azione di una molecola di pentacloruro di fosforo si ottiene lo stesso *o*-ossifenilazo-β-naftol, fondente a 193°, preparato partendo dall'*o*-anisilazo-β-naftol.

I. Gr. 0,1970 di sostanza fornirono gr. 0,5223 di anidride carbonica e gr. 0,0822 di acqua.

II. Gr. 0,1581 di sostanza diedero cc. 15,5 di azoto ($H_0 = 728,469$ $t = 18°$), cioè gr. 0,017279.

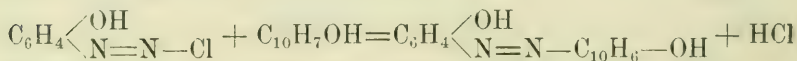
Cioè su cento parti:

	trovato		calcolato per $C_{16}H_{12}N_2O_2$
	I	II	
Carbonio	72,30	—	72,72
Idrogeno	4,63	—	4,54
Azoto	—	10,92	10,60

Il cloruro di etile che contemporaneamente si forma nella reazione, venne caratterizzato trasformandolo in etilmercaptano e quindi in composto mercurico.

o-Ossifenilazo-β-naftol $C_{10}H_6\begin{cases} N{=}N{-}[1]C_6H_4{-}[2]OH & [1] \\ OH & [2] \end{cases}$

L'*o*-ossifenilazo-β-naftol che si forma nell'azione del pentacloruro di fosforo sui due ossiazocomposti descritti sopra, è identico con quello che si può preparare facendo agire il cloruro di *o*-ossifenildiazonio sul β-naftol in soluzione alcalina secondo la reazione:

$$C_6H_4\begin{cases} OH \\ N{=}N{-}Cl \end{cases} + C_{10}H_7OH = C_6H_4\begin{cases} OH \\ N{=}N{-}C_{10}H_6{-}OH \end{cases} + HCl$$

Anche Niementowshi lo ottenne fusibile a 193° (1).

L'*o*-ossifenilazo-β-naftol si presenta in tre forme diverse: dall'alcool etilico o dall'etere acetico si separa in tavole di

(1) C. B. 1902, II, 938.

color verde-cantaride, fondenti a 193°. Dal benzol e dal toluene si separa in mammelloni costituiti da finissimi aghetti di un bel rosso-ciliegia, senza riflessi metallici, che si elettrizzano facilmente durante la polverizzazione.

Infine dall'alcool metilico si separa in forma di aghi rossi ben sviluppati con riflessi dorati, i quali possono venir polverizzati molto facilmente.

Le due ultime forme messe in contatto con alcool etilico si trasformano dopo pochi minuti in una polvere verde-cantaride, formata da minutissime scagliette della prima forma. Anche per azione del calore succede lo stesso fenomeno: verso 120°-130° le due ultime forme cominciano a trasformarsi in scagliette verdi-cantaride della prima forma e a 193° si fondono.

L'identità della composizione delle due forme ottenute dal toluene e dall'alcool metilico, con quella della forma ottenuta dall'alcool ordinario, è messa fuori di dubbio dalle seguenti analisi:

Sostanza dal toluene:

I. Gr. 0,1392 di sostanza fornirono gr. 0,3706 di anidride carbonica e gr. 0,0613 di acqua.

II. Gr. 0,1336 di sostanza diedero cc. 12,5 di azoto ($H_0 = 736,447$ $t = 17°$), cioè gr. 0,014149.

Cioè su cento parti:

	trovato		calcolato per $C_{16}H_{12}N_2O_2$
	I	II	
Carbonio	72,60	—	72,72
Idrogeno	4,89	—	4,54
Azoto	—	10,59	10,60

Sostanza dall'alcool metilico:

Gr. 0,1504 di sostanza fornirono gr. 0,4000 di anidride carbonica e gr. 0,0674 di acqua.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{16}H_{12}N_2O_2$
Carbonio	72,59	72,72
Idrogeno	4,98	4,54

Dell'*o*-ossifenilazo-β-naftol abbiamo preparato alcuni sali ed eteri; però non abbiamo potuto sostituire più di un atomo di idrogeno ossidrilico; e pare che l'idrogeno sostituibile sia quello dell'ossidrile legato al nucleo benzolico, perchè l'*o*-anisil- e l'*o*-fenetilazo-β-naftol avanti descritti (nei quali al posto di quell'atomo di idrogeno si trova un radicale alcoolico) sono insolubili negli alcali.

Sale di sodio $C_{10}H_6\langle{}^{N=N-C_6H_4ONa}_{OH} + 3H_2O$. Si separa cristallizzato sotto forma di minutissime pagliette verde-smeraldo dalle soluzioni dell'ossiazocomposto in idrato sodico bollente (8 %) o in carbonato sodico: abbastanza stabile con acqua fredda, nella quale si scioglie con colorazione violetta intensa, è invece idrolizzato dall'acqua calda: le soluzioni con eccesso di alcali hanno color rosso e sono stabili al riscaldamento.

I. Gr. 1,2026 di sostanza fornirono gr. 0,1896 di acqua e gr. 0,2429 di solfato sodico, cioè gr. 0,078767 di sodio.

II. Gr. 0,4204 di sostanza fornirono gr. 0,0650 di acqua e gr. 0,0844 di solfato sodico, cioè gr. 0,027369 di sodio.

Cioè su cento parti:

	trovato		calc. per $C_{16}H_{11}N_2O_2Na.3H_2O$
	I	II	
Acqua	15,76	15,46	15,88
Sodio	6,54	6,52	6,76

Sale di potassio $C_{10}H_6\langle{}^{N=N-C_6H_4OK}_{OH} + 1\,{}^1/_2\,H_2O$. Si prepara nello stesso modo del sale di sodio e ne ha le stesse proprietà: è costituito da pagliette minutissime di color verde-smeraldo.

I. Gr. 0,9547 di sostanza diedero gr. 0,0775 di acqua e gr. 0,2499 di solfato potassico, cioè gr. 0,112222 di potassio.

II. Gr. 0,5374 di sostanza diedero gr. 0,0464 di acqua e gr. 0,1413 di solfato potassico, cioè gr. 0,063453 di potassio.

Cioè su cento parti:

	trovato		calc. per $C_{16}H_{11}N_2O_2K.1^1/_2H_2O$
	I	II	
Acqua	8,11	8,63	8,20
Potassio	11,75	11,80	11,85

Acetilderivato $C_{10}H_6\langle^{N=N-C_6H_4OC_2H_3O}_{OH}$. Si ottiene facilmente scaldando a ricadere per cinque ore l'*o*-ossifenilazo-β-naftol con acido acetico, anidride acetica in eccesso e acetato sodico. Cristallizza dall'alcool in fini aghi rosso-rubino, fondenti a 153°.

I. Gr. 0,2968 di sostanza diedero gr. 0,7658 di anidride carbonica e gr. 0,1271 di acqua.

II. Gr. 0,2692 di sostanza diedero cc. 22 di azoto (H_0 = 734,577 t = 18°), cioè gr. 0,024734.

Cioè su cento parti :

	trovato		calcolato per $C_{18}H_{14}N_2O_3$
	I	II	
Carbonio	70,36	—	70,58
Idrogeno	4,75	—	4,57
Azoto	—	9,18	9,15

Solubile discretamente nella maggior parte dei solventi organici, molto nell'alcool a caldo e discretamente anche a freddo: poco solubile nella benzina.

Benzoilderivato $C_{10}H_6\langle^{N=N-C_6H_4O\,.\,C_7H_5O}_{OH}$. Venne preparato col metodo Schotten-Baumann: cristallizzato dall'alcool dove è pochissimo solubile a caldo, quasi insolubile a freddo, forma finissimi aghetti di color giallo-arancio, fondenti a 216°.

I. Gr. 0,2120 di sostanza fornirono gr. 0,5835 di anidride carbonica e gr. 0,0890 di acqua.

II. Gr. 0,1625 di sostanza fornirono cc. 11,7 di azoto (H_0 = 718,492 t = 19°), cioè gr. 0,012807.

Cioè su cento parti :

	trovato		calcolato per $C_{23}H_{16}N_2O_3$.
	I	II	
Carbonio	75,06	—	75,00
Idrogeno	4,66	—	4,34
Azoto	—	7,88	7,60

Molto solubile in cloroformio e benzolo, poco in benzina.

Tanto l'acetilderivato, che il benzoilderivato vengono facilmente saponificati dalla soluzione di idrato sodico (8 %) a caldo: si ottiene con questo trattamento una soluzione rossa del sale di sodio dell'*o*-ossifenilazo-β-naftol, che cogli acidi dà l'ossiazocomposto in forma di fiocchi rossi, i quali per cristallizzazione dall'etere acetico si ottengono fusibili a 193°.

Etere benzilico $C_{10}H_6\langle{N=N-C_6H_4OC_7H_7 \atop OH}$. Si ottiene per azione del cloruro di benzile sull'*o*-ossifenilazo-β-naftol in presenza della quantità teorica di etilato sodico. Cristallizzato dall'alcool forma finissimi aghetti rossi, fusibili a 152-153°.

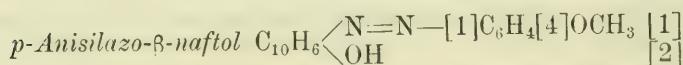
I. Gr. 0,2010 di sostanza fornirono gr. 0,5728 di anidride carbonica e gr. 0,0964 di acqua.

II. Gr. 0,1390 di sostanza fornirono cc. 10 di azoto ($H_0 = 733,459$ $t = 17°$), ossia gr. 0,011272.

Cioè su cento parti:

	trovato		calcolato per $C_{23}H_{18}N_2O_2$
	I	II	
Carbonio	77,72	—	77,96
Idrogeno	5,32	—	5,08
Azoto	—	8,10	7,90

Molto solubile in cloroformio e benzolo, abbastanza nella benzina.

p-Anisilazo-β-naftol $C_{10}H_6\langle{N=N-[1]C_6H_4[4]OCH_3 \atop OH}$ $[1] \atop [2]$

Si ottiene per azione del cloruro di *p*-anisildiazonio sul β-naftol in soluzione alcalina. Cristallizzato dall'alcool forma aghi rossi fondenti a 137°.

I. Gr. 0,2786 di sostanza fornirono gr. 0,7470 di anidride carbonica e gr. 0,1294 di acqua.

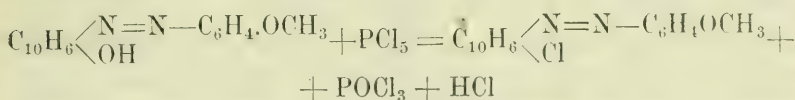
II. Gr. 0,2334 di sostanza fornirono cc. 20 di azoto ($H_0 = 737,164$ $t = 15°$), ossia gr. 0,022843.

Cioè su cento parti:

	trovato		calcolato per $C_{17}H_{14}N_2O_2$
	I	II	
Carbonio	73,12	—	73,38
Idrogeno	5,16	—	5,03
Azoto	—	9,78	10,07

Poco solubile a caldo, pochissimo a freddo nell'alcool, è più solubile in cloroformio, benzolo e solfuro di carbonio; solubile nella benzina. Si scioglie nell'acido solforico conc. con colorazione rosso-violetta e riprecipita inalterato per aggiunta di acqua.

Se si scalda una molecola di *p*-anisilazo-β-naftol con una molecola di pentacloruro di fosforo, avviene la reazione principale seguente:

$$C_{10}H_6\begin{cases}N{=}N{-}C_6H_4.OCH_3\\OH\end{cases}+PCl_5=C_{10}H_6\begin{cases}N{=}N{-}C_6H_4OCH_3\\Cl\end{cases}+$$
$$+POCl_3+HCl$$

Per ottenere nel modo più conveniente la 1-*p*-anisilazo-2-cloro-naftalina si opera nel modo seguente: si mescolano accuratamente le sostanze finamente polverizzate, scaldando quindi la miscela a bagnomaria sino a cessazione dello sviluppo di acido cloridrico: si ottiene una massa fusa, che si versa in molta acqua agitando bene. Avviene subito solidificazione e triturando in mortaio con acqua si ottiene una polvere giallo-bruna: questa ben lavata e triturata in mortaio con alcool freddo, si raccoglie a pompa e si lava sino a che l'alcool passa debolmente colorato: si asportano così le resine, che impedirebbero la cristallizzazione del cloroazocomposto, mentre questo rimane indisciolto, essendo pochissimo solubile in alcool freddo. La sostanza, così trattata, viene sciolta in cloroformio bollente, e la soluzione cloroformica addizionata di un egual volume di alcool lascia cristallizzare il cloroazocomposto. Questo è ancora però impuro per piccole quantità di un composto contenente fosforo; cristallizzandolo dall'alcool bollente, in cui il composto fosforato è insolubile, si ottiene la 1-*p*-anisilazo-2-cloro-naftalina in prismetti rosso-arancio o in scagliette giallo-rosse lucenti, fusibili a 87°.

I. Gr. 0,3853 di sostanza diedero gr. 0,1863 di cloruro di argento, ossia gr. 0,046072 di cloro.

II. Gr. 0,1998 di sostanza diedero cc. 16,5 di azoto ($H_0 = 732,288$ $t = 15°$), ossia gr. 0,018720.

Cioè su cento parti:

	trovato		calcolato per $C_{17}H_{13}N_2OCl$
	I	II	
Cloro	11,95	—	11,97
Azoto	—	9,36	9,44

È molto solubile in cloroformio, etere, benzolo e solfuro di carbonio, poco solubile in benzina: solubile discretamente nell'alcool a caldo, poco a freddo. Nell'acido solforico conc. si scioglie con colorazione rosso-violetta.

La 1-*p*-anisilazo-2-cloro-naftalina, trattata in soluzione acetica con polvere di zinco, si scinde facilmente in *p*-anisidina e in 2-cloro-1-naftilamina $C_{10}H_6\begin{cases} NH_2 & [1] \\ Cl & [2] \end{cases}$, che cristallizzata dall'etere di petrolio forma aghetti bianchi, fusibili a 56°; anche Cleve (1), che la ottenne per azione dello stagno ed acido cloridrico sulla dicloro-acet-α-naftalide, ha trovato lo stesso punto di fusione.

Per breve riscaldamento della 2-cloro-1-naftilamina con acido acetico e poca anidride acetica abbiamo ottenuto il derivato monoacetilico $C_{10}H_6\begin{cases} NH . C_2H_3O \\ Cl \end{cases}$, che cristallizza dall'alcool in fini aghi bianchi, fondenti a 191°.

Gr. 0,3353 di sostanza fornirono gr. 0,2192 di cloruro di argento, ossia gr. 0,054197 di cloro.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{12}H_{10}NOCl$
Cloro	16,16	16,17

Molto solubile in tutti i solventi organici, cristallizza assai bene anche dall'alcool diluito.

Se invece si riscalda la 2-cloro-1-naftilamina per qualche ora a ricadere con eccesso di anidride acetica, acido acetico e acetato sodico, si ottiene il diacetilderivato $C_{10}H_6\begin{cases} N(C_2H_3O)_2 \\ Cl \end{cases}$, il quale costituisce prismi incolori, ben sviluppati, fusibili a 88°.

(1) B. *20*, 450 (1887).

I. Gr. 0,2766 di sostanza fornirono gr. 0,1498 di cloruro di argento, ossia gr. 0,037061 di cloro.

II. Gr. 0,1952 di sostanza fornirono cc. 9 di azoto ($H_0 = 732,696$ $t = 12°$), ossia gr. 0,010342.

Cioè su cento parti:

	trovato		calcolato per $C_{14}H_{12}NO_2Cl$
	I	II	
Cloro	13,39	—	13,57
Azoto	—	5,29	5,35

Molto solubile in tutti i solventi organici, cristallizza bene dall'alcool diluito.

La diacetil-2-cloro-1-naftilamina scaldata all'ebollizione con potassa alcoolica diluita per pochi minuti si trasforma, lasciandosi sostituire un acetile con un atomo di idrogeno, in monoacetilderivato, fusibile a 191°.

I. Gr. 0,1369 di sostanza fornirono gr. 0,0882 di cloruro di argento, ossia gr. 0,021807 di cloro.

II. Gr. 0,1341 di sostanza fornirono cc. 8 di azoto ($H_0 = 734,340$ $t = 14°$), ossia gr. 0,009125.

Cioè su cento parti:

	trovato		calcolato per $C_{12}H_{10}NOCl$
	I	II	
Cloro	15,92	—	16,17
Azoto	—	6,80	6,37

Per azione dell'acido nitroso abbiamo ottenuto in soluzione dalla 2-cloro-1-naftilamina il cloruro di 2-cloro-naftil-diazonio, che con β-naftilamina fornisce facilmente l'amidoazoderivato, la 2-cloronaftilazo-β-naftilamina $C_{10}H_6\left<\begin{matrix} N=N-C_{10}H_6NH_2 \\ Cl \end{matrix}\right.$, che cristallizza dall'alcool in aghi rosso-granata, fondenti a 125°.

Gr. 0,2070 di sostanza diedero gr. 0,0891 di cloruro d'argento, ossia gr. 0,022029 di cloro.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{20}H_{14}N_3Cl$
Cloro	10,64	10,70

Abbastanza solubile nell'alcool, più solubile negli altri solventi organici come il benzolo, il cloroformio, l'acetone, ecc.,

poco solubile nella benzina. Nell'acido solforico conc. si scioglie con colorazione azzurra intensa.

Il cloruro di 2-cloro-naftildiazonio copulato con β-naftol in soluzione alcalina dà facilmente il corrispondente ossiazocomposto, il 2-cloro-naftilazo-β-naftol $C_{10}H_6\langle{}^{N=NC_{10}H_6OH}_{Cl}$, sostanza di un bel rosso-granata, che cristallizza da una miscela di alcool e cloroformio in minutissimi aghetti di color rosso-cupo con riflessi dorati, fusibili a 177°.

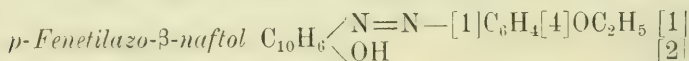
I. Gr. 0,1608 di sostanza fornirono gr. 0,0694 di cloruro di argento, ossia gr. 0,017159 di cloro.

II. Gr. 0,1080 di sostanza fornirono cc. 8 di azoto ($H_0 = 735{,}221$ $t = 14°$), ossia gr. 0,009137.

Cioè su cento parti :

	trovato		calcolato per $C_{20}H_{13}N_2OCl$
	I	II	
Cloro	10,67	—	10,67
Azoto	—	8,45	8,42

Solubile abbastanza nella maggior parte dei solventi organici, si scioglie nell'acido solforico conc. con bellissima colorazione bleu-violetta.

p-Fenetilazo-β-naftol $C_{10}H_6\langle{}^{N=N-[1]C_6H_4[4]OC_2H_5}_{OH}$ $\begin{matrix}[1]\\ [2]\end{matrix}$

Si forma per copulazione del cloruro di *p*-fenetildiazonio col β-naftol in soluzione alcalina. Cristallizzato dall'alcool è in finissimi aghi di color rosso-ciliegia, fondenti a 132°.

I. Gr. 0,1758 di sostanza fornirono gr. 0,4752 di anidride carbonica e gr. 0,0952 di acqua.

II. Gr. 0,2300 di sostanza diedero cc. 18,2 di azoto ($H_0 = 739{,}284$ $t = 12°$), ossia gr. 0,021103.

III. Gr. 0,1691 di sostanza diedero cc. 13,5 di azoto ($H_0 = 741{,}798$ $t = 17°$), ossia gr. 0,015393.

Cioè su cento parti :

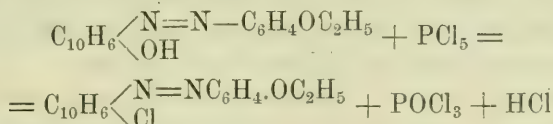
	trovato			calc. per $C_{18}H_{16}N_2O_2$
	I	II	III	
Carbonio	73,72	—	—	73,98
Idrogeno	6,01	—	—	5,47
Azoto	—	9,18	9,10	9,58

È poco solubile nell'alcool bollente, pochissimo nell'alcool freddo, poco solubile nella benzina, molto invece nel cloroformio, benzolo, etere e solfuro di carbonio.

Si scioglie nell'acido solforico conc. con colorazione rosso-violetta, e da questa soluzione precipita inalterato per aggiunta di acqua.

Per azione del pentacloruro di fosforo sul *p*-fenetilazo-β-naftol avviene la reazione seguente, analoga a quella del *p*-anisilderivato:

$$C_{10}H_6\langle{}^{N=N-C_6H_4OC_2H_5}_{OH} + PCl_5 =$$

$$= C_{10}H_6\langle{}^{N=NC_6H_4.OC_2H_5}_{Cl} + POCl_3 + HCl$$

Usando lo stesso procedimento indicato nel caso del *p*-anisilazo-βnaftol abbiamo potuto facilmente ottenere allo stato puro la 1-*p*-fenetilazo-2-cloronaftalina, che cristallizza dall'alcool in fogliette giallo-ranciate, fusibili a 94°.

I. Gr. 0,2935 di sostanza fornirono gr. 0,1383 di cloruro d'argento, ossia gr. 0,034195 di cloro.

II. Gr. 0,2009 di sostanza fornirono cc. 15,8 di azoto ($H_0 = 742,519$ $t = 15°$), ossia gr. 0,018179.

Cioè su cento parti:

	trovato		calc. per $C_{18}H_{15}N_2OCl$
	I	II	
Cloro	11,65	—	11,43
Azoto	—	9,04	9,01

La 1-*p*-fenetilazo-2-cloronaftalina è molto solubile in cloroformio, etere, solfuro di carbonio, benzolo, poco solubile nella benzina.

Nell'alcool è poco solubile a caldo, pochissimo a freddo. Si scioglie nell'acido solforico conc. con magnifica colorazione violetta.

Con acido acetico e polvere di zinco si scinde facilmente in *p*-fenetidina, che si dimostra colle reazioni colorate caratteristiche, e in 2-cloro-1-naftilamina $C_{10}H_6\langle{}^{NH_2}_{Cl}\left[\begin{matrix}1\\2\end{matrix}\right]$, fusibile a 56°.

Torino. Istituto Chimico della R. Università.
Giugno 1911.

Sul moto di una corrente libera, deviata da una parete rigida.

Nota di TOMMASO BOGGIO.

In questa Nota studio il moto permanente di una corrente libera, proveniente dall'infinito, la quale viene deviata dalla presenza di una parete rigida, situata tutta al finito.

Il problema, ove lo si volesse affrontare nella sua generalità, e cioè per il caso di tre dimensioni, presenterebbe difficoltà gravissime, anzi, nello stato attuale dell'Analisi, insormontabili.

Limitandolo invece al caso di due dimensioni, esso può esser trattato in modo relativamente semplice ed esauriente, giacchè si riesce ad assegnare l'integrale generale della classe di moti considerata.

Il metodo che applico è quello stesso che è stato introdotto nella Scienza dal prof. Levi-Civita nella Memoria: *Scie e leggi di resistenza* (*), e che è già stato applicato dal prof. Cisotti per la risoluzione di svariate ed importanti questioni di Idrodinamica (**). Nuove applicazioni idrodinamiche di tale metodo sono pure state fatte recentemente dall'ing. Colonnetti, il quale ha ottenuto dei risultati molto notevoli, anche dal punto di vista pratico (***).

Se, in particolare, la parete rigida si estende indefinitamente a monte del moto, in guisa che la corrente liquida sia guidata da tale parete, si ha il problema delle cascate; se poi la parete rigida si estende indefinitamente a monte e a valle, si ha un

(*) " Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo ", t. XXIII, a. 1907.

(**) Cfr. ad es. Cisotti, *Vene fluenti* (" Rend. Circolo Palermo ", t. XXV, a. 1908); *Sul moto di un solido in un canale* (id. id., t. XXVIII, 1909); *Sulla derivazione dei canali* (" Zeitschr. für Mathem. und Physik ", 59 Bd., a. 1911); *Sulla biforcazione di una vena liquida* (" Accad. Lincei ", t. XX, a. 1911).

(***) Colonnetti, *Sul moto di un liquido in un canale* (" Rend. Circolo Palermo ", t. XXXII, a. 1911); *Sull'efflusso dei liquidi fra parèti, ecc.* (" Accad. Lincei ", t. XX, a. 1911).

problema studiato dall'ing. Colonnetti (*). Le formule per questi casi particolari si deducono subito da quelle che stabilisco nel caso generale.

§ 1. — Posizione del problema.

Sia $\hat{\omega}$ una parete rigida situata in un piano, e limitata da due punti P_1, P_2, e si abbia poi una vena liquida, proveniente dall'infinito, la quale viene deviata (senza urti) dalla parete rigida $\hat{\omega}$ (fig. 1), dopo di che prosegue fino all'infinito. Per semplicità assumeremo eguale all'unità la densità del liquido.

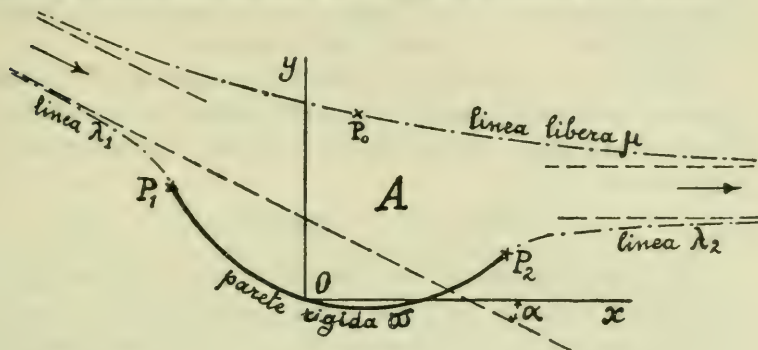



Fig. 1.

Per fissare bene le condizioni del problema, introduciamo le ipotesi seguenti:

a) lo spazio A occupato dal liquido (fluido incompressibile) in moto si estende indefinitamente a monte e a valle di $\hat{\omega}$; inoltre il moto è continuo, stazionario ed irrotazionale;

b) il campo A è semplicemente connesso, e separato dalla rimanente regione B di piano dal contorno $\lambda_1 + \hat{\omega} + \lambda_2 + \mu$, formato dalla parete rigida $\hat{\omega}$ e da tre linee *libere* $\lambda_1, \lambda_2, \mu$, di cui la prima si stacca da P_1 e si estende indefinitamente a monte, la seconda si stacca da P_2 e si estende indefinitamente a valle, e la terza si estende indefinitamente a monte e a valle;

c) le linee libere λ_1 e μ hanno (a monte) due asintoti fra loro paralleli, e così pure le linee libere λ_2 e μ hanno (a valle) due asintoti paralleli. Queste linee inoltre sono dotate di tangente variabile ovunque con continuità.

(*) Cfr. la memoria già citata: *Sul moto di un liquido in un canale.*

La parete rigida $\hat{\omega}$ invece, pur ammettendo *generalmente* tangente variabile con continuità, può eventualmente presentare punti angolosi (o vertici), nei quali cioè la tangente varia bruscamente di direzione; tali punti si suppongono però in numero finito e di più (per l'ammessa continuità del moto) tali che l'angolosità sia *concava* verso il campo A del moto (*). La curvatura di $\hat{\omega}$ è inoltre supposta finita e continua (eccezion fatta, quanto alla continuità, per i punti angolosi);

d) scegliamo come origine delle coordinate un punto qualunque O di $\hat{\omega}$, come direzione positiva dell'asse Ox la direzione asintotica del moto a valle, e come direzione positiva dell'asse Oy la normale ad Ox, che penetra nella regione A.

Supponiamo poi eguale all'unità la grandezza della velocità asintotica delle particelle liquide a valle; allora chiamando u_P, v_P le componenti della velocità in P, si ha, se P si allontana indefinitamente a valle:

$$\lim u_P = 1, \qquad \lim v_P = 0. \tag{1}$$

Le particelle liquide situate all'infinito a monte, hanno tutte egual velocità, la quale forma colla direzione positiva di Ox un angolo che chiameremo α, e che sarà misurato fra π e $-\pi$, positivamente nel verso antiorario (cioè da Ox verso Oy). Nel caso della fig. 1, l'angolo α è dunque negativo;

e) La grandezza $V = \left|\sqrt{u^2 + v^2}\right|$ della velocità è in tutto il campo A, contorni compresi, diversa da zero, eccezion fatta soltanto per i punti angolosi della parete $\hat{\omega}$, nei quali la velocità deve, per l'ammessa continuità del moto, necessariamente annullarsi.

§ 2. — Equazioni fondamentali.

Dalle ipotesi fatte, segue notoriamente che debbono esistere due funzioni $\varphi(x, y)$ e $\psi(x, y)$ — potenziale di velocità e funzione di corrente — armoniche e regolari in A, definite risp. dalle equazioni differenziali:

$$d\varphi = u dx + v dy, \qquad d\psi = -v dx + u dy, \tag{2}$$

colle determinazioni $\varphi = \psi = 0$ nell'origine O.

(*) Per la giustificazione di quest'ipotesi cfr. il § 9.

La funzione ψ deve assumere un valor costante sulla linea $\lambda_1 + \hat{\omega} + \lambda_2$, come pure sulla linea μ, perchè tali linee sono linee di flusso. Si avrà perciò:

$$(3) \qquad \psi = 0, \qquad \text{su} \qquad \lambda_1 + \hat{\omega} + \lambda_2 .$$

In ogni punto di μ la ψ deve assumere un valor costante necessariamente *maggiore* di zero; infatti considerando una sezione della vena, sufficientemente lontana da O, a valle, e normale alla vena, la seconda delle (2), che porge $\frac{d\psi}{dy} = u > 0$, mostra che ψ è funzione crescente di y. Noi supporremo:

$$(4) \qquad \psi = \pi, \qquad \text{su} \qquad \hat{\omega}.$$

È facile vedere che la *portata* della vena liquida in moto vale pure π.

Diciamo poi p la pressione in un punto generico di A, e p_0 la pressione costante che regna nel campo B (in cui c'è la quiete); allora siccome nei punti di λ_1, λ_2, μ si ha $p = p_0$, si conclude dalla nota equazione idrodinamica di Bernoulli, che in questi stessi punti la velocità V dovrà esser costante. E siccome $V = 1$ all'infinito a valle, ne segue che

$$(5) \qquad V = 1, \qquad \text{su} \qquad \lambda_1 + \mu + \lambda_2,$$

perciò l'equazione di Bernoulli può scriversi:

$$p = p_0 + \frac{1}{2}(1 - V^2).$$

Risulta poi subito che la larghezza della vena all'infinito, sia a monte che a valle, vale π.

Posto al solito

$$(6) \qquad z = x + iy, \qquad w = u - iv, \qquad f = \varphi + i\psi,$$

si conclude che w ed f risultano entrambe funzioni della variabile complessa z, legate dalla relazione:

$$(7) \qquad \frac{df}{dz} = w,$$

e che la f è regolare in tutto A salvo che per $z = \infty$, ove:

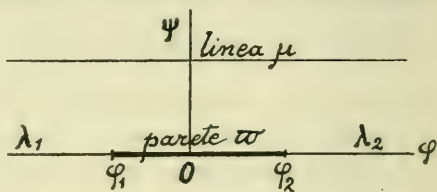
$$\lim_{z=\infty} |f| = \infty, \tag{8}$$

mentre la w è regolare in A, compreso il punto all'infinito.

§ 3. — Cambiamenti di variabile.

Se si rappresentano nel piano complesso $f = \varphi + i\psi$, i valori che la funzione $f(z)$ assume al variare di z nel campo A, si scorge subito che la f descrive la striscia A' compresa fra le rette $\psi = 0$ e $\psi = \pi$, i contorni dei due campi corrispondendosi nel modo indicato dalla fig. 2.

Fig. 2.

Ai punti P_1 e P_2 del piano z corrispondono due punti dell'asse reale φ, di ascisse rispettive $\varphi_1 < 0$ e $\varphi_2 > 0$.

La relazione funzionale $f = f(z)$ stabilisce perciò la rappresentazione conforme del campo A sulla striscia A'. Considerando reciprocamente z come funzione dell'argomento f, la w, funzione regolare di z, può quindi considerarsi come funzione di f, finita e continua nella striscia A'.

Dalla (5) risulta che $|w| = 1$ sull'intero bordo superiore della striscia, mentre sul bordo inferiore ciò avviene solo per $\varphi \leq \varphi_1$ e $\varphi \geq \varphi_2$. Nei punti angolosi si ha invece $|w| = 0$, mentre in ogni altro punto del campo $|w| = V > 0$.

Se perciò si pone:

$$w = e^{-i\omega}, \tag{9}$$

e si conviene che per $f = +\infty$ (cioè $w = 1$) sia $\omega = 0$, la (9) definisce una funzione ω, uniforme finita e continua nella striscia A', bordi compresi, esclusi soltanto i punti corrispondenti ai punti angolosi della parete $\hat{\omega}$, avvicinandosi ai quali punti $i\omega$ tende verso $+\infty$.

Per $f = -\infty$ si ha, per quanto si disse al § 1, $w = e^{-i\alpha}$, perciò $\omega = \alpha$.

Infine, sui tratti dei bordi della solita striscia, corrispondenti alle linee libere, la ω assume valori puramente *reali*.

§ 4. — Rappresentazione conforme su un semicerchio.

Conviene effettuare un cambiamento di variabile, che sostituisca alla striscia A' un semicerchio, il cui contorno corrisponda alle rette che limitano la striscia, in modo che i tratti di esse corrispondenti alle linee libere del piano z vengano trasformate nel diametro del semicerchio, e il tratto corrispondente alla parete $\hat{\omega}$, nella semicirconferenza.

Per questo, poniamo anzitutto:

$$F = e^f, \tag{10}$$

e consideriamo il semipiano (complesso) F di ordinate positive. È facile allora vedere che la (10) riferisce biunivocamente la striscia A' al semipiano anzidetto, e i contorni dei due campi si corrispondono nel modo indicato dalla fig. 3:

Fig. 3.

All'origine del piano f corrisponde il punto $F = 1$, e ai due punti φ_1, φ_2 due punti dell'asse reale, di ascisse positive F_1, F_2, con $F_1 < 1$ ed $F_2 > 1$.

Trasformiamo ancora il semipiano F in un altro semipiano Z (pure di ordinate positive) in guisa che ai punti:

$$F = F_1, \qquad F = 1, \qquad F = F_2,$$

dell'asse reale del semipiano F, corrispondano rispettivamente i punti:

$$Z = -1, \qquad Z = 0, \qquad Z = +1,$$

dell'asse reale del nuovo semipiano Z.

Queste tre coppie di punti determinano una corrispondenza proiettiva fra gli assi reali dei due semipiani, e quindi F si può esprimere come funzione lineare fratta di Z, e si trova immediatamente che:

$$F = \frac{b}{a} \cdot \frac{a + Z}{b - Z}, \tag{11}$$

ove:

$$a = \frac{F_2 - F_1}{F_1 + F_2 - 2F_1F_2}, \qquad b = \frac{F_2 - F_1}{F_1 + F_2 - 2}. \tag{12}$$

Ai punti $F = 0$ e $F = \infty$ corrispondono rispettivamente i punti:

$$Z_0 = -a, \qquad Z_1 = b \text{ (*)}. \tag{13}$$

Le linee libere e la parete rigida del piano z, hanno per immagine dei segmenti dell'asse reale del piano Z, come mostra la fig. 4.

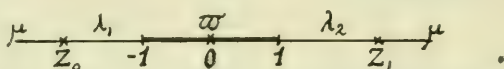



Fig. 4.

Se infine si passa dalla variabile complessa Z ad una nuova variabile complessa ζ colla formula:

$$Z = -\frac{1}{2}\left(\zeta + \frac{1}{\zeta}\right), \tag{14}$$

al variare di Z nel semipiano di ordinate positive, il punto corrispondente ζ descriverà il semicerchio di raggio 1 e di ordinate positive (**), e il contorno di questo semicerchio corrisponderà al contorno del campo A, nel modo indicato dalla fig. 5.

Al punto $Z = \infty$ corrisponde il punto $\zeta = 0$, e ai punti Z_0, Z_1 due punti di ascisse rispettive ξ_0, ξ_1.

All'origine del piano z corrisponde il punto $\zeta = i$.

(*) I punti Z_0, Z_1 sono simmetrici rispetto all'origine, cioè $a = b$, se $F_1F_2 = 1$; ne segue allora $F_1 + F_2 > 2$, quindi a e b sono maggiori di 1. Giova notare che è sempre possibile scegliere su $\tilde{\omega}$ l'origine O in guisa che $F_1F_2 = 1$, cioè che il potenziale φ assuma valori, che differiscano solo per il segno, nei punti P_1 e P_2. Qui tuttavia non ci serviremo di questa proprietà, perchè dalle formole che si otterrebbero, non sarebbe più possibile dedurre, come caso particolare, quelle relative al problema delle cascate. Supporremo invece scelta l'origine (ciò che è sempre possibile) in modo che a e b siano soltanto maggiori di 1 (senza essere eguali).

(**) Cfr. Levi-Civita, *Scie e leggi di resistenza*, § 6.

Per mezzo delle (10), (11), (14) si passa da f a ζ, perciò ogni funzione di f, regolare nella striscia A', si può considerare come funzione di ζ, regolare entro il semicerchio. In particolare, godrà di tale proprietà la funzione ω legata a w dalla (9).

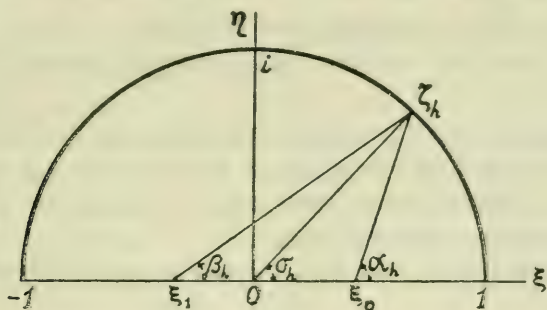



Fig. 5.

Per $f = +\infty$, si ha (§ 3) $\omega = 0$; e siccome se $f = +\infty$ risulta $F = +\infty$ e $\zeta = \xi_1$, così possiamo concludere che:

$$\omega = 0, \qquad \text{per} \qquad \zeta = \xi_1. \tag{15}$$

Invece per $f = -\infty$, si ha $\omega = \alpha$; ma ad $f = -\infty$ corrisponde $F = 0$ e $\zeta = \xi_0$, perciò:

$$\omega = \alpha, \qquad \text{per} \qquad \zeta = \xi_0. \tag{16}$$

Inoltre, come abbiamo già osservato, la ω assume valori reali sulle linee libere λ_1, λ_2, μ, perciò $\omega(\zeta)$ *sarà reale sul diametro del semicerchio*, che è appunto l'immagine delle linee libere.

In tali condizioni di cose, il noto principio di Schwarz permette di concludere che la funzione $\omega(\zeta)$ è continuabile per riflessione analitica nel sottostante semicerchio $(1, -i, -1)$; per conseguenza essa è funzione regolare in tutto il cerchio $|\zeta| < 1$.

Sulla semicirconferenza $(1, i, -1)$ la $\omega(\zeta)$ è finita e continua, tranne in quei punti che sono immagini dei punti angolosi della parete rigida; sull'altra semicirconferenza $(1, -i, -1)$ si ha il comportamento che risulta per riflessione.

§ 5. — Elementi del moto espressi mediante ζ e $\omega(\zeta)$.

Immagine delle linee di flusso. — Una generica linea di flusso è caratterizzata dall'equazione: $\psi(x, y) = k$,

ove k è una costante che evidentemente può solo assumere i valori da 0 a π.

Nel piano f le linee di flusso hanno quindi per immagine le rette parallele all'asse reale e contenute nella striscia A'.

La precedente equazione può scriversi: $f - \bar{f} = 2ik$, ove, colla notazione generica $\bar{a}$ intenderemo il numero complesso coniugato di a.

Ricordando la (10) quest'equazione porge: $F = e^{2ik}\bar{F}$, la quale dice che nel semipiano F le linee di flusso hanno per immagine semirette uscenti dall'origine e inclinate di k sulla direzione positiva dell'asse reale.

Per mezzo delle (11), (13) l'equazione precedente fornisce:

$$\frac{Z - Z_0}{\bar{Z} - Z_0} = e^{2ik}\frac{Z - Z_1}{\bar{Z} - Z_1} \tag{17}$$

e ponendo:

$$Z - Z_0 = \rho_0 e^{i\theta_0}, \qquad Z - Z_1 = \rho_1 e^{i\theta_1},$$

si può ancora scrivere: $e^{2i\theta_0} = e^{2ik} e^{2i\theta_1}$, da cui:

$$\theta_0 = k + \theta_1, \qquad \text{ovvero} \qquad \pi + \theta_0 = k + \theta_1,$$

la prima soluzione, come si vede subito (ponendo ad es. $k = 0$), non è accettabile, dunque: $\theta_1 - \theta_0 = \pi - k$, la quale equazione rappresenta, nel semipiano Z, archi di circonferenza passanti per i punti Z_0 e Z_1; questi archi sono le immagini delle linee di flusso.

Introducendo ora nella (17) la variabile ζ, per mezzo della (14), si ottiene:

$$\frac{\zeta^2 + 2Z_0\zeta + 1}{\bar{\zeta}^2 + 2Z_0\bar{\zeta} + 1} \times \frac{\bar{\zeta}^2 + 2Z_1\bar{\zeta} + 1}{\zeta^2 + 2Z_1\zeta + 1} = e^{2ik};$$

quest'equazione è della forma: $\frac{a + bi}{a - bi} = e^{2ik}$, da cui si trae:

$$\frac{a + bi}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \pm e^{ik}, \qquad \text{onde} \qquad b = a \operatorname{tg} k,$$

perciò:

$$2(Z_1 - Z_0)(\xi^2 + \eta^2 - 1)\eta = \{(\xi^2 + \eta^2)(\xi^2 + \eta^2 + 4Z_0 Z_1) + \\ + 2(Z_0 + Z_1)(\xi^2 + \eta^2 + 1)\xi + 2(\xi^2 - \eta^2) + 1\} \operatorname{tg} k,$$

che è appunto l'equazione in coordinate cartesiane ξ, η delle immagini delle linee di flusso.

Queste immagini sono quartiche bicircolari, ed è facile verificare che passano tutte per i punti ξ_0, ξ_1 (immagini dei punti all'infinito del campo A), il che era prevedibile; inoltre esse non incontrano la circonferenza $\xi^2 + \eta^2 = 1$. Di tali curve ha interesse soltanto il ramo interno al semicerchio $|\zeta| \leq 1$, $\eta \geq 0$.

Posizione corrispondente a un generico punto ζ del semicerchio. — Dalle (7), (9) si ha:

$$dz = e^{i\omega} df,$$

la quale serve a dare l'affissa z di un punto P del campo A, corrispondente ad un punto generico ζ del semicerchio.

Ricordando le (10), (11) si trae:

$$df = \frac{dF}{F} = -\frac{a+b}{(Z+a)(Z-b)}\, dZ,$$

ovvero, introducendo la ζ per mezzo della (14):

$$df = \frac{2(a+b)(\zeta^2 - 1)}{(\zeta^2 - 2a\zeta + 1)(\zeta^2 + 2b\zeta + 1)}\, d\zeta, \tag{18}$$

perciò sostituendo si ha dz espresso in funzione della variabile ζ.

Poichè si corrispondono i punti $z = 0$, $\zeta = i$, ne segue che l'espressione finita di z si scriverà:

$$z = \int_i^\zeta e^{i\omega} df, \tag{19}$$

ove il df è dato dalla (18) e l'integrale s'intende preso lungo un cammino qualunque del piano ζ, che non esca però dal solito semicerchio.

Velocità. — La (9) definisce senza ambiguità la velocità in funzione di ω e quindi di ζ. Ponendo:

$$\omega = \theta + i\tau, \tag{20}$$

con θ e τ reali, e ricordando la seconda delle (6) si trae:

$$|w| = |\sqrt{u^2 + v^2}| = V = e^{\tau}. \tag{21}$$

come pure:

$$\frac{u + iv}{V} = e^{i\theta}, \tag{22}$$

dalle quali apparisce che θ è l'inclinazione della velocità sulla direzione positiva dell'asse Ox, mentre τ è il logaritmo neperiano della grandezza della velocità.

È poi facile vedere che θ va contato fra $-\pi$ e $+\pi$, positivamente nel verso antiorario, partendo dalla direzione positiva dell'asse Ox.

Elemento d'arco. — L'espressione dell'elemento lineare del piano z, cioè di $|dz| = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ in funzione di ζ è:

$$|dz| = \frac{|df|}{|w|} = e^{-\tau}|df|, \tag{23}$$

come risulta dalle (7), (21).

Rappresentazione della parete rigida $\hat{\omega}$. — Se si suppone che nell'integrale (19) il cammino d'integrazione sia la semicirconferenza $(1, i, -1)$, l'affissa z descriverà la parete rigida $\hat{\omega}$, e precisamente il tratto compreso fra l'origine e il punto P_1, ovvero il punto P_2, secondochè da i si va verso $\zeta = 1$ o verso $\zeta = -1$.

Per i punti ζ dell'accennata semicirconferenza si può scrivere $\zeta = e^{i\sigma}$, con σ reale e variabile da 0 a π, perciò l'espressione (18) di df assume forma reale e precisamente:

$$df = \left(\frac{1}{a - \cos\sigma} + \frac{1}{b + \cos\sigma}\right)\operatorname{sen}\sigma\, d\sigma.$$

Dopo ciò la (23) fornisce l'espressione dell'elemento d'arco $|d\hat{\omega}|$ di parete rigida, ed integrando se ne deducono le lunghezze $\hat{\omega}_1, \hat{\omega}_2$ dei tratti di parete rigida, compresi fra l'origine O ed un punto generico, risp. a monte o a valle di O; si ha così:

$$\left\{\begin{aligned} \omega_1 &= \int_{\sigma}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{1}{a - \cos\sigma} + \frac{1}{b + \cos\sigma}\right)e^{-\tau}\operatorname{sen}\sigma\, d\sigma, \quad \left(\sigma < \frac{\pi}{2}\right) \\ \omega_2 &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\sigma}\left(\frac{1}{a - \cos\sigma} + \frac{1}{b + \cos\sigma}\right)e^{-\tau}\operatorname{sen}\sigma\, d\sigma, \quad \left(\sigma > \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned}\right. \tag{24}$$

Rappresentazione delle linee libere. — Se si vuole che il punto di affissa z descriva le linee libere λ_1, λ_2, μ, basta che il corrispondente punto ζ percorra il diametro reale, e precisamente i segmenti $(1, \xi_0)$, $(-1, \xi_1)$, (ξ_0, ξ_1); in tal modo ζ, ω e df sono reali. Se diciamo z_1 l'affissa del punto di raccordo P_1, avremo quindi dalla (19), per un generico punto z di λ_1:

$$(25) \qquad z = z_1 + \int_1^\zeta e^{i\omega} df, \quad \text{(per } \zeta \text{ reale e compreso tra 1 e } \xi_0\text{)},$$

ove si intende sostituito a df il suo valore (18); si riconosce subito, dalla (18) stessa, che la funzione integranda diventa infinita (di 1° ordine) per $\zeta = \xi_0$.

È poi assai facile separare il reale dall'immaginario.

Per l'elemento d'arco $d\lambda_1$ si ha, dalla (23), badando che $|w| = 1$:

$$d\lambda_1 = |df|;$$

ora, mentre z percorre la linea λ_1, partendo dal punto P_1, la f decresce da φ_1 a $-\infty$, perciò per la lunghezza dell'arco λ_1 (contato da P_1 fino a un punto generico) si ha $\lambda_1 = \varphi_1 - f$, ovvero, ricordando le (10), (11), (14):

$$\lambda_1 = \log \frac{F_1}{F} = \log \frac{F_1 Z_0 (\zeta^2 + 2Z_1\zeta + 1)}{Z_1 (\zeta^2 + 2Z_0\zeta + 1)}.$$

In modo analogo si vedrebbe che un punto generico z della linea λ_2 è espresso da:

$$(26) \qquad z = z_2 + \int_{-1}^\zeta e^{i\omega} df, \quad \text{(per } \zeta \text{ reale e compreso fra } -1 \text{ e } \xi_1\text{)},$$

ove z_2 è l'affissa del punto P_2; e per l'arco λ_2 contato da P_2 fino a un punto generico, si trova:

$$\lambda_2 = \log \frac{F}{F_2} = \log \frac{Z_1 (\zeta^2 + 2Z_0\zeta + 1)}{F_2 Z_0 (\zeta^2 + 2Z_1\zeta + 1)}.$$

Passiamo ora ad occuparci della linea libera μ.

Indichiamo con P_0 quel punto della μ che ha per imma-

gine l'origine del piano ζ, e sia z_0 la sua affissa. Si ha allora, dalla (19):

$$z_0 = \int_i^0 e^{i\omega} df,$$

dopo ciò l'affissa z d'un generico punto di μ sarà dato da:

$$z = z_0 + \int_0^\zeta e^{i\omega} df, \quad \text{(per } \zeta \text{ reale e compreso tra } \xi_1 \text{ e } \xi_0). \tag{27}$$

Per l'elemento d'arco $d\mu$ si ha $d\mu = |df|$, ed è facile dedurne che la lunghezza μ' dell'arco di linea libera, compreso fra P_0 e un punto generico P, a valle di P_0, ha per valore:

$$\mu' = \log \frac{Z_0 F}{Z_1} = \log \frac{\zeta^2 + 2Z_0\zeta + 1}{\zeta^2 + 2Z_1\zeta + 1},$$

con ζ reale e compreso fra 0 e ξ_1.

Per la lunghezza μ'' dell'arco di linea libera, compreso fra P_0 e un punto generico P, a monte di P_0, si trova analogamente:

$$\mu'' = \log \frac{\zeta^2 + 2Z_1\zeta + 1}{\zeta^2 + 2Z_0\zeta + 1},$$

con ζ reale e compreso fra 0 e ξ_0.

È assai facile vedere che le frazioni sotto i segni log sono essenzialmente positive (*).

§ 6. — Comportamento di $\omega(\zeta)$ nei punti angolosi.

Sia ζ_h l'affissa di un punto del semicerchio $(1, i, -1)$, immagine di un punto angoloso qualunque Q_h della parete $\hat{\omega}$. Come abbiamo già osservato, la funzione $\omega(\zeta) = \theta + i\tau$ non può conservarsi finita per $\zeta = \zeta_h$. Il modo con cui essa diventa infinita non è però accessibile all'intuizione diretta: lo è invece l'anda-

(*) Si può calcolare con facilità la risultante e il momento risultante delle azioni dinamiche esercitate dalla corrente liquida sulla parete rigida $\hat{\omega}$; basterebbe per questo applicare le formule generali stabilite nella mia Nota recente: *Calcolo delle azioni dinamiche esercitate da correnti, ecc.* (" Accad. Lincei ", 1° sem., 1911).

mento della parte reale θ, il che basta a caratterizzare la natura della singolarità.

Sia θ_h' l'angolo che la tangente in Q_h alla parete rigida, immediatamente a monte di Q_h, presa, s'intende, nel verso del flusso, forma colla direzione positiva dell'asse Ox, e similmente sia θ_h'' l'angolo che colla stessa direzione forma la tangente in Q_h, immediatamente a valle di esso.

Tenendo presente il significato di θ, si conclude:

$$(28)\quad \begin{cases} \lim\theta = \theta_h', & \text{per } \zeta \text{ tendente a } \zeta_h \text{ lungo l'arco } (1, \zeta_h), \\ \lim\theta = \theta_h'' & \text{,, \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad } (-1, \zeta_h). \end{cases}$$

La simmetria rispetto all'asse reale implica poi una discontinuità nel punto $\bar{\zeta}_h$, perciò:

$$\begin{cases} \lim\theta = \theta_h', & \text{per } \zeta \text{ tendente a } \bar{\zeta}_h \text{ lungo l'arco } (1, \bar{\zeta}_h), \\ \lim\theta = \theta_h'' & \text{,, \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad } (-1, \bar{\zeta}_h). \end{cases}$$

In ogni punto della circonferenza, eccezione fatta dei punti ζ_h, $\bar{\zeta}_h$, la θ è funzione continua, e dotata di derivata pure continua (a cagione dell'ipotesi che sia finita e continua la curvatura di $\hat{\omega}$).

Essa è inoltre (come parte reale della ω) armonica entro il cerchio $|\zeta| < 1$, e simmetrica rispetto all'asse reale, cioè $\theta(\zeta) = \theta(\bar{\zeta})$.

§ 7. — Integrale generale del moto.

Indichiamo con θ_0 una particolare funzione armonica, che verifichi tutte le condizioni qualitative enunciate precedentemente per la funzione θ, e diciamo τ_0 la sua associata (la costante additiva intendendosi presa in modo che τ_0 si annulli nell'origine); allora ponendo:

$$\omega_0 = \theta_0 + i\tau_0,$$

è facile vedere (*) che ω_0 è reale sull'asse reale.

(*) Cfr. Levi-Civita, *Scie e leggi di resistenza*, § 9.

Posto poi:

$$\Theta = \theta_0 - \theta,$$

la funzione Θ si mantiene evidentemente *continua su tutta la circonferenza* $|\zeta| = 1$, e si annulla in tutti i punti ζ_h, $\bar{\zeta}_h$; ne segue che la sua funzione associata T è continua anch'essa sulla stessa circonferenza. Si ha poi:

$$\omega = \omega_0 - \Omega, \tag{29}$$

ove $\Omega = \Theta + iT$ è una funzione della variabile complessa ζ, reale sull'asse reale e regolare entro il cerchio $|\zeta| < 1$, al pari di ω e ω_0, ma avente sopra di esse il vantaggio di restare finita e continua anche sulla circonferenza.

Questa funzione Ω può rappresentarsi mediante una serie di Taylor:

$$\Omega(\zeta) = \sum_0^\infty {}_n \, c_n \zeta^n, \tag{30}$$

convergente entro e sopra la solita circonferenza; le costanti c_n devono poi essere necessariamente *reali*.

Siccome, come abbiam visto, mediante la funzione $\omega(\zeta)$ rimangono definiti tutti gli elementi del moto, si può dire che *la* (29) *costituisce l'integrale generale della classe di problemi considerati; la funzione* (30) *ne mette in evidenza il grado di arbitrarietà.*

La condizione che la parte reale Θ di Ω si annulli per $\zeta = \zeta_h$ e per $\zeta = \bar{\zeta}_h$, fornisce l'equazione seguente, fra le costanti c_n:

$$\sum_0^\infty {}_n \, c_n \cos n\sigma_h = 0, \tag{31}$$

ove σ_h indica l'anomalia del punto ζ_h. Si hanno così tante equazioni quanti sono i punti angolosi della parete rigida.

Inoltre le (15), (16) porgono le altre relazioni fra le c_n:

$$\tag{32} \begin{cases} \sum_0^\infty {}_n \, c_n \, \xi_1^n = \omega_0(\xi_1), \\ \sum_0^\infty {}_n \, c_n \, \xi_0^n = \omega_0(\xi_0) - \alpha. \end{cases}$$

Queste condizioni necessarie, non sono però sufficienti. Infatti, se si ricorda che, come ha osservato recentemente il Brillouin (*), le linee libere devono essere *convesse* verso la regione occupata dal liquido in moto (**), si conclude, tenendo presente (§ 5) il significato geometrico di θ, che l'angolo θ deve crescere continuamente quando il punto P descrive le linee libere, partendo dal punto P_1 e percorrendo la linea λ_1 sino all'infinito a monte, poi la μ da monte a valle e infine la λ_2 dall'infinito a valle fino a P_2. Poichè il corrispondente punto ζ descrive il diametro reale dall'estremo $+1$ all'estremo -1, ne segue che $\theta(\zeta)$ è funzione decrescente di ζ, quando ζ si muove sul diametro reale. Ma se ζ è reale, la ω è pure reale, quindi dalla (20) segue $\omega = \theta$, dunque:

$$\frac{d\omega}{d\zeta} < 0, \quad \text{per } \zeta \text{ reale.} \tag{33}$$

Vedremo che se la parete rigida è *concava* verso la regione occupata dal liquido in moto, la (33) si può ritenere soddisfatta.

Se la parete rigida $\hat{\omega}$ non ha punti angolosi, la $\omega(\zeta)$ è essa stessa regolare sulla circonferenza $|\zeta| = 1$, perciò si può assumere addirittura $\omega_0 = 0$, quindi invece della (29) si ha semplicemente:

$$\omega = -\sum_0^\infty {}_n\, c_n \zeta^n. \tag{29'}$$

Per fare l'ipotesi più semplice supponiamo nella (29') che

$$c_n = 0 \qquad \text{per} \qquad n > 1;$$

allora per mezzo delle (32) si possono calcolare subito c_0 e c_1, e si ottiene così per la ω:

$$\omega = \frac{\alpha}{\xi_0 - \xi_1}(-\xi_1 + \zeta);$$

quest'espressione soddisfa pure alla (33), perchè α è negativo, e fornisce un moto liquido per un valore qualunque di α.

(*) Brillouin, *Les surfaces de glissement d'Helmholtz et la résistance des fluides*, p. 150 („Ann. de Chim. et de Phys.", 8e série, t. XXIII, Juin 1911).

(**) Questa è una conseguenza dell'ipotesi (Helmholtz) che la velocità V non superi mai il valore 1 (che è quello della velocità delle particelle a distanza infinita); allora dall'equazione di Bernoulli segue $p > p_0$, onde la convessità delle linee libere.

§ 8. — Contorni simmetrici.

Supponiamo che la parete $\hat{\omega}$ ammetta un asse di simmetria r e che le direzioni delle velocità asintotiche a monte e a valle siano egualmente inclinate sopra r, in guisa dunque che il vettore somma di tali velocità (le quali hanno grandezza 1) sia normale ad r.

In tali condizioni si può dimostrare (*) che l'intero sistema delle linee di corrente sarà simmetrico rispetto ad r. Ogni linea di corrente sarà dunque tagliata ortogonalmente dall'asse r, il quale perciò sarà una linea equipotenziale; se quindi scegliamo l'origine delle coordinate del piano z nel punto d'intersezione dell'asse r colla parete $\hat{\omega}$, l'equazione di r sarà $\varphi = 0$.

Nei punti simmetrici P_1, P_2 i potenziali φ_1, φ_2 differiranno solo per il segno, perciò, come abbiamo già osservato (§ 4), le costanti a e b che figurano nella (11) sono eguali, e ne viene che, nella corrispondenza fra i piani z e ζ, l'immagine di r è l'asse immaginario del semicerchio, mentre a punti simmetrici rispetto ad r, corrispondono punti simmetrici rispetto al detto asse immaginario.

Di qui è facile dedurre che la funzione: $\omega - \frac{\alpha}{2}$ deve essere *funzione dispari* di ζ.

In conseguenza, le formule generali precedenti subiscono varie semplificazioni. Così, ad es., se la parete $\hat{\omega}$ è priva di punti angolosi, la (29′) si riduce alla:

$$\omega = \frac{\alpha}{2} - \sum_0^\infty {}_n\, c_{2n+1}\, \zeta^{2n+1},$$

e poichè ora $\xi_1 = -\xi_0$, le costanti c_n risultano legate dall'unica condizione che si trae dalle (32):

$$\sum_0^\infty {}_n\, c_{2n+1}\, \xi_0^{2n+1} = -\frac{\alpha}{2}.$$

Si può poi soddisfare alla (33) assumendo, ad es., positive tutte le costanti c_{2n+1}.

(*) Colonnetti, *Sopra un caso di emisimmetria che si presenta in certe questioni di Idrodinamica* (" Rendiconti della R. Accademia dei Lincei „, serie 5ª, vol. XX, 1° sem. 1911).

§ 9. — Parete rigida poligonale.

Supponiamo che la parete $\hat{\omega}$ sia una spezzata poligonale (di n lati) i cui vertici successivi siano i punti:

$$P_1, Q_1, Q_2, \ldots, Q_{n-1}, P_2;$$

i punti Q_h sono allora punti angolosi per $\hat{\omega}$.

Diciamo, come a § 6, ζ_h l'affissa del punto del semicerchio, immagine di Q_h, e poniamo $\zeta = e^{i\sigma_h}$.

Ricordando il significato di θ, si trae che la θ deve assumere valori costanti, che indicheremo con $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n$ rispettivamente sugli archi $(+1, \zeta_1), (\zeta_1, \zeta_2), \ldots, (\zeta_{n-1}, -1)$ della solita semicirconferenza, in guisa che le (28) possono scriversi semplicemente:

$$(28') \qquad \theta = \theta_h, \quad \text{per } \zeta \text{ contenuto nell'arco } (\zeta_{h-1}, \zeta_h).$$

Sulla semicirconferenza $(+1, -i, -1)$ si ha naturalmente il comportamento che risulta per riflessione.

I valori $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n$ non sono altro che gli angoli che i successivi lati della spezzata $P_1Q_1, Q_1Q_2, \ldots, Q_{n-1}P_2$ formano colla direzione positiva dell'asse Ox.

È facile costruire una funzione $\omega_0(\zeta)$, reale sull'asse reale, regolare entro il cerchio $|\zeta| = 1$, e la cui parte reale verifichi le (28'), e si ottiene (*):

$$(34) \qquad \omega_0(\zeta) = \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_n) + \frac{i}{\pi}\sum_{1}^{n-1}{}_h (\theta_{h+1} - \theta_h) \log\left(i\,\frac{\zeta - \zeta_h}{1 - \zeta_h \zeta}\right).$$

Questa funzione rientra nella (29) per $\Omega = 0$, e *rappresenta l'integrale generale dei moti su parete poligonale.*

Gli angoli θ_h sono legati dalle condizioni che si deducono dalle (32) per $\Omega = 0$, cioè per $c_n = 0$, e che scriveremo fra poco.

Prima però osserviamo che se si chiama χ_h l'angolo sotto il quale dal punto ζ si vede l'arco $(\zeta_h, 1, \bar{\zeta}_h)$, del solito semi-

---

(*) Cfr. CISOTTI, *Vene fluenti*, § 12.

cerchio, ed r_h, r_h' le distanze del punto ζ dagli estremi ζ_h, ζ_h di detto arco, si riconosce facilmente che:

$$\log\left(i\,\frac{\zeta-\zeta_h}{1-\zeta_h\,\zeta}\right)=\log\frac{r_h}{r_h'}+i\left(\chi_h-\sigma_h-\frac{\pi}{2}\right),$$

perciò la (34) porge:

$$\omega_0(\zeta)=\frac{1}{2}(\theta_1+\theta_n)+ \tag{35}$$

$$+\frac{i}{\pi}\sum_1^{n-1}{}_h(\theta_{h+1}-\theta_h)\left[\log\frac{r_h}{r_h'}+i\left(\chi_h-\sigma_h-\frac{\pi}{2}\right)\right];$$

in particolare, se il punto ζ si muove sul diametro reale, risulta:

$$\omega_0(\zeta)=\frac{1}{2}(\theta_1+\theta_n)-\frac{1}{\pi}\sum_1^{n-1}{}_h(\theta_{h+1}-\theta_h)\left(\chi_h-\sigma_h-\frac{\pi}{2}\right). \tag{35'}$$

Dopo ciò, le relazioni a cui abbiamo accennato, fra le costanti θ_h, si scrivono:

$$\left\{\begin{aligned}&\frac{1}{2}(\theta_1+\theta_n)-\frac{1}{\pi}\sum_1^{n-1}{}_h(\theta_{h+1}-\theta_h)\left(2\beta_h-\sigma_h-\frac{\pi}{2}\right)=0\\&\frac{1}{2}(\theta_1+\theta_n)-\frac{1}{\pi}\sum_1^{n-1}{}_h(\theta_{h+1}-\theta_h)\left(2\sigma_h-\sigma_h-\frac{\pi}{2}\right)=\alpha,\end{aligned}\right. \tag{36}$$

ove α_h, β_h sono gli angoli (fig. 5) sotto i quali l'arco $(1, \zeta_h)$ è visto rispettivamente dai punti ξ_0, ξ_1; sottraendo risulta:

$$\frac{2}{\pi}\sum_1^{n-1}{}_h(\theta_{h+1}-\theta_h)(\beta_h-\alpha_h)=\alpha. \tag{37}$$

Sottraendo poi dalla (35') la prima delle (36) si ha:

$$\omega_0(\zeta)=\frac{1}{\pi}\sum_1^{n-1}{}_h(\theta_{h+1}-\theta_h)(2\beta_h-\chi_h). \tag{38}$$

Supponiamo ora che tutte le differenze $\theta_{h+1}-\theta_h$ siano po-

sitive, cioè che la parete poligonale sia *concava* verso la regione A occupata dal liquido in moto, allora la (38) mostra che $\omega_0(\zeta)$ cresce quando ζ decresce da $+1$ a -1, cioè che $\omega_0(\zeta)$ soddisfa alla condizione (33), la quale esprime che le linee libere debbono esser *convesse* verso il campo A.

Ne segue che la larghezza della corrente va diminuendo quando ci si allontana verso monte o verso valle [e tende (§ 2) al valor limite π, che raggiunge all'infinito], e quindi la velocità deve andare crescendo [avvicinandosi (§ 1) al valor limite 1, che raggiunge all'infinito].

Nel caso in cui ci sia simmetria, alle condizioni precedenti dobbiamo aggiungere, come è facile vedere, queste altre:

$$\left\{\begin{array}{l} \sigma_h + \sigma_{n-h} = \pi \\ \theta_h + \theta_{n-h+1} = \alpha \end{array}\right. \qquad (h = 1, 2, \ldots, n-1).$$

Il caso di una parete curvilinea concava verso la regione A, può considerarsi come caso limite di una parete poligonale concava, perciò la (33) può ancor ritenersi soddisfatta, perchè dalla (38), passando al limite, e chiamando $\omega(\zeta)$ il limite di $\omega_0(\zeta)$ si deduce l'espressione di $\omega(\zeta)$ sull'asse reale:

$$\omega(\zeta) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi (2\vartheta_\sigma - \chi_\sigma)\frac{d\theta}{d\sigma}\, d\sigma\,.$$

Similmente, la (35) fornisce al limite

$$\omega(\zeta) = \frac{1}{2}(\theta_0 + \theta_\pi) + \frac{i}{\pi}\int_0^\pi \left[\log\frac{r\sigma}{r'\sigma} + i\left(\chi_\sigma - \frac{\pi}{2}\right)\right]\frac{d}{d\sigma}\, d\sigma,$$

la quale può ancor trasformarsi con un'integrazione per parti.

Questa formula ci dà, sotto forma finita, l'integrale generale dei moti su parete curvilinea, priva di punti angolosi; l'espressione di tale integrale sotto forma di serie, è invece la (29'). La funzione θ, che va riguardata come funzione arbitraria dell'argomento σ, è solo soggetta alle due condizioni che risultano sostituendo l'espressione precedente di $\omega(\zeta)$ nelle (15), (16), e che si ottengono pure dalle (36) passando al limite.

§ 10. — Parete bilatera.

Come applicazione delle formule precedenti, consideriamo il caso in cui la parete $\hat{\omega}$ è costituita da due segmenti OP_1, OP_2 ortogonali fra loro (fig. 6). L'origine O è un punto angoloso che ha per immagine, sul piano ζ, il punto $\zeta_1 = i$, perciò $\sigma_1 = \pi/2$. Le inclinazioni θ_1, θ_2 di OP_1 e OP_2 sull'asse Ox sono legate dunque dalla condizione:

$$\theta_2 - \theta_1 = \frac{\pi}{2}, \tag{39}$$

nella quale θ_2 va riguardato come positivo e θ_1 come negativo.

Ciò premesso, dobbiamo porre $n = 2$ nella (34) e si ha così:

$$\omega_0(\zeta) = \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2) + \frac{i}{2}\log\left(i\,\frac{\zeta - i}{1 - i\zeta}\right), \tag{40}$$

poi dalla (38), se ζ è reale:

$$\omega_0(\zeta) = \beta_1 - \frac{1}{2}\chi_1; \tag{41}$$

gli angoli θ_1, θ_2 debbono poi soddisfare, oltre che alla (39), alla prima delle (36), perciò: $\theta_1 + \theta_2 = 2\beta_1 - \pi$, da cui:

$$\theta_2 = \beta_1 - \frac{\pi}{4}. \tag{42}$$

La (37) porge poi:

$$\alpha = \beta_1 - \alpha_1. \tag{43}$$

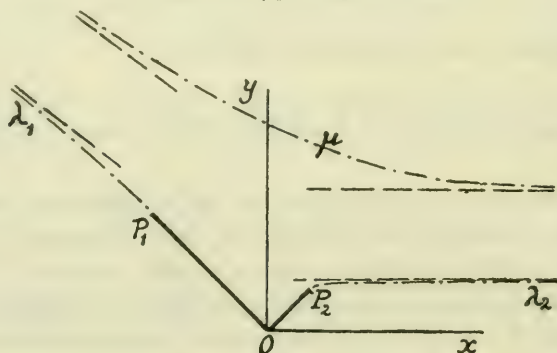



Fig. 6.

Supposti dunque dati α_1 e β_1, risultano noti θ_1, θ_2 ed α. Il dare α_1 e β_1 equivale a dare i punti ξ_0 e ξ_1 e quindi anche i valori di Z_0 e Z_1, cioè i potenziali di velocità in P_1 e P_2.

Calcoliamo ora le lunghezze dei segmenti OP_1 e OP_2. Basta applicare le (24), perciò occorre calcolare prima la grandezza della velocità, cioè e^{τ}. Se il punto ζ è sopra la semicirconferenza $(+1,\ i,\ -1)$, in guisa che $\zeta = e^{i\sigma}$, con $0 < \sigma < \pi$, si ha:

$$\frac{\zeta - i}{1 - i\zeta} = - \frac{\cos\sigma}{1 + \operatorname{sen}\sigma},$$

dunque, ricordando la (20), cioè che $i\tau$ è la parte immaginaria di ω, ossia, nel caso attuale, di ω_0, si deduce dalla (40):

$$\tau = \frac{1}{2} \log \left| \frac{\cos\sigma}{1 + \operatorname{sen}\sigma} \right| ; \tag{44}$$

sostituendo nelle (24) si ottengono integrali che si possono calcolare sotto forma finita; limitandoci al caso particolare in cui $b = \infty$ (cioè $\xi_1 = 0$), si trova:

$$\tag{45} \begin{cases} OP_1 = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \left\{ - \sqrt{\dfrac{a+1}{a}} \log \dfrac{\sqrt{2a} - \sqrt{a+1}}{\sqrt{2a} + \sqrt{a+1}} + \dfrac{\pi}{\sqrt{a(a-1)} + a} + \log \dfrac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} \right\} \\ OP_2 = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \sqrt{\dfrac{a-1}{a}} \log \dfrac{\sqrt{2a} - \sqrt{a-1}}{\sqrt{2a} + \sqrt{a-1}} + \dfrac{\pi}{\sqrt{a(a+1)} + a} - \log \dfrac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} \right\} \end{cases}$$

Avendo così determinato le lunghezze OP_1, OP_2 passiamo ad occuparci della linea libera λ_2; essa si stacca da P_2 e prosegue sino all'infinito a valle, in guisa da volgere la convessità verso il campo A, ed ha un asintoto parallelo all'asse Ox.

L'affissa di un punto generico di detta linea è dato dalla (26), quindi per la sua ordinata y si ha:

$$y = OP_2 \operatorname{sen}\theta_2 + \int_{-1}^{\zeta} \frac{2(a+b)(\zeta^2 - 1)\operatorname{sen}\omega_0}{(\zeta^2 - 2a\zeta + 1)(\zeta^2 + 2b\zeta + 1)}\, d\zeta, \tag{46}$$

con ζ reale e compreso fra 1 e ξ_1.

Per $\zeta = \xi_1$ la (46) fornisce la distanza l dell'asintoto di λ_2 dall'asse Ox.

Dalla (41) segue, applicando il teorema dei seni al triangolo dei vertici $(i,\ \xi_1,\ \zeta)$:

$$\operatorname{sen}\omega_0 = - \frac{(-\xi_1 + \zeta)\operatorname{sen}\beta_1}{\sqrt{1 + \zeta^2}},$$

perciò sostituendo nella (46) si vede che l'integrale che vi figura si può calcolare sotto forma finita. Questo calcolo sarebbe però alquanto lungo; lo si può semplificare limitandosi al caso particolare in cui

$$\xi_1 = 0, \qquad \text{quindi} \qquad b = \infty, \qquad \beta_1 = \pi/2;$$

allora la (46) porge, per la distanza l:

$$l = OP_2 \operatorname{sen} \theta_2 + \int_{-1}^{1} \frac{1 - \zeta^2}{\sqrt{1 + \zeta^2}\,(\zeta^2 - 2a\zeta + 1)}\, d\zeta. \tag{47}$$

Esempio numerico. — Supponiamo $\xi_0 = \frac{3}{4}$, allora se ne trae:

$$Z_0 = -\frac{25}{24}, \qquad a = \frac{25}{24}, \qquad \alpha_1 = 126°52';$$

siccome poi $\beta_1 = 90°$, si ottiene dalle (42), (43):

$$\theta_2 = 45°, \qquad \alpha = -36°52',$$

poi dalle (45) e (47):

$$OP_1 = 5{,}76, \qquad OP_2 = 1{,}48 \times \sqrt{2} = 2{,}09, \qquad l = 1{,}48 + 0{,}36.$$

Le linee libere hanno la forma indicata nella fig. 6 (*).

§ 11. — Problema delle cascate.

Supponiamo che la parete $\hat{\omega}$ si estenda indefinitamente a monte, mantenendosi asintotica ad una retta; allora la linea libera λ_1 viene a mancare e perciò il liquido è guidato da una

(*) Un cenno sopra un caso di moto dello stesso tipo di quello considerato nella fig. 6 è dato nella memoria di M. Réthy: *Strahlenformen incompressibler reibungsloser Flüssigkeiten* (" Math. und Naturw. Berichten aus Ungarn ", XII Band., a. 1894), pag. 167.

Cfr. anche: Greenhill, *Report on the theory of a stream line past a plane barrier* (London, Wyman, a. 1910).

parete rigida $\hat{\omega}$, che parte dall'infinito a monte e giunge sino al punto P_2, da dove trae origine la linea libera λ_2.

Il moto del liquido presenta perciò la particolarità di una *cascata*.

La soluzione di questo problema si deduce da quella del problema generale studiato precedentemente, introducendo la condizione che P_1 sia all'infinito (a monte); in tal caso risulta:

$$(49) \qquad \varphi_1 = -\infty, \quad F_1 = 0, \quad a = 1, \quad Z_0 = -1, \quad \xi_0 = 1,$$

e le formule generali si semplificano alquanto; così ad es. la (18) diventa:

$$df = \frac{2(1+b)(\zeta+1)}{(\zeta-1)(\zeta^2+2b\zeta+1)}\, d\zeta.$$

L'angolo α_h che figura nelle (36) vale ora $(\sigma_h + \pi)/2$.

Considerando poi il caso della parete bilatera, e ponendo $a = 1$ nelle (45), si trova, com'è naturale, $OP_1 = \infty$, e poi:

$$OP_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{\pi}{\sqrt{2}+1} - \log \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \right\} = 1,53 \times \sqrt{2} = 2,16.$$

Per la distanza l si deduce dalla (47) il valore:

$$l = OP_2/\sqrt{2} + (\sqrt{2}-1)\log(\sqrt{2}+1) = 1,53 + 0,36.$$

Perciò l'andamento delle linee libere λ_2 e μ è lo stesso di quello della fig. 6.

Osservazione. — Se nel problema delle cascate si suppone che la parete $\hat{\omega}$ si estenda indefinitamente anche a valle, mantenendosi asintotica ad una retta (che si sceglierà come asse Ox), si ottiene il problema di moto che è stato studiato dal Colonnetti nella memoria già citata: *Sul moto di un liquido in un canale.* In tale caso, oltre alle (49), si ha:

$$\varphi_2 = +\infty, \qquad F_2 = +\infty, \qquad b = Z_1 = 1, \qquad \xi_1 = -1,$$

e le formule precedenti si trasformano nelle corrispondenti formule date dal Colonnetti.

Relazione sulla Memoria presentata dal D. G. Negri: " *La vegetazione del Bosco Lucedio* „ *(Trino Vercellese)*. Contribuzione allo Studio Fitogeografico dell'Alta pianura padana.

L'A. intendendo portare un contributo allo studio fitogeografico della pianura padana, ha preso in esame i residui della Selva Lucedia (Sylva Lucedia), una delle grandi antiche foreste della pianura piemontese, la quale copriva un largo tratto del basso vercellese, estendendosi ancora nel X secolo da *Saluggia* sino a *Bona* presso Saletta.

Oggidì l'antica Selva è ridotta ad un bosco di quercie, ancora ragguardevole, avente l'area di poco più di m^2 9.290.000 di proprietà parte della *Partecipanza di Trino*, parte del Principe *Carega di Lucedio,* che vi tiene una riserva di caccia; ed è limitato ad un area di terreno ferrettizzato attribuibile al diluviale medio e perciò isolata ed in parte sopraelevata sull'alluvione padana.

La Memoria del Negri esamina anzitutto le condizioni ecologiche della stazione. I caratteri topografici, la natura del suolo, il tipo di clima e le vicissitudini storiche dell'azione umana sulla vegetazione locale sono brillantemente passate in rassegna, fornendo anche qua e là al diligentissimo Autore l'occasione di interessanti e originali digressioni sugli aspetti generali della vegetazione della pianura del Po.

Segue il Catalogo della Florula del Bosco Lucedio, comprendente 427 specie; non solo frutto di esplorazioni condotte metodicamente per tre anni nelle differenti stagioni, ma anche dallo spoglio dell'Erbario del Piemonte, raccolto nel Museo dell'Istituto botanico di Torino.

Questa minuziosa e paziente analisi floristica ha accertata la presenza, nella stazione studiata dal Negri, di alcune rare specie; e quella di un ricco contingente di specie microterme montane, al quale si associa, nelle stazioni rimaste scoperte, un discreto numero di specie xerofile orientali.

Tali associazioni, prese nel loro insieme, presentano una *facies* assai variata, una ricchezza di composizione floristica che colpisce, già a prima vista, l'osservatore.

Infine l'Autore valendosi dei dati dell'indagine ecologica e floristica, e riferendosi agli studi più recenti sulla evoluzione del clima dal periodo glaciale sino ai nostri giorni, mostra come anche nella vegetazione del Bosco Lucedio possano mettersi in evidenza le traccie delle oscillazioni climatiche associate alle singole glaciazioni ed alle fasi postglaciali di avanzata dei ghiacciai alpini riconosciute recentemente anche per il versante meridionale delle Alpi.

Seguono in appendice due elenchi floristici delle Alluvioni del Po fra Trino e Crescentino e della brughiera dell'Alto Vercellese, frutto di ricerche dell'Autore e da lui riportate quale materiale inedito di confronto.

Il lavoro notevole del D. Negri, denso di fatti e di osservazioni, ricco di vedute originali, scritto con chiarezza e precisione, è tale contributo alla Fitogeografia, quale noi riteniamo meritevole di essere accolto, come vi proponiamo, nei volumi Accademici.

C. F. PARONA.
ORESTE MATTIROLO, *Relatore.*

L'Accademico Segretario
CORRADO SEGRE.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 2 Luglio 1911.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. RODOLFO RENIER
SOCIO ANZIANO

Sono presenti i Soci: Carle, Graf, Pizzi, Stampini, Brondi, Sforza, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli e De Sanctis, Segretario. — Scusano l'assenza Manno, Ruffini e D'Ercole.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 18 giugno 1911.

Si comunicano i ringraziamenti della signora Cristina di Tocco Ponzani per le condoglianze inviatele dall'Accademia.

Il Presidente legge una lettera del Socio corrispondente Chiappelli, in cui ringrazia dell'invito a commemorare il compianto collega Felice Tocco ed esprime la speranza di poter eseguire l'incarico.

Il Presidente dà pure cognizione di una lettera dell'avvocato Edoardo Allegra che invita la nostra Accademia ad assumere il patronato del Comitato che si propone di commemorare il centenario della morte del geografo Salvatore Lirelli, già Socio corrispondente della nostra Accademia. La Classe delibera d'inviare al Comitato la sua adesione.

Si legge alfine una lettera del marchese Carlo Menabrea, che offre in dono all'Accademia alcuni manoscritti del cav. Leone

Menabrea. L'Accademia delibera di accettare, ringraziando il donatore.

La presidenza comunica che le solenni onoranze ad Amedeo Avogadro, in occasione del centenario della sua scoperta sulla costituzione molecolare dei gas, delle quali si fece iniziatrice la nostra Accademia, avranno luogo il 24 prossimo settembre, e che quel giorno sarà inaugurato il busto dell'Avogadro, opera dello scultore Canonica, nel giardino del maschio della Cittadella.

Il Presidente Renier presenta per l'inserzione negli *Atti* una nota di V. A. Arullani, intitolata: *La Storia letteraria di Sardegna dello Siotto-Pintor e l'accanimento isolano contr'essa.*

LETTURE

La ' Storia letteraria di Sardegna ' dello Siotto-Pintor e l'accanimento isolano contr'essa.

Nota di VITTORIO AMEDEO ARULLANI.

Tra le storie regionali della letteratura merita onorevole luogo e menzione, sebbene anche i migliori testi — scolastici o non scolastici — ne tacciano (1), la *Storia letteraria di Sardegna* di Giovanni Siotto-Pintor (2). Vi fu tempo, tra lo scorcio del XVIII e l'inizio del XIX secolo, singolarmente propizio e propenso allo svolgersi di siffatti lavori, anche oggi allo studioso utilissimi (3). E questo tempo e questa fioritura si ebbe anche in Sardegna dopo il primo quarto dell'Ottocento, alquanti decennì più tardi che nell'Italia continentale, perchè alla lontana isola mediterranea fatalmente con qualche lentezza si trasmisero tutte le vibrazioni e tutti i movimenti della rimanente Italia peninsulare. Frutto di lunghe e pazienti indagini, talora con assai buon metodo condotte, queste opere storiche regionali difettano per lo più — come quella generale del Tiraboschi, che fu a quasi tutte guida e modello — di critica estetica, cioè di solidi e sicuri giudizî dal punto di vista del valore estetico.

Tra le poche a cui sarebbe immeritato il rimprovero, per l'evidente influenza benefica del Baretti e dei suoi metodi nella

(1) Non la cita, tra le altre, il Flamini nella buona nota I a pag. 329 del suo *Compendio di Storia della letteratura italiana*; la dimentica Guido Mazzoni nel suo utile *Avviamento allo studio critico delle lettere italiane*, anche nella 2ª edizione.

(2) Cagliari, tipogr. Timon, 1843-4 (in 4 tomi).

(3) Quasi ogni città d'Italia, è risaputo, si può dire che abbia il suo studioso: Bassano il Verci e il Gamba, Ferrara il Barotti e il Baruffaldi, Piacenza il Poggiali, Bologna il Fantuzzi, Pisa il Fabbroni, il Friuli il Liruti, la Liguria lo Spotorno, Parma l'Affò e il Pezzana, Napoli il D'Afflitto e il Soria, la Toscana il Moreni, la Sicilia il Mongitore e il Scinà, ecc.

Frusta letteraria, è appunto la *Storia* dello Siotto-Pintor: la quale ha — d'altronde — tutte le manchevolezze, senza però avere tutti i pregi, della tiraboschiana.

Se non resa dal tempo indegna nè inservibile, certo mal rispondente ai bisogni e alle esigenze della cultura odierna, e nella necessità di essere — meglio che ritoccata — rifatta (1), la *Storia letteraria* dello Siotto-Pintor è tuttavia rimasta unica in Sardegna, e meritava nell'isola assai migliore accoglimento che non ebbe, o almeno assai diverse censure.

Poche opere, ch'io sappia, incontrarono invece l'ostilità che questa incontrò: poche furono all'autore fonte e cagione di altrettanta amarezza. Come e perchè ciò sia avvenuto non sarà inutile ch'io ricerchi: che se talora le censure e le risposte escono fuori dai confini dell'arte vera e della critica fruttuosa, perdendosi negli aridi e maligni sterpeti del pettegolezzo, rimangono ciò nullameno documenti interessantissimi di psicologia di parecchi individui, e quasi dissi anche di intera una regione. Perciò mi sono assunto il non sempre ameno cómpito di cronista d'una stranissima logomachia di un pugno d'omuncoli inveleniti contro uno sdegnoso e muto avversario, di narratore e illustratore di una contesa letteraria a cui non si potrà mai dare il proprio nome di *polemica*, perchè alle donchisciottesche *botte* provocatrici degli aggressori mancarono volontariamente le *risposte* dell'aggredito (2).

(1) Se pur non è vero che oggi sia soltanto (come asserì il Wagner, in *La poesia popolare sarda*, su " Arch. stor. sardo ") " una raccolta pregevole di materiale ", e neanche un *catalogo*, come vedremo sostenuto da parecchi censori dell'isola; andrebbe certo sfrondata del soverchio che ha di storia civile, giurisprudenza, medicina, filosofia e teologia, e condotta di periodo in periodo con rigoroso ordine cronologico. Ciò appunto val quanto dire che bisognerebbe fosse rifatta da cima a fondo: e alla grave fatica io medesimo mi accingerei forse, se più potessi rimanere in Sardegna.

(2) Il lettore attento di questo mio studio, giunto alla final citazione che farò di un passo della *Storia civile dei popoli sardi*, noterà tuttavia che lo Siotto-Pintor vi adopera egli medesimo questa parola *polemica*.

*
* *

La *Storia letteraria di Sardegna* di Giov. Siotto-Pintor fu edita dunque nel biennio 1843-4 a Cagliari, quando — magistrato già noto — l'autore non era ancora quarantenne (1). Spianavano la via allo storico la *Storia di Sardegna* di Gius. Manno, pubblicata fin dal '25 e di cui un capitolo almeno di libro era stato consacrato alla letteratura e ai letterati dell'isola (2); la *Biografia sarda* di Pietro Martini venuta in luce tra il 1837 e il 1838, e il *Dizionario biografico* negli stessi anni edito da Pasquale Tola a Torino (3). Recentissima era inoltre la donazione che i due insigni bibliofili fratelli Ludovico e Faustino Baïlle avevano fatto di lor preziosa libreria sarda alla Biblioteca della R. Università di Cagliari (4), e di quel ricchissimo quasi inesplorato materiale di rarissime opere ed opuscoli, che contemporaneamente formavano il legittimo orgoglio del Martini sardo e bibliotecario. fu uno dei primi a giovarsi con larghi spogli e letture il Nostro (5).

Chi dice un semplice *catalogo* la sua *Storia letteraria* mostra di ignorare o disconoscere lo scopo civile insieme e patriottico. che animò lo Siotto-Pintor a scriverla. e su cui opportunamente insistono i due soli biografi o commemoratori sardi di lui. Carlo Brundo (6) e Filippo Vivanet (7). Anzi, è in quest'ultimo pre-

(1) Nato a Cagliari il 29 novembre 1805, morì a Torino il 24 gennajo 1882.

(2) Accenno alla seconda parte del libro XI (vol. III).

(3) Quasi contemporaneamente esercitavano la loro varia e feconda operosità lo Spano, il Lamarmora e molti e molt'altri minori, su cui per fretta sorvolo.

(4) L'importantissima donazione accadde in principio (8 marzo) del 1843, e Pietro Martini illustrò súbito e pubblicò il *Catalogo della Biblioteca sarda* (Cagliari, 1844).

(5) *Ricca* era poi anche (come afferma il Brundo stesso a pag. 14 della *Commemorazione*, che citeremo súbito) la *biblioteca* privata di sua famiglia antica ed egregia.

(6) *Commemorazione del Sen. Giov. Siotto-Pintor*, decretata dal Comune col concorso della Provincia, letta il 23 ottobre 1882 nell'aula della R. Università. Cagliari, Timon, 1882.

(7) *Giovanni Siotto-Pintor nella politica e nelle lettere*. Cagliari, tip. dell'*Unione sarda*, 1899.

zioso l'accenno alle prevenzioni ostili che s'avevano dai concittadini dello scrittore; i quali, per essere egli " noto appena nel " campo della pubblicità per due discorsi accademici intorno al " Villahermosa e al Baïlle „, aggrottarono sùbito le sopracciglia al temerario tentativo, " dichiarando — senza volerne aspettare " le prove — il suo òmero affatto ímpari a reggere il peso del " disegnato lavoro „ (1).

Eppure la ponderosa *Storia*, frutto di ricerche e ricca di giudizî in ogni campo della svariata operosità isolana anche più aliena dalla letteratura e dall'arte, giunse in breve al suo termine, armonica, precisa, vivace, barettianamente accurata di forma e spietata di critica. Arsero allora gli sdegni e strillarono alto i colpiti, dalle più opposte parti formando un unico guttural coro di proteste. Nè saprei dar ragione al Vivanet, il quale afferma che i primi libri della *Storia* " corsero abbastanza " lisci „ e che il guajo fu solo quando lo Siotto spinse il suo piede profano proprio " nei sacri penetrali del Pindo sardo „ (2): che anzi io avrò a citare parecchie risentite scritture apologetiche di cultori di scienze, maltrattati veramente, o credutisi maltrattati, nel primo libro dell'opera dello Siotto.

Numerosi i protestanti: non però tutti appartenenti alla schiera dei tartassati dal novello Aristarco. No, perchè purtroppo entrò di mezzo la fatale rivalità e il non mai spento antagonismo dei due *capi* dell'isola: onde la coorte assalitrice del Cagliaritano illustre fu presto in buona parte formata da Sassaresi ínvidi e malcontenti, e da officine tipografiche di Sassari partirono i più violenti e diffamatorî libelli, quasi a dare un color locale alla tragicommedia delle censure.

Vero è che lo sfogo libellistico e la protestomania si svolse e si esaurì tutta in men che un triennio, tra il 1844 e il 1846: ma, oltrechè è già molto pensare un egregio uomo per tre anni esposto a tali scariche diarroiche e vomitati improperî, il peggio è che non si sa dire quanto la sarebbe durata se lo Siotto-Pintor avesse risposto e non si fosse chiuso nel suo altero e dignitoso

(1) Cfr. le pagg. 8-9. I due *Elogi*, di Stefano Manca march. di Villahermosa e del cav. Ludovico Baïlle, furono dallo Siotto-Pintor editi a Cagliari presso il Timon fin dal 1839.

(2) Op. cit., pag. 10.

silenzio, a tutti gli assalitori opponendo quasi una mortificante " suprema espressione di tranquillo e immutabile convinci- " mento „ (1).

Noi terremo in questa disamina, quanto ci sarà possibile, l'ordine cronologico, cercando di orientarci nella caterva degli opuscoli, taluni dei quali (come era naturalissimo) usciti anonimi e senza data. Ci fu bensì anche nel novero dei miseri combattenti chi — pur volendo rimanere anonimo — ci tenne manifestamente ad aver quasi un merito di precedenza o di priorità su altri come lui giostratori: ond'ebbe cura che a data si stampasse non l'anno solo, ma e il mese e il giorno di sua battaglia. Ciò accadde appunto, come doveva accadere, in principio, e serve a meraviglia a facilitare il nostro cómpito dell'ordinare gli scritti anti-siottani.

Parrebbe dunque che il fuoco e le ostilità fossero aperte dal *Prospetto di una storia letteraria della Sardegna*, edito a Cagliari il 30 settembre 1844. L'opuscolo è anonimo: ma risulta in catalogo alla Biblioteca Universitaria di Cagliari attribuito a un Raimondo Orrù, che circa quell'età senza dubbio visse, intinto di lettere, e non isprovvisto di un certo ingegno e di buone intenzioni. Però il *Prospetto* rimase alla *Prefazione* di quattordici pagine; che si inizia con l'inopportuno e qui bugiardo motto tacitiano *Sine ira et studio, quorum causas procul habeo*, e mette capo alla noticina: " Ci riserbiamo a far conoscere le " condizioni dell'associazione, tostochè prenderemo gli opportuni " concerti col tipografo „. Ma non ne fu più nulla: e la campana dopo i primi tocchi non isquillò più. Comunque, in questo *Prospetto*, fatto evidentemente in odio alla *Storia letteraria di Sardegna* allora allora licenziata per le stampe, lo Siotto-Pintor non è neanche nominato col Manno, Tola e Martini: e la tesi sofisticamente e bislaccamente maligna dell'Orrù è questa, bastare alla letteratura sarda il cenno del Manno, o — se non paja bastare — potersi almeno e doversi dire proprio nel '44 più che mai sprovvista di *Storia letteraria* la Sardegna! Ma gioverà, e sarà più che sufficiente, riferire il genuino e testuale cominciamento dell'opuscolo: " Egli è ormai fuor di dubbio, per chi " ben riflette, non potersi scrivere della Sardegna una vera

(1) Op. cit., pag. 11.

" Storia letteraria. Ciò supporrebbe infatti l'esistenza di una " letteratura nazionale, e la letteratura sarda invece è quella " stessa delle varie nazioni che ne' diversi tempi dominarono " l'isola e che le comunicarono la loro nobile favella. Senzachè, " tutto ciò che riguarda a' pochi nostri scrittori, è stato am-" piamente, e forse ancora più del bisogno, celebrato nelle opere " del Manno, del Martini e del Tola. Ciò non pertanto, abbiam " divisato di mandare alla luce la nostra Storia: perchè ora ap-" punto manca alla Sardegna questo letterario lavoro. Ora ap-" punto si fa sentir la necessità di una pubblicazione, la quale " un anno prima sarebbe stata giustamente giudicata superflua ". Ecco il veleno e il morso dell'aspide: e chi così si vanta di non curare e distruggere l'altrui diligenza ed operosità critica non fatica poi (comodo sistema!) per colmare sul serio una pretesa lacuna e provarsi almanco a riedificare.

A meno di un mese di intervallo, in data di Cagliari 26 ottobre 1844, tenne dietro al *Prospetto* una *Piccola storia letteraria di Sardegna a uso di chi vorrà leggere*; anonima anch'essa, ma in catalogo alla " Bibliot. univ. ", attribuita a un Franc. Ramasso. Qui il fare è tutto ironico dalla prima all'ultima delle sedici paginette: e vi è a mano a mano satireggiato e volto in burletta l'indugiarsi inopportuno dello Siotto sui Fenici e Cartaginesi e Romani da prima, poi sui Goti e Vandali e Saraceni, e infine sui Pisani e sui Genovesi, sui Giudici e sui Regoli, sui Catalani e sugli Spagnuoli: al qual punto solo arrivati " troviamo finalmente un po' di letteratura ". Nè migliore è il procedimento nel sèguito della troppo vasta opera, secondo l'anonimo: dacchè — più che il Crescimbeni e il Tiraboschi — vi è ormeggiato pedestremente nei giudizi critici il Baretti. Nè si vede che piace al Ramasso l'avversione siottana ai *versi-scioltai* e agli *ossianeggianti*, e neanche l'antipatia alle donne colte e letterate, che scambiano il fuso con la penna. Tale la contenenza della smilza *Piccola storia*: in complesso, nella parte negativa e demolitrice, assai meno importante del *Prospetto* stesso, che almeno in quattordici concise pagine rimproverava allo Siotto la soverchia lunghezza dell'opera, e la frequente ripetizione di cose già dette, e le superfluità molte, quali i *grandi discorsi preliminari* e le *digressioni in stile declamatorio*, e le geremiadi, e la pretesa enciclopedica, e il troppo parlar di medicina, teologia, giurisprudenza e filosofia

stessa, e l'occuparsi di stampate o manoscritte *bazzecole* non vive nè vitali, e il perdersi in " circostanziati sunti di tutte " quelle letterarie produzioni che nol meritano „, e il riempir fogli di " frasi ed espressioni sconce e ridicole, tolte a scrittori " dimenticati o disprezzati „, e l'occuparsi di perduti o conservati manoscritti, e di scrittori non sardi di nascita, e l'aver infine diviso il lavoro *in ragione di scienze* anzichè *di epoche*, e giudicato opere e scrittori senza moderazione e circospezione, spesso precipitosamente o falsamente, in uno stile convulso e concitato, canzonatorio ed enfatico. Nei quali appunti c'era molto di pensato e di vero: e solo, come dissi, si desiderava di vedere alla difficil prova del ricostruire, intento cioè a rifare sul serio l'edifizio della *Storia letteraria* siottana, colui stesso che con tanta baldanzosa sicurezza li moveva, pago indi a starsene con le braccia neghittosamente incrociate.

Terzo venne in luce, in data 4 novembre 1844, l'opuscolo " Osservazioni ad un passo della *Storia letteraria* del cavaliere D. Giov. Siotto „, dovuto al cav. Luigi Serra prof. di agricoltura. Ma coi sistemi da costui adoperati agevole invero sarebbe distruggere qualunque opera di ricerca e di storia, anzi qualunque più savio lavoro di erudizione. Lo Siotto-Pintor ebbe certamente il torto di trattare di troppe discipline che con la *Storia letteraria* hanno assai poco a che fare, p. es., dell'agricoltura. E qui, essendogli accaduto di dir che la chimica " vorrebbesi parte integrante del sapere agrario „; e che l'agricoltura, anzichè *scienza speculativa*, è *arte*; e " piuttosto pratica " che teoretica „; ed essendo queste e altrettali affermazioni cadute sott'occhio al prof. nonchè cav. Serra, il permaloso ed irritabile *specialista* gli scaraventò sùbito contro il suo opuscolo di polemica piuttosto maligna per insegnargli che l'agricoltura ha due grandi sezioni, la *teorica* e la *pratica*, e che veramente la chimica è parte integrante dell'agricoltura, nulla provando l'aver poco saputo di cose chimiche i Romani, a' tempi loro coltivatori eccellenti, e che infine l'agricoltura è *scienza* insieme e *arte*. Non nego io che il Serra abbia ragioni da vendere: ma non valeva proprio la pena di così scaldarsi, lasciando che il dar tanta importanza a poche righe, in un ponderoso lavoro di migliaja di pagine, è ridicolo, ingiusto e irriverente.

Sùbito dopo il libercolo del Serra, e quasi da esso provo-

cato, come appare da un accenno di Fulgenzio Delitala in altro scritto suo che tosto vedremo (1), un Gius. Fabroni [che non so se sardo sia o continentale] adattò al caso dello Siotto e dei suoi detrattori — ricorreggendola dalla redazione del Bertola — la favola della zuffa tra la mosca e il lione. È, allora, l'unica *difesa* propriamente detta della *Storia letteraria di Sardegna*, composta " in omaggio del genio e della franca parola „, a prò d' un grande " straziato dai critici scarabei „ : difesa tenue di mole, ma importante di ripercussioni. Inutile dire che il *lione* è lo Siotto-Pintor, e la *mosca* è forse il Serra, o certo un de' primi suoi detrattori da me discorsi.

Precede al nuovo saggio satirico di imitazione dal tedesco (2), apposto come *motto*, un periodo montiano (3). Indi viene una pagina di vivacissima prosa del Fabroni stesso, che — fra l'altro — fa allo Siotto-Pintor questa lode: " Primo voi avete " separato con braccio potente le due generazioni che si toccano; " avete detto ai figli della generazione decrepita: tornate in- " dietro ! — e a quei della novella: fatevi avanti ! — E l'ana- " tema degli uni e l'evviva degli altri furono il grido di due gene- " razioni che si levano a combattere... Voi... ridete, se vi pare... " e vivete all'immortalità che vi aspetta ! „. C'è un po' di enfasi: ma, in complesso, il tempo galantuomo diede ragione al Fabroni, e il suo giudizio (su cui mostrò anche poggiarsi la breve e tarda e incidentale auto-difesa siottana, che citeremo) fu accettato dalla critica imparziale dei contemporanei nostri. La *favola* è in terzine dantesche, che però finiscono con un verso di troppo, nè può evitar l'accusa di trivialità concettuale e verbale, scu-

(1) Accenno a una noticina delle *Note al Prospetto di una Storia letteraria di Sardegna*: dove l'onesto autor della *Favola* è mal bollato con l'epiteto *un tristo*.

(2) Scritta originalmente da un Tedesco ritiene il Fabroni la *favola*, e prima traduzione — di non fido interprete — quella del nostro Bertola: quanto a sè, finge di essersi voluto provare " di restituirla al suo primo getto italianamente, quanto *ha* potuto „.

(3) Eccolo: " Il mondo letterario del pari che il fisico ha pur esso le " sue pulci, le sue vespe, i suoi tafani. Non sarebbe egli pazzo chi, stor- " nandosi dalla sua via, si fermasse a combatter di proposito questi bache- " rozzi insolenti, e desse loro occasione di metter fuori la favola della zuffa " tra la mosca e il lione? „

sabile solo in quella tensione di animi che giunse nel campo avversario a ben peggiori eccessi — nè solo di parole — contro lo Siotto (1). Quanto alla data del componimento, posto ch'esso è certo ancora del '44 e dopo l'opuscolo del Serra, si può fissare con maggior precisione al novembre stesso o al dicembre di quell'anno.

Ma ecco incominciare in Sassari medesima, d'onde era pure partita quell'unica voce di difesa dello Siotto, una più feroce battaglia contro lo storico Cagliaritano. Sullo scorcio del '44, rinasce intanto *Il Novelliere Sassarese, giornale scientifico e letterario da pubblicarsi ogni lunedì*: e nel *Programma del tipografo Raimondo Azara* (2) vedo spuntare — come uno dei principali scopi e propositi suoi — la disposizione e l'atteggiamento ostili allo Siotto e alla sua *Storia letteraria*. Si giudichi dal principio: " Cittadini Sassaresi, a voi dopo molto volger di tempo Messer " Sancio novamente favella. Vi rimembra del *Novelliere Sassa-* " *rese*, che impromise di pubblicare quando l'amico suo Chec- " chucci, fior d'ogni sociale virtù, era tra i vivi? Voi ne acco- " glieste il programma con entusiasmo, e conveniva (chè è " vergogna somma per noi, in questo secolo di progresso, non " avere un foglietto periodico): ma..... come avviene in ogni " nostra bisogna, subito successe la fredda indifferenza, per la " quale, e non già per la morte del Checchucci, come affermò " mal a proposito nella *Storia letteraria* il cav. Siotto, non si potè " il foglio pubblicare. Ora nuovi scritti, ingiurie nuove, e *un'o-* " *pera consacrata al vituperio della sarda gente* (3) mossero il " vostro concittadino a richiamarvi alla memoria il suo divisa- " mento di pubblicar il *Novelliere* „.

(1) Il mio egregio amico, il cav. avv. Giuseppe Orrù, mi ripeteva — non è molto — a memoria una *sciarada porca* satirica, che corse manoscritta contro l'autore della *Storia letteraria*. E altro vedremo, che parrebbe impossibile, se non fosse vero. E il Vivanet stesso (op. cit., p. 10) afferma che, in grazia alla sua pubblicazione, " poco mancò ch'egli in pena dell'ar- " dimento non lasciasse... tra i rovi miseramente la vita „. E il Brundo (op. cit., pagg. 41-2) parla di una *vera crociata*, e accenna a chi, " a mani- " festazione di rabbia impotente, respingevagli il ritratto, inserto nell'opera, " tutto cincischiato e crivellato di forellini!! „

(2) In data Sassari, 1844, tipogr. Azara.

(3) Bella definizione di un'opera come la *Storia letteraria di Sardegna*! Bella invero ricompensa di Sardi alla fatica di un Sardo!

Nei primi mesi del '45 tre violente invettive si lanciano all'indirizzo dello Siotto-Pintor da due Sassaresi, il marchese Fulgenzio Delitala e Franc. Michele Dettori, due uomini di chiesa, di cui ha contribuito senza dubbio a risvegliare l'attività la favola del Fabroni. I due libelli del Delitala si intitolano: *Un'aggiunta indispensabile alla Storia letteraria di Sardegna di G. Siotto-Pintor* (1) e *Note apposte al Prospetto di una storia letteraria di Sardegna* (2); mentre il Dettori si limitò a una *Rivista al libro VIII della Storia letteraria di Sardegna del cav. G. Siotto-Pintor*.

Nell'*Aggiunta indispensabile*, o — meglio — come tale dall'a. ritenuta, il Delitala difende la Spagna bistrattata dallo Siotto: come ogni buon *retrivo* doveva fare contro ogni buon *liberale*. Nella sua *Frusta*, non *Storia*, lo Siotto biasimò " senza collo- " carsi nell'epoca in cui le tanto decantate disgrazie e vessa- " zioni accadevano ": e, se accusò di *mal gusto* gli Spagnuoli, ciò fu perchè lesse solo il Bettinelli e il Tiraboschi, mentre il Delitala sta piuttosto coll'ab. Lampillas (3). E degli Spagnuoli enumera le glorie nella legislazione e nella teologia, e dice che raggiunsero in letteratura e in ogni maniera di scienze l'apogeo dal sec. XVI: e — rilevate contradizioni in giudizî siottani — presenta in ultimo tre *stanze* del poema sacro logudorese dell'Araolla (4), con relativa traduzione poetica in castigliano, per far spiccare le singolari analogie secondo lui esistenti. E cita Sardi che — in quel periodo non povero d'ingegno — si distinsero in lingua castigliana: nè fu male, per lui, che Sardi parlassero e scrivessero la maestosa lingua allora dominante. Potevan essi pensare che si sarebbe usata, secoli dopo, l'italiana? Gli *ordini* feudali, afferma poi lo Siotto, eran dannosi alla *natia dignità* dell'uomo: ma ciò è per il D. uno stare al Rousseau,

(1) Cagliari, Stamperia Reale, senza data.

(2) Fasc. I. Sassari, dalla tipogr. arcivescovile di Raimondo Azara.

(3) *Saggio storico-apologetico della letteratura spagnuola*. Su questo Saggio, che oggi ha perduto ogni valore, si fonda poi anche — come vedremo — l'Herrera.

(4) *Sa vida, su martiriu et morte de sos tres gloriosos martires Gavinu, Brothu et Januari*. E ve n'ha tre edizioni: di Cagliari 1582, di Mondovì 1615, e di nuovo di Cagliari 1840 (nella *Ortografia sarda* dello Spano). E le due prime edizioni sono oramai divenute rarissime.

che mal vorrebbe tornare a selvatichezza. E il marchese critica il confronto che lo Siotto fa " delle due principali epoche della " sarda letteratura „: per lui il secolo presente è lungi dal sovrastare a tutti gli altri, anche in poesia, in eloquenza e in iscienza. Tutto è relativo: e, del resto, lo S. ora loda, ora poi — concludendo — biasima: e, quando pure si ha (bontà del marchese!) *franchezza* e *carattere deciso*, " vi vogliono più riguardi e più prudenza „ a parlare del passato, e soprattutto meno *umore atrabiliare*.

Per quanto nella fondamentale tesi sbagliata, l'*Aggiunta indispensabile* rispecchiò il pensiero della maggioranza degli uomini anche colti di allora, a cui lo S. non poteva non parere un audace iconoclasta.

Le *Note al Prospetto* anonimo sono invece documento più miserevole di invida stizza e di grossa ironia, che muove meglio a pietà che a riso. Non vi si fa che illustrare — capoverso per capoverso — il *Prospetto* (1): e vi si trova modo di satireggiare insieme con lo Siotto l'altro grande Cagliaritano, il cav. Martini. Senonchè l'aristocratico prelato ignora che uno degli essenziali meriti dello scrivere ironico è quello di non ismentirsi mai: e si tradisce egli nel testo *talora*, nelle note *spesso*, cambiando tono e dando a divedere di biasimare sul serio chi nella lettera-prefazione *Agli amici* aveva detto di voler difendere a spada tratta.

Ingiustizia sarebbe considerar come altrettanto inutile la *Rivista* del Dettori (2): eccessiva nella forma, e nel giudizio estetico — anzi nei criterî stessi del giudizio — mancante di ogni solidità e modernità, essa aggiunge tuttavia veramente qualcosa nell'elenco de' nomi e delle opere poetiche e compie in certo modo lo Siotto-Pintor. Per es., certo in miglior luce son posti e Gian Andrea Alivesi e Angelo Mugano e Gavino Scano e Franc. Nieddu e Giov. Maria Querqui e Bernardo e Gius. Torchiani e Giov. Pinna-Delitala e Giovannina Berlinguer

---

(1) In una nota (a pag. 29) delle *Osservazioni critiche* del *Solitario di Gennargentu*, che presto citeremo, si dice appunto che il Delitala qui " fa una parodia ironica sul *Prospetto* con ribadire l'argomento „.

(2) " Rivista di Franc. Mich. Dettori di Sassari al libro VIII della *Storia letter. di Sardegna* del cav. G. Siotto-Pintor „. Sassari, 1845, Tipogr. di L. Azzati. Lecitamente.

e Carmine Adami e Desiderio Besson e Luigia Piras e Carlo Domen. Mari ed Edoardo Scano, e persino — per ciò che lasciò di poetico — Pasquale Tola. Ma perchè certe irriverenze? Perchè chiamare lo Siotto *aspirante a storico*? La verità è che — mentre il Dettori mostra adontarsi soprattutto e inalberarsi contro lo S.-P. perchè parlò di *falsa scuola d'Arcadia* dove " il senno " e il tempo per tenuissime e vanissime cose si buttavano „ ed affermò che l'Arcadia appunto " urtò maggiormente a rovina " gli studî poetici... guastò l'Italia ed infemminì anche la Sar- " degna „ — la rabbia sua ha una, anzi due miserabili ragioni affatto personali. In effetto, il Dettori stesso non nega di aversela avuta a male perchè lo S.-P. così si espresse circa un suo componimento in terzine: " in questi ultimi tempi F. M. Dettori, " cingendo le tempia di Pasq. Umana addottoratosi in Sacra " Teologia, fa dire all'alloro:

" io ritorno altra volta al mio decoro! „.

Or qui il D. strepita per la trascurabile inesattezza in cui incorse lo S.-P. parlando di laurea in *teologia* invece che di dottorato in *medicina*. Inoltre il D. non può tollerare che lo S.-P. affermi — a proposito di lui e di certe poesiole sulla *Strenna sassarese Ebe* — che egli, sebbene *fornito di qualche estro, accenna... troppo spesso alle spiacevolezze d'Arcadia.*

E di questa *Rivista* dettoriana basterebbe, se non mi convenisse ancora accennare all'addentellato che essa ha con la *Favola* del Fabroni: in quanto vi si rinarra in prosa la zuffa delle mosche, al leone sostituendosi un asinaccio inutilmente tormentato dalle mosche *per di dietro*, e facendosi intervenire una accorta bertuccia che suggerisce l'unico espediente efficace: " State all'erta, ed a pena che il *bestione* alzi il *muso*, voi tosto " presentategli lo specchio: così si riconoscerà, ed arrossirà di " se stesso! „ (1). Trivialità irriverenti: ma ve n'ha — ripeto — di peggiori, e non verbali soltanto.

Continuando, appartengono ancora al 1845 i seguenti opuscoli o documenti più o meno ferocemente anti-siottani:

---

(1) Cfr. le pagg. 28-32 della cit. *Rivista*, ecc.

1° “ Lettera apologetica del D[r] Efisio Nonnis, prof. di chirurgia e chirurgo magg[re] dei cavallegg[ri], in risposta ad alcuni cenni critici dell'a. della *Storia letteraria di Sardegna* „ (1).

2° “ Obbiezioni di Franc. Herrera alla *Storia letteraria di Sardegna* rispetto alla Spagna „ (2).

3° “ Osservazioni di Giovanna Corona, nata Tiragallo-Pintor, sopra il giudizio di D. Giov. Siotto-Pintor suo cugino sui versi del Presidente Tiragallo di lei zio „ (3).

4° “ *Discorso critico-apologetico* che precede gli *Elementi di aritmetica e principî dell'algebra*, dell'architetto civile Ignazio Arthemalle Brundo „ (4).

5° “ *Due lettere interessanti. — Lettera di un letterato sardo ad Ignazio Arthemalle Brundo*, e Risposta fatta da I. A. B. „.

6° “ Supplemento alla *Storia letter. di Sardegna* scritta dal cav. G. Siotto-Pintor „, di Fortunato Ciuffo (5).

7° Lettera privata del marchese di Villamarina al Giudice Cav. Giov. Siotto-Pintor.

E con tutta probabilità al 1845 appartiene anche, se bene per prudenza uscisse in luce a Livorno senza data, il *Pipistrello anonimo*.

Di questo satirico poemetto in sestine sul far del Casti, di questa opericciuola — arguta in sua intemperanza — che è senza dubbio il miglior frutto artistico della contesa letteraria che ora studio, ebbi io medesimo già occasione di parlare in altro mio precedente lavoro di soggetto sardo (6).

Nel *Pipistrello anonimo* lo Siotto, non risparmiato neanche ne' suoi difetti fisici, è trattato da saccente, pronto solo a dire e a scriver male di tutto e di tutti. Ad accattare celebrità usò egli ogni mezzo, e abusò delle sue conoscenze linguistiche e del suo ingegnaccio di scrittore. I molti offesi convennero che meglio era *tarpar l'ali* all'offensore: ed egli, che non aveva usato prudenza se non con un'aquila e con un corvo, da un avoltojo

(1) Cagliari, tipogr. arcivescovile, 1845.

(2) Disp. I. Cagliari, 1845, Tipogr. arcivescovile.

(3) Cagliari, tipogr. Timon, 1845.

(4) Cagliari, tipogr. Timon, 1845.

(5) Vol. unico. Cagliari, tipogr. del Commercio, 1845.

(6) Cfr. *Echi di poeti d'Italia in rime e rimatori sardi dal Cinquecento ai dì nostri* (in “ Arch. stor. sardo „, 1910, fasc. IV), a pagg. 64-5 dell'*estratto*.

(chi si nasconda sotto questi tre animali non è facile, a chi non sia vissuto in quei tempi, stabilir con certezza) si vide mozze le penne e impedito il volo. Anche un amico pipistrello, a cui — dopo vane implorazioni e piagnistei — si rivolse, lo tradì e derise la sua comica trasformazione. Onde alfine, *avvilito, infamato e reietto,*

> poi che farmaco alcun non ritrovò,
> il topo, *quondam* pipistrel, crepò.

Tale il poemetto: ma passiamo in rapida rassegna i sette documenti che innanzi elencammo, editi nel '45.

I tre primi hanno valore scarsissimo: e, o sono inadeguato frutto di risentimenti patriottici, o meschino sfogo di personali antipatie e ripicchi, tanto più deplorevoli quanto più — come nel caso della Corona — rivelano astii insanabili tra parenti.

L'Herrera è uno spagnuolo, da quattro anni stabilito in Cagliari e allievo-farmacista in una spezieria. Non condusse a termine la stampa del suo opuscolo: ma *obbiettar* volle *per amor di patria*, nonostante la confessata ignoranza o imperizia della lingua italiana. Nella difesa delle glorie spagnuole non si stacca in genere, come già il Delitala, dal Lampillas.

Quanto al Nonnis, egli confessa di *difendersi solo per l'amore del proprio buon nome*, reputandosi offeso dallo Siotto-Pintor:

1° perchè in una sua polemica chirurgica col D^r^ Bern. Serra, lo S. favoreggiò le parti del Serra amico;

2° perchè lo S. gli criticò un opuscolo in patrio vernacolo a uso delle *levatrici*;

3° perchè lo S. contradisse a lui che in una sua *Prolusione* “ fece gli elogi della chirurgia a fronte della medicina „.

Tutto ciò non ha niente a che vedere con la storia letteraria: nè però il Nonnis con la sua insufficientissima cultura è autorizzato a definire *romanzo di malignità* l'opera dello Siotto.

La Corona incomincia a dirsi peritosa a pigliar tra mano la penna per l'*anatema* che lo S. “ fulmina contro le donne che s'attentano di scrivere „. Ella non ha pretese di esaltazioni o rivendicazioni artistiche: sa che il suo zio Presidente poco scrisse, e “ per sollievo del suo spirito e per privato diletto, ... rare volte per avvenimenti politici „. *Devoto al trono*, non doveva però esser fatto apparire *smodato adulatore*. E fu vera e

propria indiscrezione dello S. parlar di manoscritti non destinati ai torchi. A ogni modo, dacchè i versi del Tiragalli " peggior " disavventura non ponno aver stampati di quella che hanno " incontrato manoscritti „, la Corona, che ne è proprietaria, è determinata di *mandarli in luce.* Bella conclusione!

In mezzo a molte affermazioni discutibilissime o inesatte e vane, parecchio di buono si trova invece nel lungo *Discorso critico-apologetico* dell'Arthemalle. E piace ch'ei riconosca e *ammiri* nello Siotto, sia pure a denti stretti, " l'uomo di illustre " famiglia, di ampio sapere,... sempre più ampliato da molte " generazioni,..... l'uomo di specchiata religiosa pietà, il ze- " lante cittadino, il dotto e incorruttibile magistrato, il pro- " fondo giurisperito „. Si permette riserve però sui suoi concetti circa il bello scrivere e le doti dello stile, e circa la definizione della genuina storia letteraria, e circa la division di essa, che deve farsi *in epoche.* Indi molti giudizî, generali e parziali, dello Siotto viene con pazienza vagliando e criticando. E pensare che tutto ciò scrive e macchina contro l'insigne storico il nostro dabbene architetto, solo perchè lo S. sentenziò " magro " lavoro, ristretto alle più essenziali e da nessuno ignorate re- " gole „, il suo *Trattato d'aritmetica applicato all'uso comune*: solo perchè, a proposito d'altro lavoruccio dell'A. (*Del sal marino e delle saline*) affermò che " nella luce del presente secolo pres- " sochè intollerabile diventa ogni maniera di libri, dove a fre- " quenti scorrezioni di lingua si unisca lo stentato e disadorno " stile „! A che vivacemente l'A. obbietta che qui lo S. palesa " un genio mussulmano che vorrebbe annichilate le scienze, se " non si presentano ornate coi fiorentini riboboli di Mercato " Vecchio „. Insomma, in massima l'A. non ha torto: ma gli effetti sono sproporzionati alle cause, e dove s'andrebbe a finire se tutti i criticati si rivolgessero così irosamente idrofobi contro i loro critici?

Le *Due lettere interessanti* si riducono a una privata lettera lusinghiera, circa il *Discorso critico-apologetico*, di un letterato sardo non nominato (in data 17 febb. 1845): a cui l'A. controrisponde, lusingato e lusinghiero (in data di Cagliari, 25 febbraio 1845). Nè so se le due epistole meritassero l'onor della stampa.

Il *Supplemento* del Ciuffo è assai aggressivo, quantunque

il C. protesti di rispondere " senza scambio di sarcasmi e di " villanie, senza guerra di parole e di improperi „. Lo Siotto è per lui insieme il *Noè della letteratura* e il *Messer Frullone della Crusca sarda*: e il peggio è che protestò scrivere per filantropia e patriottismo, e poi — fatte poche eccezioni — trattò i suoi connazionali da *goffi*, *balordi*, *ignoranti*, *buffoni*, *sofisti*, *fanatici*, *petulanti*, *privi d'ogni fior di lingua*: indizio certo di *biliosa tempra*. Più vere sono altre accuse, nel non inutile volumetto: lo S. vestì la sua Storia di troppi dannosi *cenci letterarî*; e *storia della letteratura* non è *storia dei letterati tutti* di una regione; e a uno storico ci vuole *ordine e unità*, *semplicità e chiarezza*, *verità e giustizia*. Ma più notabile di pratica utilità è il tentativo del Ciuffo di meglio distinguere la letteratura sarda in quattro periodi, di cui egli si dà cura di tracciare alla meglio i confini e lo sviluppo. La divisione, a cui non vedo che altri n'abbia finora sostituita altra migliore, mi sembra accettabile, magari con qualche ritocco. Eccola: 1° periodo (dal sec. IV a tutto il XV); 2° periodo (sec. XVI e XVII); 3° periodo (sec. XVIII fino a re Carlo Felice); 4° periodo (dal reggimento di Carlo Felice in poi). Tutto il sin qui riassunto è diluito nei primi otto *capitoli* del *Supplemento*. Nel cap. IX il C. censura i due *Elogî accademici* dello Siotto-Pintor: e nel cap. X e ultimo combina un curioso dialogo, dal titolo " Mende ed errori di lingua: osservazioni „, tra la *Pedanteria*, la *Critica* e la *Grammatica*: spigolatura malignetta di sviste nel campo siottano.

Resta ch'io dica due parole della privata lettera del marchese di Villamarina. Essa è in data di Torino, li 29 ottobre 1845: e il Vivanet, che la pubblica in appendice al suo studio, giudica a ragione che essa valga " a dimostrare le grandi diffi- " coltà che anche verso la fine del governo assoluto attraver- " savano il libero movimento del pensiero da una parte, e la " rude ma sincera franchezza dall'altra „ (1). La lettera infatti è un ben strano ringraziamento per cortese invio di opera dell'ingegno! Vi è la esplicita assoluta riprovazione di ogni attività dello S. che non sia quella giudiziaria. " Faccia il giudice — " dice rude il D. Villamarina — con tutta integrità ed onora- " tezza, e nient'altro che il giudice... ed occupi li non lunghi

(1) Op. cit., pagg. 35-7.

“ ritagli nel ben curare gli affari suoi e privati interessi „. E, in nome anche della Religione, il marchese approva le *vivaci risposte* agli *attacchi viperini* contro *persone stimabili*, mentre deplora lo spesso sfogo di *insolenti maldicenze* e il tinto inchiostro nel *fiele spremuto dall'invidia*. C'è tanto che basta a convincere anche il più scettico dell'impopolarità vera dallo S. procacciatasi con quell'ardito suo libro.

E dal Brundo rilevo che non il Di Villamarina soltanto tra gli autorevoli uomini di governo, ma anche il vicerè Delaunay non nascose dapprima la ostilità sua allo Siotto, giungendo fino a consigliarlo a non occuparsi di dannose *fandonie*, ma a scriver solo di legislazione (1), sebbene poi — ravvistosi a tempo e meglio conosciuti coloro da cui gli era venuto il maligno sussurro — facesse ammenda onorevole di suo contegno, tenendo in alta stima lo scrittore della *Storia letteraria di Sardegna* (2).

Un importante ultimo strascico ebbe ancóra la contesa nel 1846 per le “ *Osservazioni critiche* su la così detta *Storia letteraria di Sardegna* „ del *Solitario di Genargentu* (3). Questo è lo pseudonimo del cav. D. Franc. Maria Porcu, consigliere del Magistrato d'Appello: detrattore più feroce di quanti erano stati prima feroci. Infatti, dopo una romantico-retorica prefazione *Al lettore benevolo*, il P. accusa tosto lo S. d'aver turbato “ la pace religiosa dei sepolcri di quei anche che vissero senza “ pretese „ e offeso coloro che “ *scanzavano* (sic!) la pubblica “ luce scrivendo per mero diporto privato ed instruzione „ e certo non facevano “ professione di belletterista „. Anzi si lascia scappare la frase e la domanda: “ Una storia maledica, che “ nulla insegna, non è forse più idrofoba che fanciullesca ? „ Resta a vedere e a provare che nulla insegni. Comunque, non pago a ciò, il P. espone in una nota — con trista e gratuita malignità — le supposte losche *due mire* dello scrittore della *Storia letteraria* (4); e poco oltre ironico parla di “ un Gorgia

(1) Si affermò ancóra dal B. e da altri che il Delaunay giungesse fino a minacciare allo Siotto-Pintor l'esilio a Fenestrelle.

(2) Cfr. Brundo, Op. cit., pag. 42.

(3) Torino, 1846, dalla tipografia Zecchi e Bona, contrada Carlo Alberto.

(4) Ecco le testuali infami e inartistiche parole: “ la *prima* di mettere “ a profitto la sua carica, obbligando con indiretto tutti i ministri del

“ novello, quell'*animal bipes sine pennis*, divinatore di tutto lo “ scibile, riformatore delle passate e nuove generazioni, ch'ar- “ bitro siede in mezzo ai secoli „. Indi alfine con dimostrazioni e ragionamenti, che egli crede validi, tenta distruggere o invalidare la più parte dei giudizî del S. sulle condizioni dell'isola nei tempi mitici e Cartaginesi e Romani e de' Giudici o Regoli sardi. Nel capo V enumera i vantaggi della signoria aragonese, che per lui consistono nell'aver “ associato la sarda nazione alla “ sua politica instituzione „, costituendo gli *stamenti* militare, reale, ecclesiastico, ecc. Quanto al governo spagnuolo, il P. sostiene che gli inconvenienti verificatisi nell'isola erano estensibili a tutta la vastità de' dominii comprensivamente alla Spagna stessa, e trova falsa asserzione questa “ che i Sardi nazionali “ fosser esclusi dai pubblici impieghi e posti a duro vivere „. Difende in séguito la letteratura spagnuola coi soliti argomenti: e in ultimo fa, suppergiù, gli appunti del Ciuffo e dell'Arthemalle su alcuni valentuomini che lo S. avrebbe maltrattati, dal Deidda (1) in poi, ed esce nelle vecchie e trite contumelie contro il *maligno romanzo*, compiacendosi alfine che “ la vipera ha mor- “ duto il ciarlatano „.

Conobbe lo Siotto-Pintor [a cui intanto altre amarezze venivano dalla Deputazione piemontese, in cui non era supponibile che rappresentasse una parte secondaria e passiva (2)] tutti questi scritti, come avvelenati strali sferrati contro la repu-

---

“ Regno colla sequela di tanta clientela a associarvisi, e far così incetta “ di denaro a publico smodato dispendio per sì trista mercanzia con enorme “ lesione... di essi: la *seconda* di oscurar il merito de' migliori trapassati, “ con insultar quello de' viventi con malignità di core, sull'arrogatasi sedia “ magistrale, per esercitarvi l'alto ufficio di giudice ecc. „.

(1) Questi è un Sebastiano Deidda economista e matematico di un certo valore: nato a *Domus novas*.

(2) Non è certo qui il caso che io mi occupi dello scrittor patriottico, nè dell'uomo politico deputato e senatore, e delle sue polemiche e traversie: i due scritti biografici ne parlano abbastanza a lungo, e ad essi rimando i miei lettori. Citerò qui solo, in proposito, il notevole opuscolo *Le mie opinioni e la mia vita pubblica*, Apologia del cittadino G. Siotto-Pintor, già Deputato al Parlamento Sardo. Cagliari, Timon, 1849.

tazion sua? Chi crederebbe a chi sostenesse che no? E forse ne conobbe più che noi non ne conosciamo, se bene con indubbia esagerazione lo udremo accennare a *un centinajo di opuscoli*, e patì verbali oltraggi e indegne minacce, e non fu neanche sicuro nella sua casa e della sua persona (1). Lesse certo, sentì la risposta venirgli a volta a volta sul labbro e sulla penna: ed era secca come frustata, tagliente come lama. Pure, con maravigliosa forza di freni inibitori, tacque: e molti di quei libelli nella sua vecchiaja egli doveva aver quasi dimenticato, senza aver però dimenticato quel primo mal compenso con che i suoi concittadini pagavano le sue studiose e utili fatiche, se in lettera sinora inedita al cav. avv. Gius. Orrù (che me la fece vedere e mi permise di trascriverla e pubblicarla) da Cagliari 26 dicembre 1879 egli domandava all'instancabile raccoglitore " l'ordine compiuto " delle sfuriate contro la *Storia letteraria* „ (2).

---

(1) Gioverà ch'io riferisca ancora un passo della citata opera del Vivanet (pag. 11): " Nel bollore delle ire... sarebbe parso poca cosa l'ab- " bruciamento del libro irriverente per man del carnefice sulla pubblica " piazza. Chi il crederebbe oggi? Le ire letterarie, pessime fra tutte, si " spinsero al segno che *la casa e fin la persona* dell'a. della *Storia letteraria* " fu in qualche momento malsicura; e sovvengo ancora con sdegno che a " me stesso, fanciullo di otto anni, si additava costantemente con uno scempio " nomignolo uno dei più fecondi e eleganti scrittori che abbiano illustrato " la nostra terra „.

(2) Ecco — integralmente — la lettera, arguta e importante anche per l'accenno alle accuse e amarezze della vita politica:

Allo egregio Sig.r Avv.to Giuseppe Orrù *S. R. M.*

Cagliari 26 dic. 1879.

River.o Sig. Avv.to,

Penso che Ella, e soltanto Ella, sia nel caso di farmi un segnalato favore. Desidererei l'indice compiuto delle sfuriate contro la *Storia letteraria*: è a dire i frontispizî accennanti il titolo e l'autore di quelli opuscoli, e l'anno e il luogo della stampa. Sto pronto a pagare a sua richiesta lo scritturale del quale vorrà servirsi.

Credo anche di trovare presso di V. S., instancabile ricoglitore delle cose sarde, la notazione di tutte le legislature della Camera dei Deputati, dal maggio 1848 a tutto novembre 1861. Nel caso, La pregherei di favorirmi nota delle elezioni in Sardegna, onde avere l'*invidiabil sorte* di sapere quante volte mi toccò l'onore di essere eletto, e qual collegio mi toccò ogni volta di rappresentare. Stimo che in quell'intervallo ci siano state

D'altra parte, l'amico prof. Raffa Garzia (che deve aver ciò udito direttamente dalla bocca di Benvenuto Siotto, nipote dello storico) mi assicura constargli che lo Siotto-Pintor aveva a se medesimo giurato di rispondere solo a stampa alla valanga delle censure e delle accuse cinquant'anni dopo la pubblicazione dell'opera, cioè non prima del 1894. Ma egli premorì a quell'anno: onde non rimangono forse che manoscritte risposte, di cui il nipote è assai geloso custode.

Checchè sia di ciò, come non sarebbe esatto affermare che il solo Fabroni con la sua *Favola* abbia difeso l'autore e l'opera, dacchè lo Siotto ebbe encomii dal Manno stesso e *amici valorosi* il De Castro, il Nino, il Murgia, i Pasella (1), così non si potrebbe sostenere *pieno* e *assoluto* il silenzio dello Siotto-Pintor medesimo. Oltre la lettera all'Orrù, io conosco due luoghi delle opere in cui il Nostro accenna chiaro alle persecuzioni e alle calunnie aggressive onde fu vittima per la sua *Storia letteraria di Sardegna*. Che se uno degli accenni è rapido veramente e incidentale (2), non così si può dire dell'altro, vibrato e dignitosissimo, che giova per intero trascrivere. Esso è nella *Storia civile dei popoli sardi dal 1798 al 1848* (3), e scolpisce perfettamente il carattere dell'uomo:

" L'apparizione della *Storia letteraria di Sardegna* fu come

---

nove legislature, e che io stato eletto sempre fuorchè la volta che stravinse il partito clericale.

Spero che vorrà perdonarmi il disturbo e gradire gli augurî di ogni felicità dal suo dev.^{mo} e obb.^{mo}

GIOV. SIOTTO-PINTOR.

(1) Tra i moderni difensori dello Siotto-Pintor parmi da citarsi — col Brundo e il Vivanet — almeno il Raffa Garzia (cfr. la *Prefazione* al suo studio *Un poeta latino del 700*, Cagliari, tip. *Unione sarda*, 1900). E mi sia permesso di ricordare anche la mia anteriore incidentale difesa in *Echi di poeti d'Italia in rime e rimatori sardi dal 500 ai dì nostri*.

(2) Esso è nella citata *Apologia* dello Siotto, a pag. 55; dove egli dice nel testo: " Io sono il bersaglio al quale si dirigono gli avvelenati vostri " strali (egli parla ai suoi elettori concittadini), nè pace mi date nè tregua, " nè pure quella cortese giustizia che anche tra nemici si usa ". E in *nota* aggiunge e commenta significativamente: " Nella elezione de' Deputati in un " Collegio di Cagliari, una scheda diceva: *Il sig. ... chiosatore della Storia* " *letteraria di Sardegna* ".

(3) Torino, presso la libreria F. Casanova, successore L. Beuf, 1877, a pag. 348.

" una intimazione di guerra, dispiacevole invero perchè — es-
" sendo stato uopo ricider di netto la piaga cancrenosa, mor-
" dere più che titillare — la celebrità frodata se n'andò di su-
" bito in frantumi. E furon quinci e quindi urli disperati e
" propositi strani e ire codarde e villane vendette. Ma che vo
" io ricordando? Quella scrittura, espressa da l'amor patrio,
" dettata a quando a quando con ischerzevole stile, talvolta con
" beffa solenne, attesa l'impossibilità di farsi altrimenti leggere,
" poco mancò non procacciasse all'a. per premio il martirio,
" quando era delitto di Stato il dire che l'asino avea ragghiato
" o muggito il bue. E tuttavia con rara fortuna lo scopo fu
" raggiunto sì tosto che tentato, e a dispetto d'un centinaio
" d'opuscoli, ognun de' quali ebbe la durata d'un insetto, pro-
" dusse subitamente effetti mirabili, se cosa miranda è in popolo
" traviato per scissione di partito e per antipatie personali ri-
" mettere le cose e gli uomini al loro posto, e non lasciar scam-
" biare alla gioventù studiosa con lo eletto frumento le immonde
" ghiande. Ai quali uomini sarebbe ancor durata la fama, se
" non surgeva quell'altro di bizzarra mente, del quale — per
" quanto fosse egli bersagliato dalla turba dei *lesi* (1) *dolenti* —
" nessuno potè dire che non avesse avuto l'animo di procla-
" mare il vero. Questo è indubitato, che molti sursero d'allora
" in poi buoni scrittori per sustanza di concetti, per proprietà
" di lingua, per eleganza di stile. Conciossiachè quattro anni
" a pena erano da quella infinita *polemica* passati, che il mutato
" reggimento consentì a ciascheduno di esprimer tutto come più
" gli talentava il suo pensiero, d'onde si potè scernere che non
" nocque punto alle scienze dove non entrava la politica lo avere
" studiato sotto l'agghiacciante atmosfera di un governo tut-
" t'altro che popolare „.

---

(1) È reminiscenza della *Commedia*: ma Dante par più probabile che abbia scritto *lessi* (*Inferno*, XXI, 135).

L'Accademico Segretario
GAETANO DE SANCTIS.

INDICE

DEL VOLUME XLVI

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XLVI, Disp. 1ª e 2ª. 1910-1911.

TORINO
VINCENZO BONA
Tipografo di S. M. e dei RR. Principi.
1911

DISTRIBUZIONE DELLE SEDUTE

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

Nell'anno 1910-911

divise per Classi

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali	Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
1910 - 20 Novembre	1910 - 27 Novembre
» - 4 Dicembre	» - 11 Dicembre
» - 18 »	1911 - 1 Gennaio
1911 - 8 Gennaio	» - 15 »
» - 22 »	» - 29 »
» - 5 Febbraio	» - 12 Febbraio
» - 19 »	» - 26 »
» - 5 Marzo	» - 12 Marzo
» - 19 »	» - 26 »
» - 2 Aprile	» - 9 Aprile
» - 23 »	» - 30 »
» - 7 Maggio	» - 14 Maggio
» - 21 »	» - 28 »
» - 11 Giugno	» - 18 Giugno
» - 25 »	» - 2 Luglio

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classi Unite.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XLVI. Disp. 3ª. **1910-1911**.

TORINO
VINCENZO BONA
Tipografo di S. M. e dei RR. Principi.
1911

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XLVI. Disp. 4ª e 5ª. 1910-1911.

TORINO
VINCENZO BONA
Tipografo di S. M. e dei RR. Principi.
1911

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona - Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XLVI. Disp. 6ª. **1910-1911**.

TORINO

VINCENZO BONA

Tipografo di S. M. e dei RR. Principi.

1911

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona - Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XLVI, Disp. 7ª, **1910-1911**.

TORINO
VINCENZO BONA
Tipografo di S. M. e dei RR. Principi.
1911

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XLVI, Disp. 8ª, **1910-1911**.

TORINO

VINCENZO BONA

Tipografo di S. M. e dei RR Principi.

1911

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classi Unite.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona - Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XLVI, Disp. 9ª, 1910-1911.

TORINO
VINCENZO BONA
Tipografo di S. M. e dei RR Principi.
1911

SOMMARIO

Classi Unite.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona - Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XLVI, Disp. 10ª, 1910-1911.

TORINO
VINCENZO BONA
Tipografo di S. M. e dei RR. Principi.
1911

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona - Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XLVI. Disp. IIa. 1910-1911.

TORINO
VINCENZO BONA
Tipografo di S. M. e dei RR. Principi.
1911

SOMMARIO

Classi Unite.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona - Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XLVI, Disp. 12ª. 1910-1911.

TORINO
VINCENZO BONA
Tipografo di S. M. e dei RR. Principi.
1911

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classi Unite.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona - Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XLVI, Disp. **13**ª, **1910-1911**.

TORINO
VINCENZO BONA
Tipografo di S. M. e dei RR. Principi.
1911

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XLVI. Disp. 14a. 1910-1911

TORINO
VINCENZO BONA
Tipografo di S. M. e dei RR. Principi.
1911

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona — Torino

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona - Torino